

## РАСЧЕТ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ ПРИ КУРСОВОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ ДЕТАЛЕЙ МАШИН

**Введение.** Зубчатая передача представляет собой механизм, который с помощью зубчатого зацепления передает или преобразует движение между валами с параллельными, пересекающимися или перекрещивающимися осями с изменением угловых скоростей и моментов. Зубчатые передачи выполняют в виде двух зубчатых колес или зубчатого колеса и рейки. Ряд авторов к зубчатым передачам относят и червячную передачу, состоящую из червяка и червячного колеса.

Передачи между валами с параллельными осями называют цилиндрическими и выполняют в виде двух цилиндрических зубчатых колес с прямыми, косыми и шевронными зубьями. Передачи между валами с пересекающимися осями осуществляются коническими зубчатыми колесами с прямыми и круговыми зубьями, между валами с перекрещивающимися осями – цилиндрическими винтовыми зубчатыми колесами или червячной парой. При этом оси валов могут быть неподвижными в пространстве (рядовые передачи) или подвижными (планетарные передачи). Однако независимо от вида передачи основными критериями ее работоспособности и расчета является контактная прочность активных (рабочих) поверхностей зубьев и прочность их при изгибе. Расчет на прочность по данным критериям стандартизован только для прямозубых и косозубых цилиндрических зубчатых передач внешнего зацепления. Стандарты на прочностной расчет остальных видов передач отсутствуют, поэтому в технической литературе используются различные формулы для их расчета. Так как в курсе «Детали машин» изучают основы такого расчета, то здесь возможны некоторые упрощения, мало влияющие на результаты расчетов. При этом должны соблюдаться правила независимости расчетных формул от системы единиц физических величин.

Ниже предлагаются формулы, в которых эти правила соблюдаются.

**Цилиндрические зубчатые передачи.** В приложении к ГОСТ 21354-87 ориентировочное значение межосевого расстояния  $a_w$  (мм) для стальных зубчатых колес рекомендуется определять по формуле

$$a_w = K_a (u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{T_2 K_{H\beta}}{\psi_{ba} u^2 [\sigma_H]^2}}, \quad (1)$$

где  $K_a$  – вспомогательный коэффициент; для прямозубых передач  $K_a = 495$ , для косозубых и шевронных передач  $K_a = 430$ ;  $u$  – передаточное число;  $T_2$  – вращающий момент на колесе зубчатой пары, Н·м;  $K_{H\beta}$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий;  $\psi_{ba} = b_w / a_w$  – коэффициент рабочей ширины венца зубчатой передачи относительно межосевого расстояния;  $[\sigma_H]$  – допускаемые контактные напряжения, не вызывающие опасной контактной усталости материала, МПа.

В формуле (1) знак плюс относится к внешнему зацеплению, знак минус – к внутреннему.

Учитывая, что в формуле (1) разные единицы одинаковых физических величин ( $T_2$  – в Н·м;  $a_w$  – в мм,  $[\sigma_H]$  – в МПа), известный ученый и педагог профессор М.Н. Иванов [1] считает нецелесообразным ее применение в учебном процессе.

При проектном расчете цилиндрических зубчатых передач межосевое расстояние  $a_w$  (мм) рекомендуется определять по формуле:

$$a_w = Ka (u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{E_{ГП} T_2 K_{H\beta} K_A}{\psi_{ba} u^2 [\sigma_H]^2}}, \quad (2)$$

где  $Ka = 0,85$  – для прямозубых передач;  $K_A = 0,75$  – для косозубых и шевронных передач;  $E_{ГП} = 2E_1 E_2 / (E_1 + E_2)$  – приведенный модуль упругости материала шестерни 1 и колеса 2; для стальных зубчатых колес  $E_{ГП} = 2,1 \cdot 10^5$  МПа;  $Ka$  – коэффициент внешней динамической нагрузки.

В формуле (2)  $T_2$  – в Н·мм.

Проверочный расчет цилиндрических зубчатых передач на сопротивление контактной усталости рекомендуется проводить по условиям: прямозубые передачи

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{E_{ГП} F_t K_{H\beta} K_{HV} K_A}{b_w d_{w1}} \cdot \frac{u \pm 1}{u}} \leq [\sigma_H]; \quad (3)$$

косозубые и шевронные передачи

$$\sigma_H = Z_{H\beta} \sqrt{\frac{E_{ГП} F_t K_{H\beta} K_{HV} K_A}{b_w d_{w1}} \cdot \frac{u \pm 1}{u}} \leq [\sigma_H]. \quad (4)$$

В формулах (3) и (4):

$\sigma_H$  – расчетные контактные напряжения в полюсе зацепления, МПа;  $F_t$  – окружная сила в зацеплении, Н;  $K_{HV}$  – коэффициент, учитывающий внутреннюю динамическую нагрузку передачи;  $b_w$  – рабочая ширина венца передачи, мм;  $d_{w1}$  – начальный диаметр шестерни;  $Z_{H\beta} = \cos \beta \sqrt{K_{H\alpha} / \varepsilon_\alpha}$  – коэффициент уменьшения контактных напряжений в косозубой и шевронной передаче в сравнении с прямозубой;  $\beta$  – угол наклона зуба на делительном цилиндре, град;  $K_{H\alpha}$  – коэффициент неравномерности нагрузки одновременно зацепляющихся пар зубьев;  $\varepsilon_\alpha$  – коэффициент торцового перекрытия.

Проверочный расчет цилиндрических зубчатых передач на сопротивление усталости зубьев при изгибе рекомендуется проводить по условиям:

прямозубые передачи

$$\sigma_F = \frac{F_t K_{F\beta} K_{FV} K_A}{bm} Y_{FS} \leq [\sigma_F]; \quad (5)$$

косозубые и шевронные передачи

$$\sigma_F = \frac{F_t K_{F\beta} K_{FV} K_A}{bm_n} Y_{FS} Y_{F\beta} \leq [\sigma_F]. \quad (6)$$

В формулах (5) и (6):

$\sigma_F$  – расчетные напряжения при изгибе в опасном сечении зуба зубчатого колеса, МПа;  $b$  – ширина венца, мм;  $m(m_m)$  – нормальный модуль зацепления, мм;  $Y_{FS} = f(Z$  или  $Z_v)$  – коэффициент формы зуба и концентрации напряжений;  $Z$  – число зубьев прямозубого зубчатого колеса;  $Z_v$  – число зубьев эквивалентного прямозубого зубчатого колеса для косозубых и шевронных зубчатых колес;  $Y_{F\beta}$  – коэффициент уменьшения напряжений изгиба в косозубых и шевронных передачах.

**Санюкевич Федор Михайлович**, к.т.н., доцент кафедры технической эксплуатации автомобилей Брестского государственного технического университета.

**Монтик Сергей Владимирович**, к.т.н., доцент, зав. кафедрой технической эксплуатации автомобилей Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

зубой и шевронной передаче в сравнении с прямозубой.

**Конические зубчатые передачи.** При проектном расчете конической зубчатой передачи рекомендуется предварительно определять внешний делительный диаметр колеса  $d_{e2}$  (мм) зубчатой пары:

$$d_{e2} = 2,9 \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{\text{ПП}} T_2 K_{\text{H}\beta} K_A u}{\vartheta_H [\sigma_H]^2}}, \quad (7)$$

где  $\vartheta_H$  – коэффициент, учитывающий влияние вида зубьев конической передачи при расчете ее на контактную усталость [2].

После определения модуля зацепления и округления его до стандартного значения (внешнего окружного  $m_{\text{те}}$  для передачи с прямыми зубьями и среднего нормального  $m_{\text{nm}}$  для передачи с круговыми зубьями) уточняется внешний делительный диаметр колеса  $d_{e2}$ .

Расчетные контактные напряжения  $\sigma_F$  (МПа) для конической зубчатой передачи рекомендуется определять по формуле:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{E_{\text{ПП}} F_t K_{\text{H}\beta} K_{\text{H}\alpha} K_A \cdot \sqrt{u^2 + 1}}{\vartheta_H b d_{m1} u}}, \quad (8)$$

где  $d_{m1}$  – средний делительный диаметр шестерни, мм.

Сопrotивление контактной усталости активных поверхностей зубьев обеспечивается при выполнении условия:  $\sigma_H \leq [\sigma_H]$ .

Расчетные напряжения изгиба  $\sigma_H$  (МПа), в опасном сечении зуба конического зубчатого колеса:

$$\sigma_F = \frac{F_t K_{\text{F}\beta} K_{\text{F}\alpha} K_A}{\vartheta_F b m_{\text{nm}}} Y_{\text{FS}}. \quad (9)$$

**Планетарные зубчатые передачи.** В качестве объектов курсового проектирования по деталям машин наибольшее распространение получили одноступенчатые планетарные редукторы и мотор-редукторы с одновенцовыми сателлитами, выполненные по схеме  $2K-H$  [3]. Они имеют технологичную конструкцию, отличающуюся высоким КПД (0,96...0,98). Данная планетарная передача выполняется в основном прямозубой и имеет два вида зацеплений: внешнее – центральное зубчатое колесо 1 с наружными зубьями и сателлит 2, а также внутреннее – сателлит 2 и центральное зубчатое колесо 3 с внутренними зубьями.

В отличие от зубчатых передач с неподвижными в пространстве осями валов, проектирование планетарных зубчатых передач начинают с определения числа зубьев зубчатых колес, проверяя условия симметричного расположения сателлитов, сборки и соседства. При этом число зубьев сателлита вычисляют из условия соосности, в соответствии с которым межосевые расстояния  $a_w$  зубчатых пар с внешним и внутренним зацеплениями должны быть равны.

Расчет на прочность планетарных зубчатых передач проводят для обращенного механизма (при остановленном водиле) с использованием зависимостей для обычных цилиндрических прямозубых зубчатых передач. Так как внутреннее зацепление 2-3 по своим свойствам прочнее внешнего зацепления 1-2, то расчет основных параметров передачи начинают с определения межосевого расстояния  $a_{w12}$  внешнего зацепления 1-2, используя формулу (2). При этом рассматривается один поток передачи механической энергии: центральное зубчатое колесо 1 с наружными зубьями – сателлит 2 (число потоков равно числу сателлитов  $n_w$ ). Для удобства расчетов в формуле (2) следует вращающий момент  $T_2$  на колесе пары обозначить  $T_K$ . Колесом зубчатой пары в потоке передачи механической энергии 1-2 может быть сателлит 2 (при передаточном отношении  $i_{1H}^{(3)} > 4$ ) или центральное зубчатое колесо 1 (при  $i_{1H}^{(3)} < 4$ ). В первом случае число зубьев  $Z_2 > Z_1$ , во втором случае  $Z_2 < Z_1$ . При  $i_{1H}^{(3)} = 4$   $Z_2 = Z_1$ . Тогда вращающий момент  $T_K$  при опреде-

лении  $a_{w12}$  по формуле (2) рекомендуется принимать (без учета потерь на трение, что идет в запас прочности):

- при  $i_{1H}^{(3)} > 4$   $T_K = \frac{T_1 K_w}{n_w} \cdot \frac{Z_2}{Z_1}$ ;  $u = u_{12} = \frac{Z_2}{Z_1}$ ;
- при  $i_{1H}^{(3)} < 4$   $T_K = \frac{T_1 K_w}{n_w}$ ;  $u = u_{12} = \frac{Z_1}{Z_2}$ ,

где  $K_w$  – коэффициент неравномерности распределения нагрузки между сателлитами ( $K_w = 1,1...1,2$  – при наличии механизма выравнивания нагрузки, например, плавающее центральное зубчатое колесо 1;  $K_w = 1,5...2$  – при отсутствии механизма выравнивания).

Расчитанная величина  $a_{w12}$  позволяет предварительно определить делительный диаметр  $d_1$  и модуль  $m$ :

$$d_1 = d_{w1} = \frac{2a_{w12}}{u_{12} + 1}; \quad m = d_1 / Z_1.$$

Приняв стандартное значение  $m$  окончательно уточняют  $a_{w12}$ .

До стандартного значения  $a_{w12}$  обычно не округляют и называют его радиусом расположения осей сателлитов. После этого определяют геометрические размеры зубчатых колес 1, 2, 3 планетарной передачи при известных модуле  $m$  и числах зубьев  $Z_1$ ,  $Z_2$  и  $Z_3$ . Расчет на прочность внешнего зацепления 1-2 заканчивается проверкой его на сопротивление усталости зубьев при изгибе (подробнее см. [3]).

Далее приступают к определению допускаемых контактных напряжений  $[\sigma_H]$  для внутреннего зацепления зубчатой пары 2-3 при заданном межосевом расстоянии  $a_{w23}$ :

$$a_{w23} = 0,85(u_{23} - 1) \sqrt[3]{\frac{E_{\text{ПП}} T_K K_{\text{H}\beta} K_A}{\Psi_{ba} u_{23}^2 [\sigma_H]^2}}, \quad (10)$$

где  $u_{23} = \frac{Z_3}{Z_2}$  при  $Z_3 > Z_2$ ;  $T_K = T_1 \frac{K_w}{n_w} \cdot \frac{Z_3}{Z_1}$ .

Приняв  $a_{w23} = a_{w12}$ , решаем формулу (10) относительно  $[\sigma_H]$  (МПа):

$$[\sigma_H] = 0,784 \sqrt[3]{(u_{23} - 1)^3 \frac{E_{\text{ПП}} T_K K_{\text{H}\beta} K_A}{\Psi_{ba} u_{23}^2 a_{w23}^3}}. \quad (11)$$

Тогда для центрального колеса 3 с внутренними зубьями принимаем  $[\sigma_H]_3 = [\sigma_H]$  и подбираем для него соответствующий вид термообработки и марку стали. Как правило, достаточно в данном случае принять термообработку «улучшение».

Расчетные контактные напряжения в полюсе зацепления зубчатой пары 2-3:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{E_{\text{ПП}} F_t K_{\text{H}\beta} K_{\text{H}\alpha} K_A}{b_{w23} d_{w2}} \cdot \frac{u_{23} - 1}{u_{23}}}. \quad (12)$$

Сопrotивление контактной усталости зубчатой пары 2-3 обеспечивается при выполнении условия  $[\sigma_H] \leq [\sigma_H]_3$ .

Допускаемые напряжения изгиба  $[\sigma_F]_3$  (МПа) для проверочного расчета внутренних зубьев центрального колеса 3 на сопротивление усталости при изгибе:

$$[\sigma_F]_3 = \frac{\sigma_{\text{Flim}3}}{S_{F3}} Y_{N3} Y_{A3}, \quad (13)$$

где  $\sigma_{\text{Flim}3}$  – предел выносливости зубьев по напряжениям изгиба, МПа;  $S_{F3}$  – коэффициент запаса;  $Y_{N3}$  – коэффициент долговечности;  $Y_{A3}$  – коэффициент, учитывающий двустороннее приложение

нагрузки к зубу колеса 3 (для реверсивной передачи при термообработке «улучшение»  $Y_{A3} = 0,65$ ).

Расчетные напряжения  $\sigma_{F3}$  при изгибе в опасном сечении зуба колеса 3:

$$\sigma_{F3} = \frac{F_t K_{FB} K_{FV} K_A}{b_3 m} Y_{FS3}. \quad (14)$$

Сопротивление усталости зубьев колеса 3 при изгибе обеспечивается при выполнении условия:  $\sigma_{F3} \leq [\sigma_F]_3$ .

**Заключение.** Предлагаемые расчетные зависимости для выполнения расчетов на прочность эвольвентных зубчатых передач удобны для применения в учебном процессе, так как включают все

основные факторы, влияющие на прочность зубчатых передач и, что самое важное, не зависят от системы единиц физических величин. Последнее достоинство является приоритетным в расчетной практике деталей машин.

#### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Иванов, М.Н. Детали машин: учеб. / М.Н. Иванов, В.А. Финегонов. – М.: Высш. шк., 2010. – 408 с.
2. Санюкевич, Ф.М. Детали машин: методическое пособие. – Брест: Из-во БрГТУ, 2008. – 120 с.
3. Санюкевич, Ф.М. Планетарные зубчатые передачи: методическое пособие. – Брест: Из-во БрГТУ, 2013. – 128 с.

Материал поступил в редакцию 06.01.15

#### SANYUKEVICH F.M., MONTIK S.V. Расчет эвольвентных зубчатых передач при курсовом проектировании деталей машин

Предлагаются расчетные зависимости для расчета на прочность цилиндрических, конических и планетарных эвольвентных зубчатых передач при курсовом проектировании деталей машин. Формулы удобны для применения в учебном процессе, так как в них, в отличие от существующих в технической литературе, соблюдаются правила независимости расчетных формул от системы единиц физических величин.

УДК 620.004.5

Драган А.В., Омесь Д.В.

## СПОСОБЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ВИБРОАКУСТИЧЕСКОГО СИГНАЛА ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДИАГНОСТИКИ ЗУБЧАТЫХ ПРИВОДОВ

**Введение.** Наиболее распространенными механизмами в машиностроении являются зубчатые передачи с эвольвентным зацеплением. В процессе эксплуатации непременно происходит появление дефектов зубчатых колес, чрезмерное развитие которых может привести к нарушению работы или поломке привода.

Работа зубчатой передачи сопровождается периодическими ударами при входе пары зубьев в зацепление, что приводит к возникновению виброакустических колебаний, амплитуда которых зависят от таких факторов, как тип зубьев, скорость работы, нагрузка, точность изготовления и сборки, условия эксплуатации, а также от наличия эксплуатационных дефектов и степени их развития. Если первые факторы можно учесть при проектировании, изготовлении, сборке и выборе режимов работы привода, то последний фактор можно выявить при контроле и диагностике в процессе эксплуатации.

Виброакустические колебания зубчатых передач отличаются высокими частотами, малыми амплитудами смещения и значительными ускорениями. Виброакустический сигнал имеет сложную структуру, содержит полезную составляющую и помеху, которая препятствует точной расшифровке информации, содержащейся в сигнале. Кроме того, возникают искажения при прохождении диагностического сигнала по каналам от источника к датчику. Так, исходными сигналами являются совокупность коротких импульсов, вырабатываемых в зубчатой паре при контакте зубьев и соударении, между тем, датчик воспринимает не эти сигналы, а зафиксированные в контрольной точке колебания, затухающие собственные колебания возбужденных элементов привода и демпфированные вынужденные колебания от периодических воздействий. Поэтому при разработке системы диагностики стоит выбирать такой способ обработки сигнала, при котором в наибольшей степени сохраняется информативная составляющая сигнала и минимизируется влияние помех [1].

### 2. Способы анализа виброакустического сигнала для диагностических целей

2.1 *Спектральный анализ* – один из наиболее распространенных классических методов обработки виброакустических сигналов,

который позволяет охарактеризовать частотный состав измеряемого сигнала. В основе спектрального анализа сигналов лежат преобразования Фурье, которые используют в качестве базисных функций синусы и косинусы, представленные комплексной экспонентой.

Спектральное представление виброакустического сигнала позволяет в ряде случаев произвести идентификацию источников колебаний, что дает нужную информацию для диагностики механизмов.

Анализ боковых полос [1, 6] на спектральных характеристиках, является одним из наиболее широко известных и практикуемых методов для диагностики. Критериями диагностики выступают обусловленные дефектами передач частотные модуляционные эффекты слева и справа от гармоники зубочной частоты и более высокие гармоники. С ухудшением состояния наблюдается повышение их амплитуд, что лежит в основе формирования обоснованных диагностических признаков. Эффективность данного критерия напрямую связана с частотным разрешением спектра и динамическим диапазоном измерительных средств.

Исходя из требований анализа сложных нестационарных сигналов, можно отметить определённые «недостатки» Фурье-преобразования, которые привели к появлению вначале оконного преобразования Фурье и стимулировали в дальнейшем появление и развитие вейвлет-преобразования [1]:

- недостаточная информативность при анализе нестационарных сигналов и практически полное отсутствие возможностей анализа их особенностей, так как в частотной области происходит «размазывание» особенностей сигналов (разрывов, ступенек, пиков и т.п.) по всему частотному диапазону спектра;
- преобразование Фурье отображает общие сведения о частотах исследуемого сигнала в целом и не дает представления о локальных свойствах сигнала при быстрых временных изменениях его спектрального состава; классический алгоритм преобразования Фурье в принципе не предоставляет возможности анализировать частотные характеристики сигнала в произвольные моменты времени;

Драган Александр Вячеславович, к.т.н., доцент, декан машиностроительного факультета Брестского государственного технического университета.

Омесь Дмитрий Владимирович, м.т.н., старший преподаватель кафедры начертательной геометрии и инженерной графики, аспирант кафедры технологии машиностроения Брестского государственного технического университета. Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.