3. **Пасынков, Б.А.** Теория размерности / Б.А. Пасынков, В.В. Федорчук, В.В. Филиппов // Итоги науки и техн. Сер. Алгебра. Топол. Геом., 1979. – Т. 17. – С. 229–306.
4. **Clark, B.L.** Individuals and points / B.L. Clark // Notre Dame J. Formal Logic 26, 1985. – № 1. – P. 61–75.
5. **Прокл, Д.** Комментарий к первой книге «Начала» Евклида (перевод А. И. Щетникова). – М.: Русский Фонд Содействия Образованию и Науке, 2013. – 386 с.

УДК 514.18 : 519.67 : 744.4 : 004.9

ЭКВИОБЪЕМНЫЕ ГРАФИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ НЕКОТОРЫХ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ

А. А. Бойков, ст. преподаватель, **П. М. Захарова**, студентка

МИРЭА – Российский технологический университет, г. Москва, Российская Федерация

Ключевые слова: инженерная геометрия, конструктивные геометрические алгоритмы, геометрические построения, объем, тела вращения, парабола.

Аннотация. В статье показываются графические алгоритмы для преобразования изображений цилиндров и конусов вращения с сохранением объема. Приводятся примеры практических задач.

1. Если задача является чисто геометрической (конструктивной), то решать ее следует преимущественно конструктивным способом [1]. К этому классу относятся многие задачи, связанные с объемами предметов. Само по себе восприятие объема человеком плохо согласуется с числовым выражением и носит скорее образный характер: 250 мл (стакан), 400 мл (кружка), 0,5 л (бутылка), 1–3 л (банка) и т. д. Если на практике возникает необходимость измерить объем жидкости без специального мерного сосуда (эталона), задача оказывается весьма трудной: ни компьютер, ни самый лучший смартфон не помогут узнать, сколько жидкости содержится в неполном стакане или банке.

В настоящей статье разрабатываются графические алгоритмы, которые позволяют производить некоторые преобразования изображений предметов при сохранении их объемов, что может быть полезным при решении практических задач.

2. Рассмотрим базовую задачу – преобразование изображения цилиндра в цилиндр равного ему объема (рис. 1, *а*).

Задача 1 (ПрЦ). Дано изображение цилиндра, по которому определяются его высота (h_1) и радиус основания (r_1). Требуется достроить изображение другого цилиндра, если задана высота (h_2) либо основание ($2r_3$) при условии, что объемы тел равны.

Обнаруженные авторами публикации [2–5], в которых рассматривается графическое решение задач, связанных с объемами, посвящены определению величины объемов, решению задач в проекциях с числовыми отметками и др. В предлагаемой формулировке решение задачи найти не удалось.

а) б)

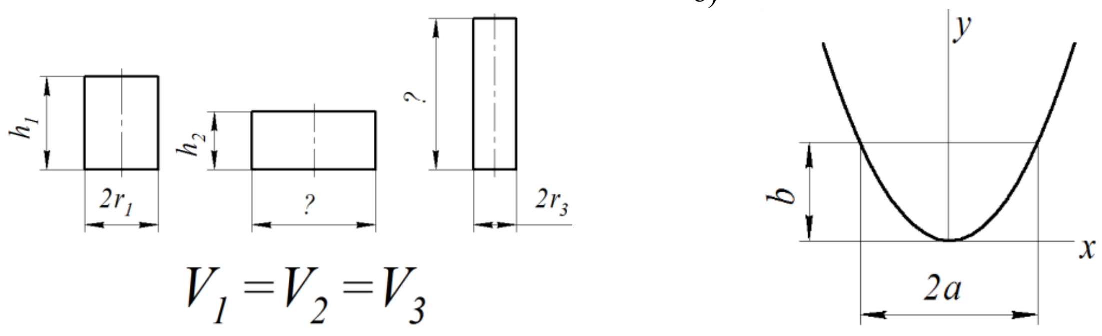

Рисунок 1 – Базовая задача: эквиобъемное преобразование цилиндра (а); парабола, заданная равнобедренным треугольником (б)

3. Объем цилиндра вычисляется по известной формуле:

$$V=\pi r^2 h \tag{1}$$

Эквиобъемное преобразование задается равенством:

$$\pi r_1^2 h_1=\pi r_2^2 h_2 \text{или } r_1^2 h_1=r_2^2 h_2 \tag{2}$$

и связано с вычислением квадратичной функции, графиком которой, как известно, является парабола.

4. Рассмотрим подробнее вычислительные свойства параболы, заданной равнобедренным треугольником [6]. Такая парабола легко строится в САПР «Компас-3D». Поместим вершину параболы в начало координат, как показано на рис. 1,*б*.

Подставим в уравнение параболы: $y = kx^2$

– значения параметров $x=a,\ y=b$. Получим: $b=ka^2$ или $k=b/a^2$

То есть парабола, заданная параметрами a и b, вычисляет:

$$y = (b/a^2)x^2 \tag{3}$$

5. Преобразуем (2) следующим образом:

$$h_2=(h_1/r_2^2)r_1^2 \tag{4}$$

То есть преобразование *ПрЦ* может быть выполнено при помощи параболы, построенной при $a=r_2,\ b=h_1$, если требуется найти h_2. Построение выглядит следующим образом:

1. Построить параболу по параметрам $a=r_2,\ b=h_1$.

2. Отложить от вершины $x=r_1$ и найти $y=h_2$.

На рис. 2, *а* показаны оба случая преобразования для $r_1>r_2$ и $r_1<r_2$. Сплошной линией показан исходный цилиндр, штриховой – преобразованный.

В действительности для реализации преобразования строить параболу не требуется, поскольку построение точки параболы, заданной осью, вершиной и некоторой точкой, легко реализуется графически (рис. 2, *б*).

Если требуется найти r_2, то парабола строится по $a=r_1,\ b=h_2$. По y откладываем h_2. На оси x получаем искомый радиус.

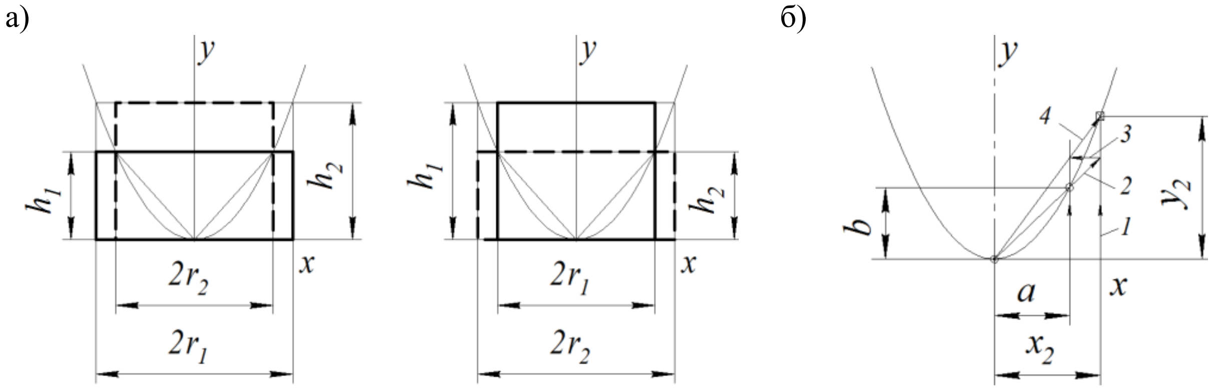

Рисунок 2 – Эквиобъемное преобразование цилиндра в цилиндр (а),
построение точек параболы (б) – парабола показана для наглядности

6. ***Задача 2 (ПрЦЦ)***. Даны два цилиндра (r_1/h_1 и r_2/h_2, рис. 3, *а*), требуется построить третий цилиндр, у которого задан радиус r_3 или высота h_3. Объем его равен сумме или разности объемов заданных. Очевидно, задачу можно решить, если преобразовать один из исходных цилиндров к радиусу второго, сложить (вычесть) высоты и преобразовать к радиусу третьего.

Аналитически это преобразование описывается так:

$$\pi {r_3}^2 h_3 = \pi {r_1}^2 h_1 \pm \pi {r_2}^2 h_2;\ h_3 = \frac{{r_1}^2 h_1 \pm {r_2}^2 h_2}{{r_3}^2};\ h_3 = \frac{(h_1 \pm \frac{h_2}{{r_1}^2} {r_2}^2)}{{r_3}^2} {r_1}^2.$$

На последнем этапе возможно как получение новой высоты, так и определение нового радиуса, как показано в п. 5.

Если требуется найти именно высоту, более выгодным может оказаться приведение обоих цилиндров к радиусу основания искомого. Аналитически это запишется так:

$$\pi {r_3}^2 h_3 = \pi {r_1}^2 h_1 \pm \pi {r_2}^2 h_2;\ h_3 = \frac{{r_1}^2 h_1}{{r_3}^2} \pm \frac{{r_2}^2 h_2}{{r_3}^2}.$$

Графически сложение и вычитание для этого случая реализуется, как показано на рис. 3, *б–в* – вторая парабола достраивается ветвями вверх (для суммы) или вниз (для разности). Решение в общем случае требует дважды использовать *ПрЦ*.

Любопытен частный случай ***(ПрЦЦ2)***: радиус искомого цилиндра (требуется найти h_3) равен r_1 или r_2. Покажем для r_1:

$$\pi {r_1}^2 h_3 = \pi {r_1}^2 h_1 \pm \pi {r_2}^2 h_2;\ h_3 = \frac{{r_1}^2 h_1 \pm {r_2}^2 h_2}{{r_1}^2};\ h_3 = \frac{(h_1 \pm \frac{h_2}{{r_1}^2} {r_2}^2)}{{r_1}^2} {r_1}^2$$

$$h_3 = h_1 \pm \frac{h_2}{{r_1}^2} {r_2}^2.$$

Очевидно, решение требует однократного *ПрЦ* и последующего откладывания высоты h_1 в ту же (для суммы) или противоположную (для разности) сторону. Аналогично для случая r_2.

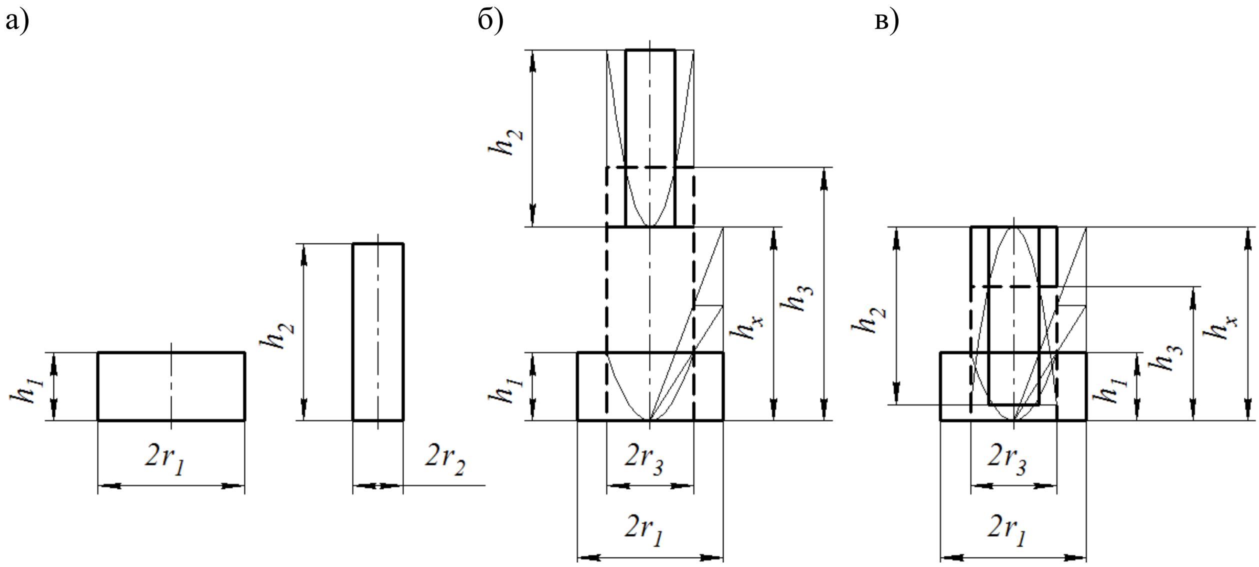

Рисунок 3 – Эквиобъемное преобразование двух цилиндров в один

7. ***Задача 3 (ПрКЦ)***. Дан конус, высота которого равна h_1 и радиус основания r_1. Требуется достроить изображение цилиндра (найти h_2), если радиусы их оснований и объемы тел равны.

Так как объем конуса равен ⅓ объема цилиндра с тем же основанием, нужно разделить высоту конуса на 3 (рис. 4, *а*).

8. ***Задача 4 (ПрУЦ)***. Дан усеченный конус, высота которого равна h_1, радиусы оснований – r_1 и r_2. Требуется найти цилиндр, если дан радиус основания r или высота h, объемы тел равны.

Формула объема усеченного конуса довольно сложна для графических вычислений. Значительно проще найти объем усеченного конуса как разность объемов двух обычных (рис. 4, *б*):

$$V = V_H - V_h = \tfrac{1}{3}V^{ц}_{H} - \tfrac{1}{3}V^{ц}_{h} = \tfrac{1}{3}(V^{ц}_{H} - V^{ц}_{h}).$$

Эквиобъемный цилиндр определяется ⅓ объема разности соответствующих цилиндров. Решение: *ПрЦЦ*. Если радиус цилиндра равен радиусу одного из оснований конуса – *ПрЦЦ2*.

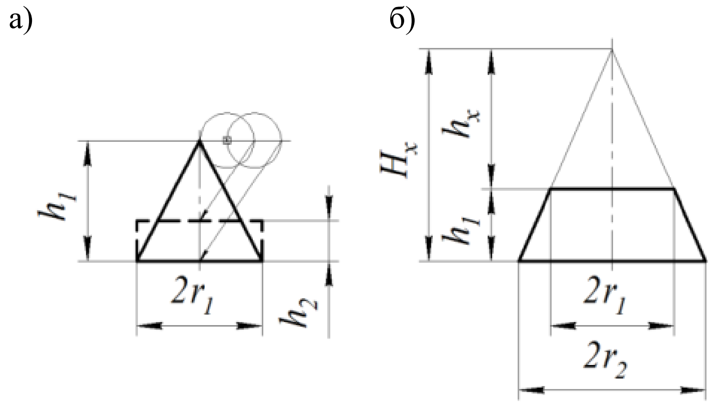

Рисунок 4 – Эквиобъемное преобразование конуса в цилиндр (а), определение объема усеченного конуса (б)

9. Рассмотрим применение описанных преобразований к решению задач.

Пример 1. Определить, как наполнится емкость *А*, если в нее поместить жидкость из 5, 7, 10 емкостей *Б* (рис. 5).

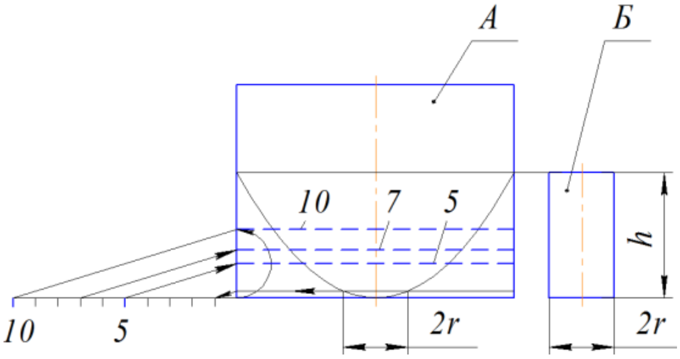

Рисунок 5 – К решению задачи о наполнении емкости А из емкостей Б

Этот способ можно также использовать для градуировки цилиндрических емкостей.

Пример 2. При выполнении заданий на деталирование, например в [7], требуется строить чертежи деталей, показанных расклепанными на сборочном чертеже (рис. 6,*а*).

Приведенные в настоящей работе алгоритмы позволяют найти величину припуска, исходя из предположения о сохранении объема (рис. 6,*б*). В [8] даны приближенные формулы для определения припуска. Значение длины, полученное графическим способом, оказывается несколько меньше расчетного.

а) б)

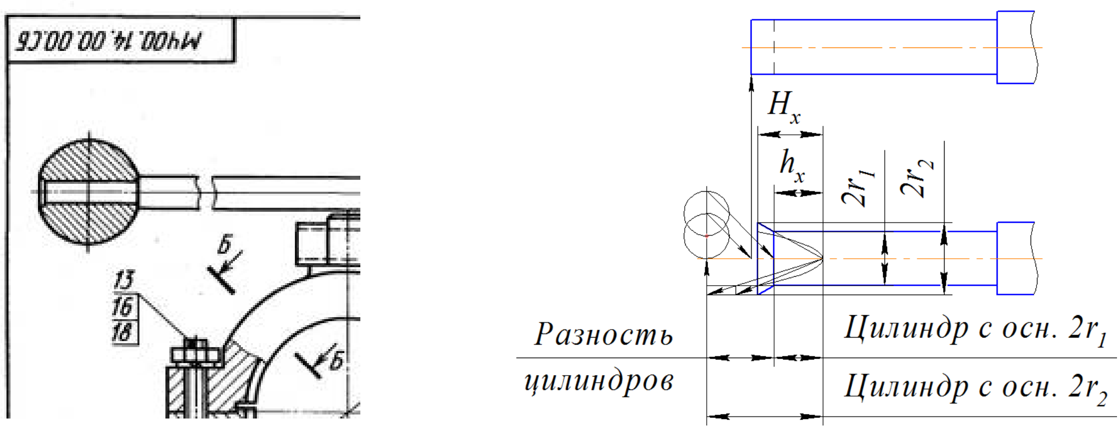

Рисунок 6 – Фрагмент задания (а) и определение припуска (б)

В работе получены графические алгоритмы эквиобъемных преобразований изображений цилиндров и конусов. Сравнение результатов с расчетами по формулам объемов тел показали корректность алгоритмов. Планируется дальнейшее исследование с целью получить алгоритмы для других типов тел. Это позволит расширить круг задач, которые могут быть решены с использованием графических эквиобъемных преобразований.

Список литературы:

1. **Волошинов, Д.В.** Конструктивное геометрическое моделирование / Д.В. Волошинов. – Saarbrücken: Lambert Academic Publishing, 2010. – 355 с.
2. **Лоскутников, В.И.** Определение объемов по однокартинному чертежу / В.И. Лоскутников // Начертательная геометрия [Вып.3]. Тр. МИРЭА. – М., 1969. – С. 108–125.
3. **Карташев, А.И.** Определение графическим способом объемов, поверхностей и центров тяжести тел с кривыми поверхностями / А.И. Карташев // XI научная конференция ЛИСИ [Вып. 11]. – Л.: ЛИСИ, 1953.– С. 131.
4. **Бубенников, А.В.** Начертательная геометрия. Площади и объемы отсеков поверхностей с направляющей плоскостью / А.В. Бубенников.– М., 1960. – 76 с.
5. **Авалишвили, В.И.** Подсчет объемов в проекциях с числовыми отметками; автореферат дисс. … канд. техн. наук.– Тбилиси, 1954. – 16 с.
6. **Бойков, А.А.** Точное представление параболы в САПР «Компас-3D» при помощи кривой Безье / А.А. Бойков, Д.А. Малахов // Надежность и долговечность машин и механизмов. – Иваново, 2018. – С. 407–411.
7. **Боголюбов, С.К.** Чтение и деталирование сборочных чертежей. Альбом / С.К. Боголюбов. – М.: Машиностроение, 1986. – 86 с.
8. **Орлов, П.И.** Основы конструирования. / П.И. Орлов. – М.: Машиностроение, 1977. – Кн. 2. – 574 с.

УДК 004.9 : 514.1 : 544.344.3 : 544.344.2

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ПАРАМЕТРИЗОВАННЫХ МОДЕЛЕЙ И ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ CAD-СИСТЕМ

С. С. Белим, студентка, **А. А. Бойков**, ст. преподаватель, **А. В. Коровина,** студентка

МИРЭА – Российский технологический университет, г. Москва, Российская Федерация

Ключевые слова: инженерная геометрия, параметризованная геометрическая модель, *CAD*-система, математическое моделирование, фазовая диаграмма, идеальный раствор.

Аннотация. В статье предлагается использовать параметрические *CAD*-системы и параметризованные геометрические модели как эквиваленты программных систем и вычислительных программ. В качестве примера показывается автоматизация построения фазовых диаграмм идеальных двух- и трехкомпонентных растворов с применением САПР «Компас-3*D*».

1. В словарях математических терминов под «программированием» традиционно понимается создание программ по заданному алгоритму для решения некоторых задач на ЭВМ [1, 2]. На практике разработчики создают уже не отдельные программы, но программные системы (приложения), выполняющие не только вычислительные функции (решение задачи), но и обеспечивающие ввод данных и наглядное представление результата (пользовательский интерфейс), хранение данных и многое другое. Сами задачи усложняются, становятся комплексными. При этом значительную часть работы составляет «кодирование» –