

Таблица 1. Результаты испытаний

Позиции рисунка 1а	Тип гвоздя	Количество образцов	Влажность, %	Диаметр, мм	Длина гвоздя, мм	Глубина забивания, мм	Усилие выдергивания, Н		Удельное сопротивление выдергиванию, Н/мм	
							Направление			
							Радиальное	Тангенциальное	Радиальное	Тангенциальное
1	ершенные (кольцевые) №7811-7120	10	10,9	3,5	90,0	30,0	2018	1700	67,3	56,7
2		10	11,7	3,5	75,0	30,0	2084	1766	69,5	58,9
3		10	11,2	3,0	50,0	30,0	1422	1200	47,4	40
4	винтовые №7811-7070 и винтовые машинные №7811-7115	10	11,0	3,5	85,0	30,0	1284	1132	42,8	37,7
5		10	12,4	3,5	75,0	30,0	1242	1152	41,4	38,4
6		10	12,0	3,5	70,0	30,0	1602	1482	53,1	49,4
7	круглые проволочные неоцинкованные по ГОСТ 4028-63	10	12,0	3,5	90,0	30,0	1102	1040	36,7	34,7
8		10	12,0	2,5	50,0	30,0	738	644	24,6	21,5
9*	круглые проволочные	-	-	2,5	50,8	31,7	-	585	-	18,5

Примечание: \* - справочные данные [5].

УДК 539.4.015

Холодарь Б.Г.

## К РАСЧЕТУ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ПОЛОСЫ ИЗ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА ПРИ ЧИСТОМ ИЗГИБЕ

**Введение.** Вопрос об определении времени до разрушения принимает все более важное значение при разработке конструкций различного назначения. Подходы к его определению базируются как на методах механики разрушения, так и на представлениях о кинетической природе прочности твердых тел. В первом подходе процесс разрушения рассматривается как наступление некоторого критического состояния материала (достижение напряжениями предела прочности, предела текучести, критического значения коэффициента интенсивности напряжений и т.п.), которое в общем случае может зависеть от длительности нагружения, поскольку при этом либо учитывается зависимость механических свойств материала от времени либо имеет место переменное нагружение. Во втором подходе разрушение рассматривается как некоторый развивающийся во времени процесс нарастания поврежденности (дефектности структуры) материала, связанный прежде всего с сопровождающим хаотическое тепловое движение решетки появлением всплесков энергии на межатомных связях. Приложенная к телу внешняя нагрузка, вызывая соответствующее деформирование связей, снижает тем самым уровень энергии активации процессов структурных превращений, что резко увеличивает их скорость и придает им одностороннюю направленность.

При применении кинетического подхода основываются непосредственно на экспериментальной зависимости долговечности от напряжений (в частности, экспоненциальной – уравнение Журкова), применяя дополнительно при переменных нагрузках критерий суммирования повреждений, либо используют соответствующие дифференциальные уравнения, связывающие скорость развития поврежденности с нагрузкой. Ниже именно с этих позиций рассматривается вопрос об определении долговечности полосы из идеально-пластического материала при чистом изгибе.

**Используемая модель и результаты ее применения.** В [1] с помощью кинетического уравнения развития поврежденности рас-

смотрена модель прорастания трещины через поперечное сечение полосы, имеющей первоначально прямой надраз, при действии растягивающей или изгибающей нагрузки.

Модель исходит из того, что при нагрузке любой величины возле вершины трещины имеет место концевая зона, в которой напряжения достигают некоторого предельного значения  $\sigma_S$  (например, предела текучести или прочности материала). Ширина зоны  $r_S$  зависит от уровня нагрузки и глубины прорастания трещины. Спад напряжений за концевой зоной учтен упругим решением, как это принято в нелинейной механике разрушения. Достоинством модели является возможность численного анализа ситуаций, при которых перед вершиной продвигающейся трещины может возникнуть достаточно локализованная зона предразрушения, что проявляется в ступенчатой форме эпюры поврежденности на линии продолжения трещины. Наличие зоны предразрушения отмечается в экспериментах с материалами разной природы.

Фактически в модели предполагается, что разрушение материала всегда идет с одинаковым напряжением  $\sigma_S$ , и от уровня нагрузки зависят только ширина концевой зоны  $r_S$  и поврежденность  $\omega$  на продолжении трещины, которые изменяются во времени. Расчеты позволяют определить, во сколько раз долговечность всего сечения оказывается выше долговечности начальной концевой зоны  $r_S(t=0)$  при заданном уровне  $\sigma_S$ . Так как долговечность экспоненциально уменьшается с ростом напряжений, то при таком подходе расчетное время жизни сечения для нагрузок небольших уровней, естественно, занижается, поскольку фаза зарождения исходного поверхностного дефекта не рассматривается.

Если не учитывать исходную шероховатость образца, то до возникновения трещины концентрация напряжений будет отсутство-

вать, а распределение упругих напряжений по сечению описывается линейной зависимостью  $\sigma = M/J \cdot y$ , где  $M$  – изгибающий момент,  $J$  – момент инерции сечения,  $y$  – координата точки по высоте сечения, отсчитываемая от нейтрального слоя. Такое распределение имеет место до момента времени, когда поврежденность в поверхностном слое материала достигает значения  $\omega = 1.0$ , что эквивалентно зарождению поверхностной трещины и возникновению концентрации напряжений возле ее вершины. Можно рассмотреть несколько альтернативных подходов, которые позволяют описать ситуацию возле вершины имеющейся трещины при умеренных исходных нагрузках. Сложность, однако, заключается в том, что для очень малых трещин длина концевой зоны также очень мала, и для получения точного решения требуется введение большого числа разбиений высоты сечения на параллельные слои, что, соответственно, приводит к большому времени вычислений. Поэтому представляет интерес использование наиболее простой упруго-пластической модели, в которой концентрация напряжений не учитывается, а максимальные растягивающие напряжения в вершине трещины при ее продвижении постепенно возрастают от исходных до уровня предельных, после чего некоторая часть растянутой зоны сечения становится занятой этими напряжениями. За границей этого участка эпюра напряжений меняется по линейному закону.

После появления пластической зоны в вершине трещины в рассматриваемом подходе имеют место два конкурирующих обстоятельства: с одной стороны, можно ожидать, что остающееся время жизни сечения будет минимальным, так как поврежденность материала за концевой зоной будет образовываться более высокими напряжениями, чем в модели [1], а с другой – длина концевой зоны и прилегающей к вершине трещины зоны интенсивно поврежденного материала будут более короткими, что удлинит время прохождения трещиной еще неразрушенного участка сечения. Поэтому в общем случае нельзя сказать, что для любых уровней нагружения данная модель сравнительно с [1] приведет к однозначному ответу на вопрос о соотношении времен прохождения трещины по сечению, если эти времена определены с использованием двух этих моделей. Однако для невысокого уровня нагрузок можно ожидать, что в рассматриваемом подходе различие между временем жизни сечения и временем зарождения трещины на поверхности будет максимальным. Иначе можно сказать, что максимальным будет и различие долговечностей растянутого и изогнутого идеально-гладких образцов с первоначально равными уровнями поверхностных напряжений. Сравнивая найденную в расчетах разницу в долговечностях изогнутого и растянутого образцов с имеющимися экспериментальными данными, можно оценить допустимость такого подхода.

Кроме принятого кусочно-линейного закона распределения напряжений, модель сохраняет в себе те же ограничения, что и модель [1]. Ограничения касаются завершающей “звуковой” стадии роста трещины и связаны с тем обстоятельством, что по достижении трещиной некоторой длины условия равновесия становятся невыполнимыми – остающаяся еще неразрушенной часть сечения не может воспринять заданный изгибающий момент, так как напряжения в материале ограничены принятым предельным значением  $\sigma_S$ . Начиная с этого времени, в энергетическом балансе необходим учет кинетической энергии материала образца, однако мы считаем, что разрушение материала на траектории трещины продолжает идти с теми же напряжениями  $\sigma_S$ . Волновой характер процессов на этой стадии и возможность соответствующего перераспределения напряжений здесь явным образом не учитываются. В данных расчетах не учитывается также предельный уровень энергии активации, поскольку, как видно из полученных в [1] решений, его роль в процессах, близких к статическим, оказывается несущественной. Не выделяется также обособленно роль девиаторной компоненты напряженного состояния в снижении энергии активации процесса разрушения материала, что в данном случае эквивалентно утверждению о ненарастании поврежденности в сжатой зоне сечения.

Для описания процесса роста поврежденности в материале используется кинетическое уравнение вида

$$\frac{d\omega}{dt} = v(1-\omega) \cdot \exp\left(\frac{\alpha\sigma}{1-\omega}\right), \quad (1)$$

где  $\alpha$  и  $v$  – структурные параметры материала (константы при заданной температуре),  $\sigma$  – уровень напряжений, нормальных к плоскости трещины,  $\exp(\varphi)$  – экспоненциальная функция. При гомогенном разрушении долговечность при растягивающем напряжении  $\sigma$  определяется выражением

$$\tau_p = Ei\left(-\frac{\alpha\sigma}{1-\omega_0}\right), \quad (2)$$

где  $\tau = v \cdot t$  – безразмерное время,  $Ei(\varphi)$  – интегральная показательная функция,  $\omega_0$  – начальная поврежденность материала (в момент времени  $t = 0$ ). Величину  $\tau_p$  можно трактовать как долговечность материала в точке, где имеет место действие одноосных растягивающих напряжений, или как долговечность идеально-гладкого растянутого образца.

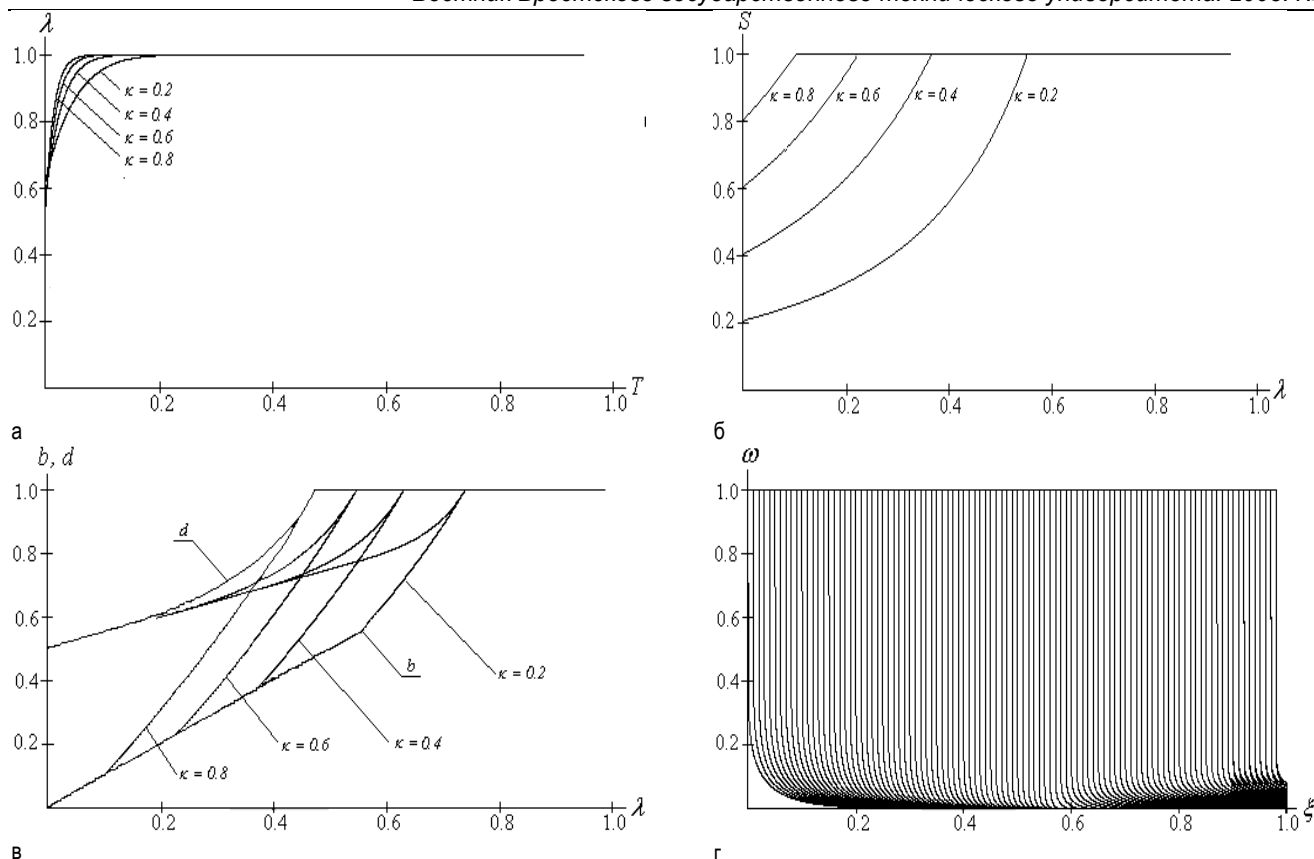
Процедура вычисления долговечности изогнутого бруса соответствует использованной в [1]. На первом шаге решения определяется время разрушения  $\tau_0$  поверхностного слоя по формуле (2) и приобретенная поврежденность материала на продолжении трещины на данный момент времени  $\omega(y, \tau_0)$ . На каждом последующем шаге определяется время до разрушения слоя, примыкающего к вершине трещины, на этот же момент времени вычисляются значения поврежденностей в последующих слоях, с учетом найденных новых уровней поврежденности определяются ширина зоны предельных напряжений (при ее наличии) и новые уровни напряжений в слоях. При этом, хотя макронапряжения  $\sigma(y)$  в слоях вычисляются с использованием кусочно-линейной упруго-пластической схемы, фактические напряжения в слоях составляют  $\frac{\sigma(y)}{1-\omega(y)}$ , так как поврежденность каждого

слоя можно интерпретировать как относительную долю разрушившейся части площади поперечного сечения слоя.

Результат применения такой модели к задаче о прорастании трещины по сечению начально-неповрежденного образца без исходной трещины приведены ниже. Принятое при вычислениях число слоев разбиения исходного сечения составляет 10000.

Расчеты проведены для значения  $\alpha\sigma_S = 40$  при начальных напряжениях в поверхностном слое, составляющих  $\sigma = k\sigma_S$  при  $k = 0.2, 0.4, 0.6$  и  $0.8$ . Для этих значений получено, что время до разрушения всего сечения при чистом изгибе выше долговечности поверхностного слоя соответственно в 1.61, 1.75, 1.83 и 1.86 раз. В логарифмическом масштабе это означает возрастание долговечности на 0.2–0.3 порядка, что всегда укладывается в полосу разброса экспериментальных данных. Учет концентрации напряжений перед вершиной продвигающейся трещины по [1] только уменьшит расчетное время разрушения.

На рис.1 показаны некоторые расчетные параметры, характеризующие продвижение трещины. В подписях к рисунку использованы обозначения:  $\xi = x/L$  – безразмерная координата точек сечения с началом на поверхности ( $X=0$ ) растянутой зоны,  $L$  – общая высота сечения,  $\lambda = l/L$  – относительная длина трещины, вершина которой находится в точке с координатой  $x = l$ ,  $T = \tau/\tau_L$  – отношение текущего значения времени  $\tau$  к долговечности сечения при данной нагрузке  $\tau_L$ ,  $S = \sigma^{\max}/\sigma_S$  – максимальное относительное напряжение возле вершины трещины.



**Рис. 1.** Прорастание трещины через сечение полосы при чистом изгибе: а) зависимость длины трещины от времени  $\lambda(\tau)$ ; б) зависимость максимального напряжения от длины трещины  $\sigma^{\max}(\lambda)$ ; в) положение нейтрального слоя сечения  $d(\lambda)$  и крайней точки концевой зоны ( $b = \lambda + r_s$ ) при продвижении трещины; г) изменение поврежденности материала  $\omega(\lambda, \xi)$  на линии продолжения трещины для  $\kappa = 0.2$

Из графиков видно, что на момент выхода максимальных напряжений на предельный уровень  $\sigma_s$  длина трещины достигает значительных размеров, а время жизни сечения практически исчерпано, так что учет, начиная с этого момента времени, концентрации напряжений по модели [1] не может существенным образом сказаться на определении долговечности изгибаемого стержня при отсутствии первоначального надреза.

Принципиальное отличие построенных на рис. 1 графиков  $\omega(x, t)$  от аналогичных кривых в модели [1] заключается в полном отсутствии ступенчатого характера развития поврежденности перед вершиной растущей трещины. Как видно из графиков,  $\omega$  меняется очень плавно, так что эпюра поврежденности материала почти не изменяет свою длину и форму. Сравнивая результаты применения двух моделей можно сказать, что наличие зоны предразрушения связано с большой концентрацией напряжений перед трещиной.

Имеющиеся экспериментальные данные по долговечности древесины при сжатии вдоль волокон и при изгибе [2, 3], несмотря на их ограниченность и большой разброс, показывают определенное соответствие с результатами настоящего рассмотрения.

**Заключение.** Применительно к задаче о вычислении долговечности полосы (без наличия первоначального поверхностного дефекта) при чистом изгибе рассмотрено использование модели, в которой материал принимается упруго-пластическим без упрочнения, а наличие концентрации напряжений в вершине трещины на упругой стадии работы не учитывается. Модель дает верхнюю оценку расчетных значений долговечности, в то время как модель [1] – нижнюю оценку. Имеются экспериментальные данные, которые подтверждают возможность применения данной модели к реальным материалам.

**СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Холодарь Б.Г. Моделирование процесса продвижения трещины в полосе. Сборник статей Первой Международной конференции "Deformation & Fracture of Materials". – М., 2006. – С. 826-829.
2. Иванов Ю.М. О локальном накоплении повреждений в изгибаемых элементах деревянных конструкций. Известия вузов. Строительство, 1993. №3. – С. 11-14.
3. Квасников Е.Н. К вопросу о долговечности и надежности элементов деревянных конструкций. Межвузовский тематический сборник "Повышение надежности и долговечности строительных конструкций". – Ленинград: ЛИСИ, 1972. – С. 25-47.

Материал поступил в редакцию 02.01.08

**KHOLODAR B.G. Longevity of elastoplastic strip under pure bending**

Crack propagation in a strip under pure bending is considered via a differential equation. The material of the strip is elastoplastic without hardening. In order to obtain an upper boundary of the destruction time, the concentration of stresses near crack tip is not taken into account. This distinguishes the presented model from the one used in [1] for a strip with an initial cut.