

Теперь координаты любого сечения рассматриваемого элемента [1] в пространственных стержневых конечных элементах  $\{X_{сеч}\}$ , упруго-податливо присоединяющихся к узлам и нагруженным трапецидально распределенными нагрузками, в глобальной системе координат можно определить (рис. 8), добавив к исходным координатам начального узла элемента (узла А) в расчетной дискретной модели сумму координат сечения в местной системе координат  $\{X'_{сеч}\}$  и перемещений сечения  $\{u\}$  (в местной системе координат), вызванных деформацией стержня, преобразованную к общей системе координат с помощью матрицы преобразования  $[T_{\alpha\beta}]$ :

$$\begin{aligned} \{X_{сеч}\} &= \{X_A\} + [T_{\alpha\beta}]^T \cdot \left\{ \{X'_{сеч}\} + \{u'\} \right\} = \\ &= \begin{Bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{Bmatrix} + [T_{\alpha\beta}]^T \cdot \left\{ \begin{Bmatrix} X'_{сеч} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} u'_1 \\ u'_2 \\ u'_3 \end{Bmatrix} \right\}. \end{aligned}$$

**Заключение.** В работе получены зависимости для определения перемещений сечений пространственных стержневых конечных элементов, упруго-податливо присоединяющихся к узлам расчетной дискретной модели сооружения, позволяющие определить координаты любого сечения после деформирования сооружения.

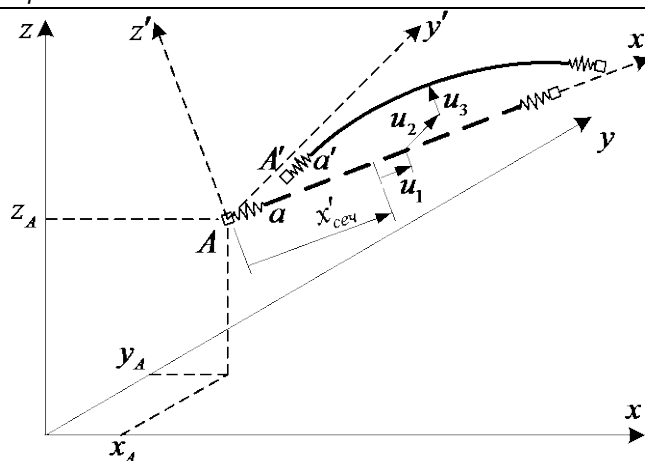


Рис. 8. Перемещения сечения конечного элемента

**СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Игнатюк, В.И. Метод конечных элементов в расчетах стержневых систем: учебное пособие / В.И. Игнатюк. – Брест, 2004. – 172 с.
2. Игнатюк, В.И. Об учете упругой податливости узловых соединений в расчетах методом конечных элементов пространственных стержневых систем / В.И. Игнатюк, А.Ю. Игнатов // Вестник БрГТУ. – 2004. – № 1(25): Строительство и архитектура. – С. 118–122.
3. Дарков, А.В. Строительная механика / А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. – М.: Высшая школа, 1986. – 607 с.

Материал поступил в редакцию 03.12.07

**IGNATIUK V.I., IGNATOV A J. Deforming of the solid core finite element elastically attached to nodes**

The dependences for defining shifts of the sections of the solid core finite elements, that elastically attach to nodes of the calculated discrete model of a construction, are got and admit to define coordinates of any section deformed construction.

УДК 681.3:519.3

**Игнатюк В.И., Игнатов А.Ю.**

**АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА СТАТИЧЕСКОГО РАСЧЕТА ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ НА БАЗЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

**Введение.** Расчет сооружений методом конечных элементов широко распространен в настоящее время [1]. При этом вручную выполнить расчет даже небольшого реального сооружения практически невозможно из-за большого объема вычислений и необходимости решения систем уравнений большого порядка. В данной работе рассматривается созданная авторами компьютерная программа статического линейного расчета пространственных стержневых систем на действие внешних нагрузок, в основу которой положены зависимости метода конечных элементов, полученные авторами [2, 4] и позволяющие учитывать упруго-податливое присоединение конечных элементов к узлам и действие трапецидально распределенных нагрузок.

**Алгоритм расчета.** Рассматривается расчет пространственных стержневых систем методом конечных элементов [1] с учетом упругой податливости узловых соединений. В каждом узле таких систем имеем шесть независимых перемещений – три линейных перемещения по направлениям осей X, Y и Z общей декартовой системы координат и три угла поворота относительно этих осей. Основное разрешающее уравнение метода конечных элементов имеет вид

$$[K] \cdot \{\Delta\} = \{F\}, \quad (1)$$

где  $[K]$  – матрица жесткости системы;  $\{\Delta\}$  – вектор перемещений узлов системы;  $\{F\}$  – вектор внешних узловых нагрузок.

Выражения матриц жесткости конечных элементов, процедура формирования матрицы жесткости системы и выражения векторов внешних узловых нагрузок представлены в работе [2].

Упруго-податливое присоединение конечных элементов к узлам расчетной дискретной модели метода конечных элементов реализуется с помощью упругих связей (рис. 1), характеристики которых пред-

ставлены величинами:  $C_1, C_2, C_3$  и  $C_7, C_8, C_9$  – жесткости линейных упругих связей по направлениям осей  $X', Y'$  и  $Z'$  соответственно в начале и в конце стержня (рис. 1,а);  $C_4, C_5, C_6$  и  $C_{10}, C_{11}, C_{12}$  – жесткости угловых упругих связей относительно осей  $X', Y'$  и  $Z'$  соответственно в начале и в конце элемента (рис. 1, б).

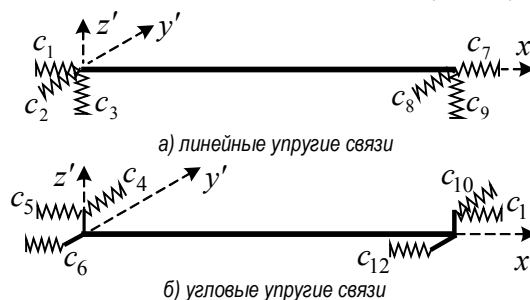


Рис. 1. Упругие связи пространственного стержневого КЭ

Зависимости для определения перемещений сечений пространственных стержневых конечных элементов, упруго-податливо присоединяющихся к узлам расчетной дискретной модели сооружения, получены в работе [4]. Эти зависимости позволяют определить координаты любого сечения после деформирования системы и соответственно деформированный вид сооружения.

Решение системы разрешающих уравнений выполняется способом Гаусса с проверкой точности решения после выполнения обратного хода и, при необходимости, итерационным процессом уточнения решения.

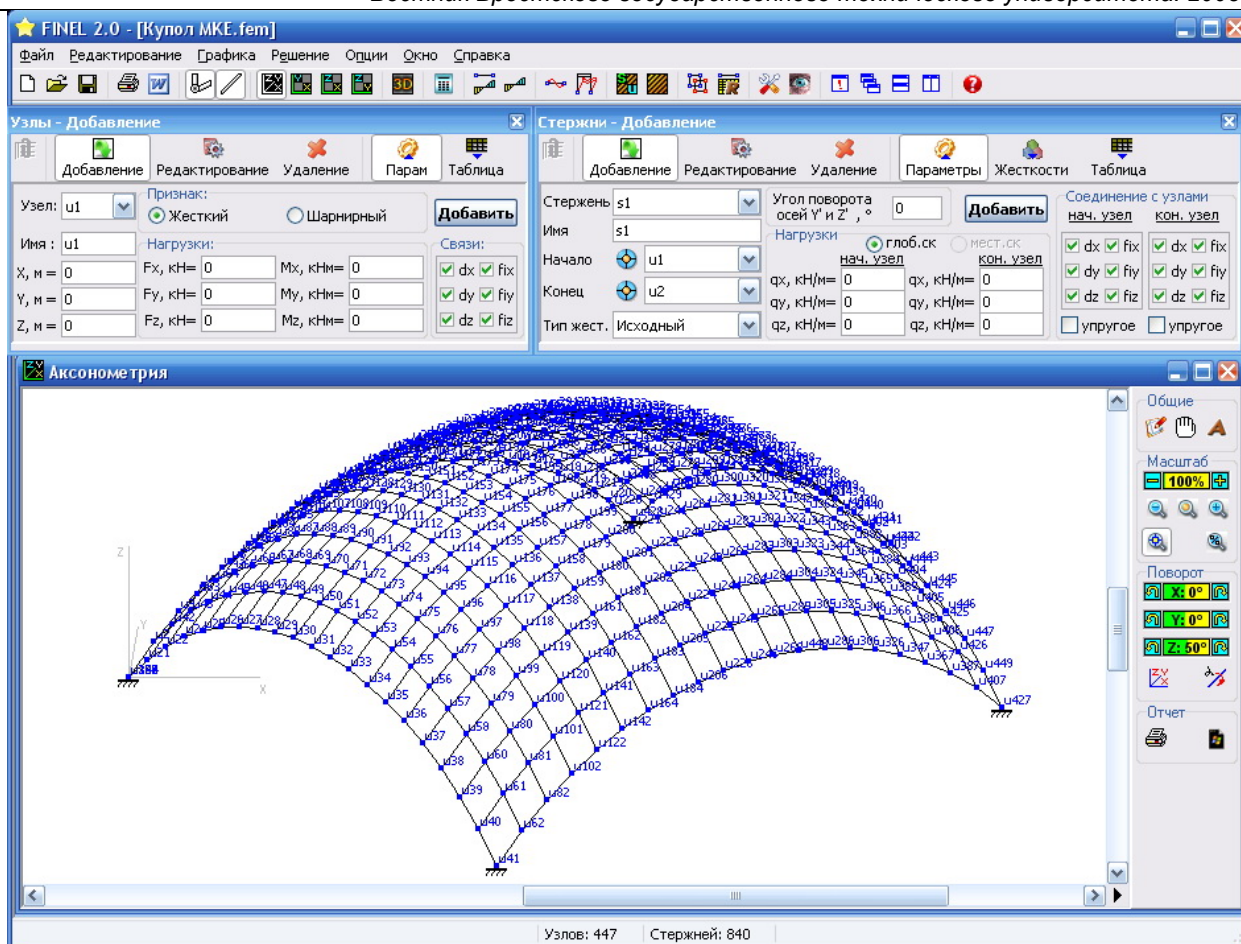


Рис. 2. Основное окно программы

Усилия в стержнях после определения перемещений узлов системы из решения уравнений (1) находятся с использованием выражения [1, 2]

$$\{r_s\} = [K'_s][T_{\alpha s}]\{\Delta_s\} - \{P'_{qs}\},$$

где  $[K'_s]$  – матрица жесткости стержня в местной системе координат;  $[T_{\alpha s}]$  – матрица преобразования координат;  $\{\Delta_s\}$  – вектор перемещений концов стержня в глобальной системе координат, полученный при решении уравнений (1);  $\{P'_{qs}\}$  – вектор узловых усилий по концам стержня от действия на него распределенных нагрузок.

На основе полученных зависимостей разработан алгоритм расчета, в соответствии с которым создана компьютерная программа «FINEL».

**Описание программы.** «FINEL» – программа линейного статического расчёта пространственных стержневых систем, нагруженных сосредоточенными силами, сосредоточенными моментами и равномерно и трапециевидно распределенными нагрузками. В отличие от больших расчетных комплексов, позволяющих решать широкий спектр задач и поэтому часто требующих изучения громоздких инструкций для успешной работы с ними, программа «FINEL» ориентирована на решение одного класса задач, в связи с чем достаточно проста в работе с ней. Программа работает под управлением операционных систем Windows, имеет стандартный многооконный графический интерфейс, удобный в работе со всеми функциями программы (рис. 2). Наглядное представление исходных данных и достаточно развитый сервис позволяют быстро освоить программу.

Основные функции программы собраны в главном меню (рис. 2) и включают работу с файлами, ввод и редактирование узлов и стержней, решение задачи и представление промежуточных и окончательных результатов расчета, графических изображений, их

настройки, работу с окнами, настройки программы, справочную систему программы.

Ввод исходных данных производится в основном окне программы с использованием панелей «Узлы», «Стержни», расположенных в верхней части основного окна (под панелью инструментов) (рис. 2).

Для узлов расчетной дискретной модели системы вводятся их названия (номера), тип (жесткий, шарнирный), координаты положения узлов ( $X, Y, Z$ ), наличие опорных связей (линейных, угловых), нагрузки (составляющие сосредоточенных сил и моментов) в узлах.

Для стержней расчетной дискретной модели системы вводятся также их названия (номера), указываются узлы, к которым присоединяются стержни, вид этих соединений (жесткое, шарнирное, упругое), типы и характеристики жесткостей стержней, распределенные нагрузки на стержни (могут задаваться как в глобальной, так и в локальной системах координат), угол поворота оси  $Z'$  относительно вертикальной плоскости.

Для задания упругого соединения стержней с узлами на панели «Стержни» в блоке «Соединение с узлами» (рис. 2) предусмотрены переключатели  упругое, включающие упругое соединение в начале и конце стержня. Выбрав переключателем упругое соединение начала и (или) конца стержня с узлами, нужно задать жесткости линейных или угловых упругих связей  $C_1 - C_{12}$ , заполнив соответствующие поля (рис. 3). При этом задание для  $C_1 - C_{12}$  больших значений (больше  $1E20$ ) соответствует жесткому присоединению концов конечного элемента к узлам; задание этих величин равными нулю отвечает отсутствию соответствующих связей вообще; если принять равными нулю жесткости угловых связей  $C_4, C_5, C_6$  либо  $C_{10}, C_{11}, C_{12}$ , то получим шарнирное соединение стержня с узлами соответственно в начале либо в конце его. При отмене упруго-податливого соединения, значения  $C_1 - C_{12}$  из таблицы не удаля-

ются, но в расчетах учитываться не будут. Это дает возможность использовать их в дальнейшем повторно.

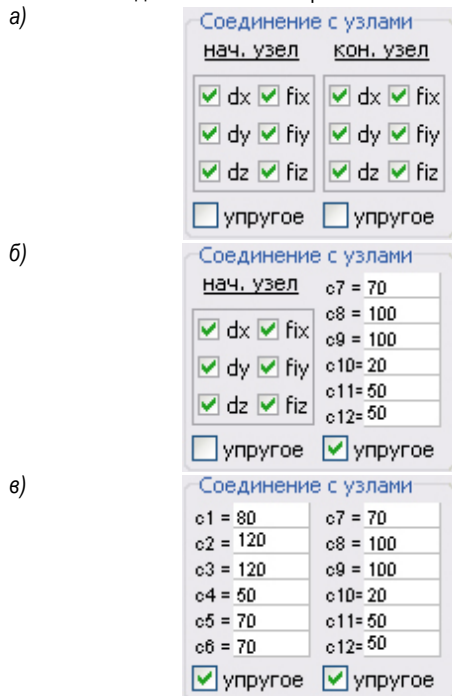


Рис. 3. Параметры соединения стержня с узлами:

а) оба конца соединены жестко; б) начало соединено жестко, а конец – упруго; в) оба конца соединены упруго

Под рабочей областью основного окна находится строка состояния (рис. 2), в которой размещается контекстная подсказка (появляется при наведении мыши на какой-нибудь объект), указываются число узлов и число стержней в рассматриваемой системе.

Пространственное сооружение в программе изображается в аксонометрии (в прямоугольной диметрии) [3], а также может быть представлено в проекциях на все три плоскости (X–Y, X–Z, Y–Z) декартовой системы координат, для чего в программе предусмотрено четыре окна (рис. 4), которые вызываются соответствующими командами меню или кнопками на панели инструментов. При этом имеется возможность изменения угла, определяющего направление оси у прямоугольной диметрии, и коэффициента искажения размера по оси Y. Это, при необходимости, позволяет выбрать наиболее оптимальный вариант представления рассматриваемого пространственного сооружения. Изображение сооружения в аксонометрии с целью более наглядного представления можно поворачивать (вращать) относительно трех осей системы координат (X, Y и Z). При отображении больших систем графические данные часто накладываются друг на друга, что затрудняет чтение изображения. В программе предусмотрена функция «Что показывать...», позволяющая задавать вид отображаемой информации и ее параметры (узлы, стержни, их названия, положение, опоры, нагрузки, жесткости, эпюры и т.д.).

Располагать рассматриваемые окна можно разными способами – так, как показано на рис. 4, каскадом, вертикально, горизонтально, что осуществляется нажатием соответствующей кнопки на панели инструментов или выбором соответствующего пункта меню.

Любое из окон можно скрывать. Для увеличения полезной площади панели инструментов графических окон, расположенных справа, также можно прятать. Для этого в правом нижнем углу каждого графического окна есть специальная кнопка.

После запуска программы на расчет выполняется проверка неизменяемости системы, включая наличие (отсутствие) «висячих» узлов и стержней.

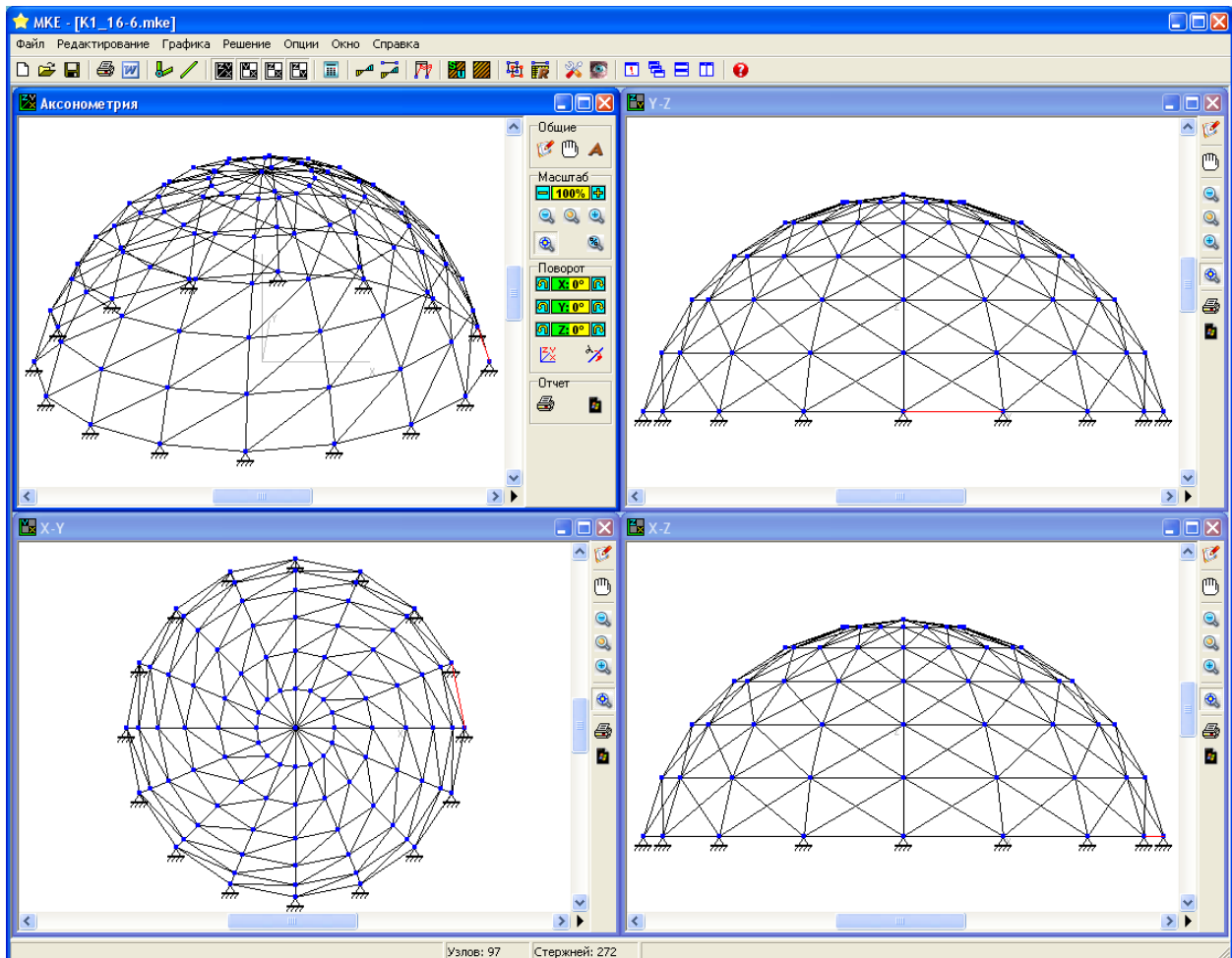


Рис. 4. Графические окна программы «Аксонометрия», «X–Y», «X–Z», «Y–Z»



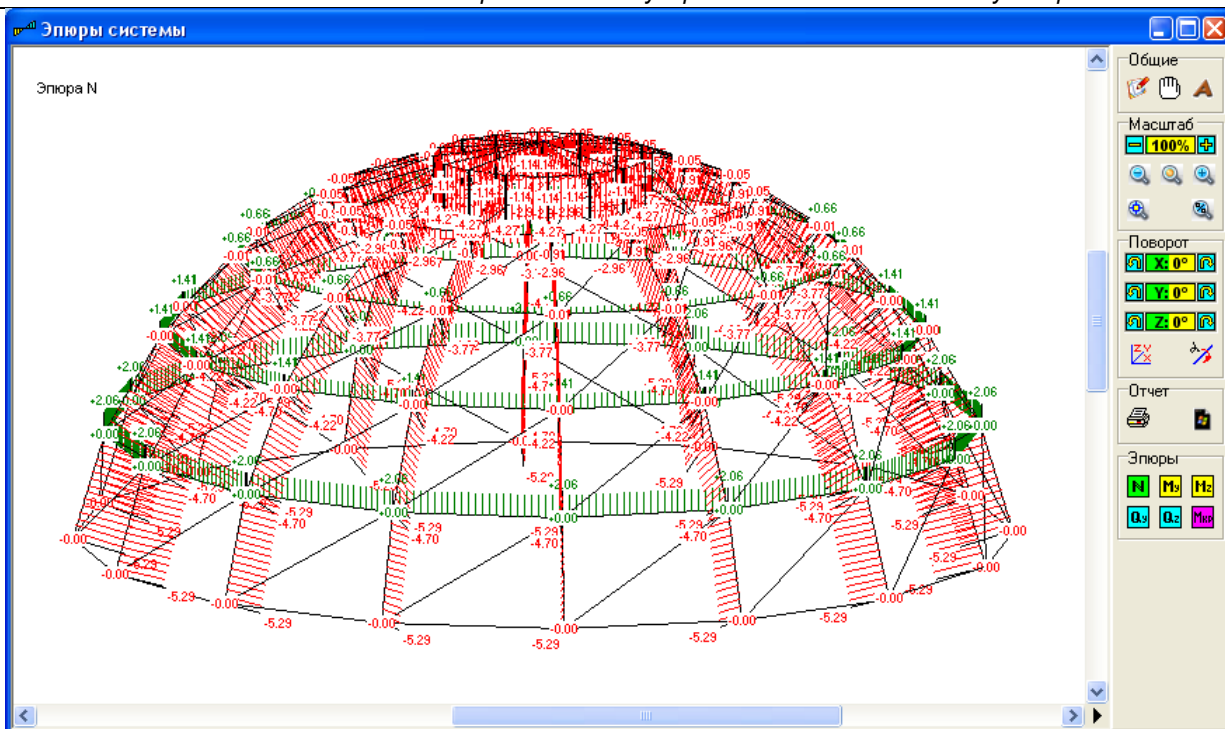


Рис. 5. Окно «Эпюры системы»

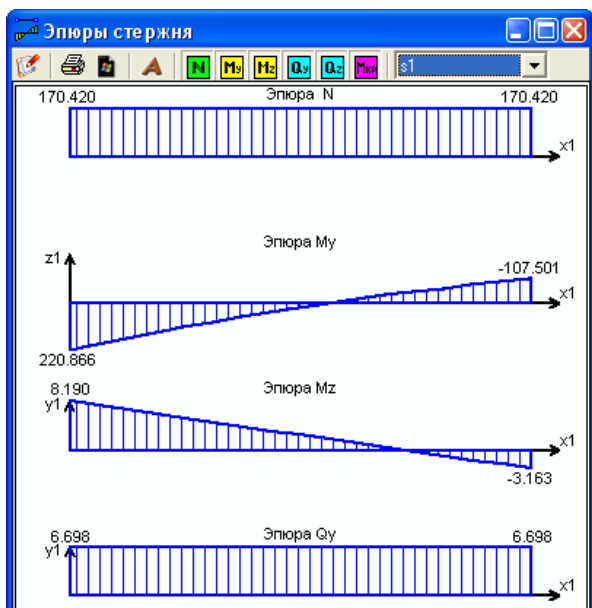


Рис. 6. Окно «Эпюры стержня»

В результате расчета для системы (сооружения) получаем:

- усилия в сечениях (изгибающие моменты относительно главных осей сечения, крутящие моменты, поперечные и продольные силы) и их эпюры;
- перемещения узлов и промежуточных сечений стержней и соответственно деформированный вид системы.

Результаты расчета представляются и в графическом, и в численном (табличном) (рис. 7, 10) видах. Эпюры усилий и деформации представляются как в целом в системе (рис. 5), так и для каждого стержня (конечного элемента) отдельно (рис. 6).

Представление данных в таблице может корректироваться с помощью специальных команд на панели инструментов, которые позволяют выбрать вид шрифта, ширину, высоту ячеек в таблице, точность, вид и форму представления значений (число знаков после запятой, отображение нулевых значений, экспоненциальная или обычная форма записи чисел). Результаты расчета, кроме представления на экране монитора, могут быть распечатаны, экспортированы в MS Office Excel, графические изображения могут быть сохранены в форматах JPG или BMP.

Программа позволяет просмотреть промежуточные результаты расчета, включая матрицы жесткости элементов в локальной и глобальной системах координат, матрицы преобразования координат, вектора узловых нагрузок в местных и общей системах координат, матрицу жесткости системы (рис. 7), коэффициенты разрешающих уравнений, перемещения узловых и промежуточных точек (сечений).

[K]	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3000.00				3000.00		-3000.00			
2		1500.00		-1500.00				-1500.00		-1500.00
3			10000.00						-10000.00	
4				2000.00				1500.00		1000.00
5	3000.00				4000.00		-3000.00			
6						2700.00				
7	-3000.00						-3000.00	13000.00		
8								3000.00		1500.00
9									13000.00	
10										4700.00
11	3000.00				2000.00			1500.00		-3000.00
12							-2700.00		1500.00	
13									-10000.00	
14										-1500.00

Рис. 7. Окно «Матрицы решения»

Добавить	Наименование	E, кН/м <sup>2</sup>	G, кН/м <sup>2</sup>	Jy, м <sup>4</sup>	Jz, м <sup>4</sup>	A, м <sup>2</sup>	Jкр, м <sup>4</sup>
	Исходный	20000000	54000000	0.0001	5E-5	0.001	0.0001
Изменить	Колонны	20000000	54000000	0.0001	5E-5	0.001	0.0001
Удалить	Ригеля	20000000	54000000	0.005	0.00002	0.03	0.0002

Рис. 8. Окно «Типы жесткостей»

**Добавление типа жесткостей**

Наименование:

E, кН/м<sup>2</sup>:

G, кН/м<sup>2</sup>:

Jy, м<sup>4</sup>:

Jz, м<sup>4</sup>:

A, м<sup>2</sup>:

Jкр, м<sup>4</sup>:

Копировать из...

Рис. 9. Окно добавления или редактирования типов жесткостей

Стержни	N нач	N кон	Qy нач	Qy кон	Qz нач	Qz кон	Mкр нач	Mкр кон	Mу нач	Mу кон	Mz нач	Mz кон
s1			-0.02	0.02	-0.06	0.06	0.02	-0.02	0.10	0.16	-0.05	-0.05
s2	5.24	-5.24	0.05	-0.05	-0.24	0.24	-0.03	0.03	0.21	0.47	0.08	0.07
s3	0.11	-0.11	0.02	-0.02	0.08	-0.08	0.16	-0.16	-0.25	-0.19	0.04	0.08
s4			-0.02	0.02	-0.06	0.06	0.02	-0.02	0.10	0.16	-0.05	-0.05
s5	5.24	-5.24	0.05	-0.05	-0.24	0.24	-0.03	0.03	0.21	0.47	0.08	0.07
s6	0.11	-0.11	0.02	-0.02	0.08	-0.08	0.16	-0.16	-0.25	-0.19	0.04	0.08
s7			-0.02	0.02	-0.06	0.06	0.02	-0.02	0.10	0.16	-0.05	-0.05
s8	5.24	-5.24	0.05	-0.05	-0.24	0.24	-0.03	0.03	0.21	0.47	0.08	0.07
s9	0.11	-0.11	0.02	-0.02	0.08	-0.08	0.16	-0.16	-0.25	-0.19	0.04	0.08
s10			-0.02	0.02	-0.06	0.06	0.02	-0.02	0.10	0.16	-0.05	-0.05
s11	5.24	-5.24	0.05	-0.05	-0.24	0.24	-0.03	0.03	0.21	0.47	0.08	0.07
s12	0.11	-0.11	0.02	-0.02	0.08	-0.08	0.16	-0.16	-0.25	-0.19	0.04	0.08
s13			-0.02	0.02	-0.06	0.06	0.02	-0.02	0.10	0.16	-0.05	-0.05
s14	5.24	-5.24	0.05	-0.05	-0.24	0.24	-0.03	0.03	0.21	0.47	0.08	0.07

Рис. 10. Окно «Усилия в стержнях»

Задание жесткостных характеристик для стержней производится на панели «Стержни» (рис. 2) в окошке «Типы жесткостей» или в окне «Типы жесткостей» (рис. 8), вызываемом на панели инструментов, в котором представлены все параметры заданных типов жесткостей, и можно задать новый тип жесткости, изменить или удалить существующий тип (рис. 9). Использование типов жесткостей удобно с той точки зрения, что при необходимости изменить какие-то характеристики для ряда стержней, их нужно будет поменять только один раз для конкретного типа жесткости, а не для каждого стержня в отдельности. При добавлении и редактировании типов жесткостей имеется возможность копирования параметров из уже имеющихся типов. Для этого служит переключатель «Копировать из...» и раскрывающийся рядом список.

Тестирование программы, выполненное на примерах, просчитанных вручную и взятых из литературы [1, 6, 7], подтвердило достоверность результатов расчета. Результаты расчетов соответствующих систем, выполненных по рассматриваемой программе и по программе «Lira» также совпадают.

Файл исходных данных имеет известную структуру, что позволяет создавать генераторы систем – программы автоматического формирования исходных данных для сооружений. Разработана программа перевода исходных данных из рассматриваемой программы в программу «Orion» [5] и наоборот.

**Заключение.** Рассматриваемая компьютерная программа статического линейного расчета пространственных стержневых систем на действие внешних нагрузок, разработанная авторами на базе метода конечных элементов, позволяющая учитывать упруго-податливое присоединение конечных элементов к узлам и действие

трапецидально распределенных нагрузок, может использоваться в расчетно-проектной практике и в учебном процессе.

#### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- Игнатюк, В.И. Метод конечных элементов в расчетах стержневых систем: учебное пособие / В.И. Игнатюк. – Брест, 2007. – 172 с.
- Игнатюк, В.И. Об учете упругой податливости узловых соединений в расчетах методом конечных элементов пространственных стержневых систем / В.И. Игнатюк, А.Ю. Игнатов // Вестник БрГТУ. – 2004. – № 1(25): Строительство и архитектура. – С. 118–122.
- Игнатюк, В.И. Моделирование вращения аксонометрического изображения пространственной стержневой системы на экране монитора / В.И. Игнатюк, А.Ю. Игнатов // Вестник БрГТУ. – 2006. – № 5: Физика, математика, информатика. – С. 67–70.
- Игнатюк, В.И. Деформирование пространственного стержневого конечного элемента, упруго-податливо присоединенного к узлам / В.И. Игнатюк, А.Ю. Игнатов // Вестник Брестского государственного технического университета. – 2008. – № 1: Строительство и архитектура.
- Игнатюк, В.И. Расчет на ПЭВМ пространственных стержневых систем на базе МКЭ (Программа ORION) / В.И. Игнатюк, Н.С. Бондарук // Актуальные проблемы расчета зданий, конструкций и их частей: теория и практика: матер. межд. научно-техн. конф., Минск, 21–22 марта 2002 г. – Мн.: УП «Технопринт», 2002. – С. 81–87.
- Борисевич, А.А. Общие уравнения строительной механики и оптимальное проектирование конструкций / А.А. Борисевич. – Мн.: Дизайн ПРО, 1998. – 144с.
- Трущев, А.Г. Пространственные металлические конструкции: учебное пособие / А.Г. Трущев. – М.: Стройиздат, 1983.

Материал поступил в редакцию 10.02.08

Строительство и архитектура

**IGNATIUK V.I., IGNATOV A J. The automated system of statistical calculation of the solid core systems based on the method of finite elements**

The computer program of static linear calculation of the solid core systems on the action of external loadings, including trapeze distributed loadings, is considered. The calculation is carried out by the method of finite elements in view of elastic connection of finite elements to nodes.