

желаемая степень заполнения рабочего подпространства  $E_p^r$  детекторами, представленными  $r$ -мерными гипершарами  $S^r$ , будет достигнута сравнительно меньшим числом детекторов. Указанное обстоятельство хорошо согласуется с лингвистическими особенностями клавиатурного набора. В частности, исследования цепочного метода КМ показали, что устойчивые корреляционные зависимости между смежными событиями клавиатуры в наибольшей степени проявляются при длине цепочек  $r = 5$ .

**Заключение.** Предложенный иммунологический метод КМ потенциально обладает рядом преимуществ. По сравнению с общепринятым методом КМ, основанным на прямых измерениях временных интервалов событий клавиатуры, он обладает большей точностью идентификации контролируемого пользователя, за счет учета индивидуальных корреляционных зависимостей между временными параметрами последовательно воспроизводимых символов текста. По сравнению с методом КМ, реализованным на принципах ИИС со строковым представлением данных, предложенный метод обладает как большей точностью идентификации, так и меньшим временем, необходимым для принятия достоверного решения о наличии «чужого». Кроме того, замена строковых детекторов векторными с варьируемым пространственным объемом позволяет существенно снизить вычислительные затраты на реализацию КМ.

#### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Широчин, В.П. Динамическая аутентификация на основе анализа клавиатурного почерка / В.П. Широчин, А.В. Кулик, В.В. Марченко. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://www.masters.donntu.edu.ua / 2002 / fvti / aslamov / files / bio\\_authentication.htm](http://www.masters.donntu.edu.ua / 2002 / fvti / aslamov / files / bio_authentication.htm).

2. Брюхомицкий, Ю.А. Цепочный метод клавиатурного мониторинга // Известия ЮФУ. Технические науки. Информационная безопасность. – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2009. – № 11. – С. 135–145.
3. Брюхомицкий, Ю.А. Иммунологические принципы организации клавиатурного мониторинга пользователей компьютерных систем / Материалы XII Международной научно-практической конференции «Информационная безопасность». – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2012. – Ч. I. – С. 10–19.
4. Соколов, Н.П. Пространственные матрицы и их приложения. – М.: Физматгиз, 1960. – 229 с.
5. Forrest, S. Self-nonsel discrimination in a computer / S. Forrest, A.S. Perelson, L. Allen, R. Cherukuri // Proc. of IEEE symposium on research in security. – Oakland: CA, 16–18 May 1994. – P. 202–212.
6. Dasgupta, D. Tool breakage detection in milling operations using a negative-selection algorithm / D. Dasgupta, S. Forrest // Technical report CS95-5, Department of computer science. – University of New Mexico, 1995.
7. Ji Z., Dasgupta D. Real-valued negative selection algorithm with variable-sized detectors // Genetic and Evolutionary Computation (GECCO 2004): Proceedings. – Berlin–Heidelberg: Springer-Verlag, 2004. – Ser. LNCS 3102. – Part I. – P. 287–298.
8. Ji Z., Dasgupta D. Revisiting negative selection algorithm // Evolutionary Computation. – 2007. – Vol. 15. – № 2 (Summer). – P. 223–251.
9. Ji Z. V-Detector: An Efficient Negative Selection Algorithm with «Probably Adequate» Detector Coverage / Z. Ji, D. Dasgupta // Information Sciences. – 2009. – Vol. 179. – P. 1390–1406.

Материал поступил в редакцию 12.01.2017

#### BRYUHOMITSKYI.A. Immunological methods keyboard monitoring

The work is devoted to development of a method of monitoring the keyboard, based on the principles of functioning of artificial immune systems. The essence of the proposed method is to construct a learning immunological pattern recognition model with two classes of "friend or foe" combines: account correlations between the individual time parameters consistently reproducible text characters.

УДК 517.9

Кожух И.Г.

## ПРИБЛИЖЁННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРИ КАЧЕСТВЕННОМ ИССЛЕДОВАНИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

**Введение.** Как известно, до настоящего времени не существует регулярных методов интегрирования нелинейных дифференциальных уравнений в общем виде, а вместе с тем и строгих методов построения фазового портрета исследуемой нелинейной динамической системы. Поэтому для исследования конкретной динамической системы часто наиболее простым, а иногда и единственным, является метод приближенного графического интегрирования, т. е. метод построения приближенного фазового портрета в конкретном частном случае [1, 2].

Использование численных методов интегрирования конечно требует задания определённых численных значений для всех параметров системы или, в лучшем случае, задания численных значений комбинации из этих параметров [4]. Такие численные методы становятся наиболее актуальными в связи с развитием в последние десятилетия электронно-вычислительной техники [5].

Между тем, в динамические системы, которые возникают из приложений, входит то или другое число параметров, которые могут принимать различные значения. Необходимость задания параметров затрудняет обозрение всей задачи в целом. Потому там, где возможно применение аналитических методов, может быть даже и сложных, их всегда следует предпочитать методам приближенного численного интегрирования. Однако в некоторых случаях использование приближенного интегрирования является единственным воз-

можным методом получения сведений о топологической структуре разбиения на траектории данной динамической системы. При этом представляет интерес не приближенное вычисление траектории на том или ином промежутке значений времени  $t$ , что само по себе, несомненно, имеет смысл, а то, как такое приближенное вычисление служит для установления качественной структуры разбиения на траектории или хотя бы для получения тех и других качественных характеристик разбиения на траектории. Однако любой метод численного интегрирования ограничивает общность результатов и затрудняет обозрение всей проблемы в целом.

Наиболее подходящим из методов приближенного вычисления для определения качественности структуры разбиения на траектории является метод изоклин, который заключается в приближенном построении "сетки" траекторий [3].

**Метод изоклин.** Суть этого метода заключается в следующем. Рассматривается динамическая система

$$\frac{dx}{dt} = P(x, y), \quad \frac{dy}{dt} = Q(x, y). \quad (1)$$

После истечения времени эту систему можно свести к другому нелинейному дифференцируемому уравнению первого порядка

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Q(x,y)}{P(x,y)} = f(x,y). \quad (2)$$

Кривые  $f(x,y) = C$  на фазовой плоскости представляющей собой геометрическое место таких точек, через которые все отыскиваемые нами интегральные кривые проходят под одним и тем же углом к оси абсцисс, т. е. под углом тангенс которого равен  $C$ . Поэтому кривые  $f(x,y) = C$  и носят название *изоклин*, т. е. кривых равного наклона. Придавая  $C$  различные числовые значения, при условии, что значения параметров системы (2) также численно заданы, мы можем построить на фазовой плоскости семейство изоклин разыскиваемых интегральных кривых. Точки пересечения всяких двух изоклин являются точками пересечения всех остальных изоклин интегральных кривых. Такие точки называются *особыми* или *состояниями равновесия системы* (1).

Построив достаточно густое поле изоклин, можно приближённо строить траектории рассматриваемой системы (1). Начнём построение с некоторой точки  $P$ , отличной от состояния равновесия (рис. 1). Пусть точка  $P$  лежит на изоклине  $C=0$ . Проводим из точки  $P$  два отрезка: один в направлении касательной соответствующей изоклине  $C=0$  (т. е. параллельно оси  $Ox$ ), а другой – в направлении касательной, соответствующей соседней изоклине  $C=-0,2$  до пересечения их с этой соседней изоклиной. Пусть  $a_1$  и  $b_1$  – точки пересечения таких отрезков с соседней изоклиной  $C=-0,2$ . Выбираем на изоклине  $C=-0,2$  точку равноудалённую от точек и принимаем её за точку искомой траектории, проходящей также через точку  $P$ . Из точки  $P_1$  проводим два отрезка под углами, соответствующим изоклинам  $C=-0,2$  и  $C=-0,4$  до пересечения с изоклиной  $C=-0,4$  в точках  $a_2$  и  $b_2$ . Точку  $P_2$ , лежащую на изоклине  $C=-0,4$  и равноудалённую от точек  $a_2$  и  $b_2$ , принимаем за следующую точку нашей траектории.

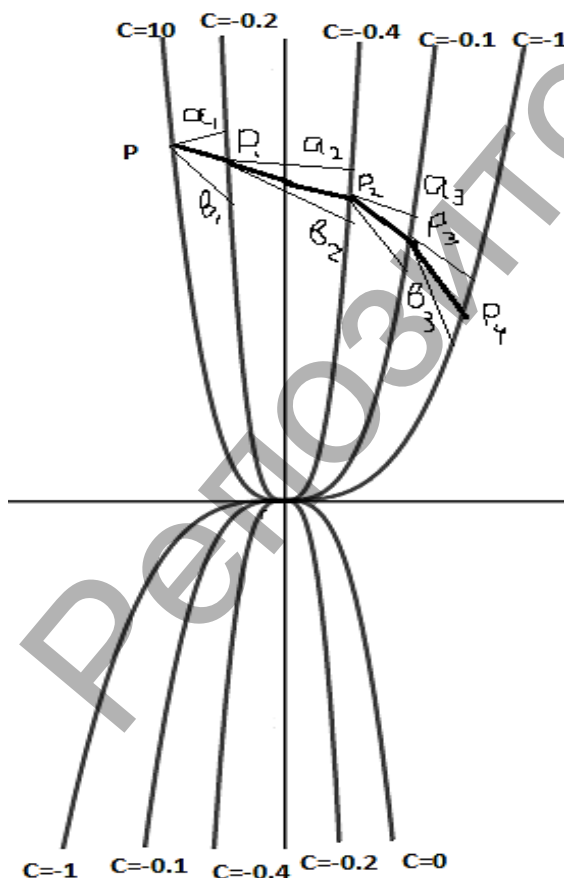


Рисунок 1 – Построение траектории методом изоклин

Продолжая такие построения, получаем последовательность точек  $P, P_1, P_2, P_3, \dots$ , соединяя которые последовательно отрезками, получим ломаную линию, приближённо представляющую часть рассматриваемой траектории исследуемой системы. Таким образом можно нанести на фазовую плоскость ряд других траекторий. В результате мы получим приближённый, но достаточно подробный фазовый портрет рассматриваемой конкретной системы. Такое построение иногда может позволить "нащупать" предельные циклы, существующие у этой системы, а также "угадать", каково расположение сепаратрис седла. Однако по построенному фазовому портрету для определённых значений параметров системы (1), мы не можем судить о том как изменится поведение системы при изменении того или иного её параметров. Для ответа на этот вопрос нужно построить целую "гелерею" фазовых портретов, соответствующих различным значениям того параметра за изменением которого мы хотим проследить.

**Специфика применения численных методов при качественном исследовании динамических систем.** При использовании метода изоклин или других подобных приближённых методов численного интегрирования, не вычислялись элементы, необходимые для знания качественной структуры динамической системы вида (1). В частности, явно не определялись координаты состояний равновесия и их характер. Эти элементы получались непосредственными построениями в окрестности точек пересечения изоклин сетки полученных траекторий. Между тем в случае, когда состояния равновесия системы (1) простые с отличными от нуля действительными частями характеристических корней, их координаты и характер может быть довольно просто установлен вычислением, а не путём построения сетки траекторий.

Для того, чтобы получить сведения о виде сепаратрис, также нет необходимости в построении сетки траекторий, а достаточно приближённо построить сами сепаратрисы. Это можно сделать следующим образом. Рассмотрим какое-нибудь седло  $O$ , координаты которого вычислены. Угловым коэффициентом к направлению, в котором полутраектория может стремиться к седлу  $O$ , удовлетворяет квадратному уравнению

$$bk^2 + (a-d)k - c = 0. \quad (3)$$

Уравнение (3) получаем, если систему (1) записать в виде

$$\frac{dx}{dt} = ax + by + \varphi(x,y), \quad \frac{dy}{dt} = cx + dy + \psi(x,y), \quad (4)$$

где  $\varphi(x,y)$  и  $\psi(x,y)$  – функции класса  $C_1$ , которые обращаются вместе со своими первыми производными в нуль в данной особой точке. Легко показать, что корни  $k_1$  и  $k_2$  уравнения (3) связаны с корнями  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  характеристического уравнения

$$\lambda^2 + \sigma\lambda + \Delta = 0 \quad \text{формулами} \quad k_1 = \frac{d-\lambda_2}{b}, \quad k_2 = \frac{d-\lambda_1}{b},$$

соответственно.

Пользуясь этими формулами можно вычислить направления  $k_1$  и  $k_2$  под которыми к этому седлу стремятся сепаратрисы его седла. Выбирая достаточно малую окрестность седла, можно часть сепаратрис, лежащие внутри окрестности  $\sigma$ , заменить отрезками прямых, проходящих через это седло и имеющих указанные наклоны. Пусть  $A_1, A_2, B_1, B_2$  – точки пересечения этих прямых с границей данной окрестности (рис. 2).

Начиная с точек  $A_1, A_2, B_1, B_2$ , мы можем ввести приближённое построение траектории, проходящей через эти точки, и таким образом, получим приближённый ход сепаратрис седла  $O$ . Для определённости предположим, что какая-нибудь из сепаратрис, например  $L_1$ , часть которой лежит внутри  $\sigma$ , приближённого значения отрезком  $OA_1$ , стремилась к состоянию равновесия  $P$  типа "узел" или "фокус". Всегда можно выделить некоторую область  $\sigma'$ , являющуюся областью притяжения этого узла или фокуса. В результате путём приближённого вычисления дуги сепаратрис данного седла,

выходящей из точки  $A_1$ , можем "доставить" её до области  $\sigma^1$  и таким образом установить ход сепаратрис  $L_1$ .

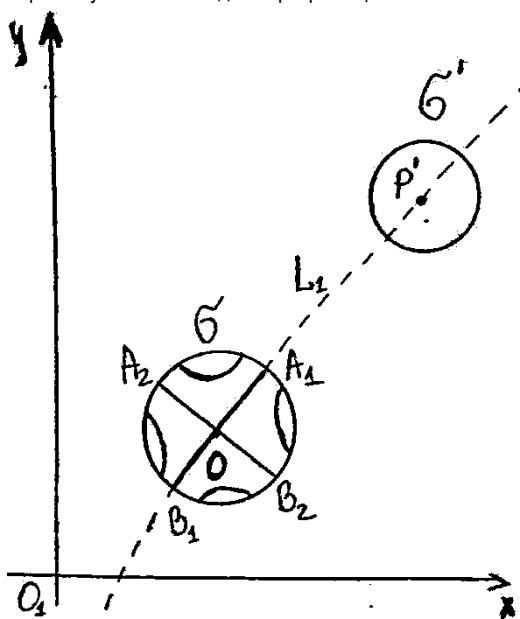


Рисунок 2 – Способ построения сепаратрисы седла

Способ доказательства предельного цикла при помощи построения дуг траекторий. Рассмотрим возможность построения «колец», ограниченных витками траекторий, содержащих предельные циклы. Для этого предположим, что существует линия, проходящая через все состояния равновесия системы (1), которая во всех отличных от состояния равновесия точках, не имеет контактов с траекториями. Обозначим эту линию буквой  $K$ . В частности, такой линией, может быть изоклина. Запишем в этом случае аналитически наше предположение.

$$P(x, y) + CQ(x, y) = 0. \quad (5)$$

Пусть изоклина соответствующего наклона  $C$ . Если касательная к этой изоклине нигде не имеет наклона  $C$ , то очевидно, при выполнении (5) выражение  $(P'_x + CQ'_x)P + (P'_y + CQ'_y)Q$  не должно обратиться в нуль.

Предположим, что рассматривается часть такой линии  $K$ , на которой не лежит ни одно состояние равновесия, и что эта часть является простой дугой. Введём на этой дуге некоторый параметр  $S$ , взаимно и однозначно соответствующий её точкам.

Предположим, вычисляя дуги траекторий, проходящие через точки линии  $K$  на некотором достаточно большом куске, возможно установить, что эти траектории вторично пересекают линию  $K$ . Кроме того, предполагаем, что:

а) приближённо просчитанная дуга некоторой траектории, проходящей через точку  $A_1$ , линии  $L$  и соответствующей значению  $S_1$  параметра, пересекает линию  $L$  вторично в некоторой точке  $A_2$  со значением параметра  $S_2$  и при этом

$$S_1 > S_2; \quad (6)$$

б) приближённо просчитанная дуга некоторой траектории  $L_1$ , проходящей через точку  $A'_1$  линии  $L$ , соответствующую делению  $S'_1 > S'_2$ , пересекает линию  $L$  вторично в некоторой точке  $A'_2$  со значением параметра  $S'_2$ . При этом

$$S'_1 > S'_2. \quad (7)$$

Отметим, что при указанных условиях точки  $A_2$  и  $A'_2$  лежат на линии  $K$  между точками  $A_1$  и  $A'_1$  (рис. 3).

Обозначим теперь значение параметра  $S$ , при котором истинная, а не приближённо просчитанная дуга траектории  $L_1$ , вторично пересекает линию  $K$  через  $S_2^*$ , с значением  $S$ , при котором истинная дуга траектории  $L_1$  вторично пересекает эту линию через  $S_2^{**}$ . Выберем точность вычислений такой, чтобы соотношения (6) и (7) гарантировали верное неравенство

$$S_2^* > S_1, \quad S_2^{**} > S'_1 \quad (8)$$

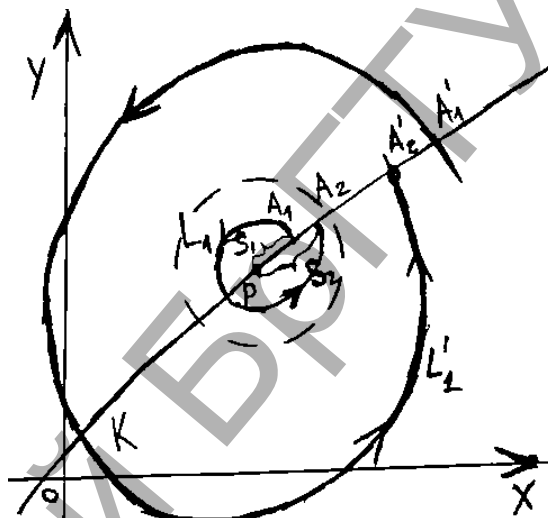


Рисунок 3 – Способ нахождения предельного цикла

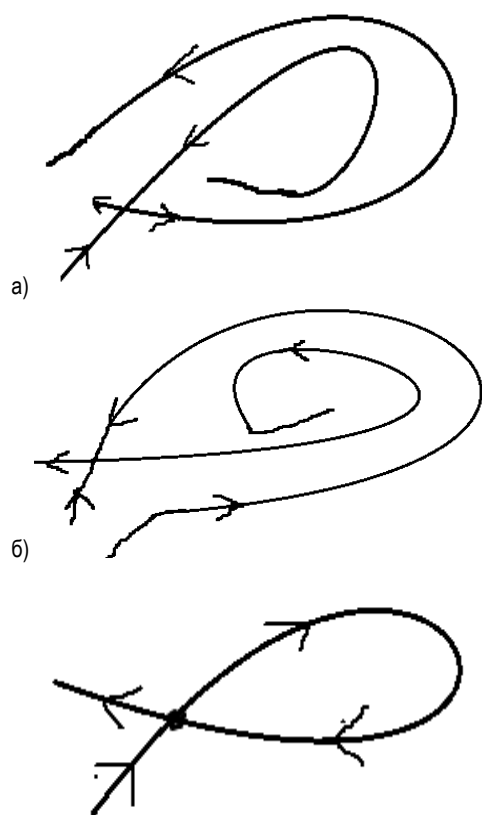
Предположим, что область  $\Sigma$  ограничена:

- простой замкнутой кривой, состоящей из дуги  $A_1A_2$ ;
- траектории  $L_1$  дуги линии  $K$ ;
- простой замкнутой кривой, состоящей из дуги  $A'_1A'_2$  траектории  $L$  и дуги  $A'_1A'_2$  линии  $K$ ; кроме того, является ограниченной кольцевой областью. Если в этой области нет состояний равновесия, то в силу неравенств (8) на основании теоремы о свойстве предельных траекторий [1], [3] можно утверждать, что в кольцевой области  $\Sigma$  существует хотя бы один предельный цикл. Если же предположить, что среди этих предельных циклов нет полуустойчивых, то их должно быть нечётное число. Кроме того, если точка  $A_2$  соответствует на траектории значению  $t$  большему чем точка  $A_1$ , а точка  $A'_2$  – большему чем  $A'_1$ , то число устойчивых предельных циклов на единицу больше числа неустойчивых. Таким образом, приближённое вычисление дуг траекторий, при указанных условиях, позволяет доказать существование хотя бы одного предельного цикла. При этом построение достаточно густой сети изоклин и траекторий может оказаться излишним, все сведения может дать удачное настроение только двух дуг траекторий.

**О принципиальной невозмутимости установления топологической структуры разбиения на траектории путём приближённых вычислений.** Рассмотрим случай, когда все траектории замкнуты. В этом случае, строя приближённо траектории с любой данной степенью точности, мы никогда не сможем ответить на вопрос, являются ли эти траектории замкнутыми или они являются медленно раскручивающимися спиралями. Аналогично и в случае, когда динамическая система обладает полуустойчивым предельным циклом. Сколько бы большую точность приближения мы ни брали, мы никогда не сможем с помощью приближённых вычислений траекторий установить, имеет ли рассматриваемая динамическая система полуустойчивый предельный цикл или же некоторое уплотнение траекторий.

Рассмотрим также случай, когда у динамической системы существует седло и одна из его сепаратрис образует «петлю», т. е. выход

дит из этого седла и возвращается в него же (рис. 4а). Непосредственно путём приближённого вычисления траекторий, в частности сепаратрис, с любой степенью точности мы никогда не сможем установить, имеет ли данная система «петлю» или же имеет место одна из картин, представленных на рис. 4б и рис. 4в.



в)  
**Рисунок 4** – Случай, когда невозможно установить существование петли сепаратрисы

На таких рисунках сепаратрисы седла могут «расходиться» друг от друга на величину, которая не может быть обнаружена при любой точности проводимых вычислений.

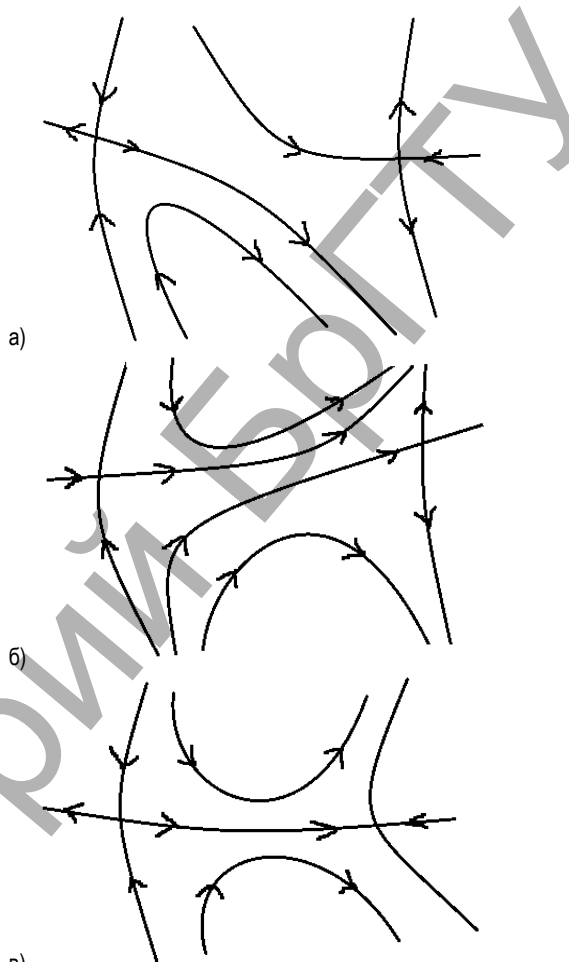
Полностью аналогичная ситуация представлена на рис. 5, когда у рассматриваемой динамической системы существует сепаратриса, идущая из одного седла в другое.

Непосредственно приближённым вычислением траекторий мы не сможем установить, какая из трёх структур, представленных на рис. 5, в действительности имеет место.

Однако следует отметить, что здесь речь шла о невозможности установления указанных патологических структур непосредственным приближенным построением траекторий. Это не означает, что не существует других методов, также связанных с вычислением, при помощи которых можно установить наличие двойного цикла петли сепаратрис и т. п.

**Заключение.** Метод приближённых вычислений для определения качественной структуры разбиения на траектории позволяет не только получить ответ на вопрос о поведении системы при данных значениях её параметров, но и проследить, как изменяется поведение системы при изменении того или иного из её параметров, для чего необходимо выполнить значительное число построений. Однако в некоторых случаях такого общего обозрения поведения системы не требуется. Возникает лишь вопрос о поведении системы при данных начальных условиях, что можно приближённо описать при помощи тех значений, которые будут получать координаты и скорость системы через определённые промежутки времени после начального момента  $t_0$ . Например, при изменении какого-либо периодиче-

ского процесса, если мы знаем одно из состояний, соответствующих такому процессу, а также хотя бы приблизительно его период  $\tau$ , то достаточно вычислить значения координаты и скорости, разделённые промежутками времени, например  $\frac{\tau}{10}$ , чтобы получить представление о ходе всего процесса.



в)  
**Рисунок 5** – Случай сепаратрисы, идущей из одного седла в другое

В заключение отметим, что некоторые вычислительные процедуры, а также процесс построения изоклин и траекторий обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, линейных уравнений и их систем, можно проводить с применением системы компьютерной алгебры *Mathematica* [5].

#### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Андронов, А.А. Теория колебаний / А.А. Андронов, А.А. Витт, С.Э. Хайкин. – 2-е изд. – М.: Наука, 1981. – 918 с.
2. Баутин, Н.Н. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости / Н.Н. Баутин, Е.А. Леонтович. – М.: Наука, 1976. – 496 с.
3. Андронов, А.А. Качественная теория динамических систем второго порядка / А.А. Андронов. – М.: Наука, 1966. – 588 с.
4. Демидович, Б.П. Численные методы анализа: приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова. – 3-е изд. – М.: Наука, Гл. ред. физ-мат литературы, 1967. – 368 с.
5. Прокопеня, А.Н. Применение системы Mathematica к решению обыкновенных дифференциальных уравнений: учеб. пособие / А.Н. Прокопеня, А.В. Чичурин. – Мн.: БГУ, 1999. – 265 с.

Материал поступил в редакцию 06.01.2017

This paper presents a method for calculating the approximate determination of the qualitative structure of dynamic systems solutions, which is the approximate construction of the "grid" trajectories. The specificity of the use of numerical methods in the qualitative study of dynamical systems and a method for proving the limit cycle by constructing arcs of trajectories are considered.

УДК 519.876:544.77.022:691.32

Дивинец А.А.

## РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИСПЕРСНЫХ МАТЕРИАЛОВ

**Введение.** Многообразные дисперсные материалы давно и успешно используются в различных областях промышленности. Известно, что подобные материалы представляют собой частный случай гетерогенной системы, то есть являются объектами, состоящими из частиц двух или более различных типов (то есть двух или более фаз), заполняющих общую среду. В результате, одна из составляющих такой объект фаз образует непрерывную дисперсионную среду, в объеме которой распределена дисперсная фаза (или несколько фаз) в виде мелких кристаллов, твердых частиц, пузырьков и др. [1].

Способы исследования дисперсных систем, широко распространенные на сегодняшний день, базируются в основном на эмпирических измерениях и не представляют возможности проанализировать влияние параметров их состава и структуры на общие свойства материала (например, в целях оптимизации состава). Вопросы, касающиеся влияния состава материала на его структуру и, опосредованно, на свойства, являются важными и до сих пор не до конца проясненными в материаловедении [2].

Компьютерное моделирование существенно снижает затраты времени и средств на создание опытных образцов, по сравнению с подбором оптимального состава путем экспериментального смешивания компонентов, исключая на ранней стадии варианты с «сомнительными» свойствами.

Рынок программного обеспечения для построения и анализа геометрических дисперсных моделей представляет собой довольно ограниченное количество решений. В ходе выполненного ранее поиска [3] нам не удалось найти ни одной специализированной системы, предназначенной для этих целей. Возможности универсальных пакетов-монстров, предоставляющих наработки на все случаи жизни, также нельзя назвать ориентированными на данную конкретную задачу. В результате был начат проект Granulometric Analyzer.

**Программный комплекс Granulometric Analyzer.** В совокупности, проект включает три программных модуля (рисунок 1): первый –

получение распределения гранулометрического состава дисперсного материала; второй – генерация структуры гетерогенной системы на основе стохастических методов, третий – определение интегральных характеристик модельного объема. Связь между модулями осуществляется через специализированные файлы.

Одним из ключевых элементов построения моделей дисперсных систем является выбор функции распределения размеров частиц при дроблении [4]. Он зависит от большого числа факторов, связанных с методом осколкообразования, используемым при подготовке компонентов смеси. Наиболее популярно представление измельчаемых материалов в рамках логарифмического или логнормального закона распределения частиц. Однако этот подход далеко не единственный, а во многих случаях еще и не слишком точный, поэтому в конкретных задачах часто альтернативные методы дают лучший результат.

Для описания гранулометрического состава дисперсного материала довольно часто используют распределение Вейбулла. Первые экспериментальная проверка применимости данного вида распределения была выполнена Л.И. Бароном [5].

Большим преимуществом такого распределения является то, что оно очень широко и содержит в себе как частные случаи, экспоненциальное распределение и распределение Релея, а также близко к гамма-распределению и логнормальному. При определенных значениях параметров распределение Вейбулла становится нормальным распределением.

Статистической проверкой гипотез было установлено, что распределение Вейбулла обеспечивает хорошую сходимость с экспериментальными данными о размерном (гранулометрическом) составе различных заполнителей [6]. Исходя из вышеперечисленных факторов, именно данный тип распределения был выбран для реализации процесса генерации гранулометрического состава дисперсных материалов. Графический интерфейс первого модуля представлен на рисунке 2.

Первый программный модуль разрабатываемого комплекса состоит из нескольких функциональных частей [7]. Входными данными

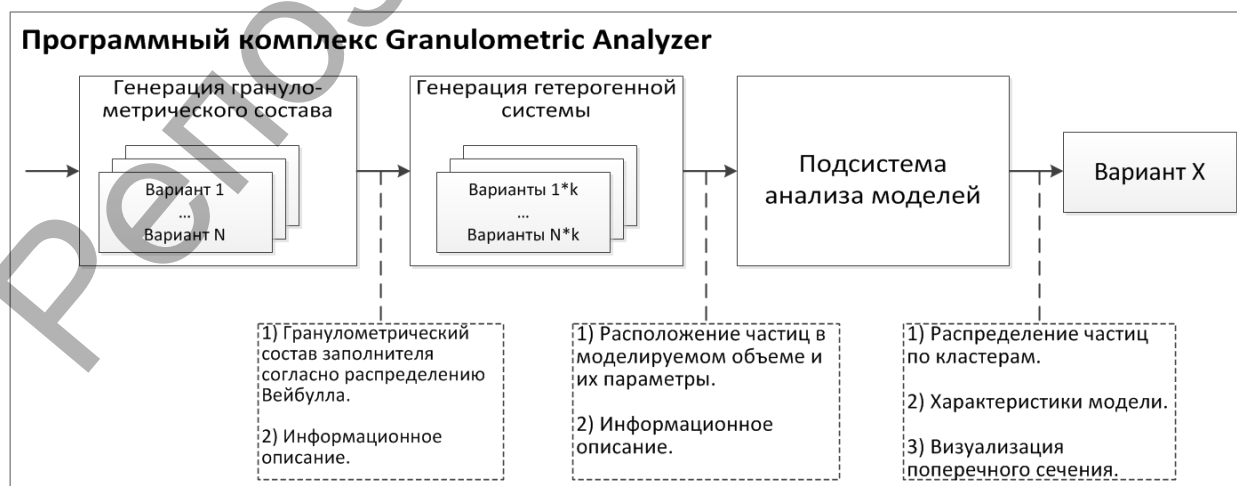


Рисунок 1 – Концепция моделирования