СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Здания и сооружения. Основные требования к техническому состоянию и обслуживанию строительных конструкций и инжбенерных систем, оценке их пригодности к эксплуатации. СНБ 1.04.01-04. – Мн.: Стройтехнорм, 2002. – 20 с.
2. Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения по расчету: ГОСТ 27751–88. – Введ. 01.01.1995. – СССР.: ЦНИИСК, 1988. – 9 с.
3. Ремонт, реконструкция и реставрация жилых и общественных зданий и сооружений. СНБ 1.04.02-02. – Мн.: Стройтехнорм. 2004. – 18 с.
4. Онуфриев, Н.М. Усиление железобетонных конструкций промышленных зданий и сооружений / Н.М. Онуфриев. – М.: Стройиздат, 1965. – 342 с.
5. Хило, Е. Р. Усиление строительных конструкций / Е.Р. Хило, Б.С. Попович. – Львов: Вища школа. Изд-во при Львов. университете, 1985. – 156 с.
6. Уласевич, В.П. Деформационный расчет гибких балочно-вантовых систем методом конечных элементов в среде MathCAD / В.П. Уласевич, О.В. Костюк // Вестник БрГТУ. – 2004. – № 1(25): Строительство и архитектура. – С. 111–117.
7. Уласевич, В.П. Прямолинейный гибкий стержень как универсальный конечный элемент в расчетах гибких стержневых систем методом конечных элементов / В.П. Уласевич, О.В. Костюк // Вестник БрГТУ. – 2007. – № 1(48): Строительство и архитектура. – С. 45–49.
8. Уласевич, В.П. Гибкие балочно-вантовые системы в конструктивных схемах усиления перекрытий / В.П. Уласевич, О.В. Костюк // Вестник БрГТУ. – 2007. – № 1 (48): Строительство и архитектура. – С. 50–55.
9. Сидорович, Е.М. Динамика и устойчивость сооружений. Численные методы решения задач: учебное пособие / Е.М. Сидорович. – Мн.: БНТУ, 2006. – 246 с.
10. Игнатюк, В.И. Метод конечных элементов в расчетах стержневых систем: учебное пособие / В.И. Игнатюк. – Брест: БрГТУ, 2004. – 172 с.
11. Роль искусственного регулирования усилий при усилении несущих строительных конструкций с применением гибких балочно-вантовых систем / В.П. Уласевич, О.В. Костюк // Вестник БрГТУ. – 2005. – № 2(32): Строительство и архитектура. – С. 36–39.

Материал поступил в редакцию 17.01.08

ULASEVICH V.P., KOSTUIK O.V. Deformation a method of account a beam-vant of systems and his role in designing amplification of designs of overlappings

In clause the system of the basic permitting equations deformation of a method of account of the systems, combined a beam-vant is stated. The matrixes of internal rigidity by functions which are taking into account a longitudinal - cross bend and possible ways of interface of the ends KE with units are given. The basic circuit of formation of a matrix of external rigidity, and its nonlinear communication with a vector of central efforts through system of the nonlinear permitting equations KE " a Rectilinear flexible core " concerning basic reactions of a beginning and end KE is shown. The analysis of the ways, accepted in a method, of the decision of system of the permitting equations is given.

The role deformation of a method of account is shown during designing the systems, combined a beam-vant, for amplification a beam of designs of overlappings and coverings.

УДК 741.02:519

Игнатюк В.И., Игнатов А.Ю.

ДЕФОРМИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО СТЕРЖНЕВОГО КОНЕЧНОГО ЭЛЕМЕНТА, УПРУГО-ПОДАТЛИВО ПРИСОЕДИНЕННОГО К УЗЛАМ

Введение. Расчет сооружений методом конечных элементов широко распространен в настоящее время. При этом учет всех особенностей работы сооружений остается актуальной задачей. Соединение в стержневых системах конечных элементов между собой в узлах в большинстве случаев не бывает идеально шарнирным или абсолютно жестким. Поэтому учет упруго-податливого присоединения стержневых конечных элементов к узлам является необходимым и актуальным.

Постановка задачи. Рассматривается расчет пространственных стержневых систем методом конечных элементов [1] с учетом упругой податливости узловых соединений [2]. Пусть основное разрешающее уравнение метода конечных элементов

$$\left[K\right]\cdot\left\{\Delta\right\}=\left\{F\right\} \tag{1}$$

решено и определены перемещения узлов $\left(\Delta_i\right)$ расчетной дискретной модели системы, которые равняются соответствующим перемещениям концов пространственных конечных элементов $\left(\delta_э\right)$, присоединяемых к этим узлам. Таких перемещений в каждом узле будет шесть – три линейных перемещения по направлениям осей x, y и z общей системы координат и три угла поворота относительно этих осей (рис. 1). В (1) обозначено: $\left[K\right]$ – матрица жесткости системы; $\left\{\Delta\right\}$ – вектор перемещений узлов системы; $\left\{F\right\}$ – вектор внешних узловых нагрузок.

Получим зависимости для определения перемещений сечений пространственного стержневого конечного элемента, упруго-податливого присоединяемого к узлам расчетной дискретной модели системы, в зависимости от перемещений узловых точек расчетной дискретной модели и действующих на стержни распределенных нагрузок. При этом зависимости для конечного элемента получим сначала в местной системе координат с последующим их преобразованием в общую (глобальную) систему координат.

Узловые перемещения для конечного элемента из глобальной в местную систему координат преобразуем с помощью зависимости [1]

$$\left\{\delta'_э\right\}=\left[T_{\alpha э}\right]\cdot\left\{\delta_э\right\}, \tag{2}$$

где $\left[T_{\alpha э}\right]$ – матрица преобразования координат.

Получение расчетных зависимостей. Расчет конечного элемента выполним методом перемещений [3], приняв за неизвестные перемещения конечных точек стержня (Z_i), в которых стержень присоединяется к узлам конечно-элементной модели системы с помощью упругих связей (перемещения точек a и b на рис. 1). Характеристики упругих связей представлены величинами: c_1, c_2, c_3 и c_7, c_8, c_9 – жесткости линейных упругих связей по направлениям осей x', y' и z' соответственно в начале и в конце

***Игнатюк Валерий Иванович**, кандидат технических наук, доцент, зав. кафедрой строительной механики Брестского государственного технического университета.*
***Игнатов Алексей Юрьевич**, магистрант Брестского государственного технического университета.*
Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

элемента (рис. 2,а); c_4, c_5, c_6 и c_{10}, c_{11}, c_{12} – жесткости угловых упругих связей относительно осей x', y' и z' соответственно в начале и в конце стержня (рис. 2,б).

Основную систему метода перемещений получим, установив по направлениям всех возможных линейных и угловых перемещений концов стержня в точках a и b дополнительные связи (рис. 3). Система уравнений метода перемещений в матричной форме имеет вид

$$\left[r\right]\cdot\left\{Z\right\}+\left\{R_F\right\}=0, \qquad (3)$$

где $\left\{Z\right\}$ – вектор перемещений дополнительных связей (рис. 3); $\left[r\right]$ – матрица реакций в дополнительных связях, возникающих при их единичных смещениях; элемент этой матрицы r_{ik} представляет собой реактивное усилие в направлении *i*-ой дополнительной связи (это могут быть силы в линейных связях, либо моменты в угловых связях) от единичного перемещения *k*-ой дополнительной связи (линейного смещения либо угла поворота); $\left\{R_F\right\}$ – вектор реактивных усилий в дополнительных связях от внешних воздействий, в качестве которых здесь будут выступать перемещения узлов δ_i' и внешние нагрузки, распределенные в общем случае по трапецеидальным зависимостям.

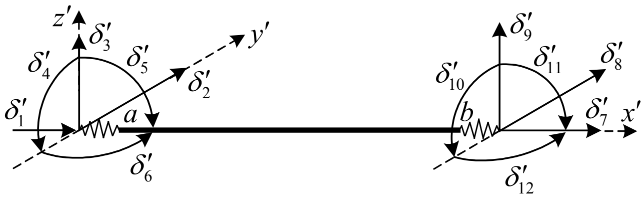
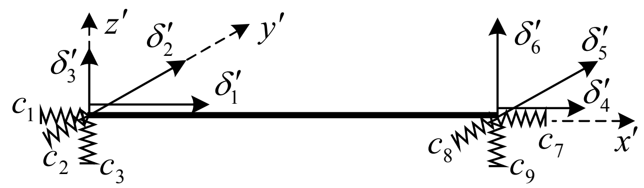
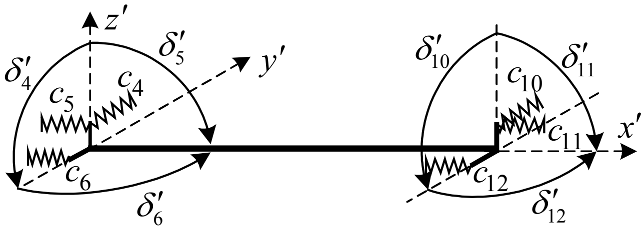


***Рис. 1.** Перемещения узлов для пространственного стержневого КЭ*



а) линейные упругие связи



б) угловые упругие связи

***Рис. 2.** Упругие связи пространственного стержневого КЭ*

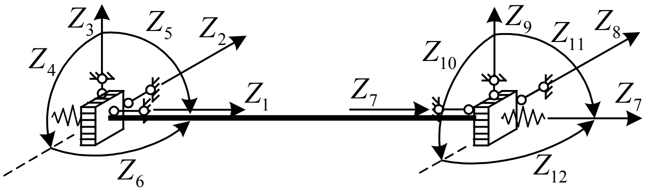


***Рис. 3.** Основная система метода перемещений*

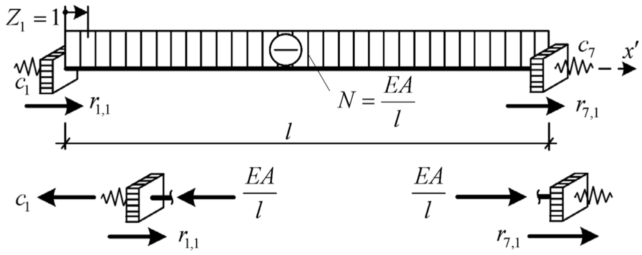
Для определения реакций в дополнительных связях от единичных перемещений узлов воспользуемся табличными эпюрами метода перемещений [3].

Построим от каждого из единичных перемещений эпюры усилий (изгибающих моментов) и найдем возникающие в дополнительных связях реакции способом вырезания узлов. При этом учтем, что при единичном перемещении упругих связей в них возникают усилия (силы, моменты), равные величине жесткости соответствующих связей. На рис. 4 показаны соответствующие процедуры для перемещений $Z_1=1$, $Z_2=1$, $Z_4=1$ и $Z_6=1$.

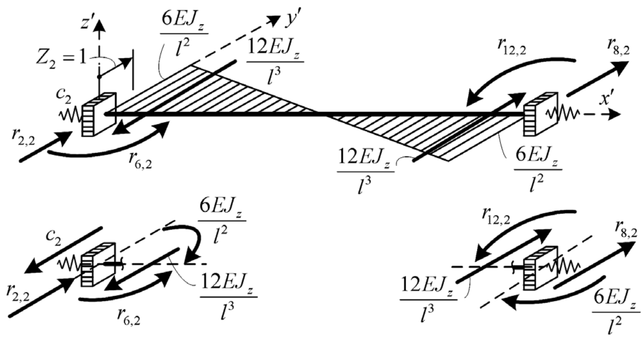
Для остальных восьми перемещений эти процедуры аналогичны. В результате из вырезания узлов и рассмотрения их равновесия получаем:

а) от перемещения $Z_1=1$:

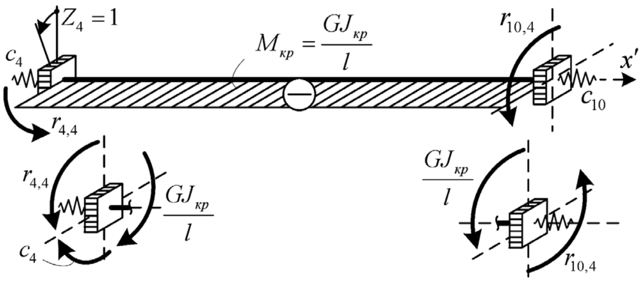
$$r_{1,1}=\frac{EA}{l}+c_1;\quad r_{7,1}=-\frac{EA}{l};$$



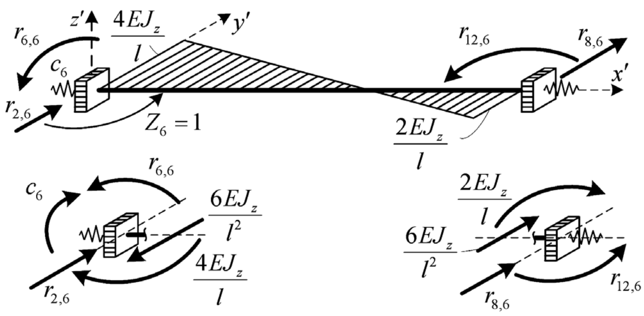
а) от линейного перемещения $Z_1=1$



б) от линейного перемещения $Z_2=1$



в) от угла поворота $Z_4=1$



г) от линейного перемещения $Z_6=1$

***Рис. 4.** Определение реакций в дополнительных связях от их единичных перемещений* б) от перемещения $Z_2 = 1$:

$$r_{2,2} = \frac{12EJ_z}{l^3} + c_2; \quad r_{6,2} = \frac{6EJ_z}{l^2};$$

$$r_{8,2} = -\frac{12EJ_z}{l^2}; \quad r_{12,2} = \frac{6EJ_z}{l^2};$$

в) от перемещения $Z_4 = 1$:

$$r_{4,4} = \frac{GJ_{кр}}{l} + c_4; \quad r_{10,4} = -\frac{GJ_{кр}}{l};$$

г) от перемещения $Z_6 = 1$:

$$r_{2,6} = \frac{6EJ_z}{l^2}; \quad r_{6,6} = \frac{4EJ_z}{l} + c_6;$$

$$r_{8,6} = -\frac{6EJ_z}{l^2}; \quad r_{12,6} = \frac{2EJ_z}{l}.$$

Реакции в дополнительных связях, возникающих от остальных восьми единичных перемещений этих связей, находятся аналогично. Матрица $[r]$ в результате принимает вид (4).

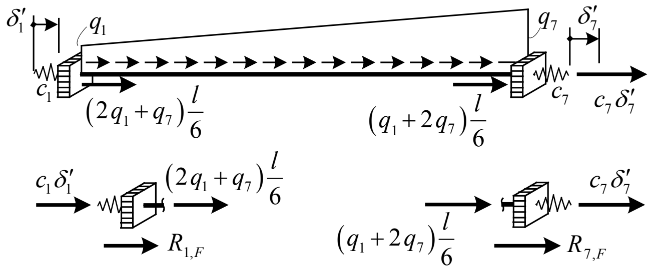


Рис. 5. *Определение грузовых реакций по оси* x

Свободные члены уравнения (3) $R_{i,F}$ представляют собой реакции в дополнительных связях от внешних воздействий на рассматриваемый конечный элемент. В качестве внешних воздействий здесь выступают перемещения узлов δ_i' и внешние нагрузки, распределенные по трапецеидальным зависимостям. Перемещения узлов δ_i' будут вызывать в упругих связях усилия, равные произведению этих перемещений на величины, обратные жесткостям связей – $\delta_i' \cdot (1/c_i)$. Действие трапецеидально распределенных нагрузок учтем с помощью зависимостей, полученных в [1], сложив действие равномерно распределенной и треугольно распределенной нагрузок.

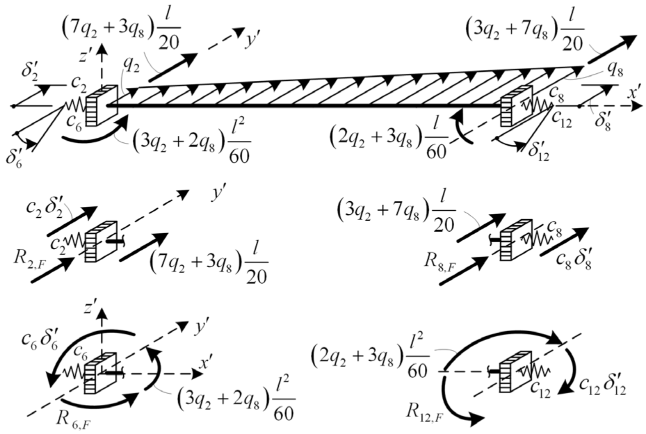


Рис. 6. *Определение грузовых реакций в плоскости* $x'y'$

Определение грузовых реакций $R_{i,F}$ для рассматриваемого стержня от перемещений узлов δ_i' и распределенных нагрузок показано на рис. 5 – 7. Из вырезания узлов в методе перемещений и рассмотрения их равновесия получаем:

$$R_{1,F} = -c_1\delta_1' - (2q_1 + q_7)\frac{l}{6};$$

$$R_{2,F} = -c_2\delta_2' - (7q_2 + 3q_8)\frac{l}{20};$$

$$R_{3,F} = -c_3\delta_3' - (7q_3 + 3q_9)\frac{l}{20} \quad R_{4,F} = -c_4\delta_4';$$

$$R_{5,F} = -c_5\delta_5' + (3q_3 + 2q_9)\frac{l^2}{60};$$

$$\{r\} = \left[\begin{array}{ccc:ccc:ccc:ccc}
\frac{EA}{l}+c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{12EJ_z}{l^3}+c_2 & 0 & 0 & 0 & \frac{6EJ_z}{l^2} & 0 & -\frac{12EJ_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EJ_z}{l^2} \\
0 & 0 & \frac{12EJ_y}{l^3}+c_3 & 0 & -\frac{6EJ_y}{l^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EJ_y}{l^3} & 0 & -\frac{6EJ_y}{l^2} & 0 \\
\hdashline
0 & 0 & 0 & \frac{GJ_{кр}}{l}+c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ_{кр}}{l} & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\frac{6EJ_y}{l^2} & 0 & \frac{4EJ_y}{l}+c_5 & 0 & 0 & 0 & \frac{6EJ_y}{l^2} & 0 & \frac{2EJ_y}{l} & 0 \\
0 & \frac{6EJ_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EJ_z}{l}+c_6 & 0 & -\frac{6EJ_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EJ_z}{l} \\
\hdashline
-\frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{l}+c_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -\frac{12EJ_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EJ_z}{l^2} & 0 & \frac{12EJ_z}{l^3}+c_8 & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EJ_z}{l^2} \\
0 & 0 & -\frac{12EJ_y}{l^3} & 0 & \frac{6EJ_y}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EJ_y}{l^3}+c_9 & 0 & \frac{6EJ_y}{l^2} & 0 \\
\hdashline
0 & 0 & 0 & -\frac{GJ_{кр}}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ_{кр}}{l}+c_{10} & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\frac{6EJ_y}{l^2} & 0 & \frac{2EJ_y}{l} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EJ_y}{l^2} & 0 & \frac{4EJ_y}{l}+c_{11} & 0 \\
0 & \frac{6EJ_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EJ_z}{l} & 0 & -\frac{6EJ_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EJ_z}{l}+c_{12}
\end{array}\right] \quad (4)$$

$$R_{6,F} = -c_6\delta'_6 - (3q_2 + 2q_8)\frac{l^2}{60}$$

$$R_{7,F} = -c_7\delta'_7 - (q_1 + 2q_7)\frac{l}{6}; \qquad (5)$$

$$R_{8,F} = -c_8\delta'_8 - (3q_2 + 7q_8)\frac{l}{20};$$

$$R_{9,F} = -c_9\delta'_9 - (3q_3 + 7q_9)\frac{l}{20}; \quad R_{10,F} = -c_{10}\delta'_{10};$$

$$R_{11,F} = -c_{11}\delta'_{11} - (2q_3 + 3q_9)\frac{l^2}{60};$$

$$R_{12,F} = -c_{12}\delta'_{12} + (2q_2 + 3q_8)\frac{l^2}{60}.$$

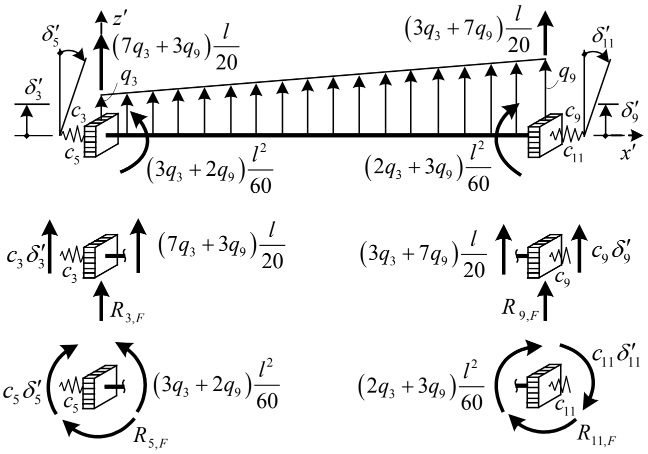


***Рис. 7.** Определение грузовых реакций в плоскости $x'z'$*

Таким образом, матрица $\{R_F\}$ определена. Решая систему уравнений метода перемещений (3) найдем перемещения $\{Z\}$ концов стержня, упруго-податливо присоединяемого к узлам системы.

После этого перемещения любого сечения стержня в местной системе координат определим на основе дифференциальных зависимостей

$$\frac{du'_1}{dx} = \frac{N}{EA}; \quad \frac{d^2u'_2}{dx^2} = \frac{M_z}{EJ_z}; \quad \frac{d^2u'_3}{dx^2} = \frac{M_y}{EJ_y}.$$

Для определения продольных перемещений сечений стержня, на который действует распределенная вдоль оси стержня по трапецеидальной зависимости нагрузка (рис. 5), получим выражение

$$\frac{du'_1}{dx} = \frac{N}{EA} = \frac{1}{EA}\left(r'_1 - q_1x - \frac{q_7 - q_1}{2l}x^2\right),$$

проинтегрировав которое и подставив граничное условие (при $x = 0$ $u_1 = Z_1$), получим

$$u'_1 = \frac{1}{EA}\left(-r'_1x - q_1\frac{x^2}{2} - \frac{q_7 - q_1}{6l}x^3\right) + Z_1,$$

где $r'_1 \ldots r'_{12}$ – здесь и далее реакции по концам стержня, полученные из расчета системы методом конечных элементов [1] в местной системе координат.

В плоскости $x'y'$, в которой действует распределенная по трапецеидальному закону поперечная нагрузка, представленная на рисунке 6, будем иметь

$$\frac{d^2u'_2}{dx^2} = \frac{M_z}{EJ_z} = \frac{1}{EJ_z}\left(-r'_6 + r'_2x + \frac{q_2}{2}x^2 + \frac{q_8 - q_2}{6l}x^3\right). \qquad (6)$$

Проинтегрируем это выражение два раза и, подставив граничные условия, найдем постоянные интегрирования. Граничные условия при жестком присоединении к начальному узлу записываются в виде: при $x = 0$, $y = Z_2$, $\varphi_z = \frac{du_2}{dx} = -Z_6$. В результате получим зависимости для линейных перемещений сечений рассматриваемого стержня в направлении оси y' и углов поворота относительно оси z':

$$u'_2 = Z_2 + Z_6x + \frac{1}{EJ_z}\left(-r'_6\frac{x^2}{2} + r'_2\frac{x^3}{6} + q_2\frac{x^4}{24} + \frac{q_8 - q_2}{120l}x^5\right);$$

$$u'_6 = \varphi_z = Z_6 + \frac{1}{EJ_z}\left(-r'_6x + r'_2\frac{x^2}{2} + q_2\frac{x^3}{6} + \frac{q_8 - q_2}{24l}x^4\right).$$

Аналогично найдем и зависимости для перемещений и угла поворота сечений стержня в плоскости $x'z'$ (рис. 7):

$$u'_3 = Z_3 - Z_5x + \frac{1}{EJ_y}\left(r'_5\frac{x^2}{2} + r'_3\frac{x^3}{6} + q_3\frac{x^4}{24} + \frac{q_9 - q_3}{120l}x^5\right);$$

$$u'_5 = \varphi_y = -Z_5 + \frac{1}{EJ_y}\left(r'_5x + r'_3\frac{x^2}{2} + q_3\frac{x^3}{6} + \frac{q_9 - q_3}{24l}x^4\right)$$

Для стержня, присоединяющегося к начальному узлу шарнирно, граничные условия в плоскости $x'y'$ будем иметь в виде: при $x = 0$, $y = Z_2$ при $x = l$, $y = Z_6$. Подставляя их в первую производную от выражения (6), получим для перемещений и углов поворота сечений стержня зависимости

$$u'_2 = Z_2 + \frac{Z_8 - Z_2}{l}x + \frac{1}{EJ_z}\left(r'_2\frac{x^3}{6} + \frac{q_2}{24}x^4 + \frac{q_8 - q_2}{120l}x^5\right) - \\ -\frac{l^2}{6EJ_z}\left(r'_2 + \frac{4q_2 + q_8}{20}l\right)x,$$

$$u'_6 = \varphi_z = \frac{Z_8 - Z_2}{l} + \frac{1}{EJ_z}\left(r'_2\frac{x^2}{2} + \frac{q_2}{6}x^3 + \frac{q_8 - q_2}{24l}x^4\right) - \\ -\frac{l^2}{6EJ_z}\left(r'_2 + \frac{4q_2 + q_8}{20}l\right).$$

Аналогично получим и зависимости для перемещений сечений стержня шарнирно присоединяемого слева и загруженного трапецеидально распределенной нагрузкой, в плоскости $x'z'$:

$$u'_3 = Z_3 + \frac{Z_9 - Z_3}{l}x + \frac{1}{EJ_y}\left(r'_3\frac{x^3}{6} + \frac{q_3}{24}x^4 + \frac{q_9 - q_3}{120l}x^5\right) - \\ -\frac{l^2}{6EJ_y}\left(r'_3 + \frac{4q_3 + q_9}{20}l\right)x,$$

$$u'_5 = \varphi_y = \frac{Z_9 - Z_3}{9} + \frac{1}{EJ_y}\left(r'_3\frac{x^2}{2} + \frac{q_3}{6}x^3 + \frac{q_9 - q_3}{24l}x^4\right) - \\ -\frac{l^2}{6EJ_y}\left(r'_3 + \frac{4q_3 + q_9}{20}l\right).$$

Теперь координаты любого сечения рассматриваемого элемента [1] в пространственных стержневых конечных элементах $\{x_{сеч}\}$, упруго-податливо присоединяющихся к узлам и нагруженных трапецеидально распределенными нагрузками, в глобальной системе координат можно определить (рис. 8), добавив к исходным координатам начального узла элемента (узла А) в расчетной дискретной модели сумму координат сечения в местной системе координат $\{x'_{сеч}\}$ и перемещений сечения $\{u\}$ (в местной системе координат), вызванных деформацией стержня, преобразованную к общей системе координат с помощью матрицы преобразования $[T_{\alpha э}]$:

$$\{x_{сеч}\} = \{x_A\} + [T_{\alpha э}]^T \cdot \{\{x'_{сеч}\} + \{u'\}\} =$$

$$= \begin{Bmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{Bmatrix} + [T_{\alpha э}]^T \cdot \left\{ \begin{Bmatrix} x'_{сеч} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} u'_1 \\ u'_2 \\ u'_3 \end{Bmatrix} \right\}.$$

Заключение. В работе получены зависимости для определения перемещений сечений пространственных стержневых конечных элементов, упруго-податливо присоединяющихся к узлам расчетной дискретной модели сооружения, позволяющие определить координаты любого сечения после деформирования сооружения.

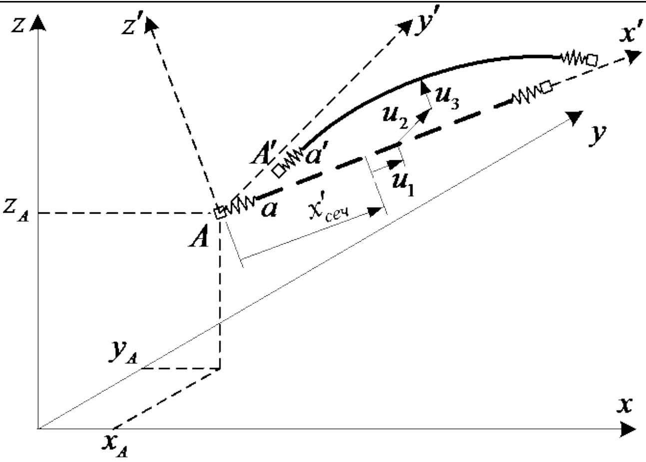


Рис. 8. *Перемещения сечения конечного элемента*

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Игнатюк, В.И. Метод конечных элементов в расчетах стрежневых систем: учебное пособие / В.И. Игнатюк. – Брест, 2004. – 172 с.
2. Игнатюк, В.И. Об учете упругой податливости узловых соединений в расчетах методом конечных элементов пространственных стержневых систем / В.И. Игнатюк, А.Ю. Игнатов // Вестник БрГТУ. – 2004. – № 1(25): Строительство и архитектура. – С. 118–122.
3. Дарков, А.В. Строительная механика / А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. – М.: Высшая школа, 1986. – 607 с.

Материал поступил в редакцию 03.12.07

IGNATIUK V.I., IGNATOV A J. Deforming of the solid core finite element elasticly attached to nodes

The dependences for defining shifts of the sections of the solid core finite elements, that elasticly attach to nodes of the calculated discrete model of a construction, are got and admit to define coordinates of any section deformed construction.

УДК 681.3:519.3

Игнатюк В.И., Игнатов А.Ю.

АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА СТАТИЧЕСКОГО РАСЧЕТА ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ НА БАЗЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Введение. Расчет сооружений методом конечных элементов широко распространен в настоящее время [1]. При этом вручную выполнить расчет даже небольшого реального сооружения практически невозможно из-за большого объема вычислений и необходимости решения систем уравнений большого порядка. В данной работе рассматривается созданная авторами компьютерная программа статического линейного расчета пространственных стержневых систем на действие внешних нагрузок, в основу которой положены зависимости метода конечных элементов, полученные авторами [2, 4] и позволяющие учитывать упруго-податливое присоединение конечных элементов к узлам и действие трапецеидально распределенных нагрузок.

Алгоритм расчета. Рассматривается расчет пространственных стержневых систем методом конечных элементов [1] с учетом упругой податливости узловых соединений. В каждом узле таких систем имеем шесть независимых перемещений – три линейных перемещения по направлениям осей x, y и z общей декартовой системы координат и три угла поворота относительно этих осей. Основное разрешающее уравнение метода конечных элементов имеет вид

$$[K] \cdot \{\Delta\} = \{F\}, \qquad (1)$$

где $[K]$ – матрица жесткости системы; $\{\Delta\}$ – вектор перемещений узлов системы; $\{F\}$ – вектор внешних узловых нагрузок.

Выражения матриц жесткости конечных элементов, процедура формирования матрицы жесткости системы и выражения векторов внешних узловых нагрузок представлены в работе [2].

Упруго-податливое присоединение конечных элементов к узлам расчетной дискретной модели метода конечных элементов реализуется с помощью упругих связей (рис. 1), характеристики которых представлены величинами: c_1, c_2, c_3 и c_7, c_8, c_9 – жесткости линейных упругих связей по направлениям осей x', y' и z' соответственно в начале и в конце стержня (рис. 1,а); c_4, c_5, c_6 и c_{10}, c_{11}, c_{12} – жесткости угловых упругих связей относительно осей x', y' и z' соответственно в начале и в конце элемента (рис. 1, б).

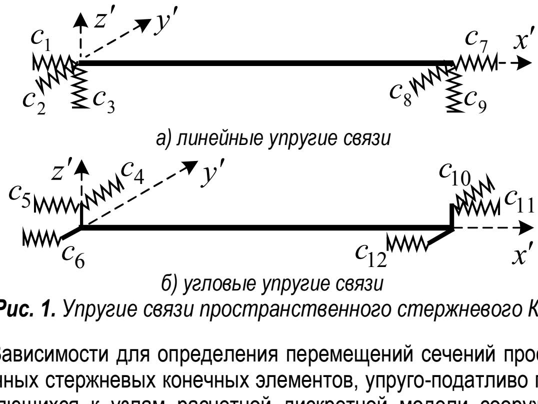


Рис. 1. *Упругие связи пространственного стержневого КЭ*

Зависимости для определения перемещений сечений пространственных стержневых конечных элементов, упруго-податливо присоединяющихся к узлам расчетной дискретной модели сооружения, получены в работе [4]. Эти зависимости позволяют определить координаты любого сечения после деформирования системы и соответственно деформированный вид сооружения.

Решение системы разрешающих уравнений выполняется способом Гаусса с проверкой точности решения после выполнения обратного хода и, при необходимости, итерационным процессом уточнения решения.