

многовальном зубчатом приводе с последующим вейвлет-анализом вибросигналов показали взаимосвязь вейвлетных коэффициентов и степени развития локального дефекта одного из колес привода.

#### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Давыдов, И.Г. Алгоритм оценки частоты повторения ударных импульсов на основе периодического вейвлет-преобразования / И.Г. Давыдов, С.Ю. Васюкевич [и др.] // Доклады БГУИР. – 2014. – №6(84). – С. 22–27.
2. Генкин, М.Д. Виброакустическая диагностика машин и механизмов / М.Д. Генкин, А.Г. Соколова – М.: Машиностроение, 1987.
3. Dmitry Omes. Vibroacoustic diagnostics of gear drives by using of wavelet analysis / Dmitry Omes, Alexandr Dragan // Proceedings of XVI International Scientific Conference on INDUSTRIAL SYSTEMS –

IS '14, Novi Sad, October 15-17 2014 / University of Novi Sad - Faculty of Technical Sciences, Department of Industrial Engineering and Management, 2014 (Novi Sad : GRID). – P. 195–198.

4. Дьяконов, В. MATLAB. Обработка сигналов и изображений: специальный справочник / В. Дьяконов, И. Абраменкова – СПб.: Питер, 2002.
5. Давыдов, И.Г. Диагностика качества подшипников качения с применением вейвлет-анализа / И.Г. Давыдов, Л.М. Лыньков [и др.] // Доклады БГУИР. – 2005. – №3(11), С. 48–52.
6. Ишин, Н.Н. Приближенный метод определения параметров ударного виброимпульса зубчатого зацепления / Н.Н. Ишин, А.Н. Гоман [и др.] // Наука и техника. – 2012. – №3, С. 63–67.
7. Русов, В.А. Спектральная вибродиагностика / В.А. Русов // Производ.-внедренч. фирма «Вибро-центр». – Пермь, 1996.

Материал поступил в редакцию 25.11.15

#### OMES D.V., DRAGAN A.V. Wavelet-analysis application in research of multishaft drives tooth gears impact interactions

The choice of basis function at tooth gears vibrosignals wavelet analysis is proved. The application of a uniform frequency scale at vibrosignals continuous wavelet-transform is offered. The results of experiment confirming relationship between the value of the wavelet coefficients and degree of cogwheel local damage are described.

УДК 621.9.06

Медведев О.А.

### ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ГИБКИХ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ УЧАСТКОВ МЕХОБРАБОТКИ

Состояние вопроса и постановка задач исследования. Гибкие (многономенклатурные) автоматизированные участки (ГАУ) являются эффективным средством повышения производительности труда в условиях мелкосерийного и среднесерийного производства деталей. При большом разнообразии номенклатуры деталей, обрабатываемых на каждом ГАУ, интервалы времени обработки деталей на многоцелевых станках и интервалы времени транспортирования деталей с помощью автоматизированной транспортно-складской системы характеризуются большим рассеянием значений. В этих условиях оценка эффективности работы элементов ГАУ путем построения циклограмм, характерных для оценки работы автоматических линий, с учетом средних значений указанных интервалов приводит к завышенным результатам. При этом не учитываются потери, связанные с возможностью одновременного простоя нескольких станков в ожидании загрузки новыми заготовками, а также простои, возникающие из-за неравномерного поступления заготовок. Поэтому возникает потребность в других способах моделирования взаимосвязанной работы элементов ГАУ на стадии их проектирования, которые будут учитывать стохастический характер времени работы отдельных элементов. В данной работе рассмотрены возможности использования методов теории массового обслуживания для моделирования и оценки эффективности работы ГАУ на основе определения вероятностей возможных состояний ГАУ.

Анализ взаимосвязанной работы элементов ГАУ показал, что их можно считать многоканальными двухфазными системами массового обслуживания [1, 2] (первая фаза – транспортирование заготовок к станкам транспортным роботом, вторая – их обработка на станках) с очередью из заготовок перед первой фазой в виде центрального накопителя, обслуживаемого штабелером, и очередью из заготовок перед второй фазой в виде пристаночных накопителей. Требованиями на обслуживание являются заготовки, поступающие с участка их подготовки.

Теория массового обслуживания позволяет осуществить анализ работы такой системы при допущениях, что интервалы между поступающими требованиями на обслуживание и интервалы времени обслуживания подчиняются показательному закону распределения. В ряде работ [1, 2] показывается, что к таким условиям система при-

способливается труднее. Рассчитанная на этот случай при других распределениях система работает эффективнее. Поэтому, на стадии проектирования ГАУ, когда нет сведений о распределении указанных интервалов времени можно принять гипотезу о показательном законе их распределения. При моделировании работы ГАУ на основе теории массового обслуживания необходимо: выявить возможные состояния ГАУ, характеризующиеся числом приспособлений-спутников в обслуживающих фазах; разработать правила составления уравнений взаимосвязей вероятностей этих состояний; разработать математические выражения для определения коэффициента загрузки многоцелевых станков и транспортных средств во времени, для определения требуемого количества приспособлений-спутников, циркулирующих в ГАУ.

**Моделирование работы многономенклатурных автоматизированных участков мехобработки.** Для моделирования работы ГАУ необходимо знать его структуру и последовательность работы его оборудования. В большинстве случаев основное оборудование в ГАУ (многоцелевые станки с ЧПУ) расположено в линию вдоль трассы транспортного средства [2]. Предварительно количество требуемого оборудования для выполнения основных и вспомогательных операций определяется на основе нормированных технологических процессов, разработанных для каждого наименования детали по рекомендациям [2] с учетом среднего времени обработки одной заготовки на станке, среднего времени подготовки приспособления спутника с заготовкой, среднего времени транспортирования одного приспособления спутника.

ГАУ можно рассматривать как систему массового обслуживания, на вход которой поступает поток приспособлений – спутников, формируемый участком их подготовки. Обслуживание приспособлений спутников осуществляется в две фазы: транспортирование; обработка на одном из многоцелевых станков. Перед первой и второй фазой обслуживания возможны очереди (спутники, размещаемые в центральном и пристаночных накопителях, соответственно). Первая очередь ограничена числом спутников, находящихся в обращении в ГАУ, а вторая – суммарной емкостью пристаночных накопителей. В те моменты, когда заняты все накопители перед станками, транспор-

Медведев Олег Анатольевич, к.т.н., зав. кафедрой технологии машиностроения Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

тирование прекращается. Так как моменты поступления спутников на обслуживание и моменты окончания обслуживания в каждой фазе случайны, то число спутников, находящихся в обеих фазах обслуживания случайным образом меняются во времени. Поэтому состояния системы в конкретный момент времени можно характеризовать числом приспособлений-спутников, находящихся в фазе транспортирования (в центральном накопителе и на транспортном средстве) и числом приспособлений-спутников в фазе обработки (на всех станках и в их накопителях). Так как обычно в ГАУ имеется ограниченное число спутников, то система имеет конечное число состояний.

Для отдельного возможного состояния участка, в котором  $i$  – число спутников в первой фазе обслуживания, а  $j$  – число спутников во второй фазе обслуживания, примем обозначение  $E(i, j)$ .

Таким образом, при принятом принципе выявления состояний ГАУ, число возможных состояний системы будет зависеть от числа спутников с заготовками, циркулирующих в ней, числа транспортирующих средств, числа станков и пристаночных накопителей, емкости пристаночных накопителей.

Все выявленные состояния системы и возможные переходы системы из одного состояния в другое состояние удобно представлять в виде размеченного графа состояний ГАУ. На схеме такого графа каждое состояние предлагается представлять прямоугольником с обозначением числа спутников в первой и второй фазах обслуживания. Между прямоугольниками состояний следует изобразить стрелки, соответствующие возможным переходам системы из одного состояния в другое. Рядом со стрелками следует указать буквенные обозначения средних интенсивностей переходов. Пример размеченного графа состояний ГАУ приведен на рис. 2.

Размеченный граф состояний участка может служить основой для составления уравнений взаимосвязей вероятностей его состояний.

Так как моменты поступления спутников на обслуживание и моменты окончания обслуживания в каждой фазе случайны, то число спутников, находящихся в обеих фазах обслуживания, случайным образом меняется во времени. Поэтому состояние системы  $E(i, j)$  в конкретный момент времени можно характеризовать числом заготовок, находящихся в фазе транспортирования –  $i$  и в фазе обработки –  $j$ . Так как на ГАУ имеется ограниченное число спутников, то он имеет конечное число состояний.

Переход ГАУ из состояния в состояние происходит под действием потока требований на обслуживание и потоков «обслуживаний» в первой и второй фазах. Если интервалы времени между сменой состояний подчиняются показательному закону распределения, то моменты смены состояний распределяются по закону Пуассона [2] и средние интенсивности смены состояний равны плотностям вероятностей соответствующих переходов из состояния в состояние. Среднюю интенсивность  $\lambda$  поступления заготовок с участка их подготовки в центральный накопитель можно определить, поделив единицу на среднее время их подготовки. Аналогично определяются интенсивности окончания обслуживания в первой  $\mu_1$  и второй  $\mu_2$  фазах. Для наглядного представления всех состояний системы и интенсивностей переходов между состояниями целесообразно составить размеченный граф состояний в виде плоской фигуры, состоящей из прямоугольников или окружностей, соответствующих возможным состояниям ГАУ и стрелок между ними, соответствующих интенсивностям переходов ГАУ из состояния в состояние.

Определение вероятностей состояний системы массового обслуживания осуществляется при помощи дифференциальных уравнений Колмогорова [2], которые связывают вероятности соседних состояний системы и плотности вероятностей переходов между этими состояниями. Уравнение Колмогорова для состояния  $E(0;0)$  получается следующим образом. Вероятность  $P_{00}(t+\Delta t)$  того, что система в момент времени  $t+\Delta t$  будет находиться в состоянии  $E(0;0)$ , будет равна сумме двух вероятностей: того, что система уже была в состоянии  $E(0;0)$  и за время  $\Delta t$  из него не вышла, и того, что система была в состоянии  $E(0;1)$  и за время  $\Delta t$  перешла в состояние  $E(0;0)$ .

Первая из этих вероятностей равна

$$P_{00}(\Delta t) = (1 - \lambda \cdot \Delta t) \cdot P_{00}(t). \quad (1)$$

Вторая вероятность равна

$$P_{01}(\Delta t) = \mu_2 \cdot \Delta t \cdot P_{01}(t). \quad (2)$$

Тогда

$$P_{00}(t + \Delta t) = (1 - \lambda) \cdot P_{00}(t) + \mu_2 \cdot \Delta t \cdot P_{01}(t).$$

После преобразований, с учетом того, что  $\Delta t$  стремится к нулю, получим выражение для производной вероятности  $P_{00}$

$$\frac{dP_{00}(t)}{dt} = -\lambda \cdot P_{00}(t) + \mu_2 \cdot P_{01}(t). \quad (3)$$

Аналогично получаются уравнения Колмогорова для вероятностей всех состояний участка.

Для любой системы с конечным числом состояний, в которой возможен переход из каждого состояния в каждое другое за конкретное число шагов, при длительном функционировании наступает предельный стационарный режим, при котором каждое состояние осуществляется с некоторой постоянной вероятностью. При этом производные вероятностей состояний равны нулю, и уравнения Колмогорова превращаются в линейные алгебраические уравнения. Так как интерес представляют показатели работы ГАУ в течение длительного промежутка времени, то определение вероятности состояний системы целесообразно осуществлять для стационарного режима.

Линейные алгебраические уравнения, составленные для всех возможных состояний системы, образуют математическую модель временных связей ГАУ. Они являются однородными и позволяют определить вероятности состояний с точностью до постоянного множителя. Для определения численных значений  $P(i, j)$  любое из уравнений системы заменяется нормировочным условием, которое отражает тот факт, что сумма вероятностей всех возможных состояний системы в любой момент времени равна единице:

$$\sum_{i=1}^{I_{max}} \sum_{j=1}^{J_{max}} p_{ij} = 1, \quad (4)$$

где  $P(i, j)$  – состояние системы в конкретный момент времени, при котором в фазе транспортирования находится  $i$  спутников с заготовками, а в фазе обработки –  $j$  спутников с заготовками;  $I_{max}$  – максимально возможное число спутников с заготовками в фазе транспортирования;  $J_{max}$  – максимально возможное число спутников с заготовками в фазе обработки на многоцелевых станках.

Решив полученную систему уравнений, можно найти вероятности всех возможных состояний ГАУ.

**Определение технических показателей эффективности работы ГАУ.** Технические показатели работы ГАУ могут быть получены исходя из известных вероятностей всех возможных состояний участка. Важнейшим техническим показателем эффективности работы любой производственной системы является коэффициент загрузки основного технологического оборудования по времени. Общее время работы одного многоцелевого станка в составе ГАУ меньше времени, в течение которого в его пристаночном накопителе находится не менее одного спутника с заготовкой, так как станок, простаивает еще и во время смены спутника между столом станка и позицией промежуточного накопителя. Средний коэффициент загрузки станка, определяющий только потери времени на смену спутника между столом станка и позицией промежуточного накопителя, можно определить по формуле

$$K_{cm} = \frac{t_{ маш}}{t_{ маш} + t_{ см}}, \quad (5)$$

где  $t_{ маш}$  – среднее машинное время обработки на одном станке;  $t_{ см}$  – время смены спутника между столом станка и позицией промежуточного накопителя.

Коэффициент загрузки одного пристаночного накопителя по времени можно определить как сумму вероятностей тех состояний ГАУ, в которых в накопителе находится не менее одного спутника с заготовкой. Тогда средний коэффициент загрузки всех пристаночных накопителей можно определить как отношение среднего числа пристаночных накопителей  $n_{cp}$ , имеющих в стационарном режиме не менее одного спутника к числу накопителей  $n$ , равному числу станков.

$$K_H = \frac{n_{cp}}{n} \quad (6)$$

Общий коэффициент загрузки станков по времени, учитывающий простои из-за отсутствия спутников и простои при смене спутника, можно определить по формуле

$$K_c = K_H \cdot K_{cm} \quad (7)$$

Если известны вероятности всех состояний ГАУ, то значение  $n_{cp}$ , определяется как сумма произведений числа спутников в накопителе в каждом состоянии  $m_n$  на вероятность соответствующего состояния

$$n_{cp} = \sum_{i=0}^{i_{max}} \sum_{j=0}^{j_{max}} m_n \cdot p_{ij} \quad (8)$$

где  $m_n = j$ , при  $j < n$ , и  $m_n = n$ , при  $j \geq n$ .

Значение среднего числа приспособлений – спутников, находящихся между участком их подготовки и многоцелевыми станками, можно определить как сумму произведений общего числа спутников в первой и второй фазе обслуживания на вероятность состояния с таким числом спутников (для всех состояний)

$$m_{cp} = \sum_{i=0}^{i_{max}} \sum_{j=0}^{j_{max}} (i + j) \cdot p_{ij} \quad (9)$$

Среднее число спутников с заготовками, находящихся в одном пристаночном накопителе  $m_{ncp}$  (требуемая емкость одного накопителя), можно определить, как отношение среднего числа спутников, находящихся во всех пристаночных накопителях  $m_{n\sum}$  к числу пристаночных накопителей  $n$

$$m_{ncp} = \frac{m_{n\sum}}{n} \quad (10)$$

Среднее число спутников, находящихся во всех пристаночных накопителях  $m_{n\sum}$  определяется как сумма произведений числа спутников во второй фазе обслуживания на вероятность состояния с таким числом спутников для всех возможных состояний

$$m_{n\sum} = \sum_{i=0}^{i_{max}} \sum_{j=0}^{j_{max}} j \cdot p_{ij} \quad (11)$$

По вероятностям состояний ГПС также можно установить требования к интенсивности обслуживания спутников штабелёром и транспортным роботом для достижения нормативного коэффициента загрузки оборудования по времени.

**Пример моделирования работы многономенклатурного автоматизированного участка.** Рассмотрим ГАУ со структурой, представленной на рисунке 1. В него входят:  $C_1, C_2, C_3$  – многооперационные станки с ЧПУ; ПН – промежуточные (пристаночные) накопители; ЦН – центральный стеллаж-накопитель; Ш – штабелёр; УПС – участок подготовки спутников; ТР – транспортный робот; ПП – промежуточная позиция хранения спутников.

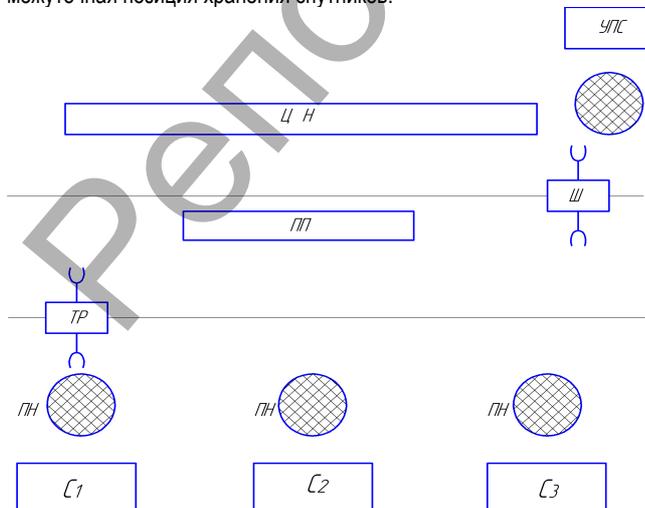


Рис. 1. Структура ГАУ мехобработки

Емкость промежуточного накопителя по рекомендациям [3] предварительно принималось равной 4 спутникам. Число спутников с заготовками, циркулирующих между станками и участком подготовки спутников, предварительно принималось равным суммарной ёмкости промежуточных накопителей (12 штук). В соответствии с рассмотренными принципами выявления состояний для данного участка возможно 91 состояние:

1.  $E(0;0)$  – свободны обе обслуживающие фазы;
2.  $E(10)$  – в первой фазе один спутник, вторая свободна;
- .....
13.  $E(12;0)$  – в первой фазе 12 требований, вторая свободная;
14.  $E(0;1)$  – первая фаза свободна, во второй фазе один спутник в одном из накопителей;
- .....
89.  $E(0;11)$  – первая фаза свободна, во второй – 11 требований;
90.  $E(1;11)$  – в первой фазе 1 требование, во второй – 11;
91.  $E(0;12)$  – первая фаза свободна, во второй – 12 требований.

На рисунке 2 представлен размеченный граф состояний участка. Стрелками показаны переходы между состояниями с обозначениями интенсивностей переходов. При составлении графа состояний учитывалось, что интенсивность выхода из состояний с  $j=2$ , в которых работают два многоцелевых станка, удваивается ( $2\mu_1$ ), а интенсивность выхода из состояний с  $j \geq 3$ , в которых работают три многоцелевых станка, утраивается ( $3\mu_1$ ).

Система алгебраических линейных уравнений для данного участка, составленная по ранее описанным правилам, примет вид:

1.  $\lambda \cdot P(0;0) - \mu_2 \cdot P(0;1) = 0$
2.  $-\lambda \cdot P(0;0) + (\lambda + \mu_1) \cdot P(0;1) - \mu_2 \cdot P(1;1) = 0$
- .....
13.  $-\lambda \cdot P(11;0) + \mu_1 \cdot P(12;0) = 0$
14.  $-\mu_1 \cdot P(1;0) + (\lambda + \mu_2) \cdot P(0;1) - 2\mu_2 \cdot P(0;2) = 0$
- .....
89.  $-\mu_1 \cdot P(1;10) + (\lambda + 3\mu_2) \cdot P(0;11) - 3\mu_2 \cdot P(0;12) = 0$
90.  $-\mu_1 \cdot P(2;10) - \lambda \cdot P(0;11) + (\lambda + 3\mu_2) \cdot P(1;11) = 0$
91.  $-\mu_1 \cdot P(1;11) + 3\mu_2 \cdot P(0;12) = 0$  , (12)

где  $P(i,j)$  – вероятность состояния, в котором в первой фазе находится  $i$  требований, а во второй –  $j$  требований.

Решение такой большой системы уравнений ручным способом требует много времени. Поэтому ее решение выполнялось с помощью пакета программ Mathematica. Определение показателей эффективности работы ГАУ определялось по выражениям (5, 6, 7, 8) с помощью табличного редактора Microsoft Excel.

Многочисленные расчеты вероятностей состояний и показателей работы ГАУ для разных значений интенсивностей поступления спутников на обслуживание  $\lambda$  и интенсивностей обслуживания  $\mu_1$  и  $\mu_2$  показывают, что численные значения показателей ГАУ определенной структуры определяются отношениями интенсивностей поступления и обслуживания спутников

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \frac{\lambda}{\mu_1} , \\ \rho_2 &= \frac{\lambda}{\mu_2} , \\ \rho_3 &= \frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} . \end{aligned} \quad (13)$$

Поэтому результаты расчетов коэффициента загрузки накопителя  $K_H$  и среднего числа спутников в одном пристаночном накопителе  $m_{ncp}$  для разных значений интенсивностей  $\lambda, \mu_1$  и  $\mu_2$  можно компактно представить в виде графиков (рисунки 3 и 4) зависимостей  $K_H = f(\rho_2, \rho_2 / \rho_1)$  и  $m_{ncp} = f(\rho_2, \rho_2 / \rho_1)$ .

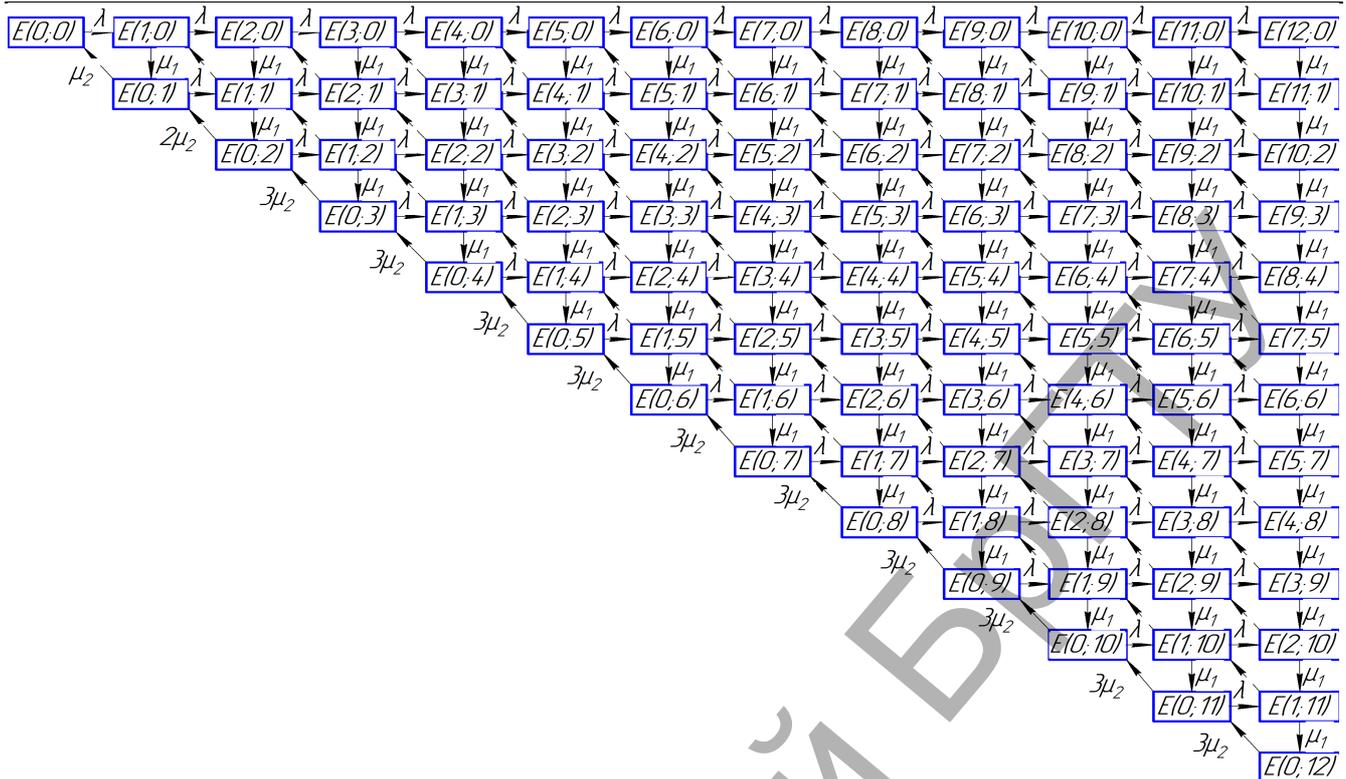


Рис. 2. Граф состояний ГАУ

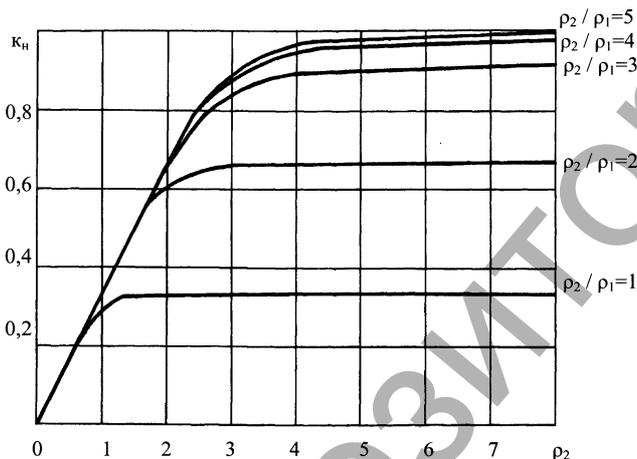


Рис. 3. Графики зависимости коэффициента загрузки пристаночных накопителей от относительных интенсивностей обслуживания спутников с заготовками  $\rho_1$  и  $\rho_2$

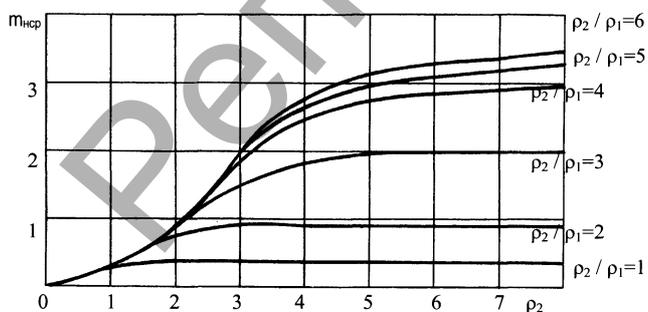


Рис. 4. Графики зависимости среднего числа спутников с заготовками, находящихся в одном пристаночном накопителе, от относительных интенсивностей обслуживания спутников с заготовками  $\rho_1$  и  $\rho_2$

Анализ этих графиков показывает, что при  $\rho_2 \geq 4$  и  $\rho_2 / \rho_1 \geq 4$  коэффициент загрузки пристаночных накопителей достигает максимума  $K_n \approx 0,95$ . При этом среднее число спутников с заготовками, находящихся в одном пристаночном накопителе, не превышает 3. Поэтому предварительно принятую емкость одного пристаночного накопителя следует уменьшить до трех. Для достижения значения коэффициента загрузки многоцелевых станков по времени  $K_c \geq 0,85$ , рекомендуемого для ГАУ [3], потребуется обеспечить соотношения интенсивностей поступления и обслуживания спутников с заготовками  $\lambda / \mu_2 \geq 3$  и  $\mu_1 / \mu_2 \geq 4$ . Эти сведения могут использоваться при выборе конструкции приспособлений спутников, определении числа рабочих на участке подготовки спутников, выборе моделей штабелеров и транспортных роботов.

**Заключение.** Разработанная методика моделирования ГАУ позволяет оценить эффективность работы ГАУ на стадии ее проектирования и принять обоснованные решения по количественному составу элементов ГАУ и по требуемой интенсивности вспомогательных операций (подготовки спутников и их транспортирования). Методика может быть полезна инженерам машиностроительных заводов, занимающимся проектированием ГАУ.

**СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Вентцель, Е.С. Исследование операций. – М.: Советское радио, 1972.
2. Новиков, О.А. Прикладные вопросы теории массового обслуживания / О.А. Новиков, С.М. Петухов – М.: Советское радио, 1969.
3. Гибкие производственные комплексы / Под. ред. П.И. Белянина. – М.: Машиностроение, 1984.

Материал поступил в редакцию 22.10.15