Таблица 2. *Динамика производственных показателей деятельности ООО “ОБЛИК” за период 2002-2007гг. (в ценах 1991г.)*

№ п/п	Наименование		Годы					
			2002	**2003**	**2004**	**2005**	**2006**	**2007**
1	Объем СМР, выполненный по генподряду, тыс.руб.		6352	5611	4695	6525	8747	14196
2	Объем СМР, выполненный собственными силами, тыс. руб.		5756	5055	4308	6186	8332	13667
3	Объем СМР, выполненных внешними субподрядными организациями, тыс. руб.		597	556	387	339	416	529
4	Достигнутая выработка на одного работающего на СМР и в подсобном производстве, руб.		26283	22668	19405	25457	30859	24894
5	Численность работающих по основным категориям	Всего	287	301	302	332	362	549
		ИТР	58	62	66	73	75	84
		Раб.	219	223	222	243	270	445
		Служ.	10	16	14	16	17	20

Постановка задачи. Рассмотрены объекты строительства ООО «Облик» (г. Брест) за период 2005-2007г.г.

При проверке однородности строительно-монтажных работ (признак технологической специализации) в разрезе отдельных объектов строительства (6 объектов) использован метод ранговой корреляции.

Получение результатов. Производственная программа ООО «Облик» за период 2005-2007г.г. определялась выполнением СМР собственными силами на 6 объектов жилищно-гражданского назначения в г. Бресте.

По каждому объекту строительства были определены удельные веса (%) работ по основным технологическим профилям специализации в общей сметной стоимости СМР (табл. 1).

После этого было произведено ранжирование полученных удельных весов (технологическому комплексу СМР, имеющему максимальный удельный вес, присвоен ранг 1, а имеющему минимальный удельный вес - соответственно ранг 14).

За эталонный объект был принят 78-квартирный жилой дом, так как его строительство велось в течение 2005-2007г.г., что позволило определить разность рангов в разрезе установленных технологических комплексов СМР эталонного объекта и каждого из 5 оставшихся объектов.

Произведенные математические операции позволили определить коэффициенты ранговой корреляции Спирмена по формуле [1]:

$$\rho_B = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n^3 - n}, \qquad (1)$$

где ρ_B - коэффициент Спирмена (принимает значения от -1 до +1); d_i - разность рангов технологических комплексов СМР эталонного и рассматриваемого объекта; n - число технологических комплексов СМР (принято 14).

Полученные значения коэффициентов Спирмена (ρ_2=0,938; ρ_3=0,877; ρ_4=0,714; ρ_5=0,890; ρ_6=0,868) доказывают, что объекты строительства, определяющие производственную программу ООО «Облик», в последние годы по своей структуре однородны.

При рассмотрении динамики производственных показателей деятельности ООО «Облик» за период 2002-2007г.г. (табл. 2) можно отметить следующее.

Объем СМР, выполненный собственными силами, в 2007г. по сравнению с 2004г. увеличился на 217%, при этом численность работающих увеличилась на 81%, а выработка на одного работающего на СМР и в подсобном производстве соответственно увеличилась на 75%.

Следовательно, развитие строительного предприятия ООО «Облик» происходило преимущественно за счет экстенсивных факторов (численность работающих), что является негативным моментом его как производственно-хозяйственного, так и экономического развития по сравнению с 2006г. (при увеличении численности работающих на 20%, рост выработки составил 61%), когда рост объемов СМР составил 93%.

Заключение. В работе получены коэффициенты Спирмена, значения которых доказывают однородность строительных объектов, определяющих производственную программу ООО «Облик». Тем не менее при однородности структуры СМР в 2007г. Рост объемов выполнения работ собственными силами происходил преимущественно за счет экстенсивных факторов по сравнению с 2006г., когда преобладали интенсивные факторы.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Шмойловой, Р.А. Теория статистики/ проф. Шмойловой Р.А. - М.: "Финансы и статистика", 1996.

Материал поступил в редакцию 02.02.08

BOYARINTZEV G.A., KHALAVTCHUK V.S. The influence of structural changes in civil & erection work on production data of Private Limited Company “Oblik”

The obtained data of Spirman’s grade correction coefficient demonstrares the similarity of civil & erection work uhich Ltd “Oblik” has been fulfilling for the past years. This positive factor determines its industrial and economic activity.

УДК 624.046

Марковский Д.М.

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ПОДХОД К НАЗНАЧЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ НАГРУЗОК ПРИ ПЛАНИРОВАНИИ ИСПЫТАНИЙ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Введение. При испытании конструктивных элементов нагружением основным вопросом является назначение контрольных нагрузок. В соответствии с действующим стандартом ГОСТ 8829 [1] при испытаниях конструктивных элементов оцениваемая партия считается годной, если значение фактической разрушающей нагрузки Q в “n” испытаниях не менее контрольной $Q_c = C \cdot Q_d$ (см. раздел "Условные обозначения"). В работах [2], [3] дан подробный анализ существующего подхода, выявлены его основные недостатки, сформулированы предложения по его совершенствованию. В соответствии с приложением Б к ГОСТ 8829 [1] контрольную нагрузку

Марковский Дмитрий Михайлович*, аспирант кафедры технологии бетона и строительных материалов Брестского государственного технического университета.*
Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

назначают равной нагрузке, вызывающей в основных (расчетных) сечениях усилия, равные предельным усилиям или усилиям от расчетных нагрузок с коэффициентом C, величину которого назначают в зависимости от характера разрушения конструктивного элемента, его характеристики, вида арматуры и бетона.

Существует два условно разделенных теоретических подхода к назначению контрольных испытательных нагрузок. Первый подход основан на аналитическом решении задач выбора объема испытаний на основе положений теории надежности, когда функции распределения технических характеристик систем могут быть неизвестны. Второй подход – статистический – включает нахождение по опытным данным границ доверительных интервалов для показателей надежности элементов. Поскольку доверительные границы зависят от объемов испытаний, то при наличии сведений о функции распределения удается решить обратную задачу: задав доверительные границы, найти минимальное количество испытаний и соответствующие им контрольные коэффициенты. Выдержки статистического подхода были описаны ранее в работе [4]. Он включает в себя классическое решение математической статистики и Байесовский подход, особенно удобный при оценке малых выборок, а также при назначении дополнительных испытаний.

Следует отметить, что существующие методы назначения величин контрольных нагрузок не учитывают связей между значениями контрольных коэффициентов C, числом конструктивных элементов n, подвергаемых испытанию, риском производителя α при испытаниях и требуемой вероятностью безотказной работы P_{target} производимого элемента.

В данной статье описан вероятностный подход к назначению контрольного коэффициента C и, соответственно, контрольных нагрузок, приведены практические рекомендации по составлению испытательных планов, учитывающих все вышеперечисленные параметры. Рассмотрены непараметрический (когда закон распределения несущей способности изделия неизвестен) и параметрический (несущая способность изделия распределена нормально) случаи. Также выполнено сравнение контрольных коэффициентов, нормированных в ГОСТ 8829 [1], с коэффициентами, полученными на базе решений, представленных в данной статье.

1. Постановка задачи. Как следует из положений теории надежности строительных конструкций (см. проф. В.Д. Райзер [5]), мера безопасности строительных конструкций выражается в виде формальной вероятности безотказной работы (ВБР) $P(Q_d)$ для заданного значения расчетной нагрузки Q_d либо генерального индекса надежности β. Требуемая ВБР P_{target} связана с генеральным индексом надежности β следующим соотношением

$$\beta = \Phi^{-1}(P_{target}) = -\Phi^{-1}(1 - P_{target}). \qquad (1)$$

Общую меру безопасности β принято разделять на две составляющие: β_E и β_R, приписанные соответственно эффектам от внешних воздействий E_d и предельным усилиям (несущей способности) Q_d, которые могут быть выражены:

$\beta_E = \alpha_E \cdot \beta$ или $P(E > E_d) = \Phi(\alpha_E \cdot \beta)$;

$\beta_R = \alpha_R \cdot \beta$ или $P(Q > Q_d) = \Phi(\alpha_R \cdot \beta)$;

где α_E, α_R – коэффициенты чувствительности, принимаемые согласно [6, 7] равными в общем случае $\alpha_E = -0.7$ и $\alpha_R = 0.8$.

Условие пригодности контролируемой партии можно записать в виде:

$$P(Q_d) = P(\xi > Q_d) \geq P_{target}, \qquad (2)$$

Значение расчетной нагрузки Q_d и соответствующее значение P_{target} следует задавать в технической документации на конкретный тип конструкции. Требуется определить минимально необходимое количество испытаний, по результатам оценки которых можно будет сделать обоснованный вывод о пригодности или непригодности партии.

2. Непараметрический случай. В общем случае несущая способность конструкции ξ может иметь распределение, отличное от нормального. Поэтому необходимо иметь решение, подходящее для любых законов распределения вероятностей. В работах проф. Р.С. Судакова [8], А.Д. Соловьёва [9] было получено решение для непараметрического случая, т.е. не зависящее от закона распределения несущей способности или нагрузки. Данный метод основан на использовании биноминального закона распределения для наступления отказов при нагружении конструкций контрольной нагрузкой.

Как отмечается в [8, с.20], при непрерывном нагружении в интервале [0, Q_d] испытываемая конструкция находится в ситуации взаимодействия двух процессов, действующих в противоположных направлениях. Первый состоит в снижении резерва несущей способности. Данный процесс снижает исходный потенциал конструкции, а его результатом является старение системы. Второй процесс состоит в омоложении системы вследствие упрочнения материалов со временем, упрочнения с возрастанием уровня напряжений и т.д. Если на некотором интервале нагружения [Q, $Q + \Delta Q$] суммарный эффект от действия первого процесса преобладает, то система называется *стареющей*.

В случае проведения контрольных испытаний нагружением будем считать систему невосстанавливаемой (ξ_i = const), а нагрузку – равномерно возрастающей на всём интервале нагружения (рис. 1).

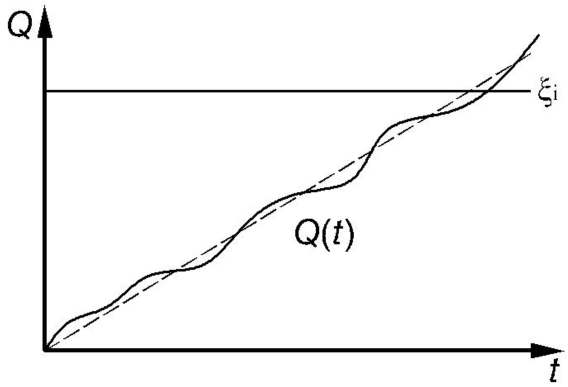

Рис. 1. *Процессы стареющей системы*

Задача испытаний нагружением состоит в проверке выполнения условия (2). Поскольку расчетная нагрузка Q_d назначается таким образом, что отказы при $Q < Q_d$ происходят крайне редко, то для повышения точности оценки вероятности $P(Q_d)$ можно её интерполировать, зная оценку вероятности $P(Q_c)$, получаемую по результатам испытаний на контрольную нагрузку Q_c, бо́льшую Q_d.

Предпосылка 1. Испытания производятся в *форсированном режиме*.

Действительно, согласно определению [8, с.13] рассматриваемая система допускает реализацию форсированного режима с коэффициентом утяжеления k (в нашем случае k = 1), при этом каждый элемент функционирует на интервале нагрузок [0, Q_d], а испытывается на интервале [0, Q_c], где $Q_c \geq Q_d$.

Предпосылка 2. Будем рассматривать несущую способность ξ, как процесс, постоянный во времени, т.е. не учитывающий снижение несущей способности (деградацию) и упрочнение материалов со временем, а нагрузку Q – в виде непрерывного возрастающего процесса. При этом распределение для ξ согласно определению [8, с.23] является *стареющим с возрастающей функцией интенсивности отказов*.

Показано в [8, 9], что для стареющего распределения несущей способности конструкций при условии возможности реализации форсированного режима испытаний справедливо неравенство

$$P(Q_d) \geq \left[P(Q_c)\right]^{\frac{Q_d}{Q_c}}, \qquad (3)$$

которое в дальнейшем может быть использовано для нахождения γ-нижней доверительной границы для $P(Q_d)$ по результатам испытаний на контрольную нагрузку Q_c.

Предпосылка 3. Реализуется биноминальная схема испытаний Бернулли.

Схема испытаний Я. Бернулли, относящаяся к общим моделям, созданным на основе классической теории вероятностей и математической статистики, состоит в следующем. Рассматривается последовательность n независимых испытаний, в каждом из которых возможны два исхода: A и $\bar{A}$ (например, успех и отказ). Вероятности исходов равны соответственно $P(A)$ и $P(\bar{A})$, причем $P(A) = 1 - P(\bar{A})$. В каждом испытании вероятности $P(A)$ постоянны. При этих предпосылках рассматривается случайная величина r – возможное число исходов вида $\bar{A}$ (отказов) в n испытаниях.

По общему определению схема испытаний Бернулли основана на выполнении следующих условий:

1. Рассматривается произвольная схема, испытываемая n раз (на n образцах или на одном). Причём значение n фиксируется заранее.
2. В каждом i-испытании возможны исходы A_i и $\bar{A}_i$.
3. События A_i независимы при $i = \overline{1,n}$ и имеют одинаковые вероятности $P(A_i) = const$.

Каждое из этих условий выполняется при испытании заранее заданного количества конструкций из одной партии. При этом вероятность того, что при испытании n одинаковых конструкций произойдёт r отказов, т.е. r конструкций откажут при нагрузке $Q < Q_c$, вычисляется по формуле

$$P(r=j)=\binom{n}{j}\left[P(Q_c)\right]^{n-j}\left[1-P(Q_c)\right]^{j},\quad j=0,1,\ldots,n \tag{4}$$

Здесь $\binom{n}{j}=\dfrac{n!}{(n-j)!\,j!}$ – биноминальный коэффициент.

Таким образом, вероятность того, что при испытаниях не произойдет ни одного отказа $P(r = 0) = P(Q_c)^n$, и вероятность того, что все n испытаний приведут к отказам $P(r = n) = [1 - P(Q_c)]^n$.

Соответственно, вероятность того, что количество отказов в испытаниях r не превысит заданного числа r_0, вычисляется по формуле

$$P(r\le r_0)=\sum_{j=0}^{r_0}\binom{n}{j}\left[P(Q_c)\right]^{n-j}\left[1-P(Q_c)\right]^{j}. \tag{5}$$

По определению γ-нижней доверительной границы $P[\underline{P}(Q_c) < P(Q_c)] \ge \gamma$.

Ситуация, когда ошибочно будет забракована партия изделий с достаточным показателем надежности, в данной статье не рассматривается. Интересы производителя защищаются только возможностью доработки отклоненной партии и повторного её испытания.

В соответствии с предпосылкой 3 рассмотрим произвольную систему, проходящую n независимых испытаний с постоянной вероятностью успеха в каждом из них. Если r – случайная величина, равная числу отказов в n испытаниях, то значение γ-нижней доверительной границы для $P(Q_c)$ находится из решения уравнения Клоппера-Пирсона:

$$1-\gamma=\sum_{j=0}^{r}\binom{n}{j}\left[P(Q_c)\right]^{n-j}\left[1-P(Q_c)\right]^{j}\triangleq J_x(a,b). \tag{6}$$

где $J_x(a, b)$ – неполная бета-функция. Корень этого уравнения

$$x = f(a, b, \gamma) = P(Q_c) \tag{7}$$

называется также квантилью бета-распределения уровня 1-γ.

Принимая обозначения [8], найти γ-нижнюю границу $\underline{P}(Q_c)$ можно при помощи вычисления функции

$$\underline{P}(Q_c) = f_2(n, r, \gamma) = f(n - r, r + 1, \gamma), \tag{8}$$

где $f_2(n, r, \gamma)$ – функция, табулированная в [10].

Пример 1. Испытывается n изделий на контрольную нагрузку, равную расчетной $Q_c = Q_d$, при испытаниях происходит r отказов. Пусть даны n = 10, r = 1, γ = 0.90. Требуется найти γ-нижнюю доверительную границу для ВБР отдельного элемента $\underline{R} = \underline{P}(Q_c)$, используя результаты испытаний.

Для решения поставленной задачи требуется найти по таблицам [10] значение функции $\underline{R} = f_2(10, 1, 0.90) = 0.663$. Для сравнения, если бы в ходе испытаний ни один элемент не вышел из строя прежде достижения контрольной нагрузки, то $\underline{R} = f_2(10, 0, 0.90) = 0.794$.

Как видно, ни тот ни другой показатель надежности элемента не являются практически приемлемыми для строительных конструкций. Это хорошо иллюстрирует факт, что непараметрическая оценка ВБР даёт весьма консервативные результаты.

Пользоваться таблицами не всегда удобно, поэтому целесообразно привести методику расчета γ-нижних границ, доказанную и описанную в [8]. Методика заключается в использовании ограничивающих неравенств. Первое приближение находится в интервале

$$x_1=\left(\frac{1-\gamma}{\binom{n}{r}}\right)^{1/(n-r)}\le f_2(n,r,\gamma)\le(1-\gamma)^{1/(n-r)}=x_1' \tag{9}$$

Также справедливо ограничение

$$x_k=\left(\frac{1-\gamma}{\varphi(x_{k-1})}\right)^{1/(n-r)}\le f_2(n,r,\gamma)\le\left(\frac{1-\gamma}{\varphi(x_{k-1}')}\right)^{1/(n-r)}=x_k' \tag{10}$$

для любого k = 2, 3, …, причем

$$f_2(n,r,\gamma)=(1-\gamma)^{1/(n-r)}\lim_{k\to\infty}\frac{1}{\varphi(x_k)}=(1-\gamma)^{1/(n-r)}\lim_{k\to\infty}\frac{1}{\varphi(x_k')}, \tag{11}$$

где

$$\varphi(x)=\sum_{j=0}^{r}\binom{n}{j}x^{r-j}(1-x)^{j}=x^r+\binom{n}{1}x^{r-1}(1-x)+\ldots+\binom{n}{r}(1-x)^r.$$

Пример 2. Требуется найти двустороннюю оценку значения γ-нижней доверительной границы для ВБР отдельного элемента, используя исходные условия примера 1 при помощи последовательного приближения по формулам (9) – (11).

Из соотношения (9) находим оценки первого приближения

$$\left(\frac{1-\gamma}{\binom{n}{r}}\right)^{1/(n-r)}\le \underline{R}\le(1-\gamma)^{1/(n-r)}$$

или $x_1 = 0.599 \le \underline{R} \le 0.774 = x'_1$.

Так как $\varphi(x_1) = x_1 + n(1 - x_1) = 4.61$, $\varphi(x'_1) = 3.03$, то из выражения (10) получаем оценки второго приближения

$$x_2=\left(\frac{1-\gamma}{4.61}\right)^{1/(n-r)}\le \underline{R}\le\left(\frac{1-\gamma}{3.03}\right)^{1/(n-r)}=x_2'$$

или $x_2 = 0.653 \le \underline{R} \le 0.684 = x'_2$.

Оценки третьего приближения дают границы $x_3 = 0.662 \le \underline{R} \le 0.668 = x'_3$.

Точное значение (до 3 знаков) для данной задачи можно определить после 4-х итераций, а также по таблицам [10] $\underline{R} = f_2(10, 1, 0.90) = 0.663$.

Следует отметить, что для получения результата с точностью до 10^{-3}, т.е. чтобы доверительный интервал сузился до 0.001, необходимо произвести, как правило, 5 итераций при количестве отказов не более одного, и 10 итераций при большем количестве отказов.

Подставляя оценку (10) в неравенство (3) получаем γ-нижнюю доверительную границу для вероятности $\underline{P}(Q_d)$

$$\underline{P}(Q_d) = [\, f_2(n, r, \gamma)]^{1/C} \qquad (12)$$

В [11] отмечено, что при $Q_c \geq Q_d$ нижняя граница (12) для стареющего распределения будет совпадать с нижней границей для экспоненциального распределения.

Выборочные планы испытаний могут быть получены исходя из проверки условия

$$\underline{P}(Q_d) = [\, f_2(n, r, \gamma)\,]^{1/C} \geq P_{target}. \qquad (13)$$

Необходимый контрольный коэффициент C при фиксированных n, r, γ следует определять по формуле

$$C \geq \frac{\ln f_2(n,r,\gamma)}{n \ln P_{target}}. \qquad (14)$$

Для случая безотказных испытаний условия (13) и (14) упрощаются, поскольку $f_2(n, r, \gamma) = (1-\gamma)^{1/n}$. Так при составлении выборочных планов минимальное количество испытаний n и необходимый контрольный коэффициент C при $r = 0$ следует определять по формулам

$$C \geq \frac{\ln(1-\gamma)}{n \ln P_{target}}, \qquad (15)$$

$$n \geq \frac{\ln(1-\gamma)}{C \ln P_{target}}. \qquad (16)$$

Пример 3. Требуется найти нижнюю оценку надежности (ВБР) элементов партии изделий по результатам испытаний 6-ти изделий. Расчетная нагрузка Q_d = 100 кН, контрольная испытательная нагрузка Q_c = 160 кН (C = 1.6). Все испытания безотказные, доверительный уровень при определении нижней границы γ = 0.75.

Согласно условию (12) требуемый результат находится по следующему правилу $\underline{R} = \underline{P}(Q_d) = [\, f_2(n, r, \gamma)\,]^{1/C}$.

Используя выражение (9), находим, что $f_2(6, 0, 0.75) = 0.794$. И тогда $\underline{R} = [0.794]^{1/1.6} = 0.866$.

Приведем правила из [8, с.136] для переаттестации партии на меньшую нагрузку вследствие наступления большего количества отказов, нежели было запланировано изначально. Пусть r_c – допустимое число отказов на интервале изменения нагрузки $[0, Q_c]$. Если произошло отказов больше, то, обозначив через $Q(i)$ i-ю порядковую статистику результатов испытаний, подстановкой $Q_c = Q(r_c+1)$ в (12) (см. рис. 2) получаем γ-нижнюю доверительную границу ВБР для стареющего на $[0, Q_c]$ распределения:

$$\underline{P}(Q_d) = [\, f_2(n, r_c, \gamma)]^{1/\eta}, \qquad (17)$$

где $\eta = Q(r_c+1)/Q_d$.

Если оставить неизменным требуемый уровень ВБР P_{target}, то можно скорректировать расчетную нагрузку по правилу:

$$Q_d^* = Q_d \cdot Q(r_c+1)/Q_c. \qquad (18)$$

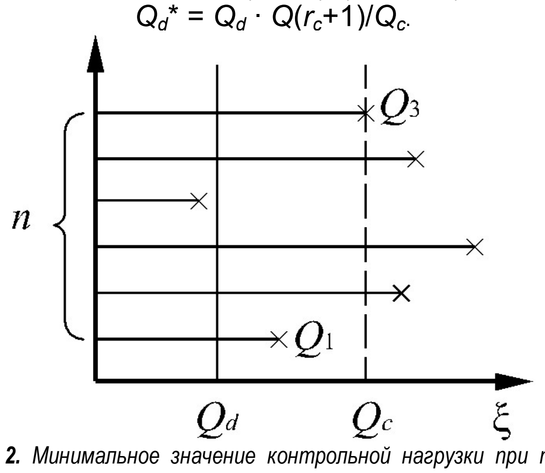

Рис. 2. *Минимальное значение контрольной нагрузки при плане испытаний n = 5, r = 2*

Следует отметить, что с математической точки зрения величины P_{target} и γ независимы и равноправны. В работе [8] произведены попытки оптимизации испытательных планов с целью снижения требуемого количества испытаний при неизменной ВБР. Так было показано, что для минимизации n рекомендуется, чтобы величины вероятностей P_{target} и γ были одного порядка. Вместе с тем при таком положении данные величины могут потерять свой "физический" смысл. В данной статье эти вопросы не затрагиваются, поскольку до настоящего времени нет четких рекомендаций по назначению γ, но есть нормированные в [6, 7] рекомендуемые величины P_{target}.

Для класса надежности RC2 согласно EN1990 [7] требуемый индекс надежности составляет $\beta_{target} = 3.8$ для оценочного периода 50 лет. Согласно тому же документу требуемый индекс надежности для строительных конструкций упрощенно оценивается как $\beta_{target} \cdot 0.8 = 3.04$, что соответствует вероятности отказа $\approx 10^{-3}$. Таким образом, для большинства конструктивных элементов $P_{target} = 0.9988$ при расчете по предельным состояниям первой группы и $P_{target} = 0.8849$ при расчете по предельным состояниям второй группы (при $\beta_{target} = 1.5$). В таблице 1 рассчитаны значения контрольных коэффициентов C для различных n, r, γ, обеспечивающих выполнение условия (13) для класса надежности конструктивных элементов RC2.

Очевидно, что пользоваться на практике коэффициентами, представленными в таблице 1, весьма неэкономично, поскольку оценки надежности элементов на основе биноминального или экспоненциального распределения их несущей способности явно консервативны. Представленная методика никак не позволяет учитывать изменчивость испытываемых характеристик изделий, притом, что в большинстве практических случаев такая информация имеется в наличии. Её получают либо путём сбора статистики результатов испытаний, либо при помощи статистического моделирования с использованием информации об изменчивости единичных показателей качества изделий. В работах [5], [11] содержится методика для назначения контрольных нагрузок, учитывающая закон распределения несущей способности испытываемых изделий. Далее рассмотрим подробно задачу оценки показателей надежности изделий по результатам испытаний при известном законе распределения характеристики – т.н. параметрический случай при нормальном распределении несущей способности изделий.

3. Параметрический случай. Рассмотрим ситуацию, когда несущая способность конструкции имеет нормальное распределение. В этом случае условие (2) для ВБР конструкции при расчетной нагрузке уровня Q_d запишется в виде

$$P(Q_d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{y} \exp\left[-0.5z^2\right] dz = \Phi(y) \geq P_{target}, \qquad (19)$$

где $y = (\mu - Q_d)/\sigma$;

μ, σ – математическое ожидание и стандартное отклонение несущей способности. При этом считаем стандартное отклонение известной величиной, что допустимо для многих технологических процессов производства строительных конструкций.

Для нормально распределенных величин справедливо правило для определения значения квантили заданного уровня $(1 - P_{target})$:

$$Q_d = \mu + \Phi^{-1}(1 - P_{target}) \cdot \sigma. \qquad (20)$$

ВБР при испытаниях на контрольную нагрузку Q_c для конструкций, удовлетворяющих условию (19), равна

$$P(Q_c) = \Phi[(\mu - Q_c)/\sigma], \qquad (21)$$

а после преобразования с учетом (20) равна

$$P(Q_c) = \Phi[(Q_d - Q_c)/\sigma + \Phi^{-1}(P_{target})]. \qquad (22)$$

Поскольку должно выполняться условие $P(Q_d) \geq P_{target}$ (рис. 3), а также, принимая $P(Q_c) = \underline{P}(Q_c) = f_2(n, r, \gamma)$, из выражения (22) можно вывести условие для назначения контрольной нагрузки Q_c:

$$Q_c \geq Q_d + [\Phi^{-1}(P_{target}) - \Phi^{-1}(f_2(n, r, \gamma))] \cdot \sigma. \qquad (23)$$

Таблица 1. *Контрольный испытательный коэффициент C для различных целевых уровней надежности (при доверительном уровне γ = 0.75, непараметрический случай)*

Количество отказов	Требуемый уровень надежности (ВБР элемента)	n						
		2	3	5	10	20	50	100
r = 0	P_{target} = 0.95	13.5	9.0	5.4	2.7	1.4	–	–
	P_{target} = 0.9988 (класс RC2 первая группа предельных состояний)	586	390	234	117	59	23	11.7
	P_{target} = 0.8849 (класс RC2 вторая группа предельных состояний)	4.2	2.8	1.7	–	–	–	–

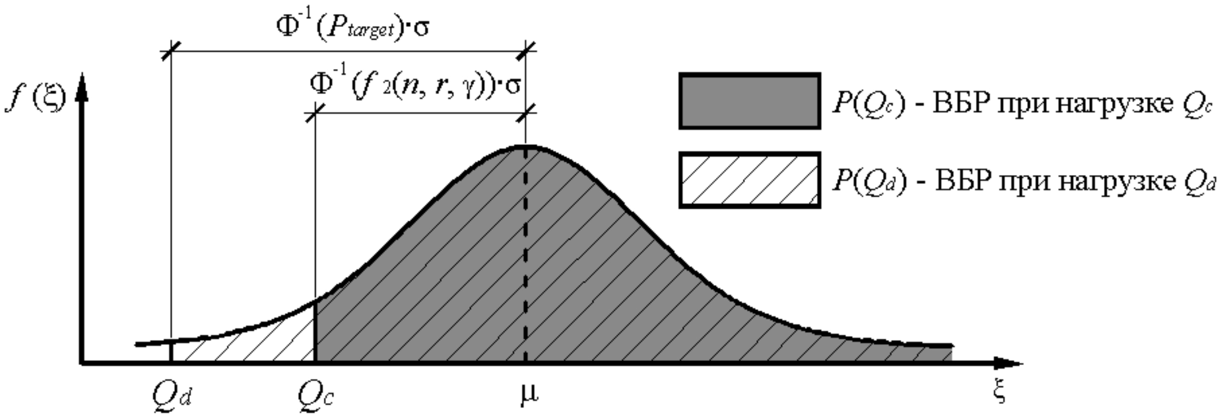

Рис. 3. *График плотности распределения несущей способности* ξ

Назначение контрольной нагрузки при заданных величинах Q_d, P_{target}, n, r, γ, σ согласно приведенному условию обеспечит с доверительной вероятностью γ выполнение основного условия (2). Контрольный коэффициент, определяемый как отношение расчетной нагрузки к контрольной, после преобразования выражается формулой:

$$C = \frac{Q_c}{Q_d} \geq \frac{Q_d + \left[\Phi^{-1}\left(P_{target}\right) - \Phi^{-1}\left(f_2\left(n,r,\gamma\right)\right)\right]\cdot\sigma}{Q_d} = \frac{1-\Phi^{-1}\left(f_2\left(n,r,\gamma\right)\right)\cdot V}{1-\Phi^{-1}\left(P_{target}\right)\cdot V}. \quad (24)$$

Для случая безотказных испытаний (r = 0) справедливо равенство $f_2(n, r, \gamma) = (1-\gamma)^{1/n}$, благодаря чему условия (23), (24) упрощаются

$$Q_c \geq Q_d + [\Phi^{-1}(P_{target}) - \Phi^{-1}(\alpha^{1/n})]\cdot\sigma, \quad (25)$$

$$C \geq \frac{1-\Phi^{-1}\left(\alpha^{1/n}\right)\cdot V}{1-\Phi^{-1}\left(P_{target}\right)\cdot V}, \quad (26)$$

где $\alpha \leq 1-\gamma$ представляет собой риск заказчика [11].

Коэффициент вариации несущей способности V может определяться: 1) путём оценки выборки результатов проведенных испытаний; 2) статистическим моделированием; 3) приближенными методами, описанными, например в [7]. Обо всех трёх способах упоминалось более подробно в [4].

Условия (23)-(24) должны являться отправными при составлении выборочных планов испытаний, при назначении необходимого количества испытаний. В общем виде выразить условие назначения n не представляется возможным, поскольку $f_2(n, r, \gamma)$ выражается неявно при произвольном r, но <u>для безотказных испытаний</u> рекомендуются следующие правила:

$$n \geq \frac{\ln\alpha}{\ln\Phi\left[\frac{Q_d - Q_c}{\sigma} + \Phi^{-1}\left(P_{target}\right)\right]} = \frac{\ln\alpha}{\ln\Phi\left[\frac{1-c}{V} + c\cdot\Phi^{-1}\left(P_{target}\right)\right]}. \quad (27)$$

В таблице 2 приведены минимальные значения для контрольных коэффициентов, полученные по зависимости (24). Представленные данные позволяют сделать вывод о практической применимости описанной методики составления выборочных планов испытаний, поскольку рассчитанные контрольные коэффициенты, как правило, близки к ныне применяемым C = 1.3 ÷ 1.6 согласно требованиям ГОСТ 8829 [1]. Также очевидна разница в несколько порядков по сравнению с аналогичными значениями контрольных коэффициентов для непараметрического случая, приведенными в таблице 1.

В случае если допустимое число отказов r превышено в ходе запланированных испытаний, партию можно переаттестовать на меньшую расчетную нагрузку подобно ф.(18) по следующей зависимости:

$$Q_d^* = Q(r+1) - [\Phi^{-1}(P_{target}) - \Phi^{-1}(f_2(n, r, \gamma))]\cdot\sigma, \quad (28)$$

где $Q(r+1)$ – порядковая статистика испытаний с номером $(r+1)$, т.е. $(r+1)$-е в порядке возрастания значение разрушающего усилия, удовлетворяющее условию $Q_d \leq Q(r+1)$.

Если есть основания полагать, что превышение допустимого количества отказов r_0 на величину r^* при нагрузке меньше контрольной является результатом неблагоприятного стечения обстоятельств, то резонным видится провести n^* дополнительных испытаний. Количество n^* следует подбирать из условия $f_2(n_0, r_0, \gamma) = f_2(n_0 + n^*, r_0 + r^*, \gamma)$. В случае, если n^* дополнительных испытаний на контрольную нагрузку увенчаются успехом, партию конструкций следует считать прошедшей аттестацию.

Таблица 2. Контрольный испытательный коэффициент C в случае безотказных испытаний для различных целевых уровней надежности и коэффициентов вариации разрушающего усилия V (при доверительном уровне γ = 0.75, параметрический случай – нормальное распределение)

Требуемый уровень надежности (ВБР элемента)	n							V
	1	2	3	5	10	20	100	
P_{target} = 0.95	1.13	1.09	1.07	1.05	1.03	1.01	0.97	0.05
	1.28	1.20	1.16	1.11	1.06	1.02	0.93	0.10
	1.46	1.33	1.26	1.19	1.10	1.03	0.89	0.15
	1.69	1.49	1.39	1.28	1.15	1.04	0.83	0.20
	1.98	1.70	1.56	1.40	1.22	1.06	0.76	0.25
	2.37	1.97	1.78	1.56	1.31	1.09	0.67	0.30
P_{target} = 0.9988 (класс RC2, первая группа предельных состояний)	1.22	1.18	1.16	1.14	1.11	1.09	1.05	0.05
	1.53	1.44	1.39	1.34	1.27	1.22	1.12	0.10
	2.02	1.84	1.75	1.65	1.53	1.42	1.23	0.15
	2.9	2.55	2.38	2.19	1.97	1.79	1.43	0.20
	4.87	4.17	3.82	3.44	2.99	2.61	1.87	0.25
	13.7	11.36	10.23	8.98	7.51	6.25	3.85	0.30

Таблица 3. Значения контрольных коэффициентов для случая разрушения по арматуре различных классов, рассчитанные по зависимости (26) для безотказных испытаний

Класс арматуры	S240	S400	S500	S800	S1200	S1400
V_s (согласно ГОСТ 10884 [13])	30/290=0.1	0.09	0.09	0.09	0.09	50/1500=0.034
V_δ	0.18/1.2=0.15					
V_R	0.18	0.18	0.175	0.175	0.175	0.16
γ	0.75					
P_{target}	0.9988 (β = 3.8·0.8 = 3.04)					
C (n=1)	2.47	2.47	2.38	2.38	2.38	2.15
C (n=2)	2.2	2.47	2.13	2.13	2.13	1.94
C (n=3)	2.07	2.07	2.01	2.01	2.01	1.84
C (n=1) (ГОСТ 8829 [1, 13])	1.4	1.4	1.5	1.55	1.55	1.55

4. Сравнение контрольных коэффициентов. Новый взгляд на некоторые положения ГОСТ 8829. Попытаемся сравнить коэффициенты, указанные ГОСТ 8829 [1], [12] с рассчитанными по предлагаемой методике. В качестве типового случая испытываемых элементов рассмотрим изгибаемые элементы, разрушение которых происходит по растянутой арматуре. Очевидно, что вариации несущей способности таких элементов обусловлены в основном вариациями прочности арматурных стержней. В статье [4] было показано, что метод расчета коэффициента вариации, основанный на применении методов теории надежности первого порядка (FORM), и позволяющий принять во внимание относительный вклад каждой из базисных переменных в изменчивость всей расчетной модели, приводит к тому, что, коэффициент вариации расчетной модели приближенно равен $V=\sqrt{V_\delta^2+V_s^2}$ для конструкций, разрушающихся по растянутой арматуре. Здесь обозначено V_δ, V_s – соответственно коэффициенты вариации для погрешности расчетной модели и для прочности арматуры. В таблице 3 приведены рассчитанные по ф.(26) значения контрольных коэффициентов для различных классов арматуры.

Следует подчеркнуть, что значения контрольных коэффициентов, близкие указанным в ГОСТ 8829 [1], [12], используя данную расчетную методику, можно получить, лишь допустив в расчетах два грубых нарушения: 1) полностью исключив из расчета изменчивость ошибки моделирования V_δ; 2) приняв требуемую вероятность безотказной работы элементов $P \approx 0.99$.

Так, по ф.(26) при γ = 0.75, P_{target} = 0.99, n = 1, r = 0, а также считая, что коэффициент вариации несущей способности (разрушающего усилия) V равен коэффициенту вариации прочности арматуры V_s (в случае разрушения по растянутой арматуре) и "общесоюзному" коэффициенту вариации прочности бетона V_c = 0.135 (в случае разрушения по сжатой зоне сечения), получаем значения в таблице 4.

Примечателен также факт, что с ростом класса арматуры по прочности контрольный коэффициент согласно ГОСТ 8829 растет, хотя известно, что при этом коэффициент вариации прочности арматуры V_s снижается, являясь в то же время определяющим параметром.

Интерес вызывают положения п.9.1.4 Изменения №1 ГОСТ 8829 [12], гласящие, что при испытании двух или трех изделий минимальная разрушающая нагрузка должна составлять не менее 90% контрольной. Для того чтобы проверить, при каких обстоятельствах можно использовать такое "послабление", данное условие следует записать в эквивалентной формулировке $Q_c^* = 0.9\ Q_c$, что равносильно уравнению

$$C^* = 0.9\ C. \tag{29}$$

С учетом выражения (24), после преобразований члены, содержащие вероятность P_{target} сокращаются, поэтому решение не зависит от этой величины. На рисунке 4 приведены графики изменения коэффициента C с изменением в пределах [0.05…0.20] коэффициента вариации предельного усилия V, а также решения уравнения (29) для случаев γ = 0.75 и γ = 0.9.

В общем случае значения V, удовлетворяющие решению уравнения (29), могут быть найдены по следующей зависимости, полученной преобразованием (29) с учетом (24) и того факта, что $f_2(m,\ 0,\ \gamma) = (1-\gamma)^{1/m}$:

$$V=\frac{0.1}{\Phi^{-1}\left(\sqrt[n]{1-\gamma}\right)-0.9\cdot\Phi^{-1}\left(1-\gamma\right)}. \tag{30}$$

На рисунке 5 показаны графики данной функции для 2-х и 3-х испытаний. Они показывают, что снижение на 10% контрольной нагрузки при проведении 3-х испытаний вместо одного, притом, что изначально коэффициент C подбирался для одного испытания, допускается, поскольку при любом доверительном уровне $\gamma \geq 0.5$ максимально

Таблица 4. *Значения контрольных коэффициентов для различных случаев разрушения и классов арматуры, рассчитанные по зависимости (26) для безотказных испытаний*

Случай разрушения	по арматуре класса						по бетону
	S240	S400	S500	S800	S1200	S1400	
V (согласно ГОСТ 10884 [13])	30/290=0.1	0.09	0.09	0.09	0.09	50/1480=0.034	0.135
γ	0.75						
P_{target}	0.99 (β = 2.33)						
C (n=1)	1.39	1.34	1.34	1.34	1.34	1.11	1.59
C (ГОСТ 8829 [1,12])	1.4	1.4	1.5	1.55	1.55	1.55	1.6

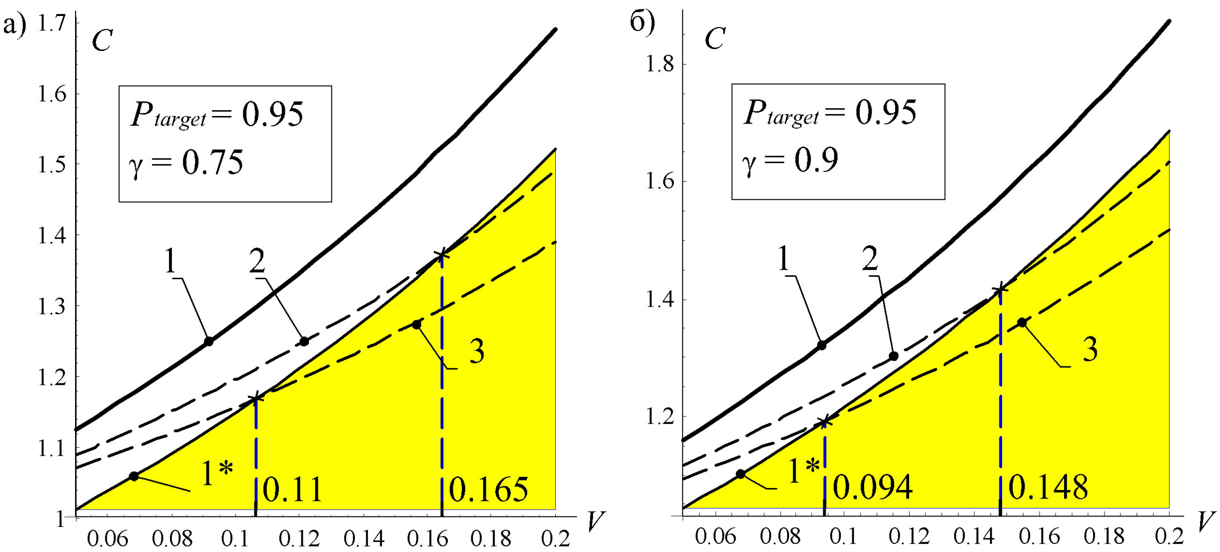

Рис. 4. *Зависимость C от коэффициента вариации V при P_{target} = 0.95: а) при доверительной вероятности γ = 0.75; б) при доверительной вероятности γ = 0.9*

1 – график $C[V, n=1]$; 1 – график $0.9 \cdot C[V, n=1]$; 2 – график $C[V, n=2]$; 3 – график $C[V, n=3]$*

необходимый коэффициент вариации V составляет не более 12.5%. На практике редко встречаются железобетонные конструкции с вариациями менее этой величины. Для случая 2-х испытаний вместо запланированного одного контрольную нагрузку можно снизить на 10% при оговорке, что коэффициент вариации предельного усилия не должен быть ниже 16-17%, поскольку иначе снижение контрольной нагрузки до 90% от первоначальной может привести к небезопасным выводам и завысить уровень надежности конструкций.

Вместе с тем, расчеты показывают, что снижение контрольной нагрузки на 5% не приведет к завышению оценок надежности конструкций (нижняя кривая на рисунке 5). Следует отметить, что до введения Изменения №1 к ГОСТ 8829 [12] действовали именно такие рекомендации: при 2-х испытаниях – 95% контрольной нагрузки, при 3-х – 90%. Однако, подчеркнём, изложенные выводы справедливы для контрольных коэффициентов, рассчитанных по правилам, описанным в разделе 3 настоящей статьи.

Заключение. В статье описан метод назначения контрольных коэффициентов и контрольных нагрузок при испытании сборных железобетонных изделий, основанный на положениях теории надежности. Данный метод позволяет рассчитать минимальное количество испытаний n, по которым можно судить о пригодности всей произведенной партии. Рассмотрен непараметрический случай, т.е. выдаваемое им решение не зависит от закона распределения несущей способности элементов. И хотя он дает довольно консервативные оценки, такая постановка задачи должна иметь место, поскольку в этом случае важны не столько практические результаты, сколько теоретические выводы. Снижение требуемого количества испытаний происходит благодаря назначению контрольной нагрузки $Q_c \geq Q_d$. Такой подход позволяет выполнять оценку надежности конструкции при её эксплуатации в интервале [0, Q_d], зная по результатам испытаний надежность конструкции в интервале нагружения [0, Q_c].

Еще один подход основан том, что по результатам статистического моделирования становятся известными параметры нормального распределения для генеральной совокупности конструкций некоторого типа. Применив к результатам испытаний на контрольную нагрузку непараметрическое биноминальное распределение совместно с нормальным, становится возможным оценить квантили уровня ($1 - P_{target}$) несущей способности. Следует отметить, что точность оценок надежности, получаемых при помощи биноминального распределения, растет не только с увеличением количества образцов n, но и со снижением требуемого уровня надежности P_{target}. Вероятность успеха при проведении всех n испытаний назначенного плана остается постоянной и равна γ. При этом максимальная вероятность успеха в одном отдельном испытании достигается при r = 0 независимо от n.

Проведенное сравнение коэффициентов, полученных описанными методами, с коэффициентами, установленными ГОСТ 8829, показывает небезопасность применения последних. Во многих случаях невозможно теоретически получить оценку надежности партии изделий, удовлетворяющую требованиям норм, на основании одного испытания. Было показано, что только при изменчивости несущей способности изделий не более 10% рассчитанные теоретически контрольные коэффициенты близки к указанным в ГОСТ 8829.

Таким образом, применение описанных методик для определения контрольных коэффициентов может быть рекомендовано при составлении стандартов и назначении контрольных нагрузок при разработке типовых серий.

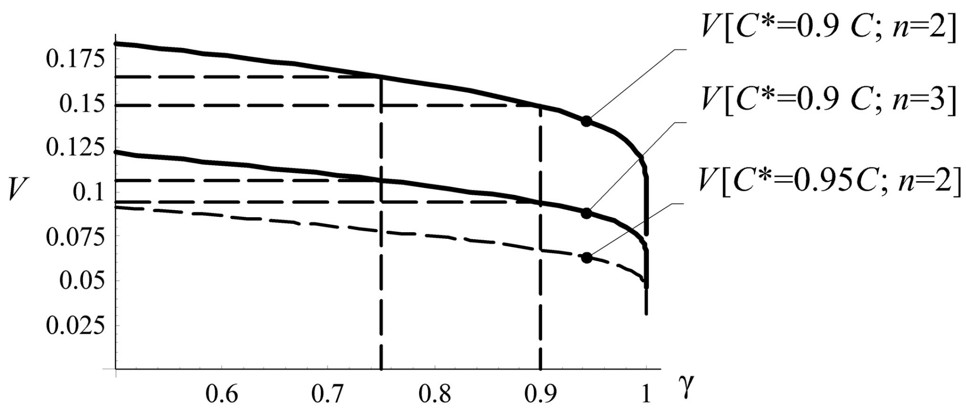

Рис. 5. *График функции (30) при n = 2, n = 3*

Условные обозначения

ВБР – вероятность безотказной работы;

$\alpha \le 1 - \gamma$ – риск заказчика

β – индекс надежности элемента (конструкции);

γ – доверительная вероятность;

μ – математическое ожидание несущей способности;

ξ – несущая способность конструкции;

σ – стандартное отклонение несущей способности;

$\Phi(\bullet)$ – функция Лапласа (функция стандартизированного нормального распределения);

$\Phi^{-1}(\bullet)$ – функция, обратная функции Лапласа;

n – количество испытаний;

r – случайная величина, – число отказов.

C – испытательный (контрольный) коэффициент;

Q – испытательная нагрузка, соответствующая отказу;

$Q_c = Q_d \cdot C$ – контрольная нагрузка для оценки надежности конструкций;

Q_d – расчетная нагрузка, указанная в документации на конструктивный элемент;

$P(Q_d)$ – ВБР конструкции при нагрузке Q_d;

P_{target} – требуемый уровень ВБР;

$\underline{R}$ – нижняя γ-оценка надежности элемента;

V – коэффициент вариации для несущей способности (разрушающего усилия) элемента.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Изделия строительные железобетонные и бетонные заводского изготовления. Методы испытаний нагружением. Правила оценки прочности, жесткости и трещиностойкости: ГОСТ 8829–94. – Введ. 01.01.1998. – Минск: Межгос. научно-техническая комиссия по стандартизации, техническому нормированию и сертификации в строительстве: НИИЖБ, 1997. – 26 с.
2. Паньшин, Л.Л. Определение контрольных нагрузок при испытаниях конструкций нагружением / Л.Л. Паньшин, А.С. Залесов // Бетон и железобетон. – 1991. – №2. – С. 20–21.
3. Колчунов, В.И. Нормирование контрольной испытательной нагрузки при проверке прочности железобетонных конструкций / В.И. Колчунов, А.С. Залесов // Бетон и железобетон. – 1992. – №3. – С. 15–16.
4. Тур, В.В. Теоретические подходы к назначению контрольных нагрузок при периодических испытаниях железобетонных изделий заводского изготовления / В.В. Тур, Д.М. Марковский // Строительная наука и техника. – 2006. – №5(8). – С. 16–23.
5. Райзер, В.Д. Методы теории надежности в задачах нормирования расчетных параметров строительных конструкций / В.Д. Райзер. – М.: Стройиздат, 1986. – 192 с. – (Надежность и качество).
6. General principles on reliability for structures: ISO 2394:1998(E). – Введ. 01.06.1998. – Genève: International Organization for Standardization, 1998. – 82 p.
7. Eurocode 0. Basis of structural design: EN 1990:2001. – Brussels: European Committee for Standardization, 2001.
8. Судаков, Р.С. Испытания технических систем: Выбор объёмов и продолжительности / Р.С. Судаков. – М.: Машиностроение, 1988. – 272 с.
9. Гнеденко, Б.В. Математические методы в теории надежности / Б.В. Гнеденко, Ю.К. Беляев, А.Д. Соловьёв. – М.: Наука, 1965. – 524 с.
10. Статистические задачи отработки систем и таблицы для числовых расчетов показателей надежности / Р.С. Судаков [и др.]; под общ. ред. Р.С. Судакова. – М.: Высшая школа, 1975. – 604 с.
11. О методике назначения контрольных нагрузок и оценке надежности конструкций по результатам испытаний / В.А. Громацкий // Строительная механика и расчет сооружений. – 1982. – №2. – С. 7–10.
12. Изменение №1 РБ. Изделия строительные железобетонные и бетонные заводского изготовления. Методы испытаний нагружением. Правила оценки прочности, жесткости и трещиностойкости: ГОСТ 8829–94. – Введ. 01.07.2006. – Минск: Минстройархитектуры: ТКС 08, 2006. – 8 с.
13. Сталь арматурная термомеханически упрочненная для железобетонных конструкций. Технические условия: ГОСТ 10884–94. – Введ. 01.06.1996. – Минск: Межгос. совет по стандартизации, метрологии и сертификации: ТК 120 "Чугун, сталь, прокат", 1996. – 25 с.

Материал поступил в редакцию 15.01.08

MARKOUSKI D.M. Probabilistic approach to test loads setting at planning of structural elements testing

Theoretical approaches to test loads setting for testing by loading of precast concrete elements are considered. The approaches based on statistics and reliability theory theses are compared with regulations of standards. Given rules for computing of test load consider amount of sampling, statistical variability of basic parameters, and target safety level of structural element. Some regulations of GOST 8829 are reviewed with relation to probability theory.