

5. Антоневиц, А.Б. Докл. АН СССР / А.Б. Антоневиц, Я.В. Радыно – 1991. – Т. 318. – №2. – С. 267–270.
6. Лазакевич, Н.В. Докл. АН Беларуси. – 1994. – Т. 38. – № 5. – С. 23–27.
7. Yablonski, A. Nonlinear Analysis. – 2005. – V. 63. – P. 171–197.
8. Ковальчук, А.Н. Математика-2005 // Известия ВУЗов / А.Н. Ковальчук, В.Г. Новохост, О.Л. Яблонский – № 3. – С. 23–31.
9. Groh, J. Illionio J. – Math. – 1980. – V. 24 (2). – P. 244–263.
10. Жук, А.И. Труды института математики / А.И. Жук, О.Л. Яблонский – 2011. – Т. 19. – № 2. – С. 43–51.
11. Жук, А.И. Известия НАН Беларуси. Сер. физ. мат. наук / А.И. Жук, О.Л. Яблонский. – 2011. – № 1. – С. 12–16.

Материал поступил в редакцию 12.01.15

ZHUK A.I. Nonautonomic systems of differential equations with generalized coefficients in the algebra of mnemofunctions

Some systems of differential equations with generalized coefficients are investigated in the algebra of mnemofunctions. The associated solutions of such systems of differential equations are obtained.

УДК 517.91: 004.021

Чичурин А.В., Швычкина Е.Н.

О КОМПЬЮТЕРНОМ МЕТОДЕ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С ШЕСТЬЮ ОСОБЫМИ ТОЧКАМИ И ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ЕМУ СИСТЕМ

Введение. В работе рассматривается дифференциальное уравнение Шази третьего порядка с шестью постоянными полюсами и системы двух дифференциальных уравнений, эквивалентные этому дифференциальному уравнению. Для симметрично заданных полюсов приводится процедура интегрирования заданного уравнения Шази и эквивалентной ему системы.

Уравнение Шази с шестью полюсами общего вида исследовалось в работе [1]. Там же были приведены эквивалентные ему системы двух дифференциальных уравнений, на основе которых был установлен ряд свойств этого уравнения. Для дифференциального уравнения Шази третьего порядка с шестью постоянными полюсами вида

$$w''' = \sum_{k=1}^6 \frac{w' w'' + A_k (w')^3 + c_k w'}{w - a_k} + E w', \quad (1)$$

коэффициенты которого $c_k, a_k, A_k (k = \overline{1,6}), E$ являются постоянными величинами и связаны между собой соотношениями

$$\sum_{k=1}^6 A_k = 0, \quad \sum_{k=1}^6 a_k A_k = -6, \quad \sum_{k=1}^6 a_k^2 A_k = -2 \sum_{k=1}^6 a_k, \quad (2)$$

$$2 A_k^2 + \sum_j \frac{A_k - A_j}{a_k - a_j} = 0 \quad (k, j = \overline{1,6}; j \neq k), \quad (3)$$

$$\sum_{j=1, j \neq k}^6 \frac{c_j - c_k}{a_k - a_j} = 2 A_k + E, \quad (k, j = \overline{1,6}; j \neq k). \quad (4)$$

Н.А. Лукашевичем была предложена замена [2], позволяющая свести это уравнение к линейному дифференциальному уравнению второго порядка. Интегрирование уравнения (1) через такую редукцию было проведено в работах [3–6]. В данной работе интегрирование уравнения (1) осуществляется через построенную для него эквивалентную систему вида

$$\begin{cases} w'' = f_1(z, w)w'^2 + f_2(z, w)v + f_3(w), \\ v' = -2f_1(z, w)w'v, \end{cases} \quad (5)$$

где $f_i (i = \overline{1,3})$ – функции по z и w .

В двух приводимых примерах рассматривается процедура интегрирования и визуализации частных решений уравнения (1), когда все действительные или комплексные полюсы симметрично расположены относительно начала координат. Последнее предположение

существенно с точки зрения времени расчетов и громоздкости получаемых решений. С другой стороны, условие симметричности коэффициентов уравнения (1) позволяет создавать алгоритмы и программные функции, которые дают возможность рассмотреть общий метод интегрирования уравнения (1) при помощи эквивалентных систем. Частные решения находятся также с помощью численных методов, для которых проводится сравнительный анализ.

Материал и методика исследований. Воспользуемся результатами работы [7], где приведено решение систем (2)–(3). Кроме того, будем использовать программные модули [5, 6], позволяющие находить решение соответствующей системы Шази и приведены программные средства, позволяющие находить решение уравнения Шази в численной или аналитической форме, а также осуществлять процесс визуализации и анимации частных решений.

В работах [8, 9] рассматривается дифференциальное уравнение (1), коэффициенты которого $a_k (k = \overline{1,6})$ являются постоянными

величинами, связанными соотношением $\sum_{k=1}^6 a_k = 0$ и точки, соот-

ветствующие им, расположены симметрично относительно начала координат. В этих же работах описан метод построения эквивалентной системы (5) и приведен компьютерный метод нахождения явного вида функций, являющихся коэффициентами этой системы. В частности, определена программная функция $constrSystem[a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6]$, которая по заданным значениям $a_k (k = \overline{1,6})$ уравнения (1) строит эквивалентную ему систему (5).

С помощью построенной системы (5) можно свести интегрирование дифференциального уравнения (1) к интегрированию линейного дифференциального уравнения первого порядка. Действительно, поскольку система (5) является автономной, то из второго уравнения этой системы найдем

$$v = C_1 \exp(-2 \int f_1(w) dw),$$

где C_1 – произвольная постоянная. Подставим найденное выражение в первое уравнение системы (3) и введем замену

$$(w'(z))^2 = y(w), \quad w''(z) = \frac{1}{2} y'(w). \quad (6)$$

Чичурин Александр Вячеславович, д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры математического анализа, дифференциальных уравнений и их приложений Брестского государственного университета имени А.С. Пушкина.

Беларусь, БрГУ им. А.С. Пушкина, 224016, г. Брест, бул. Космонавтов, 21.

Швычкина Елена Николаевна, к.ф.-м.н., доцент кафедры высшей математики Брестского государственного технического университета. Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

В результате получим линейное дифференциальное уравнение первого порядка

$$y'(w) = 2(f_1(w)y(w) + f_2(w)\exp(-2\int f_1(w)dw) + f_3(w))$$

общее решение, которого имеет вид

$$y(w) = C_2 \cdot \exp(-2\int f_1(w)dw) \times \\ \times \int (C_1 f_2(w) + f_3(w)\exp(2\int f_1(w)dw)) dw,$$

где C_1, C_2 — произвольные постоянные. Используя замену (6), найдем функцию $W(z)$ в квадратурах в замкнутой форме, которая является решением системы (5) и уравнения (1).

Продемонстрируем действие метода на двух примерах.

Пример 1. Зададим некоторый набор значений полюсов a_k ($k = \overline{1,6}$)

$$a_1 = 3, a_2 = 1, a_3 = \frac{1}{3}, a_4 = -\frac{1}{3}, a_5 = -1, a_6 = -3 \quad (7)$$

Для определения коэффициентов c_k, A_k ($k = \overline{1,6}$) уравнения (1) мы должны решить систему (3)–(5). Общее решение системы (2) найдено в работах [4, 5]. Подставляя значения (5) в формулы из [4] мы получим пять коэффициентных множеств уравнения (1), (7). Для уравнения (1), (7) выполнено условие существования эквивалентной системы вида (3) только для одного коэффициентного соотношения, а именно когда справедливо соотношение

$\sigma_4 = -\alpha_2 \sigma_2$ [8]. Соответствующая система дифференциальных уравнений имеет вид

$$w'' = \frac{18w^3 + 93w^2 + 118w + 31}{9w^4 + 62w^3 + 118w^2 + 62w + 9} w'^2 + \\ + v(w-3)(w-1) \left(w - \frac{1}{3} \right) \times \left(w + \frac{1}{3} \right) (w+1)(w+3) - \\ - \left((w-1)(2(3w-1)(12(3E+4)w^3 + (163E-312)w^2 + \\ + 2(85E-216)w + 40E + 36w^4 - 108) - \right. \\ \left. - 15c_2(27w^3 + 133w^2 + 158w + 40) + \right. \\ \left. + c_1(3w-1)(81w^3 + 393w^2 + 454w + 112) \right) \times \\ \times \left(24 \left((3w^2 + 10w + 3)^2 + 2(w^3 + w) \right) \right)^{-1}, \\ v' = -2 \frac{18w^3 + 93w^2 + 118w + 31}{9w^4 + 62w^3 + 118w^2 + 62w + 9} w'v, \quad (8)$$

где c_1, c_2, E — коэффициенты уравнения (1).

Проинтегрируем систему (8), например, положив значения параметров $c_1 = 1, c_2 = -1, E = 1$. Решая второе уравнение последней системы, находим

$$v = \frac{C_1}{9w^4 + 62w^3 + 118w^2 + 62w + 9}, \quad (9)$$

где C_1 — произвольная постоянная. Подставим затем соотношение (9) в первое уравнение системы (8), которое после упрощений примет вид

$$w'' = \frac{w^2}{72} (728C_1 + 6696w^2 + 5676) + (72C_1 - 648)w^6 + \\ + (7884C_1 - 728)w^4 - 72C_1 + w^3 (1296w^2 - 15288) + \\ + w(8496w^2 - 6432) + 2232w^2 - 648w^5 - \\ - 2400 / (9w^4 + 62w^3 + 118w^2 + 62w + 9). \quad (10)$$

Применим затем замену (6) к уравнению (10). В результате получим линейное дифференциальное уравнение первого порядка относительно функции $y(w)$. После интегрирования этого линейного уравнения и возвращения к исходной функции $W(z)$ получим уравнение первого порядка

$$w'^2 = 9C_2 w^4 + \left(62C_2 - \frac{2}{9}(C_1 - 9) \right) w^3 + \\ + (118C_2 + 1)w^2 - \left(\frac{5}{3} + \frac{2C_1}{9} - 62C_2 \right) w + \frac{5}{6} + 9C_2, \quad (11)$$

где C_1, C_2 — произвольные постоянные. Общий интеграл уравнения (11) примет вид

$$6\sqrt{2} \left((r_1 - r_2) F \left[\text{Arcsin} \sqrt{\frac{(r_2 - r_4)(w - r_1)}{(r_1 - r_4)(w - r_2)}} \middle| \frac{(r_2 - r_3)(r_1 - r_4)}{(r_1 - r_3)(r_2 - r_4)} \right] \times \right. \\ \times \left. \sqrt{\frac{(w - r_1)(w - r_2)}{(r_1 - r_3)}} \sqrt{(w - r_3)(w - r_4)} \right) \cdot (3(54C_2 + 5) - \\ - 2(2C_1 - 558C_2 + 15)w + 18(118C_2 + 1)w^2 - \\ - 4(C_1 - 279C_2 - 9)w^3 + 162C_2 w^4)^{-1/2} = \\ = (r_2 - r_1)(r_2 - r_4)(\pm z + C_3), \quad (12)$$

где $F[\varphi | m]$ — неполный эллиптический интеграл первого рода [10], а именно

$$F[\varphi | m] = \int_0^\varphi (1 - m \sin^2(\theta))^{-1/2} d\theta, \quad -\pi/2 < \varphi < \pi/2,$$

$$r_i = \text{Root}[15 + 162C_2 - (30 + 4C_1 - 1116C_2)\#1 + \\ + (18 + 2124C_2)\#1^2 + (36 - 4C_1 + 1116C_2)\#1^3 + \\ + 162C_2\#1^4, i] \quad (i = 1, 2, 3, 4).$$

Рассмотрим задачу Коши для уравнения (1) с коэффициентами (7) и начальными условиями

$$w(0) = 0, w'(0) = 0,5, w''(0) = 0,5 \quad (13)$$

Для системы (8) начальные условия (13) примут вид

$$w(0) = 0, w'(0) = 0.5, v(0) = -\frac{361}{108}.$$

Найдем соответствующие значения произвольных постоянных C_1, C_2, C_3

$$C_1 = -\frac{361}{12}, C_2 = -\frac{7}{108}, C_3 \approx 2,96809270936 \times 10^{-9}.$$

Точное значение C_3 выражается через Root-объекты [11, 12], здесь приведено лишь его приближенное значение. Root-объект в СКА *Mathematica* является неявным представлением корней в случаях, когда явных формул для решения алгебраического уравнения нет. Поэтому *Mathematica* использует неявное символическое пред-

ставление $Root[f, k]$, которое является k -тым точным корнем полиномиального уравнения $f[x] = 0$.

Решим теперь уравнение (1) численными методами, используя функцию NDSolve в СКА Mathematica [12], при соответствующих начальных условиях (13). Вид полученного частного решения изображен на рисунке 1. При этом пунктирная линия соответствует частному решению, найденному численным методом, а сплошная частному решению (12) найденному в неявном виде.

Для оценки погрешности численных методов при нахождении решения (12) рассмотрим интерполяционные функции $w(z)$, найденные при помощи следующих численных методов: неявного метода Рунге-Кутты третьего порядка точности (RK3) и неявного метода обратного дифференцирования (BDF). Обозначим их соответственно

$$\begin{aligned} w(z) &= metRK3(z), \\ w(z) &= metBDF(z). \end{aligned} \quad (14)$$

Дадим оценку обоим численным методам из (14). Точность аппроксимации решения $w(z)$ уравнения (1) графически оценим на рисунке 2, где изображены графики выражений, являющихся разностями точного и приближенного решения, полученного при выборе численного метода из системы (14). На рисунке 2 построена система координат с двумя различными осями ординат, что позволяет оценить величину отклонений построенных разностей от нуля [12].

Из рисунка 2 можно заключить, что значения отклонений от нуля точного решения (12) для интерполяционной функции (14), найденной при помощи неявного метода Рунге-Кутты третьего порядка точности (сплошная линия на рисунке 2), являются меньшими. Отсюда следует сделать вывод о том, что неявный метод Рунге-Кутты третьего порядка точности (RK3) лучше аппроксимирует точное решение (12) уравнения (1), (7).

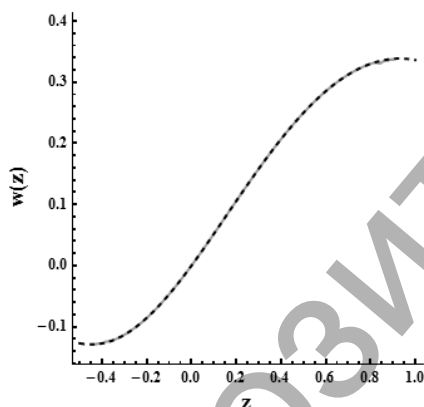


Рис. 1. График функции $w(z)$

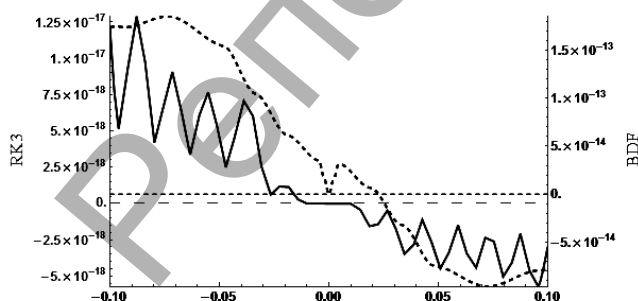


Рис. 2. Сравнение отклонений от нуля выражений, полученных при подстановке интерполяционных функций (11) в точное решение уравнения (1)

Приведем программный модуль, написанный для построения двух графиков функции в одной системе координат с различными осями ординат (рисунок 3).

Выше приведено сравнение двух численных методов. Аналогичный сравнительный анализ был проведен и для других численных методов. Критериями для выбора именно указанных выше методов являлись оценки встроенных параметров системы Mathematica 9 (а именно – скорость вычислений, число шагов и суммарная ошибка на конечном интервале). Результаты такого сравнения численных методов приведены на рисунке 4.

Замечание 1. Исследование уравнения (1)–(4), (7) другим компьютерным методом проводилось в работе [13].

Пример 2. Рассмотрим значения полюсов a_k ($k = \overline{1,6}$), лежащие в вершинах правильного шестиугольника

$$\begin{aligned} a_1 &= 1, \quad a_2 = -1, \quad a_3 = \frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}, \quad a_4 = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}, \\ a_5 &= -\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}, \quad a_6 = \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}. \end{aligned} \quad (15)$$

Используя формулы из работ [4, 5] для определения коэффициентов множеств уравнения (1), (15), т.е. соотношения для коэффициентов c_k, A_k ($k = \overline{1,6}$) в явном виде и условия существования эквивалентной системы из [8, 9], получим три коэффициентных множества. Им будут соответствовать значения параметра α_2 [7]

равные $1, \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Для каждого из них можно

определить коэффициенты c_k, A_k ($k = \overline{1,6}$) и построить эквивалентные системы вида (5). В случае $\alpha_2 = 1$ решение системы вида (5) аналогично примеру 1. То есть, сначала находится общее решение системы в специальных функциях (эллиптический интеграл первого рода), а затем при одинаковых начальных условиях проводится сравнительный анализ построенного точного решения с решением исходного дифференциального уравнения (1), (15), найденного численными методами.

Рассмотрим решение дифференциального уравнения (1), (15) при коэффициентах найденных, например, при выбранном значении

$$\alpha_2 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Так как параметры } c_1, c_2, E \text{ — произвольные, то выбираем их значения равными, например, } c_1 = \frac{1}{2}(1 - i\sqrt{3}), c_2 = \frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3}), E = -\frac{2i\sqrt{3}}{3}.$$

Соответствующая эквивалентная система дифференциальных уравнений принимает вид

$$\begin{aligned} w'' &= (6v((19\sqrt{3} + 17i)w^2 - 18\sqrt{3} + 20i)(w^6 - 1)w + \\ &+ w^2(9(19\sqrt{3} + 17i)w^2 + 40\sqrt{3} + 108i) + 6(-9\sqrt{3} + 10i)w'^2 + \\ &+ (51 - 57i\sqrt{3})w^6 + (-34\sqrt{3} + 114i)w^4 + 57i\sqrt{3} - 51) \times \\ &\times (6w((19\sqrt{3} + 17i)w^2 - 18\sqrt{3} + 20i))^{-1}, \\ v' &= -8 \frac{w(w(3(iw + \sqrt{3} + i)w + \sqrt{3} - 2i) - \sqrt{3} + i) + i}{(2iw + \sqrt{3} + i)^2(\sqrt{3} + i - 2iw^2)w} w'v \end{aligned} \quad (16)$$

Выберем теперь, например, начальные условия $w(0) = 1, w'(0) = 1, w''(0) = 1$ (17)

Решая систему (16), находим частный интеграл ее первого уравнения:

```
TwoYAxisPlot[q1_, q2_] :=
Block[{plotRange1, plotRange2, ticksX1, ticksY1, ticksX2, ticksY2, rescaleF},
{plotRange1, {ticksX1, ticksY1}} =
{PlotRange, Ticks} /. AbsoluteOptions[q1, {PlotRange, Ticks}];
{plotRange2, {ticksX2, ticksY2}} =
{PlotRange, Ticks} /. AbsoluteOptions[q2, {PlotRange, Ticks}];
rescaleF = With[{scale1 = plotRange2[[2]], scale2 = plotRange1[[2]]},
Rescale[#, scale1, scale2] &];
Show[{q1, q2 /. {x_Real, y_Real} => {x, rescaleF@y}}, PlotRange -> All,
Axes -> {True, False},
AxesStyle -> Directive[RGBColor[0.09091325246051728`, 0.725459678034638`, 1.`],
Dashing[Large]], Frame -> {{True, True}, {True, False}},
FrameTicks -> {{ticksY1, ticksY2 /. {x_Real, y_} => {rescaleF@x, y}},
{Automatic, Automatic}},
FrameStyle -> {{RGBColor[0.09091325246051728`, 0.725459678034638`, 1.`],
RGBColor[0.13667505912870984`, 0.31818112458991377`, 0.`]}, {Black, Black}},
FrameTicksStyle -> Directive[FontFamily -> "Times New Toman", 12, Bold],
FrameLabel ->
{{Style["RK3", RGBColor[0.09091325246051728`, 0.725459678034638`, 1.`], 16],
Style["BDF", RGBColor[0.13667505912870984`, 0.31818112458991377`, 0.`], 16]},
{Style["z", Black, 16], ""}}, ImageSize -> 600,
Epilog -> {RGBColor[0.13667505912870984`, 0.31818112458991377`, 0.`], Dashed,
Line[Transpose@{plotRange1[[1]], rescaleF@{0, 0}}]}, PlotRangePadding -> 0]]
```

Рис. 3. Листинг программного модуля

МЕТОД	ЧИСЛО ШАГОВ	ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ	ВРЕМЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ (в секундах)
Automatic	34	73	0.
ImplicitRungeKutta-8	24	175	0.031250
ImplicitRungeKutta-3	24	121	0.031250
BDF	24	25	0.
DoubleStep	27	57	0.015625
FixedStep	48	51	0.015625

Рис. 4. Сравнение численных методов при решении задачи Коши (1)-(4), (7), (13)

$$\int_0^{w(z)} \left((3+3i)(21+6i+(31+4i)\sqrt{3})u^8 - (450+269i+(131+120i)\sqrt{3})u^6 + 20i(-10+27i+(9+20i)\sqrt{3})u^4 + (225-345i+(855-15i)\sqrt{3})u^2 - 15(60-27i+(27+10i)\sqrt{3}) \right)^{-1} du = \pm \frac{z}{2} \sqrt{\frac{82}{170749}i - \frac{405}{170749}} + f[1], \quad (18)$$

где функция $f[x]$ определена ниже.

Таким образом, решением задачи Коши (1), (15), (17) является неявная функция (18).

Используя возможности визуализации СКА *Mathematica* [12] приведем график действительной части решения (18), предварительно определив команды:

```
f[x_&NumberQ] := NIntegrate[1/(3+3i) - (21+6i+(31+4i)\sqrt{3})K[1]^8 - (450+269i+(131+120i)\sqrt{3})K[1]^6 + 20i(-10+27i+(9+20i)\sqrt{3})K[1]^4 + (225-345i+(855-15i)\sqrt{3})K[1]^2 - 15(60-27i+(27+10i)\sqrt{3})], {K[1], 0, x}, AccuracyGoal -> 8, MaxRecursion -> 20] // Quiet
CountourPlot[Evaluate[Re[f[w]]] = Re[-\frac{z}{2} \sqrt{\frac{82}{170749}i - \frac{405}{170749}} + f[1]], {z, -.7, .7}, {w, -1, 1}, CountourStyle -> {Blue, Thick}, Frame -> {{True, False}, {True, False}}, FrameStyle -> Directive[GrayLevel[0], AbsoluteThickness[1.7]], FrameStyle -> {"z", "w(z)"}, LabelStyle -> Directive[Bold, 14]]
```

Аналогичным образом строится график мнимой части решения $W(z)$, задаваемого равенством (18).

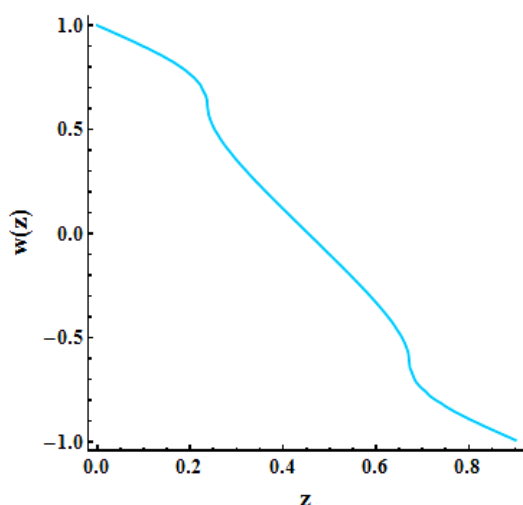


Рис. 5. График функции действительной части $W(z)$ решения задачи Коши (1), (15), (17)

Решение дифференциального уравнения (1), (15) при коэффициентных соотношениях, найденных при значении $\alpha_2 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$, определяется таким же образом.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Chazy, J. Sur les equations differentielles du troisieme order et d'ordre superieur, dont l'integrale generale a ses points critiques fixes. / J. Chazy // Acta Math. – 1911. – Vol. 34 – P. 317–385.
2. Лукашевич Н.А. К теории уравнения Шази // Дифференц. уравнения. – 1993. – Т.29, № 2. – С. 353–357.
3. Чичурин А.В. Уравнение Шази и линейные уравнения класса Фукса: Монография. М.: Изд-во Российского ун-та дружбы народов, 2003. – 163 с.

4. Чичурин О.В. Про дослідження одного класу рівнянь Шази // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. – 2010. Серія Математика. Механіка. Випуск 24, – С. 14–20.
5. Чичурин, А.В. О точных решениях нелинейного дифференциального уравнения третьего порядка с шестью особыми точками / А.В. Чичурин // Динамика неоднородных систем : тр. ИСА РАН ; ред. Ю.С. Попков. – Москва, 2010. – Т.56, №1. – С. 20–29.
6. Чичурин, А.В. Решение системы Шази и интегрирование дифференциального уравнения Шази с шестью постоянными полюсами с помощью системы Mathematica // Веснік Брэсцкага дзяржаўнага ўніверсітэта.– 2010. Серыя 4. Фізіка. Матэматыка № 2, С.134–141.
7. Мартынов, И.П. О решении системы уравнений Шази / И.П. Мартынов, А.В. Чичурин // Нелінійні коливання – 2009. – Т. 12, № 1. – С. 92–98.
8. Швычкина, Е.Н. О представлении дифференциального уравнения Шази с шестью постоянными полюсами в виде системы двух дифференциальных уравнений с помощью системы Mathematica / Е.Н. Швычкина // Динамика неоднородных систем : тр. ИСА РАН ; ред. Ю.С. Попков. – Москва, 2010. – Т.53, №1. – С. 250–258.
9. Shvychkina, H. Building the third order differential system with Mathematica / H. Shvychkina // Computer Algebra Systems in Teaching and Research. Differential Equations, Dynamical Systems and Celestial Mechanics; Eds.: L. Gadomski [and others]. – Siedlce, 2011. – P. 136–140.
10. Янке, Э. Специальные функции. Формулы, графики, таблицы / Э. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1968. – 344 с.
11. Режим доступа: <http://reference.wolfram.com/mathematica/ref/Root.html>
12. Wagon, S. Mathematica in action: problem solving through visualization and computation / S. Wagon. – 3rd ed. – New York : Springer, 2010. – 578 p.
13. Чичурин, А.В. О компьютерном моделировании метода нахождения решений дифференциальных уравнений второго и третьего порядков с шестью особыми точками // Стохастическое и компьютерное моделирование систем и процессов: сб. науч. ст. / ГрГУ им. Я. Купалы; редкол.: Л.В. Рудикова (гл. ред.) [и др.]. – Гродно: ГрГУ, 2011. – С. 189–193.

Материал поступил в редакцию 28.01.15

CHICHURIN A.V., SHVYCHKINA A.N. About the computer method of integration of the third order differential equations with six polar and the equivalent system

In this paper we consider the differential equation of the third order Chazy with six fixed poles and system of two differential equations equivalent to this differential equation. For symmetrically defined poles integration procedure for the equation Chazy and the equivalent system is given.

УДК 621.395.66

Ярошевич А.В.

ВЫБОР ЁМКОСТИ ДЛЯ КОМПЕНСАЦИИ ИНДУКТИВНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ ПО АСИМПТОТИЧЕСКИМ ФОРМУЛАМ

Проблема. Известен ряд регуляторов реактивной мощности для промышленных потребителей [1, 2], у которых функции определения ёмкости и соответствующего сигнала для коммутации батареи компенсирующих конденсаторов выполняются программно - логическим контроллером с микропроцессором.

Примером такого вычислителя является программно-логический контроллер РРМ 03-01 [3], предназначенный для многоступенчатого автоматического регулирования мощности в сетях напряжением 0,4 кВ с управлением до 12 секций конденсаторной установки. Недостатком такого устройства является его сложность, высокая стоимость и значительные габариты, препятствующие применению в квартирных электрических сетях.

Задача. Целью разработки настоящего метода расчёта ёмкости является создание аналогового устройства для выполнения функций автоматического определения ёмкости компенсирующих конденсаторов [4], существенно более простого и надёжного по сравнению с имеющимися.

Поставленная цель достигается реализацией схемы управления ключами коммутации конденсаторов на элементах аналоговой электроники. Схема построена на основе асимптотической формулы для расчёта ёмкости компенсирующих конденсаторов.

Основные соотношения. Для обоснования предлагаемой асимптотической формулы получены следующие соотношения.

Ярошевич Анатолий Васильевич, доцент кафедры автоматизации технологических процессов и производств Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

Физика, математика, информатика