#### Вестник Брестского государственного технического университета. 2015. №5

Результаты сравнения видны на рис. 5. Анализ показывает преимущества broadway по части нагрузки, причем с ростом количества мест эта разница увеличивается и оказывается существенной, если число виртуальных рабочих мест достигнет десятков сотен.

Меньшую загруженность сервера при использовании broadway, чем при использвоании схем с протоколом VNC, можно объяснить несколькими факторами: отсутствием необходимости в отдельном VNC-сервере, отсутствием операций, связанных со сжатием и кодированием потока для VNC, более оптимальным (за счет узкой специализации) кодом сервера, отдающим контент. Потребление ОЗУ в случае broadway так же ниже (экономия составляет порядка 30–40 МБ на одно виртуальное рабочее место).

Что касается нагрузки на клиентскую машину и объема генерируемого трафика, то в этом отношении оба подхода демонстрируют паритет (обе величины незначительны). Однако здесь преимуществом broadway оказывается полное отсутствие артефактов изображения, которые могут появляться при использовании VNC.

# СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- Каваленка, У.Ю. Дэманстрацыйна-тэставая ферма праграм для платформы Android з вэб-інтэрфейсам / У.Ю. Каваленка, Д.А. Касцюк // П'ята міжнародна наукова-практычна конференція FOSS Lviv 2015: збірник наукових праць. – Львів, 23–26 квітня 2015. – С. 42–45.
- Коваленко, В.Ю. Кроссплатформенные виртуальные рабочие места / В.Ю. Коваленко, Д.А. Костюк // Информационные технологии и системы 2015 (ИТС 2015): материалы международной научной конференции. – Минск: БГУИР, 29 октября 2015. – С. 104–105.
- Касцюк, Д.А. Ужыванне віртуальных машын у складзе ілюстраваных аглядаў гісторыі праграмнага забеспячэння / Д.А. Касцюк, П.А. Луцюк, С.С. Уласенка, В.А. Жалудок // Третя міжнародна наукова-практычна конференція FOSS Lviv 2014: збірник наукових праць. – Львів, 24–27 квітня 2014. – С. 51–54.

# Материал поступил в редакцию 04.01.16

## KOVALENKO V.Yu., KOSTIUK D.A. Virtualized farm for testing and demonstration of Android applications with web access

A virtualized testing farm for Android applications developed by the authors is presented, with substitution of default emulation tools of Google with different set of components, using nested virtualization and transparent emulation on native architecture. Presented solution provides user control via the intranet web access, as far as typical development access through ADB. Internal architecture, deployment and scaling principles are discussed.

# УДК 620.1:004.93

# Игнатюк В.И., Алексеев Т.Ю.

# АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА СТАТИЧЕСКОГО РАСЧЕТА СИСТЕМ ПЕРЕКРЕСТНЫХ БАЛОК

Введение. Одним из основных и наиболее мощных инструментов численного исследования напряженно-деформированного состояния конструкций и сооружений при действии различных нагрузок и воздействий сегодня является метод конечных элементов (МКЭ). МКЭ отличают достаточная простота, высокая логичность, универсальность, он позволяет решать задачи с большим числом неизвестных, хорошо поддается алгоритмизации [1, 2].

В реальных сооружениях соединение стержней в узлах не является идеально жестким либо шарнирным, а имеет определенную упругую податливость, которая обычно не учитывается в расчетах, но может существенно влиять на распределение усилий в системе. Поэтому упругую податливость узловых соединений целесообразно учитывать в расчетах сооружений.

В работе рассматриваются основы расчёта систем перекрестных балок на действие статических нагрузок методом конечных элементов с учетом упругой податливости присоединения элементов к узлам и разработка компьютерной программы расчета.

Основы теории метода конечных элементов в применении к расчету систем перекрестных балок. Рассматривается расчет систем перекрестных балок (СПБ) (рис. 1) на неподвижные нагрузки методом конечных элементов в форме метода перемещений [1]. Разрешающие уравнения МКЭ записываются в виде:

$$\begin{bmatrix} E_1 \end{bmatrix} \cdot \left\{ -\begin{bmatrix} K \end{bmatrix} \cdot \left\{ \Delta \right\} + \left\{ P \right\} \right\} = 0, \qquad (1)$$

где {*P*} – вектор нагрузок в узлах системы; { $\Delta$ } – вектор перемещений узлов; {*K*} – матрица жесткости системы [1]; [*E*<sub>1</sub>] – единичная диагональная матрица, число элементов которой по диагонали равно числу перемещений узлов системы { $\Delta$ }, при этом каждому ее диагональному элементу соответствует узел и направление его перемещения в том же порядке, что и в матрице { $\Delta$ }, и диагональные элементы матрицы [*E*<sub>1</sub>] принимают два значения – 0 (в направлениях, по которым перемещения вследствие наличия опорных связей отсутствуют) либо 1 (по направлениям, по которым перемещения возможны).



Системы перекрестных балок при использовании метода конечных элементов разбивают на конечные элементы (КЭ) балочного типа по узлам соединения стержней и по точкам опирания и приложения нагрузок. В общем случае каждый узел такой системы обладает шестью степенями свободы, однако, учитывая, что СПБ работают обычно только на действие вертикальных нагрузок, можно пренебречь [1] линейными перемещениями в плоскости СПБ (в направлениях осей *x*, *y*) и углами поворота вокруг оси *z*. В результате вектор перемещений в узле СПБ будет иметь три перемещения – вертикальное линейное перемещение (в направлении оси *z*) и два угла поворота относительно осей *x* и *y*. Соответственно для конечных элементов будем иметь по шесть перемещений (рис. 2) и усилий по концам.





Матрица жесткости системы формируется из матриц жесткости конечных элементов дискретной модели СПБ в глобальной системе координат, располагающихся в матрице жесткости системы в соот-

Игнатюк Валерий Иванович, к.т.н., зав. кафедрой строительной механики Брестского государственного технического университета. Алексеев Тарас Юрьевич, инженер Брестского государственного технического университета. Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267. ветствии со структурой системы [1].

Связь между матрицами жесткости КЭ в глобальной и локальной системах координат определяется выражением:

$$[\mathbf{K}] = [\mathbf{T}_{\alpha}]^{T} [\mathbf{K}'] \cdot [\mathbf{T}_{\alpha}], \qquad (2)$$

где матрица преобразования координат для КЭ системы перекрестных балок имеет вид:

$$[T_{\alpha}] = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 \cos\gamma \sin\gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 -\sin\gamma\cos\gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \cos\gamma\sin\gamma \\ 0 & 0 & 0 & 0 -\sin\gamma\cos\gamma \end{vmatrix} .$$
(3)

Учёт упругой податливости присоединения конечных элементов к узлам. Для учёта в расчётах сооружений упругой податливости узловых соединений получена матрица жёсткости конечного элемента в локальной системе координат, учитывающая упруго-податливое присоединение КЭ к узлам с помощью вертикальных (*C*<sub>1</sub>, *C*<sub>4</sub>) и угло-

вых ( *C*<sub>2</sub>, *C*<sub>3</sub>, *C*<sub>5</sub>, *C*<sub>6</sub> ) упругих связей (рис. 3), которая имеет вид:

$$[K_{3}'] = \begin{bmatrix} \frac{12EJ}{\beta}k_{1} & 0 & \frac{-6EJ}{\beta}k_{2} & \frac{12EJ}{\beta}k_{1} & 0 & \frac{-6EJ}{\beta}k_{4} \\ 0 & \frac{GJ_{xp}}{\beta}k_{G} & 0 & 0 & \frac{-GJ_{xp}}{\beta}k_{G} & 0 \\ \frac{-6EJ}{\beta}k_{2} & 0 & \frac{3EJ}{\beta}(k_{2}+k_{3}) & \frac{6EJ}{\beta}k_{2} & 0 & \frac{3EJ}{\beta}(k_{2}-k_{3}) \\ \frac{12EJ}{\beta}k_{1} & 0 & \frac{6EJ}{\beta}k_{2} & \frac{12EJ}{\beta}k_{1} & 0 & \frac{6EJ}{\beta}k_{4} \\ 0 & \frac{-GJ_{xp}}{\beta}k_{G} & 0 & 0 & \frac{GJ_{xp}}{\beta}k_{G} & 0 \\ \frac{-6EJ}{\beta}k_{4} & 0 & \frac{3EJ}{\beta}(k_{2}-k_{3}) & \frac{6EJ}{\beta}k_{4} & 0 & \frac{3EJ}{\beta}(k_{4}+k_{5}) \end{bmatrix}$$

где *C<sub>j</sub>* – упругая податливость связи, равная величине ее смещения (линейного либо углового) при приложении к ней единичного усилия – упругая податливость связи обратна жесткости связи; *EJ*, *GJ<sub>кр</sub>* – изгибная и крутильная жесткости конечного элемента.









Варьируя величины упругих связей *С*<sub>г</sub>от нуля до бесконечности, можно получить матрицы жесткости с жесткими и шарнирными соединениями в узлах.

При действии на КЭ распределённых нагрузок в методе конечных элементов их необходимо преобразовывать к узловым. Это преобразование для КЭ, упруго-податливо присоединяемых к узлам, не будет совпадать со случаями жёстко-шарнирного соединения конечных элементов в узлах и может быть также получено на основе расчётов соответствующих конечных элементов [1]. Для нагружения КЭ нагрузками, представленными на рисунке 4, величины узловых нагрузок будут определяться выражением:

$$\left\{ \begin{array}{c} P_{q}' \\ P_{q2}' \\ P_{q3}' \\ P_{q3}' \\ P_{q4}' \\ P_{q5}' \\ P_{q6}' \\ P_{q6}$$

где 
$$t_{q2} = \frac{EJ}{I} \left( \frac{1}{c_6} - \frac{1}{c_3} \right) + \frac{8EJ}{I^3} \left( \frac{1}{c_5} - \frac{1}{c_2} \right); t_{q3} = 1 + \frac{3EJ}{I} \left( \frac{1}{c_3} + \frac{1}{c_6} \right);$$
  
 $s_{q2} = 1 + \frac{15EJ}{c_6 I^3}; s_{q3} = 1 + \frac{4EJ}{c_6 I}; u_1 = 1 + \frac{3EJ}{I^3} \left( \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_5} \right) + \frac{3EJ}{c_3 I};$ 

$$u_2 = 1 + \frac{2EJ}{c_3 I}; \ u_3 = 1 + \left(\frac{1}{c_3} + \frac{1}{c_6}\right) \frac{EJ}{I}.$$

Преобразование векторов внешних нагрузок конечных элементов из местных в общую систему координат производится с помощью выражения [1]:

$$\left\{ \boldsymbol{P}_{q}\right\} = \left[\boldsymbol{T}_{\alpha}\right]^{T}\left\{ \boldsymbol{P}_{q}^{\prime}\right\}.$$
(6)

Используя полученные матрицы жёсткости конечных элементов и сосредоточенных узловых усилий от распределённых равномерно и по треугольным законам нагрузок, можно выполнять расчёты рамно-стержневых систем методом конечных элементов с учётом упруго-податливого присоединения КЭ к узлам.

Деформирование конечного элемента СПБ, упругоподатливо присоединенного к узлам. Получим зависимости для определения перемещений сечений балочного конечного элемента, упруго-податливого присоединяемого к узлам расчетной дискретной модели системы перекрестных балок, в зависимости от перемеще-

Физика, математика, информатика

ний узловых точек расчетной дискретной модели и действующих на стержни распределенных нагрузок. При этом зависимости для конечного элемента получим сначала в местной системе координат с последующим их преобразованием в глобальную систему координат по выражению [1]:

$$\left\{ \boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{\vartheta}} \right\} = \left[ \boldsymbol{\mathcal{T}}_{\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\vartheta}} \right]' \cdot \left\{ \boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{\vartheta}}' \right\}. \tag{7}$$

Получение расчетных зависимостей. Расчет конечного элемента выполним методом перемещений [3], приняв за неизвестные перемещения конечных точек расчетной дискретной модели стержня ( $Z_i$ ), в которых стержень присоединяется к узлам конечноэлементной модели системы с помощью упругих связей (перемещения точек a и b на рисунке 3).

Основную систему метода перемещений получим, установив по направлениям всех возможных линейных и угловых перемещений концов стержня в точках *a* и *b* дополнительные связи (рис. 5). Система уравнений метода перемещений в матричной форме имеет вид:

$$[r] \cdot \{Z\} + \{R_F\} = 0, \qquad (8)$$

где {Z} – вектор перемещений дополнительных связей (рис. 5); [r] – матрица реакций в дополнительных связях, возникающих при их единичных смещениях – элемент этой матрицы  $r_{ik}$  представляет собой реактивное усилие в направлении *i*-й дополнительной связи (сила в линейной связи, либо момент в угловой связи) от единичного перемещения k-й дополнительной связи (линейного смещения либо угла поворота); { $R_{F}$ } – вектор реактивных усилий в дополнительных связях от внешних воздействий, в качестве которых здесь будут выступать перемещения узлов  $\delta'_i$  и внешние нагрузки, распределенные в общем случае по трапецеидальным зависимостям.



Для определения реакций в дополнительных связях от единичных перемещений узлов воспользуемся табличными эпюрами метода перемещений [3].

Построим от каждого из единичных перемещений эпюры изгибающих моментов и найдем возникающие в дополнительных связях реакции способом вырезания узлов. При этом учтем, что при единичном перемещении упругих связей в них возникают усилия (силы, моменты), равные обратной величине их упругой податливости. На рисунок 6 показаны соответствующие процедуры для перемещений  $Z_1 = 1$ ,  $Z_2 = 1$  и  $Z_3 = 1$ .

Из вырезания узлов и рассмотрения их равновесия получаем:

а) от перемещения 
$$Z_1 = 1$$
:  $r_{1,1} = \frac{12EJ_y}{l^3} + \frac{1}{c_1}$ ;  $r_{3,1} = -\frac{6EJ_y}{l^2}$ 

$$r_{4,1} = -\frac{12EJ_y}{l^3}; r_{6,1} = -\frac{6EJ}{l^2}$$

в) от перемещения  $Z_2 = 1$ :  $r_{2,2} = \frac{GJ_{kp}}{I} + \frac{1}{C_2}$ ;  $r_{5,2} = -\frac{GJ_{kp}}{I}$ ;

г) от перемещения Z

$$r_{4,3} = \frac{6EJ_y}{l^2}; r_{6,3} = \frac{2EJ_y}{l}.$$

Реакции в дополнительных связях, возникающих от остальных трех единичных перемещений, находятся аналогично. Матрица [*r*] в результате принимает вид:

 $\frac{6EJ_{y}}{l^{2}}; \ r_{3,3} = \frac{4EJ_{y}}{l} + \frac{1}{c_{3}};$ 

Физика, математика, информатика



Рис. 7. Определение грузовых реакций в плоскости x'z'

È

$$[r] = \begin{bmatrix} \frac{12EJ_{y}}{P} + \frac{1}{q} & 0 & \frac{6EJ_{y}}{P} & \frac{12EJ_{y}}{P} & 0 & \frac{6EJ_{y}}{P} \\ 0 & \frac{GJ_{p}}{I} + \frac{1}{c_{2}} & 0 & 0 & \frac{GJ_{pp}}{I} & 0 \\ \frac{6EJ_{y}}{P} & 0 & \frac{4EJ_{y}}{I} + \frac{1}{c_{3}} & \frac{6EJ_{y}}{P} & 0 & \frac{2EJ_{y}}{I} \\ \frac{12EJ_{y}}{P} & 0 & \frac{6EJ_{y}}{P} & \frac{12EJ_{y}}{P} + \frac{1}{c_{4}} & 0 & \frac{6EJ_{y}}{P} \\ 0 & \frac{GJ_{pp}}{I} & 0 & 0 & \frac{GJ_{pp}}{I} + \frac{1}{c_{5}} & 0 \\ \frac{6EJ_{y}}{P} & 0 & \frac{2EJ_{y}}{I} & \frac{6EJ_{y}}{P} + \frac{1}{c_{4}} & 0 & \frac{6EJ_{y}}{P} \\ 0 & \frac{GJ_{pp}}{I} & 0 & 0 & \frac{GJ_{pp}}{I} + \frac{1}{c_{5}} & 0 \\ \frac{6EJ_{y}}{P} & 0 & \frac{2EJ_{y}}{I} & \frac{6EJ_{y}}{P} & 0 & \frac{4EJ_{y}}{I} + \frac{1}{c_{5}} \end{bmatrix}$$
Свободные члены уравнения (8)  $R_{i,F}$  представляют собой ре

акции в дополнительных связях от внешних воздействий на конечный элемент. В качестве внешних воздействий здесь выступают перемещения узлов  $\delta'_i$  и распределенные по трапецеидальным зависимостям нагрузки. Перемещения узлов  $\delta'_i$  будут вызывать в упругих связях усилия, равные произведению этих перемещений на величины, обратные жесткостям связей ( $\delta'_i \cdot (1/c_i)$ ). Действие трапецеидально распределенных нагрузок учтем, сложив действие равномерно распределенной и треугольно распределенной нагрузок. Определение грузовых реакций  $R_{i,F}$  для КЭ от перемещений узлов

δ' и распределенных нагрузок показано на рисунок 7.

Вырезая узлы, получим:

$$R_{1,F} = -\frac{\delta_1'}{c_1} - (7q_1 + 3q_4)\frac{l}{20}; R_{3,F} = -\frac{\delta_3'}{c_3} - (3q_1 + 2q_4)\frac{l^2}{60}$$
$$R_{4,F} = -\frac{\delta_4'}{c_4} - (q_1 + 2q_4)\frac{l}{6}; R_{6,F} = -\frac{\delta_6'}{c_6} - (2q_1 + 3q_4)\frac{l^2}{60}.$$

Матрица {*R<sub>F</sub>*} определена. Решая систему уравнений метода перемещений (8), найдем перемещения {*Z*} концов стержня, упругоподатливо присоединяемого к узлам системы.

После этого перемещение любого сечения стержня в местной системе координат определим на основе дифференциальной зависимости:

$$\frac{d^2 u_1}{dx^2} = \frac{M_y}{EJ_y} = \frac{1}{EJ_y} \left( r_4 + r_1 x + \frac{q_1}{2} x^2 + \frac{q_4 - q_1}{6I} x^3 \right).$$

Проинтегрировав выражение два раза и подставив граничные условия, найдем постоянные интегрирования. Граничные условия при жестком присоединении к начальному узлу записываются в ви-

де: при 
$$x = 0$$
  $y = Z_1$ ,  $\phi_z = \frac{du_1}{dx} = -Z_3$ . В результате получим

зависимость для прогибов сечений стержня в виде:

$$I_1 = Z_1 - Z_3 x + \frac{1}{EJ_z} \left( r_3 \frac{x^2}{2} + r_1 \frac{x^3}{6} + q_1 \frac{x^4}{24} + \frac{q_4 - q_1}{120I} x^5 \right).$$

### Алгоритм расчета систем перекрестных балок методом конечных элементов

На основе изложенного можно определить алгоритм статического расчета систем перекрестных балок методом конечных элементов:

1. Определяется расчетная дискретная модель СПБ (разделение на конечные элементы (КЭ), назначение узлов) и описывается ее структура (нумеруются узлы и КЭ).

 Выбираются глобальная и местные системы координат, определяются координаты узлов.

3. Составляется вектор перемещений узлов расчетной дискретной модели системы.

 Выполняется идентификация конечных элементов (определяются их длины I<sub>s</sub>, жесткости EJ<sub>s</sub> и GJ<sub>крs</sub>, типы, устанавливается соответствие между стержнями и узлами).

5. Выполняется преобразование внешних нагрузок (преобразование распределенных нагрузок на КЭ к узловым).

6. Определяются матрицы жесткости конечных элементов в местных и глобальной системах координат.

7. Формируется матрица жесткости всей системы в глобальной системе координат.

8. Формируется система разрешающих уравнений с учетом граничных условий.

9. Решается система разрешающих уравнений, определяются узловые перемещения системы.

10. Определяются усилия в конечных элементах, строятся эпюры внутренних сил в системе и определяется ее деформированный вид.





*Рис.* 9. Эпюра изгибающих моментов  $M_{y}$  и деформированный вид системы

Вестник Брестского государственного технического университета. 2015. №5



Рис. 11. Эпюра изгибающих моментов M<sub>у</sub> и деформированный вид СПБ

Компьютерная программа. На основе полученных зависимостей и алгоритма расчета разработана компьютерная программа расчета систем перекрестных балок на статические нагрузки «CrossBeam». Программа составлена на языке С# [4] с применением объектноориентированной модели программирования для ОС Windows.

Основное окно программы «CrossBeam» представлено на рисунке 8, где показана также дискретная схема СПБ и окна ввода исходных данных «Параметры узла» и «Параметры КЭ», в которых задаются узлы дискретной модели СПБ и конечные элементы (включая номера узлов, с которыми соединяются КЭ, условия (связи) соединения КЭ с этими узлами (жесткие, шарнирные либо упруго-податливые), геометрические и жесткостные параметры балочно-стержневых КЭ и нагрузки на узлы и КЭ). Эти окна могут быть вызваны в любой момент для корректировки и редактирования исходных данных. Исходные данные представляются в графическоми в табличном видах. После ввода исходных данных программа проверяет систему на геометрическую неизменяемость и выполняет расчет системы. Результаты расчета представляются в виде эпюр усилий – изгибающих моментов  $M_y$  (рис. 9), поперечных сил  $Q_z$ , крутящих моментов  $M_{\kappa p}$ , в виде деформированной схемы системы (рис. 9) и в табличном виде.

После выполнения расчета системы можно посмотреть его результаты отдельно для каждого конечного элемента, вызвав окно результатов расчета КЭ, в котором можно получить также усилия в любом из сечений КЭ. Изображения в окнах графики настраиваются с позиций наилучшего представления соответствующих объектов, могут поворачиваться относительно вертикальной и горизонтальных осей, их можно перемещать, масштабировать, можно выбирать различные виды аксонометрии, систему перекрестных балок можно показать строго в горизонтальной плоскости (вид сверху).

## Вестник Брестского государственного технического университета. 2015. №5

На рисунках 10–11 показан пример расчета в программе «CrossBeam» более сложной системы перекрестных балок, для которой также представлены эпюра изгибающих моментов  $M_y$  и деформированный вид системы (рис. 11).

Заключение. В статье рассматриваются расчет методом конечных элементов систем перекрестных балок, методика учета упругой податливости присоединения балочных элементов к узлам, алгоритм и компьютерная программа статического расчета СПБ с учетом упругой податливости присоединения элементов к узлам «СrossBeam».

Представлены разрешающие уравнения и основные расчетные зависимости метода конечных элементов, алгоритм расчета, получены выражения матриц жесткости и векторов нагрузок, позволяющие учесть упругую податливость присоединения пространственных стержневых элементов балочного типа к узлам.

Получены зависимости для определения перемещений сечений пространственного стержневого конечного элемента, упруго-податливого присоединяемого к узлам расчетной дискретной модели системы, в

зависимости от перемещений узловых точек расчетной дискретной модели и действующих на стержни распределенных нагрузок.

Компьютерная программа «CrossBeam» составлена с использованием языка программирования С# в среде Microsoft Visual Studio 2013. Выполнено тестирование программы.

Программа может использоваться в расчетно-проектной практике, в учебном процессе.

## СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- Игнатюк, В.И. Метод конечных элементов в расчетах стержневых систем. – Брест: БрГТУ, 2009. – 172 с.
- Перельмутер, А.В. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа / А.В. Перельмутер, В.И. Сливкер. М.: ДМК Пресс, 2007. – 600 с.
- Строительная механика: пособие для студентов строительных специальностей / В.И. Игнатюк, И.С. Сыроквашко. – Брест: БрГТУ, 2015. – 152 с.
- 4. Павловская, Т.А. С#: Программирование на языке высокого уровня. – С.-Петербург: Питер, 2014. – 432 с.

Материал поступил в редакцию 19.11.15

## IGNATIUK V.I., ALEKSEEV T.J. Computerized system of static calculation of the cross-beam systems

The article describes static calculation of the cross-beam systems by finite elements method considering elastic resilience of annexation elements to the nodes and creating a computer program for the calculation.