

На рисунках 10–11 показан пример расчета в программе «CrossBeam» более сложной системы перекрестных балок, для которой также представлены эпюра изгибающих моментов  $M_y$  и деформированный вид системы (рис. 11).

**Заключение.** В статье рассматриваются расчет методом конечных элементов систем перекрестных балок, методика учета упругой податливости присоединения балочных элементов к узлам, алгоритм и компьютерная программа статического расчета СПБ с учетом упругой податливости присоединения элементов к узлам «CrossBeam».

Представлены разрешающие уравнения и основные расчетные зависимости метода конечных элементов, алгоритм расчета, получены выражения матриц жесткости и векторов нагрузок, позволяющие учесть упругую податливость присоединения пространственных стержневых элементов балочного типа к узлам.

Получены зависимости для определения перемещений сечений пространственного стержневого конечного элемента, упруго-податливого присоединяемого к узлам расчетной дискретной модели системы, в

зависимости от перемещений узловых точек расчетной дискретной модели и действующих на стержни распределенных нагрузок.

Компьютерная программа «CrossBeam» составлена с использованием языка программирования C# в среде Microsoft Visual Studio 2013. Выполнено тестирование программы.

Программа может использоваться в расчетно-проектной практике, в учебном процессе.

#### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Игнатюк, В.И. Метод конечных элементов в расчетах стержневых систем. – Брест: БрГТУ, 2009. – 172 с.
2. Перельмутер, А.В. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа / А.В. Перельмутер, В.И. Сливкер. – М.: ДМК Пресс, 2007. – 600 с.
3. Строительная механика: пособие для студентов строительных специальностей / В.И. Игнатюк, И.С. Сырковашко. – Брест: БрГТУ, 2015. – 152 с.
4. Павловская, Т.А. C#: Программирование на языке высокого уровня. – С.-Петербург: Питер, 2014. – 432 с.

Материал поступил в редакцию 19.11.15

#### IGNATIUK V.I., ALEKSEEV T.J. Computerized system of static calculation of the cross-beam systems

The article describes static calculation of the cross-beam systems by finite elements method considering elastic resilience of annexation elements to the nodes and creating a computer program for the calculation.

УДК 519.876:544.77.022:691.32

Дивинец А.А., Дереченник С.С., Разумейчик В.С.

## ВЫБОР ВЕРОЯТНОСТНОГО ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛЯ МОДЕЛЬНОГО ОПИСАНИЯ ДИСПЕРСНОСТИ ЗАПОЛНИТЕЛЯ БЕТОННОГО КОМПОЗИТА

**Введение.** Композиционные материалы (композиты), широко используемые в различных областях промышленности, представляют собой частный случай гетерогенной дисперсной системы, так как являются объектами, состоящими из частиц двух или более различных типов, заполняющих общую среду. При этом одна из фаз образует непрерывную дисперсионную среду, в объеме которой распределена дисперсная фаза (или несколько фаз) в виде, например, мелких кристаллов, твердых частиц, пузырьков. Полидисперсные системы, в отличие от монодисперсных, характеризуются неоднородностью гранулометрического состава дисперсных фаз, размеры частиц которых некоторым образом распределены в известном диапазоне.

Распространенные способы исследования дисперсных материалов базируются в основном на эмпирических измерениях и не представляют возможности проанализировать влияние параметров их состава и структуры на общие свойства материала (например, в целях оптимизации состава). Закономерности взаимосвязи состав – структура – свойства являются центральной проблемой материаловедения, где они пока не могут считаться в достаточной степени известными. Так, результаты многих исследований подтверждают исключительную важность гранулометрического состава дисперсных фаз – распределения их частиц по размерам – как фактора, влияющего на структуру и свойства цементных материалов. Тем не менее, даже установленные закономерности такого влияния, как правило, не имеют необходимо строгой формализации, поэтому для их описания вынужденно привлекаются феноменологические представления [1]. Компьютерное моделирование, напротив, оказывается предпочтительным по сравнению, например, с подбором оптимального состава путем экспериментального смешивания компонентов, и существенно снижает затраты времени и средств на создание опытных образцов, поскольку варианты с «сомнительными» свойствами

возможно исключить еще на стадии моделирования. Одним из ключевых элементов построения структурно-фазовой модели полидисперсной системы является выбор функции распределения размеров дисперсных частиц – т.н. гранулометрического (фракционного) состава каждой дисперсной фазы [2].

Распределение размеров составляющих материал частиц в дисперсном материале зависит от большого числа факторов, связанных, в свою очередь, с использованным методом осколкообразования (так, например, на простых дробилках получают порошки более узкого фракционного состава, чем на шаровых мельницах и других установках, где ударное дробление сочетается со сдвиговыми деформациями). Традиционным является представление гранулометрического состава измельчаемых материалов в рамках логарифмического или логнормального закона распределения размера частиц [3]. Однако этот подход далеко не единственный, а во многих случаях еще и не слишком точный; поэтому в конкретных задачах могут применяться альтернативные подходы. Данная работа посвящена поиску оптимальной функции распределения размеров дисперсных частиц применительно к структурно-фазовому моделированию бетонного композитного материала.

**Анализ моделей описания размерного состава полидисперсных фаз.** Известные исследования процессов осколкообразования при разрушении твердых тел строятся, как правило, на предположении о случайности величины осколка. Исходя из этого, получают функции распределения осколков по размерам при некоторых предположениях физического, механического или геометрического характера для случаев однократного или многократного разрушения.

Еще в 1940 г. была опубликована работа Н.К. Разумовского, где были указаны случаи, в которых гранулометрический состав частиц

Дивинец Александр Александрович, ассистент кафедры «ЭВМ и системы» Брестского государственного технического университета.

Дереченник Станислав Станиславович, доцент, к.т.н., заведующий кафедрой «ЭВМ и системы» Брестского государственного технического университета.

Разумейчик Вита Станиславовна, к.т.н., доцент кафедры «ЭВМ и системы» Брестского государственного технического университета. Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

примерно совпадает с нормальным распределением [4]. Взяв за основу данные исследования, А.Н. Колмогоров предложил математическую модель процесса дробления частиц, которая аналитически объясняет появление логнормального распределения гранулометрического состава при осколкообразовании [5]. У данной модели существует ряд недостатков, одним из которых является условие постоянного уменьшения размеров частиц, чего невозможно достичь опытным путем, поскольку с уменьшением частиц интенсивность и вероятность их соударения становится все ниже. Кроме того, нормальное и логнормальное распределения можно получить, используя лишь неограниченный по продолжительности процесс дробления. На практике же время дробления регламентировано технологическим процессом. Поэтому для имитационного моделирования гранулометрического состава большинства дисперсных систем данные модели применимы лишь с определенными ограничениями.

Р.А. Багнольд привел эмпирические доказательства того, что логнормальная модель для распределения частиц в некоторых случаях неадекватна, отметив, что график функции плотности распределения для логарифма размера частицы в естественных запасах песка больше похож на гиперболу, чем на параболу [6]. Согласно его наблюдениям, такое распределение не логнормально, а скорее имеет экспоненциально уменьшающиеся «хвосты». Последнее обстоятельство побудило некоторых исследователей обратить внимание на модели типа лог-несимметричного распределения Лапласа, так называемого двойного (двустороннего) Парето-логнормального распределения, а также лог-гауссовского или обратного гауссовского распределения [7].

Ранее попытку построения модели осколкообразования на базе распределения вероятностей по закону Пуассона предпринимал Дж. Гилвари [8]. Отметим, что данная схема учитывала только однократное разрушение, а также предполагала наличие некоторых допущений; почти все ее основные предположения так и не получили достаточного экспериментального подтверждения [9].

Расчет гранулометрического состава дисперсных систем на основе гамма-распределения присутствует в работах А.В. Бирюкова и М.Ю. Насонова [10]. В своих предположениях они опирались на такие свойства эмпирического распределения, как неотрицательность случайной величины и положительная асимметрия плотности – однако на практике гамма-распределение применимо только в конкретных условиях, а именно при неинтенсивном дроблении.

Также для описания гранулометрического состава дисперсного материала применимо распределение Вейбулла. Впервые экспериментальная проверка применимости данного вида распределения была выполнена Л.И. Бароном и Г.М. Сиротюком [11]. В ходе исследований выяснено, что распределение Вейбулла соответствует гранулометрическому составу материала, если с уменьшением минимального размера осколков резко уменьшается либо резко увеличивается доля малых частиц (данное условие применимо практически к любому виду дисперсных материалов). Ранее нами также было показано, что и дисперсность поликристаллических структур, образующихся за счет явления т.н. «массовой кристаллизации», хорошо описывается распределением Вейбулла [12].

Выполненный анализ позволил сделать следующие заключения:

- гранулометрический состав полидисперсных фаз моделируется самыми различными вероятностными распределениями: нормальным, логнормальным, Пуассона, обратным гауссовским, несимметричным Лапласа, несимметричным Парето-логнормальным, Релея, Вейбулла и др.;
- разнообразие законов распределения объясняется различием исследуемых материалов, а также условий, в которых проводятся эксперименты;
- выбор модели описания размерного состава полидисперсной фазы зачастую диктуется не физической сущностью явлений ее образования, а удобством математического описания.

**Исследование дисперсности заполнителей бетонного композита.** Выполним анализ соответствия дисперсности фаз различным вероятностным законам распределения применительно к такой разновидности полидисперсной системы, как бетон. Существенной особенностью структуры бетона как композиционного материала является ее иерархичность, что позволяет применять единую концепцию моделирования структуры на различных масштабных уровнях.

Для сравнительной оценки адекватности моделей ограничимся тремя различными вероятностными законами распределения: нормальным, логнормальным и Вейбулла. Выбор первых двух распределений основан на их популярности, в т.ч. ввиду удобства математического применения. Выбор распределения Вейбулла обоснован тем, что оно весьма универсально, поскольку содержит в себе, как частные случаи, распределения Релея и экспоненциальное, а также весьма близко к логнормальному распределению. Следует также отметить, что опытные проверки распределения Вейбулла проводились при взрывном осколкообразовании различных горных пород [11], а многие современные искусственные материалы создаются путем создания осколков в специализированных дробильных машинах.

Используем известные результаты [13], полученные экспериментально для бетонного композита двух типов (состав №1 и состав №2) и представленные ниже в виде кривых просеивания крупного заполнителя (щебня) и мелкого заполнителя (песка) для двух иерархических уровней структуры:

- для макроуровня – частиц щебня с диаметром фракций 4...64 мм, размещенных в цементно-песчаном растворе (кривые приведены на рисунке 1);
- для мезоуровня – частиц песка с диаметром фракций 0,2...3,0 мм, размещенных в матрице цементного камня (кривые приведены на рисунке 2).

Проверка гипотез о согласии приведенных выше эмпирических распределений размера (радиуса  $R$ ) частиц заполнителя рассматриваемым теоретическим законом выполнялась с использованием непараметрического критерия Колмогорова [14]. Находилась максимальная разность  $D_n = \sup |F_n^*(R) - F_0(R)|$  между накопленными частотами эмпирического  $F_n^*(R)$  и теоретического

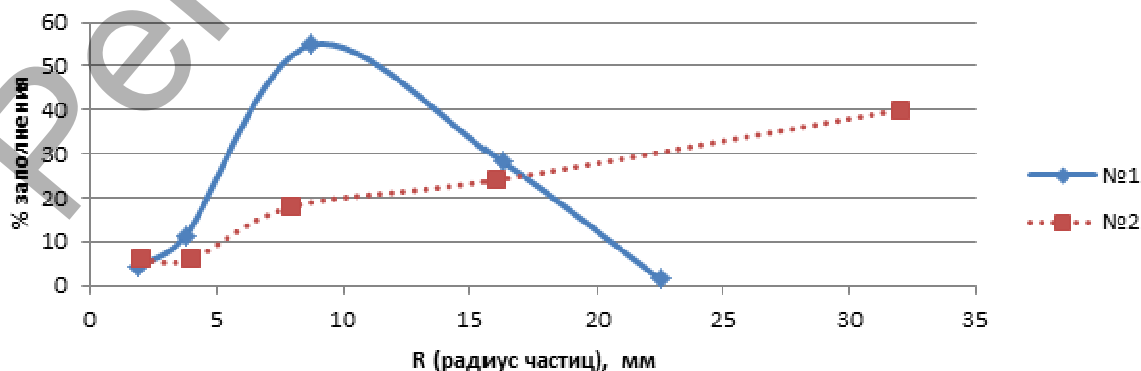


Рис. 1. Гранулометрический состав крупного заполнителя (щебень) бетонных композитов составов №1 и №2 на макроуровне моделирования [13]

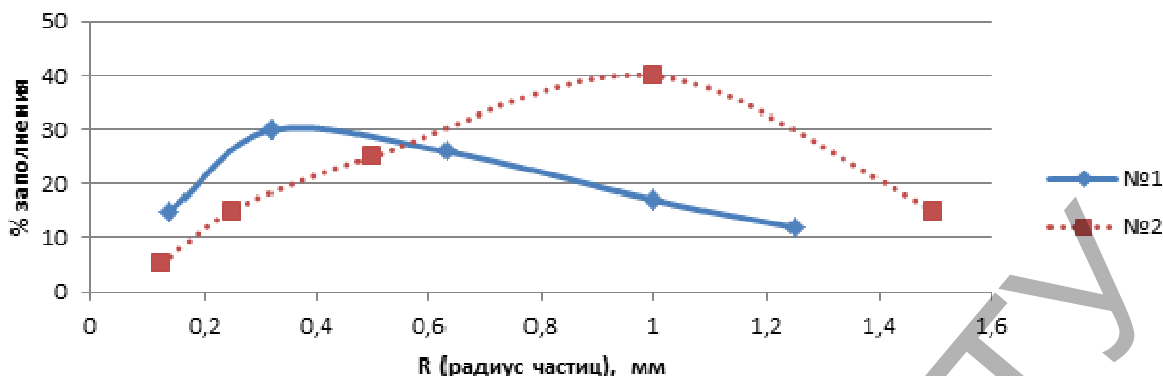


Рис. 2. Гранулометрический состав мелкого заполнителя (песок) бетонных композитов составов №1 и №2 на мезоструктурном уровне моделирования [13]

Таблица 1. Статистики критерия Колмогорова для проверки гипотез о согласии гранулометрического состава крупного и мелкого заполнителей бетонного композита двух типов состава некоторым теоретическим вероятностным законам распределения

Теоретическое вероятностное распределение	Значение статистики $\lambda$			
	Крупный заполнитель композита (макроструктурный уровень)		Мелкий заполнитель композита (мезоструктурный уровень)	
	состав №1	состав №2	состав №1	состав №2
Нормальное	1,17	2,39	1,42	1,66
Логнормальное	1,12	1,73	1,25	1,51
Вейбулла	1,08	1,35	1,19	1,32

$F_0(R)$  рядов распределений (параметры теоретического распределения варьировались по критерию минимизации  $D_n$ ). Затем, с учетом поправки Большева для коротких (в данном случае  $n = 5$ ) рядов, вычислялись значения статистики  $\lambda = \sqrt{n} D_n + 1 / (6\sqrt{n})$ , сведенные в таблицу 1.

Для уровня значимости  $\alpha = 0,05$  критическое значение распределения Колмогорова:  $\lambda_{\alpha} = \lambda_{0,05} = 1,358$ . Как следует из приведенной таблицы, при этом для обоих структурных уровней модели и обоих составов композита не отвергается лишь гипотеза о соответствии эмпирических данных распределению Вейбулла (случаи  $\lambda < \lambda_{0,05}$  отмечены в соответствующих графах таблицы полужирным шрифтом), а вычисляемая статистика для этого распределения принимает наименьшие, для сравниваемых распределений, значения.

Отметим, что ранее нами была показана пригодность этого же распределения для описания размерного состава порошка портландцемента, т.е. дисперсной фазы цементного композита на микроструктурном уровне модели [1, 2]. Дополнительно, распределение Вейбулла хорошо согласуется со структурно-геометрическими представлениями о фрактальных признаках полидисперсных фаз композитных материалов, а также является устойчивым в найденном нами интегральном преобразовании типа «плоское сечение (срез)», которое применимо в эмпирических исследованиях композитных материалов посредством изготовления плоских шлифов твердых образцов [2, 15].

**Заключение.** Статистической проверкой гипотез установлено, что распределение Вейбулла обеспечивает хорошую сходимость с экспериментальными данными о размерном (гранулометрическом) составе заполнителей бетонного композита, как на макроструктурном, так и на мезоструктурном уровне. С учетом пригодности данного распределения для модельного описания дисперсных фаз также и на микроуровне, а также его устойчивости к интегральному преобразованию, соответствующему процедуре плоского сечения объемного образца, следует рекомендовать выбор распределения Вейбулла как приоритетного для многоуровневого структурно-геометрического моделирования цементных систем.

#### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Дереченник, С.С. Кардинальная размерность как фрактальная мера структурного потенциала дисперсных фаз / С.С. Дереченник // Известия Национальной академии наук Беларуси. Серия физико-технических наук. – 2007. – №3. – С. 27–32.
2. Разумейчик, В.С. Структурно-химическое моделирование гидратации цементного камня / В.С. Разумейчик // Вестник БрГТУ. – 2006. – №1(38): Строительство и архитектура. – С. 91–96.
3. Большая техническая энциклопедия [Электронный ресурс] / Технический словарь Том VII. – М., 2015. – Режим доступа: <http://www.ai08.org/index.php/term/7-tehnicheskij-slovar-tom-vii,6481-raspredelenie-razmer-chastitsa.shtml>. – Дата доступа: 10.07.2015.
4. Разумовский, Н.К. Характер распределения содержаний металла в рудных месторождениях / Н.К. Разумовский // Доклады АН СССР. – 1940. – Т. 28. – С. 55–57.
5. Колмогоров, А.Н. О логарифмически нормальном законе распределения размеров частиц при дроблении / А.Н. Колмогоров // Доклады АН СССР. – 1944. – Т. 31. – С. 99–101.
6. Bagnold, R.A. The physics of blown sand and desert dunes / R.A. Bagnold. – London: Methuen, 1941.
7. Королев, В.Ю. О распределении размеров частиц при дроблении / В.Ю. Королев // Информатика и ее применение. – 2009. – Т. 3. – С. 60–68.
8. Gilvarty, J.J. Fracture of brittle solids. I. Distribution function for fragment size in single fracture (Theoretical) / J.J. Gilvarty. – J. Appl. Phys. – 1961. – V. 32. – No 3. – P. 391–399.
9. Кузнецов, В.М. О некоторых схемах осколкообразования / В.М. Кузнецов, Н.Н. Фадеенков // Физика горения и взрыва. – 1975. – № 4. – С. 637–645.
10. Бирюков, А.В. Пуассоновские процессы в дисперсных системах / А.В. Бирюков, М.Ю. Насонов // Вестник Кузбасского государственного технического университета. – 1999. – № 3. – С. 3–4.
11. Барон, Л.И. Проверка применимости уравнения Розина-Рамлера для исчисления диаметра среднего куска при взрывной отбойке горных пород / Л.И. Барон, Г.М. Сиротюк // Взрывное дело. – М.: Недра, 1978.
12. Дереченник, С.С. Вероятностный подход к теоретическому анализу дисперсности поликристаллических структур / С.С. Дереченник, А.В. Ксенда, В.С. Разумейчик // Пробл. проектиров. и

- производства РЭС: сб. матер. IV Междунар. науч.-техн. конф., Новополоцк, 25–26 мая 2006 г.: в 2 т. – Новополоцк: ПГУ, 2006. – Т. 2. – С. 210–214.
13. Dondelowski, H. Jakościowy dobór składników kompozytu betonowego / H. Dondelowski, M. Januszewski // *Beton cementowe. Zagadnienia wybrane.* – Warszawa: Wydawnictwo Naukowo-Techniczne. – 2008. – P. 85–88.
14. Холлендер, М. Непараметрические методы статистики / М. Холлендер, Д. Вулф. – М.: Финансы и статистика, 1983. – 518 с.
15. Дереченник, С.С. Закономерности топологической неупорядоченности в плоских сечениях и объемах дисперсных систем / С.С. Разумейчик, В.С. Разумейчик, В.В. Тур // *Вестник БрГТУ.* – 2005. – №2(32): Строительство и архитектура. – С. 18–25.

Материал поступил в редакцию 13.01.16

**DIVINETS A.A., DERECHENNIK S.S., RAZUMEICHYK V.S. Choice of the probabilities distribution law for a model dispersity description of the concrete composition aggregate**

The analysis of the known models describing size (granulometric) composition of the polydisperse phases obtained by crushing solids is carried out. Weibull distribution is found by means of statistical hypothesis testing to have good agreement with the experimental data of particles sizes for the concrete composition coarse and fine aggregates. This distribution is recommended as a priority one in case of to the multi-level structural and geometrical modeling cement systems.

УДК 656.13.05

**Шуть В.Н., Талатай С.В., Анфилец С.В., Согоян А.Л., Кардаш Н.Н.**

### АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СЛОЖНЫМ ПЕРЕКРЕСТКОМ

**Введение.** Основным инструментом управления транспортными потоками в улично-дорожной сети (УДС) города на настоящий момент являются светофоры. Светофоры, как средство управления транспортным движением на перекрестках, используются уже на протяжении столетия без принципиальных изменений, в то время как растущее число АТС (автотранспортное средство) создает дорожные заторы. Известно, что главными точками торможения и переполнения улиц АТС являются светофорные перекрестки. Светофоры настроены жестким, последовательным внутренним алгоритмом, никак не связанным с транспортным потоком, многократно изменяющимся в течение суток. На начальных этапах внедрения светофоров в УДС (в условиях незначительных транспортных потоков) не предполагалась задача оптимизации эффективного разъезда транспорта на перекрестке. Назначением светофорного объекта (СФО), его целевой функцией долгое время оставалось обеспечение бесконфликтного разъезда АТС.

Следующим шагом улучшения светофорного регулирования (СФР) стало внедрение многопрограммного управления перекрестком [1]. Так, если определена статистическая зависимость транспортного потока от времени на подходах к перекрестку, то для определенных (характерных) интервалов времени можно предварительно рассчитать соответствующие программы СФР, которые выбираются автоматически в зависимости от времен суток. Многопрограммное СФР следует рассматривать как очередной шаг на пути усовершенствования режимов СФР.

Очевидно, что при управлении в жестком режиме нестационарность движения принципиально не может отражаться на управляющих действиях. Реальные изменения интенсивности движения требуют соответствующей трансформации длительности фаз и циклов регулирования. При этом параметры управления должны учитывать не только суточные изменения транспортного потока, но и случайные колебания за короткий промежуток времени, совместимые с циклом СФР. Это становится возможным только при употреблении принципа гибкого (адаптивного) регулирования, в основание которого положена обрат-

ная связь с транспортным потоком [2–4]. Такое управление реализуется с помощью детекторов транспорта, которые обеспечивают автоматический мониторинг характеристик транспортного потока (интенсивности, плотности, интервалов движения и т.д.). При этом параметры регулирования (длительность цикла и фаз регулирования, их очередность) автоматически рассчитываются на базе информации по реальным изменениям характеристик уличного движения. При таком подходе система становится замкнутой, отпадает необходимость в предварительном статистическом анализе объекта, что значительно упрощает процесс управления на перекрестках.

Таким образом, основным недостатком жесткого программного регулирования является отсутствие обратной связи с транспортным потоком, что приводит к целому ряду недостатков, в результате чего увеличиваются потери всех видов, включая и социальные. Практически, каждому водителю часто приходилось останавливаться перед КС (красным сигналом) светофора, в то время как на пересекаемой улице не было ни транспорта, ни пешеходов. Часто такие ситуации провоцируют нарушение Правил, что приводит к социальным потерям, а нередко – и к аварийным.

Адаптивное регулирование в некоторой степени уменьшает эти потери. Оно заключается в том, что продолжительность светофорного цикла (СФЦ) или отдельных его фаз изменяется в определенных пределах в зависимости от транспортной нагрузки. Такое регулирование возможно при наличии обратной связи, реализуемой с помощью детекторов транспорта [5], дающих информацию о некоторых параметрах ТП.

**1. Недостаточность механизмов управления транспортными потоками.** Под управлением транспортными потоками или управлением движением понимается организация потоков транспортных средств (трафика движения) в выделенном пространстве движения с целью обеспечения безопасности движения, с одной стороны, и оптимизации использования пространства движения, с другой сто-

**Шуть Василий Николаевич**, к.т.н., доцент кафедры «Интеллектуальные информационные технологии» Брестского государственного технического университета

**Анфилец Сергей Викторович**, старший преподаватель кафедры «Интеллектуальные информационные технологии» Брестского государственного технического университета.

**Согоян Алексей Леонович**, аспирант кафедры «Интеллектуальные информационные технологии» Брестского государственного технического университета.

**Кардаш Николай Николаевич**, аспирант кафедры «Интеллектуальные информационные технологии» Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

**Талатай Сергей Валерьевич**, начальник УГАИ УВД Брестского облисполкома.