

The article investigated the formation of turbulent plasma arc. The results of measurements of the air temperature fields of the plasma jet issuing from the plasma torch with a sectioned inter-electrode insert with the distributed part flow of the heated gas along the length of the arc channel.

УДК 548.24

Рюмцев А.А., Остриков О.М.

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПОЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЙ У КРИВОЛИНЕЙНОЙ ПОЛОСЫ СДВИГА ТИПА ЧЕШУЙЧАТОГО НАВАЛА, НАХОДЯЩЕГОСЯ У ПОВЕРХНОСТИ МЕТАЛЛИЧЕСКОГО СТЕКЛА

Введение. Методика расчета полей напряжений у криволинейной полосы сдвига, находящейся у поверхности аморфного материала, базируется на использовании квазидислокационного подхода в решении задачи расчета полей напряжений, ввиду подобия процесса развития пирамидального скольжения в монокристаллах и неомогенной пластической деформации в аморфных средах при их локальном деформировании [1–7]. Данный подход к разработке методики расчета полей напряжений позволяет воспользоваться уже известными приемами математического моделирования дислокационных процессов [1].

Цель данной работы – разработка численно-аналитического метода расчета полей напряжений у криволинейной полосы сдвига, находящейся у поверхности аморфного материала.

Постановка задачи. Согласно [1, 2], форма полос сдвига в зависимости от усилия, приложенного к индентору, может представлять собой луч или параболическую кривую (чешуйчатый навал). В данной работе рассматриваются только полосы сдвига в виде параболической кривой, схематическое изображение которых представлено на рис. 1. В данном случае, согласно [1], принимается краевой тип квазидислокаций. При большом масштабе рассмотрения полосы сдвига форма ее не является абсолютно гладкой (рис. 1, а), а имеет искривления в виде волнистостей, вызванных активным взаимодействием с другими полосами сдвига, монокристаллическими зернами, концентраторами напряжений и т.д. [1, 2]. Подобные искривления формы полосы сдвига можно условно представить как синусоиду, наложенную на параболу. Изображение схематическое данной формы полосы сдвига представлено на рисунке 1, б.

Напряжения, создаваемые криволинейной полосой сдвига, определяются с помощью криволинейного интеграла:

$$\sigma_{ij} = \int_{L_{AB}} \rho \sigma_{ij}^{(0)} ds, \quad (1)$$

где L_{AB} – задает профиль полосы сдвига; ρ – плотность квазидислокаций, формирующих полосу сдвига; $\sigma_{ij}^{(0)}$ – напряжения, создаваемые единичной квазидислокацией.

Криволинейный интеграл по общеизвестным правилам [3] сводится к определенному интегралу:

$$\sigma_{ij}(x, y) = \int_0^L \sqrt{1 + (f'(\eta))^2} \rho(\eta) \sigma_{ij}^{(0)}(x, y, \eta) d\eta, \quad (2)$$

где L – величина проекции L_{AB} на ось OY ; $f(\eta)$ – функция, определяющая форму полосы сдвига; $\rho(\eta)$ – линейная плотность квазидислокаций в полосе сдвига; η – параметр интегрирования;

$\sigma_{ij}^{(0)}(x, y, \eta)$ – напряжения, создаваемые единичной квазидислокацией у поверхности металлического стекла, которые находятся по

формулам [4]:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^{(0)}(x, y, \eta) &= -B_{кр} \frac{(x - f_1(\eta))[(x - f_1(\eta))^2 - (y - \eta)^2]}{[(x - f_1(\eta))^2 + (y - \eta)^2]^2} + \\ &+ B_{кр} \frac{(x - f_1(\eta))[(x - f_1(\eta))^2 - (y + \eta)^2]}{[(x - f_1(\eta))^2 + (y + \eta)^2]^2} + \\ &+ 4B_{кр} \frac{(x - f_1(\eta))y_0[(x - f_1(\eta))^2(3y + 2\eta) - (y + \eta)^2(y - 2\eta)]}{[(x - f_1(\eta))^2 + (y + \eta)^2]^3}, \\ \sigma_{yy}^{(0)}(x, y, \eta) &= -B_{кр} \frac{(x - f_1(\eta))[(x - f_1(\eta))^2 + 3(y - \eta)^2]}{[(x - f_1(\eta))^2 + (y - \eta)^2]^2} + \\ &+ B_{кр} \frac{(x - f_1(\eta))[(x - f_1(\eta))^2 + 3(y + \eta)^2]}{[(x - f_1(\eta))^2 + (y + \eta)^2]^2} - \\ &- 4B_{кр} \frac{(x - f_1(\eta))y\eta[(x - f_1(\eta))^2 - 3(y + \eta)^2]}{[(x - f_1(\eta))^2 + (y + \eta)^2]^3}, \\ \sigma_{xy}^{(0)}(x, y, \eta) &= -B_{кр} \frac{(y - \eta)[(x - f_1(\eta))^2 - (y - \eta)^2]}{[(x - f_1(\eta))^2 + (y - \eta)^2]^2} + \\ &+ B_{кр} \frac{(y + \eta)[(x - f_1(\eta))^2 - (y + \eta)^2]}{[(x - f_1(\eta))^2 + (y + \eta)^2]^2} - \\ &- 2B_{кр} \eta \frac{(x - f_1(\eta))^4 - 6(x - f_1(\eta))^2 y(y + \eta) + (y - \eta)(y + \eta)^3}{[(x - f_1(\eta))^2 + (y + \eta)^2]^3}, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$B_{кр} = \frac{\mu b_{кр}}{2\pi(1-\nu)}. \quad (4)$$

Здесь μ – модуль сдвига; ν – коэффициент Пуассона; $b_{кр}$ – модуль краевой квазидислокации, образующей полосу сдвига.

Форму полосы сдвига типа чешуйчатых навалов без существенных локальных искривлений вдоль длины (рис. 1, а) можно описать функцией

$$f(\eta) = A_1 \cdot \eta^2 + B_1, \quad (5)$$

где A_1 и B_1 – эмпирические коэффициенты.

Функция (5) описывает параболическую кривую, соответствующую форме полосы сдвига в виде чешуйчатого навала, окаймляющего отпечаток индентора [1], без волнистости формы.

В случае наличия волнистостей вдоль линии полосы сдвига (рис. 1, б), ее форма может быть описана функцией

$$f(\eta) = A_2 \cdot \eta^2 + B_2 + C_2 \cdot \sin(D_2 \cdot \eta), \quad (6)$$

где A_2 , B_2 , C_2 и D_2 – эмпирические коэффициенты.

Рюмцев Александр Александрович, аспирант кафедры «Инженерная графика» Гомельского государственного технического университета имени П.О. Сухого.

Остриков Олег Михайлович, к.физ.-мат.н., доцент, зав. кафедрой «Инженерная графика» Гомельского государственного технического университета имени П.О. Сухого.

Беларусь, ГГТУ, 246746, г. Гомель, пр. Октября, 48.

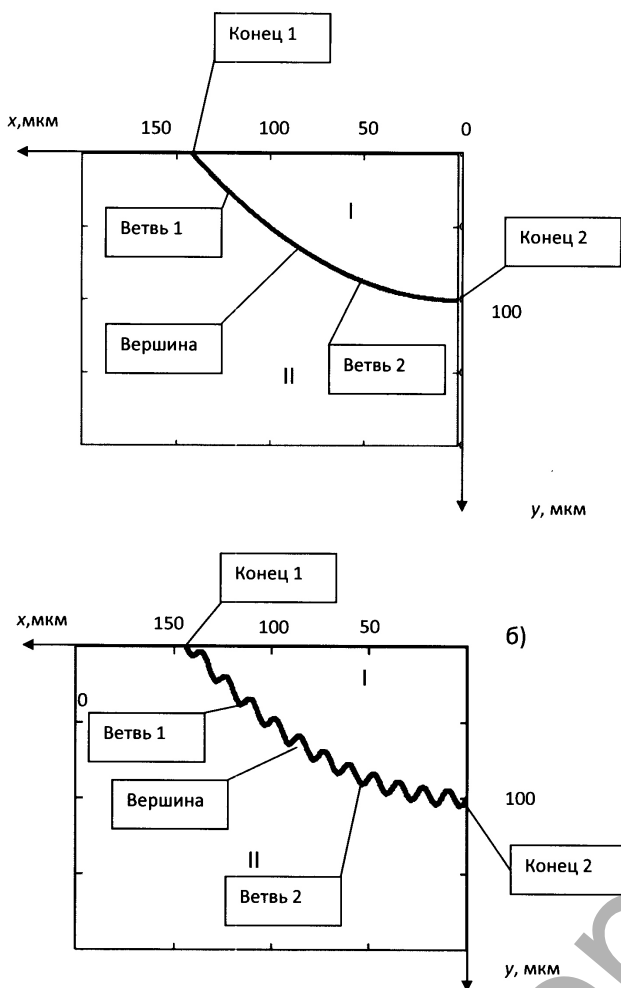


Рис. 1. Сечение твердого тела с полосой сдвига: а) схематичное изображение форм полос сдвига в виде чешуйчатых навалов, форма которых описывается функцией (5); б) в виде чешуйчатых навалов, форма которых описывается функцией (6)

В данной работе рассмотрим четыре варианта распределения плотности квазидислокаций $\rho(\eta)$. Пусть в первом случае плотность квазидислокаций постоянна

$$\rho(\eta) = 10^6 \text{ м}^{-1}. \quad (7)$$

Во втором закон распределения квазидислокаций описывается линейной функцией

$$\rho(\eta) = A_3 \cdot \eta + B_3, \quad (8)$$

где A_3, B_3 – эмпирические коэффициенты.

В третьем случае закон распределения квазидислокаций описывается квадратичной функцией типа

$$\rho(\eta) = A_4 \cdot \eta^2 + B_4 \cdot \eta + C_4, \quad (9)$$

где A_4, B_4, C_4 – эмпирические коэффициенты.

Пусть в четвертом случае плотность квазидислокаций изменяется по гармоническому закону, и для варианта, описанного формулами (4) закон распределения квазидислокаций пусть будет задан функцией

$$\rho(\eta) = A_5 \cdot \sin(\eta), \quad (10)$$

где A_5 – эмпирический коэффициент.

Результаты расчетов полей напряжений и их обсуждение.

Для формы полосы сдвига, описываемой функцией (5), где примем $A_1 = -1/200 \text{ мкм}^{-1}$, $B_1 = 100 \text{ мкм}$; при распределении плотности квазидислокаций по закону, описываемому функцией (7), где $\rho(\xi) = 10^6 \text{ м}^{-1}$, наибольшие напряжения σ_{xx} сконцентрированы у

полосы сдвига на некотором удалении от конца 2 в отрицательном удалении по оси OY в области I, II, причем в области II наблюдаются отрицательные напряжения, а в области I – положительные. Смена знака происходит у конца 2 полосы сдвига. Также напряжения локализованы у конца 1 как в области I, так и в области II, а также на некотором расстоянии от него у полосы сдвига в области II между концом 1 и вершиной полосы сдвига (рис. 2, а).

Для напряжений σ_{xy} характерны несколько зон концентрации напряжений (рис. 2, б). Одна из них расположена у конца 1 одновременно в двух областях, при этом в области II напряжения положительны, а в области I – отрицательны. Однако в области I напряжения быстро уменьшаются у поверхности и значительно медленнее убывают вдоль полосы сдвига в положительном направлении по оси OY. В области I напряжения уменьшаются в положительном направлении по оси OY и создают удаленные центры локализации напряжений в положительном направлении по оси OX от конца 1 полосы сдвига. Данные напряжения положительны. Также на уровне вершины полосы сдвига по оси OY и на некотором удалении от конца 1 полосы по оси OX в положительном направлении, находится зона отрицательных напряжений. В свою очередь в области II напряжения сконцентрированы у полосы сдвига в зоне от конца 2 до вершины полосы сдвига и уменьшаются в положительном направлении по оси OX и в положительном направлении по оси OY, но намного медленнее, чем в ранее указанном направлении (рис. 2, б).

В области I напряжения σ_{yy} локализованы у поверхности материала на некотором расстоянии от конца 1 полосы сдвига в отрицательном направлении по оси OX, а также у полосы сдвига в зоне между вершиной полосы и ее концом 1, а также на некотором удалении от конца 2 в отрицательном направлении по оси OX. Данные напряжения отрицательны и медленно убывают по модулю в направлении от этих зон. В области II напряжения локализованы у конца 1 и равномерно убывают от этой зоны. Также зоной локализации напряжений является зона у конца 2 полосы сдвига, при этом напряжения у конца 2 отрицательны и меняются на положительные вокруг вершины полосы сдвига (рис. 2, в).

Для полосы сдвига формы, описываемой функцией (5), где $A_1 = -1/200 \text{ мкм}^{-1}$, $B_1 = 100 \text{ мкм}$; при линейном распределении плотности квазидислокаций, описываемой функцией (8), где $A_3 = 0,9 \cdot 10^6 \text{ м}^{-2}$; $B_3 = 6 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$, напряжения σ_{xx} (рис. 3, а) локализованы на конце 1 у поверхности материала, а также на некотором удалении от данного конца в положительном и в отрицательном направлениях по оси OX у поверхности. В свою очередь в области II напряжения локализуются на некотором расстоянии от конца 2 у полосы сдвига, причем уменьшение их значений по модулю происходит в положительном по оси OX направлении и в отрицательном направлении по оси OY, а также в положительном направлении по оси OY, но с меньшей скоростью, нежели в указанном ранее направлении. Притом, данные напряжения положительны и меняют знак вокруг конца 2 (рис. 3, а).

Для рассматриваемой плоскости напряжения σ_{xy} (рис. 3, б) в области I локализованы у полосы сдвига в зоне между концом 2 и вершиной полосы сдвига, при этом эпицентр локализации напряжений смещен у полосы сдвига ближе к концу 2 напряжения уменьшаются по модулю при удалении от полосы сдвига и в направлении поверхности материала. Данные напряжения отрицательны (рис. 3, б). Напряжения в области I также локализованы у конца 2 и на некотором расстоянии от него у полосы сдвига и уменьшаются при удалении от этой зоны. Причем, непосредственно у конца 2 значения напряжений по модулю значительно медленнее убывают, чем в иных участках данной зоны полосы сдвига. Данные напряжения положительны. Также у полосы сдвига в зоне между вершиной и концом 1 полосы сдвига локализованы отрицательные напряжения. В результате действия указанных выше напряжений возникают две удаленные зоны локализации напряжений. Одна, расположенная на некотором расстоянии от поверхности материала, в положительном направлении по оси OX от полосы сдвига, с положительными значениями, вторая, расположенная на уровне конца 2 полосы сдвига по оси OY на некотором расстоянии от полосы в положительном направлении по оси OX – с отрицательными (рис. 3, б).

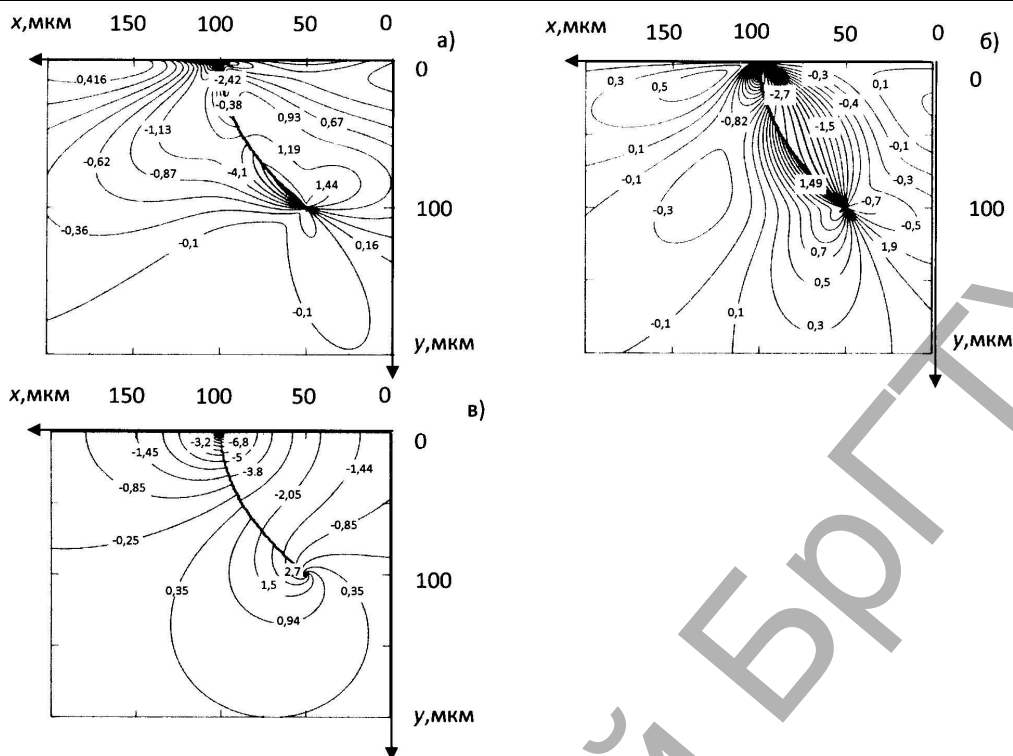


Рис. 2. Распределение напряжений у полосы сдвига, описываемой функцией (5), при законе распределения плотностей квазидислокаций, описываемом функцией (7): а) σ_{xx} ; б) σ_{yy} ; в) σ_{xy} (МПа)

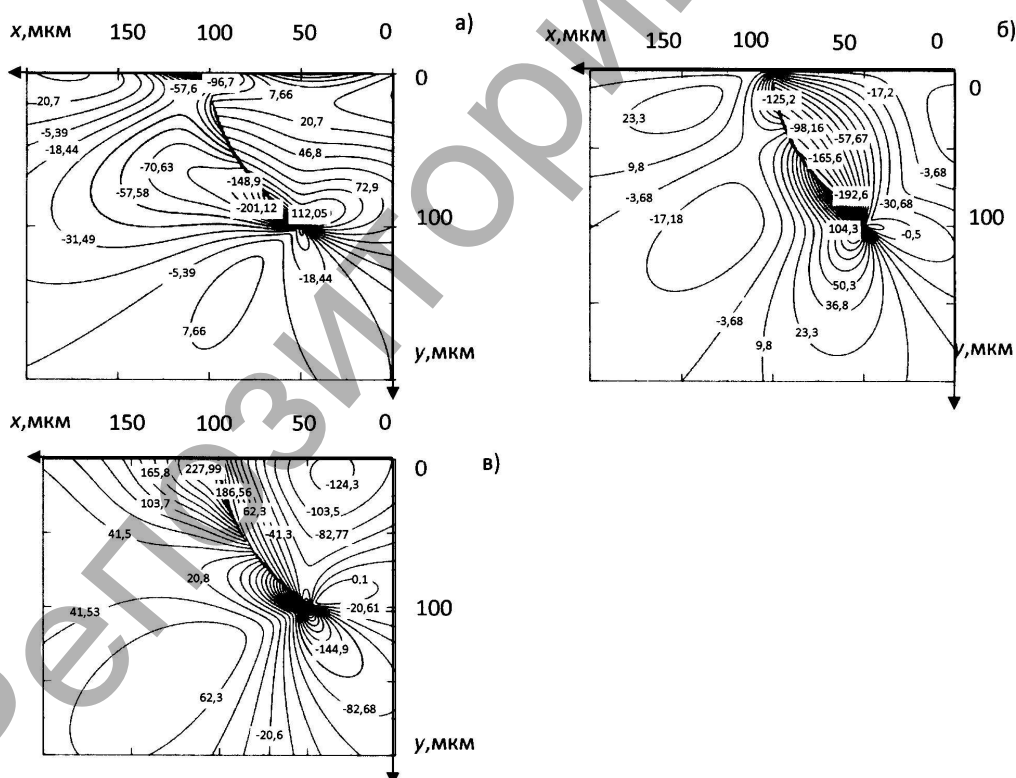


Рис. 3. Распределение напряжений у полосы сдвига, описываемой функцией (5), при нелинейном распределении плотности квазидислокаций, описываемом функцией (8): а) σ_{xx} ; б) σ_{xy} ; в) σ_{yy} (МПа)

Напряжения σ_{yy} (рис. 3, в) в области II локализованы на некотором удалении от конца 1 в положительном направлении по оси OX и уменьшаются при удалении от этой зоны в положительном направлении по оси OX и OY, с максимумом напряжений в области II в зоне у полосы сдвига от конца 2 до вершины полосы (рис. 3, в). Данные

напряжения уменьшаются преимущественно в положительном направлении по оси OX. В области I наблюдаются знакопеременные напряжения. В зоне у полосы сдвига от ее вершины до конца 1 сосредоточены положительные напряжения, которые уменьшаются в отрицательном направлении по оси OX и меняют знак, принимая отрица-

тельные значения, локализуясь на удалении от конца 1 полосы. Также в области I локализуются отрицательные напряжения, в зоне от конца 2 в положительном направлении по оси OY и отрицательном по оси OX, уменьшаясь в том же направлении. Данные напряжения, взаимодействуя с полями вышеперечисленных напряжений, создают зону положительных напряжений, близких к нулю у конца 2 полосы сдвига. Также отрицательные напряжения у конца 2 при взаимодействии с положительными напряжениями в области II создают локальную удаленную зону положительных напряжений на удалении от конца 2 в положительном направлении по оси OX.

Для полосы сдвига формы, описываемой функцией (5), где $A_1 = -1/200 \text{ мкм}^{-1}$, $B_1 = 100 \text{ мкм}$; при нелинейном распределении плотности квазидислокаций, описываемом функцией (9), где $A_4 = 1/10 \cdot 10^6 \text{ м}^{-3}$; $B_4 = 1/5 \cdot 10^6 \text{ м}^{-2}$; $C_4 = 5 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$, напряжения σ_{xx} локализованы в зоне у конца 1 у поверхности (рис. 4, а). Данные напряжения отрицательны и уменьшаются по модулю при удалении от этой зоны. В области I напряжения локализованы у поверхности на удалении от конца 1 в отрицательном направлении по оси OX и уменьшаются при удалении от этой зоны. Также еще одним центром концентрации напряжений по оси OX является зона, расположенная у конца 2 в отрицательном направлении по оси OY от него. Данные напряжения положительны и постепенно уменьшаются при удалении от этой зоны в отрицательных направлениях по осям OY и OX. В области II у конца 2 сосредоточены отрицательные напряжения, которые уменьшаются в положительном направлении по оси OY. Также на некотором расстоянии от конца 2 у полосы сдвига сосредоточены отрицательные напряжения, которые уменьшаются в положительном направлении по оси OY. В свою очередь на некотором расстоянии от конца 2 у полосы сдвига сосредоточены отрицательные напряжения, уменьшающиеся по модулю в положительном направлении по оси OX и в отрицательном направлении по оси OY.

Наибольшие напряжения σ_{xy} (рис. 4, б) в области I наблюдаются в зоне у полосы сдвига в отрицательном направлении по оси OY от конца 2, и уменьшаются также в отрицательном направлении по оси OY к поверхности материала (рис. 4, б). На некотором расстоянии от поверхности в материале данные поля напряжения пересекают и огибают линию полосы сдвига, примыкая к зоне от конца 1 полосы сдвига до ее вершины в области II. Также напряжения локализируются в области I в отрицательном направлении по оси OX от конца 2 и уменьшаются в отрицательном направлении по оси OX. Данные поля напряжений на некотором удалении от полосы сдвига объединяются с полями напряжений, указанными выше. Данные напряжения отрицательны. В области II напряжения сконцентрированы у полосы сдвига в положительном направлении от конца 2 и до середины отрезка от конца 2 полосы сдвига до ее вершины, и уменьшаются в положительном направлении по оси OY от конца 2 при удалении от середины отрезка от вершины полосы сдвига до ее конца 2. При этом скорость падения значений напряжений, возникающих у середины отрезка от конца 2 до вершины полосы сдвига. Также следует отметить, что данные полосы сдвига пересекаются и объединяются, не имея границ перехода. Также в области II формируется удаленная от полосы сдвига зона напряженности, расположенная в положительном направлении по оси OX отрезка от вершины полосы сдвига до ее конца 2 и имеющая отрицательные значения (рис. 4, б). Также на некотором расстоянии от поверхности и на удалении в положительном направлении по оси OX от полосы сдвига расположена еще одна зона локализации положительных напряжений.

Наибольшие по модулю и отрицательные напряжения σ_{yy} сконцентрированы в области II у конца 2 в отрицательном направлении по осям OX и OY от него (рис. 4, в). Также они уменьшаются в направлении вектора вышеуказанного направления. Другая зона локализации напряжений расположена на некотором расстоянии от конца 1 в положительном направлении по оси OX и на удалении от поверхности в материале. Данные напряжения постепенно убывают при удалении от этой зоны вдоль поверхности материала. Перечисленные напряжения положи-

тельны. В области I напряжения локализованы на небольшом удалении от поверхности материала и на расстоянии от полосы сдвига в отрицательном направлении по оси OX и уменьшаются при удалении от этой зоны. Также в области I напряжения локализованы вдоль полосы сдвига и убывают при удалении от нее в отрицательном направлении по оси OX. Данные напряжения положительны, но на некотором расстоянии от полосы сдвига данные напряжения становятся отрицательными и локализируются на удалении от полосы сдвига в направлении к поверхности материала. Также в области I напряжения локализованы в двух зонах, расположенных в отрицательном направлении от конца 2 по оси OX и в отрицательном и положительном направлениях по оси OY соответственно. Напряжения, которые расположены в отрицательном направлении по оси OY, положительны, а те, что расположены в положительном направлении – отрицательны. В области II также удаленно локализованы положительные напряжения, которые уменьшаются при удалении от этой зоны, преимущественно в положительных направлениях по осям OX и OY, меняясь на отрицательные на некотором удалении от этой зоны (рис. 4, в).

У полосы сдвига формы, описываемой функцией (5), где $A_1 = -1/200 \text{ мкм}^{-1}$, $B_1 = 100 \text{ мкм}$; распределение плотности квазидислокаций по гармоническому закону, описываемому функцией (10), где $A_5 = 0,3 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$, поля напряжений σ_{xx} плотно прилегают к полосе сдвига. Ширина полосы, составленной максимальными амплитудами, незначительно увеличивается к концу 2 полосы сдвига (рис. 5, а). Напряжения вдоль полосы сдвига отрицательны. Также в областях I и II точно локализованы напряжения в отрицательном и положительном направлениях по оси OX на уровне вершины полосы сдвига до поверхности материала по оси OY.

Подобная картина наблюдается и для напряжений σ_{xy} , за исключением того, что у конца 2 в отрицательных направлениях по осям OX и OY от него появляются поля положительных напряжений (рис. 5, б). Также здесь присутствуют точечные напряжения в положительном направлении по оси OX от полосы сдвига и по оси OY на уровне полосы сдвига и в положительном направлении от нее.

Напряжения σ_{yy} локализованы у полосы сдвига в виде плотно расположенных гармоник примерно равной амплитуды, пики которых образуют полосу, немного расширяющуюся к концу 2 (рис. 5, в). У конца 2 поля напряжений расположены лучами, исходящими из него. Данные напряжения чередуются по знаку и значению. Наибольшие по модулю – отрицательные, положительные же близки к нулю. На некотором расстоянии от конца 1 у полосы сдвига наблюдаются и в области I, и в области II симметрично расположенные относительно полосы сдвига поля напряжений. При этом, в области II поле положительных напряжений, в области I – отрицательных. Также в области I и в области II образуются точечные локализации напряжений. В области I они локализируются в отрицательном направлении по оси OX от полосы сдвига на некотором удалении от поверхности материала. Данные напряжения отрицательны. В области II в положительном направлении по оси OY на некотором удалении от конца 2 точно локализованы отрицательные напряжения. В области II в положительном направлении по осям OX и OY расположены четыре точки локализации положительных напряжений.

В случае, когда форма полосы сдвига описывается функцией (6), где $A_2 = -1/200 \text{ мкм}^{-1}$; $B_2 = 100 \text{ мкм}$; $C_2 = 5 \text{ мкм}$; $D_2 = 1/2$; при распределении плотности квазидислокаций по закону, описываемому функцией (7), где $\rho(\xi) = 10^6 \text{ м}^{-1}$, в области I наблюдаются положительные напряжения σ_{xx} с максимумом у конца 2 полосы сдвига и, в отрицательных направлениях от него по осям OX и OY, уменьшаются при удалении от полосы сдвига к поверхности материала, а также вокруг конца 2 по часовой стрелке (рис. 6, а). В области II напряжения отрицательны с максимальным по модулю значением у полосы сдвига у отрезка между вершиной полосы и ее концом 1 и уменьшаются в положительном направлении по оси OX. В положительном направлении от конца 2 по оси OY напряжения преимущественно постоянны по модулю и отрицательны.

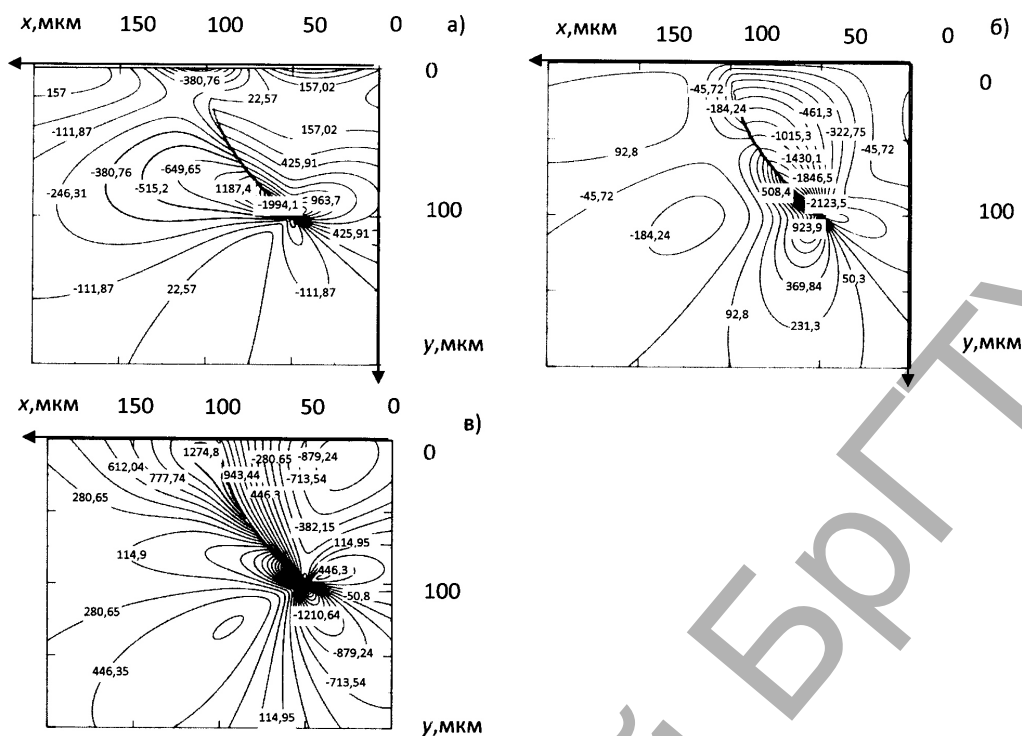


Рис. 4. Распределение напряжений у полосы сдвига, описываемой функцией (5), при гармоническом законе распределения плотности квазидислокаций, описываемом функцией (9): а) σ_{xx} ; б) σ_{xy} ; в) σ_{yy} (МПа)

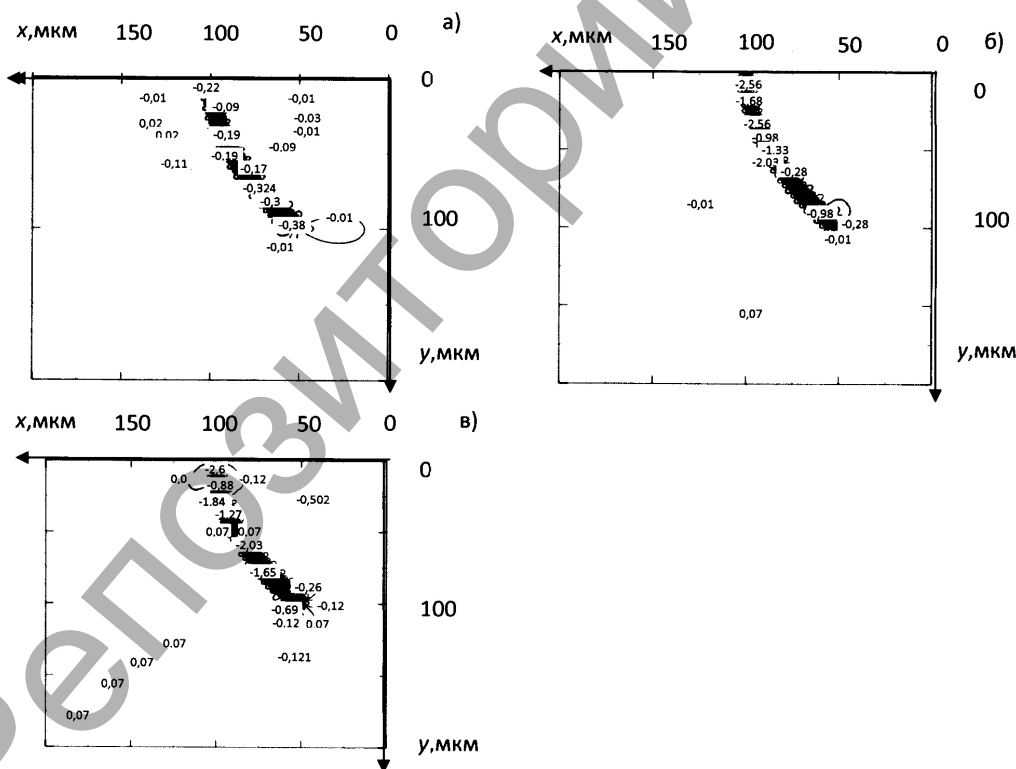


Рис. 5. Распределение напряжений у полосы сдвига, описываемой функцией (5), при законе распределения плотностей квазидислокаций, описываемом функцией (10): а) σ_{xx} ; б) σ_{xy} ; в) σ_{yy} (МПа)

В области I напряжения σ_{xy} в этом случае локализируются у полосы сдвига у зоны от вершины до конца 1 и уменьшаются при удалении от полосы сдвига в отрицательном направлении по оси OX и в направлении к поверхности. В области II напряжения знакопеременны (рис. 6, б). Максимумы положительных напряжений наблюдаются у полосы сдвига у отрезка от конца 2 полосы до ее вершины и умень-

шаются в положительном направлении от полосы сдвига и на некотором расстоянии от поверхности. Между этими зонами положительных напряжений имеется зона напряжений отрицательных, которая берет свое начало у полосы сдвига и уменьшается в положительных направлениях по осям OX и OY.

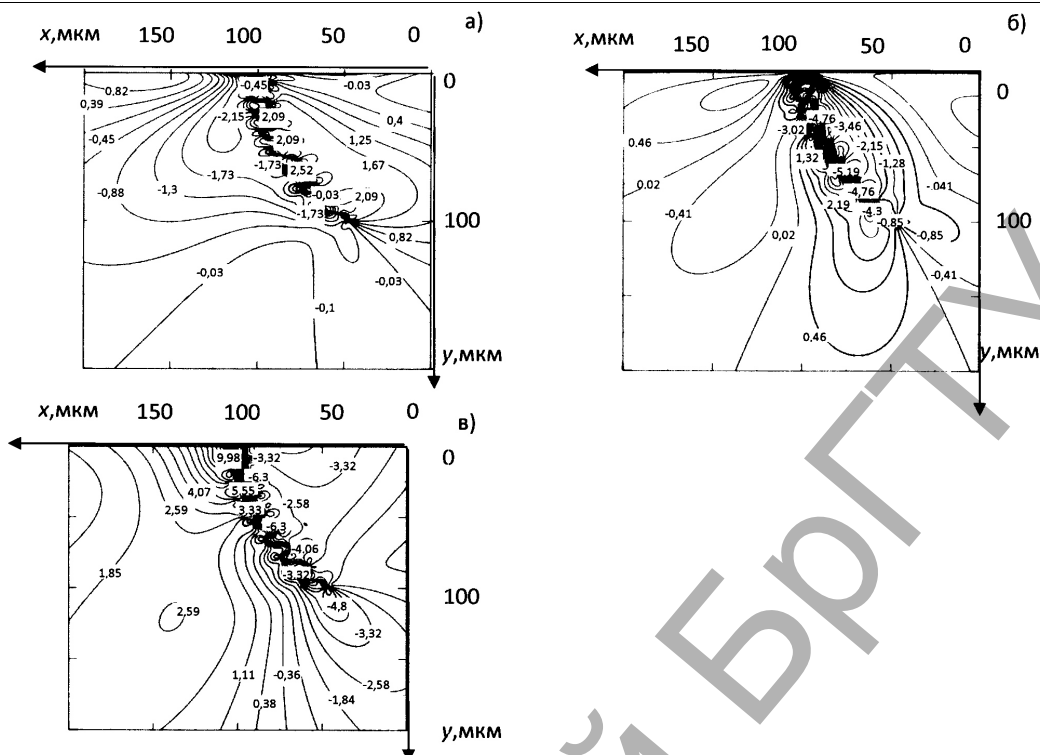


Рис. 6. Распределение напряжений у полосы сдвига, описываемой функцией (6), при линейном законе распределения плотностей квазидислокаций, задаваемом функцией (7): а) σ_{xx} ; б) σ_{xy} ; в) σ_{yy} (МПа)

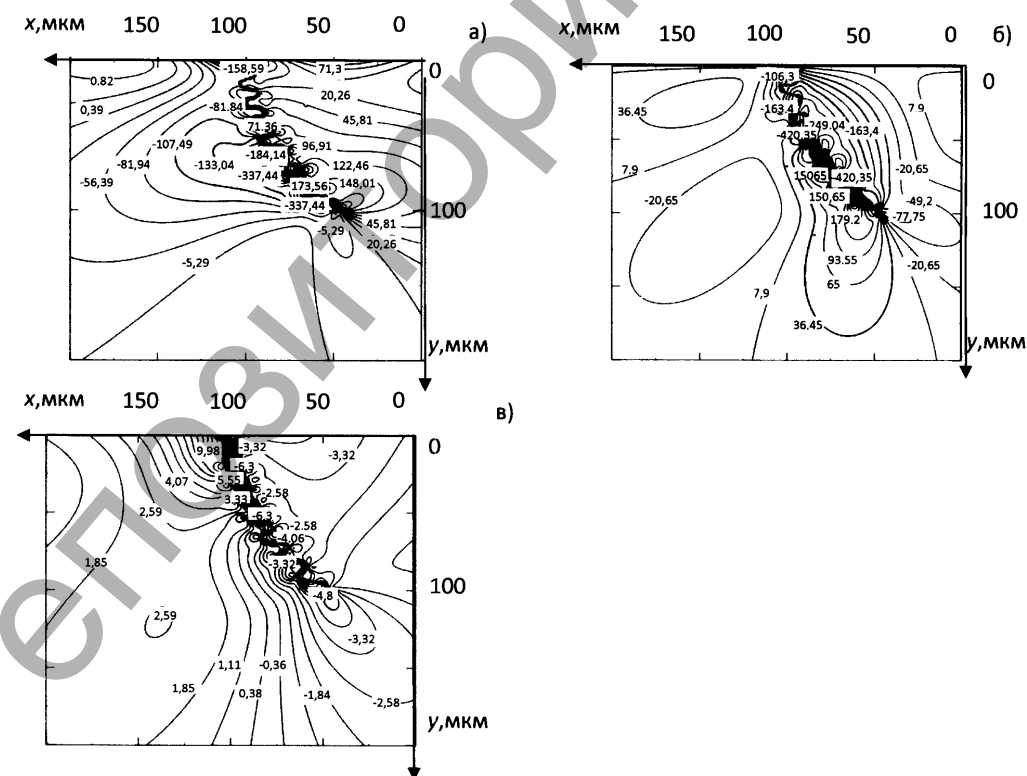


Рис. 7. Распределение напряжений у полосы сдвига, описываемой функцией (6), при нелинейном распределении плотности квазидислокаций, описываемом функцией (8): а) σ_{xx} ; б) σ_{xy} ; в) σ_{yy} (МПа)

Напряжения σ_{yy} в области I отрицательны и имеют максимум на некотором удалении от полосы сдвига в отрицательном направлении по оси OX у поверхности материала (рис. 6, в). Также максимумы напряжений наблюдаются у полосы сдвига у зоны при ее вершине.

Они отрицательны, и поля напряжений, созданные данными двумя эпицентрами напряжений, объединяются и уменьшаются в направлении отрицательном по оси OX и положительном по оси OY. В области II в положительном по оси OY направлении от конца 2 расположен

максимум отрицательных напряжений, которые убывают при удалении от этой зоны и меняют свои значения на положительные вокруг вершины полосы сдвига. Напряжения у вершины 1 положительные и убывают при удалении от этой зоны, достигая некоего постоянного значения в положительном направлении от полосы сдвига по оси ОХ в значительном объеме материала.

В случае, когда форма полосы сдвига описывается функцией (6), где $A_2 = -1/100 \text{ мкм}^{-1}$; $B_2 = 100 \text{ мкм}$; $C_2 = 5 \text{ мкм}$; $D_2 = 1/2$, при линейном распределении плотности квазидислокаций, описываемом функцией (8), где $A_3 = 0,9 \cdot 10^6 \text{ м}^{-2}$; $B_3 = 6 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$, напряжения σ_{xx} в области I локализованы на некотором расстоянии от полосы сдвига в отрицательном направлении по оси ОХ у поверхности материала и положительны, а также у конца 1 также у поверхности (рис. 7, а). Еще максимум положительных напряжений наблюдается у конца 2 в отрицательных направлениях по осям ОХ и ОУ от него, и уменьшаются в направлении к поверхности и вокруг конца 2. В области II напряжения локализованы у полосы сдвига у отрезка от вершины полосы до ее конца 2 и уменьшаются в положительном направлении по оси ОХ. Данные напряжения отрицательны.

Напряжения σ_{yy} в области II локализованы у полосы сдвига в зоне у вершины и уменьшаются при удалении от этой зоны (рис. 7, б). Также наблюдается максимум напряжений у конца 2 в отрицательном направлении по оси ОХ от него. При дальнейшем удалении от этих зон, поля напряжений объединяются в одну зону и уменьшаются в отрицательном направлении по оси ОХ от полосы сдвига и вокруг конца 2, где напряжения становятся положительными. В области II напряжения положительны и максимальны у конца 2 и у отрезка от конца 2 до вершины полосы сдвига и убывают преимущественно в положительном направлении по оси ОХ. Также наблюдается удаленная от полосы сдвига зона концентрации положительных напряжений в положительном направлении по оси ОХ на некотором расстоянии от поверхности материала. Между этими зонами положительных напряжений расположена зона значительных размеров с отрицательными напряжениями. Также зоной локализации отрицательных напряжений является зона у конца 1 полосы сдвига на некотором расстоянии от поверхности материала.

Напряжения σ_{yy} в области I отрицательны и локализируются на некотором удалении в отрицательном направлении по оси ОХ от конца 1 у поверхности материала и убывают при удалении от этой зоны (рис. 7, в). Также напряжения локализируются у полосы сдвига в зоне у ее вершины. Еще одним центром локализации напряжений является зона у конца 2 в положительном направлении по оси ОУ от него и отрицательном направлении по оси ОХ. Напряжения уменьшаются также в данном направлении и обходят вокруг отрезка от конца 2 полосы сдвига до вершины в области II со сменой напряжений на положительные. Также на удалении от полосы сдвига в положительном направлении по оси ОХ наблюдается локальная область концентрации положительных напряжений. Также напряжения положительные в области II локализованы у полосы сдвига у конца 1 у поверхности материала и убывают при удалении от этой зоны.

Для следующего варианта формы полосы сдвига, которая описывается функцией (7), где $A_2 = -1/200 \text{ мкм}^{-1}$; $B_2 = 100 \text{ мкм}$; $C_2 = 5 \text{ мкм}$; $D_2 = 1/2$, при нелинейном распределении плотности квазидислокаций, описываемом функцией (9), где $A_4 = 1/10 \cdot 10^6 \text{ м}^{-3}$; $B_4 = 1/5 \cdot 10^6 \text{ м}^{-2}$; $C_4 = 5 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$, напряжения σ_{xx} локализованы в области I у поверхности на некотором удалении от полосы сдвига в отрицательном направлении по оси ОХ, и убывают при удалении от поверхности (рис. 8, а). Также напряжения локализируются у конца 2 полосы сдвига и убывают в отрицательном направлении по оси ОУ к поверхности материала и вокруг самого конца 2, где в положительном направлении от конца 2 при условном переходе в область 2 наблюдается удлиненная область отрицательных напряжений в положительном направлении по оси ОУ. В области II напряжения максимальны по модулю и отрицательны у полосы сдвига у отрезка от конца 2 полосы до ее вершины, и убывают в положительном направлении по оси ОХ. При этом поля

данных напряжений огибают поле положительных напряжений, расположенное на некотором удалении от полосы сдвига в положительном направлении по осям ОХ и ОУ. Также следует отметить концентрацию напряжений непосредственно у конца 1 у поверхности. Данные напряжения убывают при удалении от этой зоны.

Напряжения σ_{xy} в области I отрицательны и максимальны по модулю в зоне у вершины полосы сдвига, а также у конца 2 полосы в отрицательном направлении от него по оси ОХ (рис. 8, б). Убывают данные напряжения при удалении от этих зон, при этом поля напряжений ближе к поверхности материала огибают полосу сдвига. Стоит отметить, что значения напряжений меняются на отрицательные вокруг конца 2. В области II напряжения максимальны у конца 2 в положительном направлении от него по оси ОУ, а также у самой полосы сдвига у отрезка от конца 2 до вершины, убывая, преимущественно, в положительном направлении по оси ОУ. Также положительные напряжения сконцентрированы на некотором расстоянии от поверхности материала, на удалении от полосы сдвига в положительном направлении по оси ОХ. Между областями концентрации положительных напряжений, на некотором удалении от полосы сдвига, в положительном направлении по оси ОХ расположена область с отрицательными напряжениями.

Напряжения σ_{yy} в области I знакопеременны (рис. 8, в). У полосы сдвига у отрезка от конца 1 до ее вершины напряжения положительны и уменьшаются в отрицательном направлении по оси ОХ, при этом на некотором расстоянии от полосы сдвига напряжения становятся отрицательными и имеют максимальные значения по модулю на удалении от полосы сдвига у поверхности материала. Также положительные напряжения сконцентрированы у конца 2 в отрицательных направлениях по осям ОХ и ОУ от него и убывают при удалении этой зоны. В области II напряжения также знакопеременны. У конца 2 в положительном направлении по оси ОУ от него сконцентрированы отрицательные напряжения. У полосы сдвига, у отрезка от конца 2 до вершины полосы, сконцентрированы отрицательные напряжения, которые постоянны в положительном направлении по оси ОУ от этой зоны и уменьшаются в положительном направлении по оси ОХ. При этом на некотором расстоянии от полосы сдвига в положительном направлении по оси ОХ напряжения становятся положительными и достигают максимума в зоне, расположенной на расстоянии от полосы сдвига в положительных направлениях по осям ОХ и ОУ. Еще одним центром концентрации положительных напряжений является зона у конца 1 у поверхности. Напряжения уменьшаются при удалении от этой зоны вокруг вершины полосы сдвига.

Для полосы сдвига формы, описываемой функцией (6), где $A_1 = -1/200 \text{ мкм}^{-1}$, $B_1 = 100 \text{ мкм}$; распределение плотности квазидислокаций по гармоническому закону, описываемому функцией (10), где $A_5 = 0,3 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$, напряжения σ_{xx} знакопеременны и сконцентрированы у полосы сдвига (рис. 9, а). Причем ближе к средней линии полосы сдвига напряжения максимальны по модулю и отрицательны. У вершин амплитуд напряжения знакопеременны и значительно меньше по модулю напряжений у средней линии полосы сдвига.

Также, в области I имеются две точки локализации отрицательных напряжений. Одна расположена в положительном направлении по оси ОХ от вершины полосы сдвига, а другая – в положительном направлении от конца 2 полосы сдвига по оси ОУ.

Напряжения σ_{xy} знакопеременны и максимальны у полосы сдвига в пиках вершин (рис. 9, б). Причем, наибольшие по модулю напряжения располагаются ближе к поверхности материала. Также на некотором расстоянии от поверхности материала в области I образуется зона положительных напряжений одинаковых значений в положительном направлении от конца 2 полосы сдвига по оси ОУ. Данные напряжения по модулю незначительны. Также и в области I, и в области II образуются точечные концентрации напряжений, причем в области II – положительные, в области I – отрицательные.

Напряжения σ_{yy} сконцентрированы у полосы сдвига и знакопеременны (рис. 9, в). Вдоль средней линии полосы сдвига напряжения

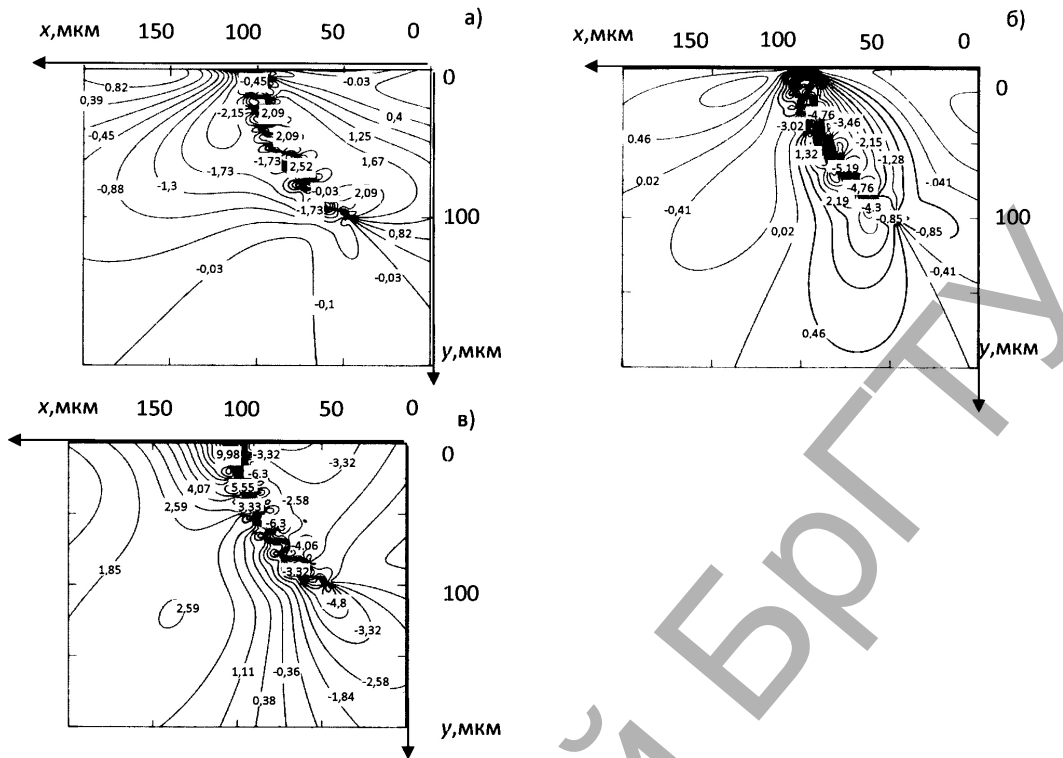


Рис. 8. Распределение напряжений у полосы сдвига описываемой функцией (6), при гармоническом законе распределения плотностей квазидислокаций, описываемом функцией (9): а) σ_{xx} ; б) σ_{xy} ; в) σ_{yy} (МПа)

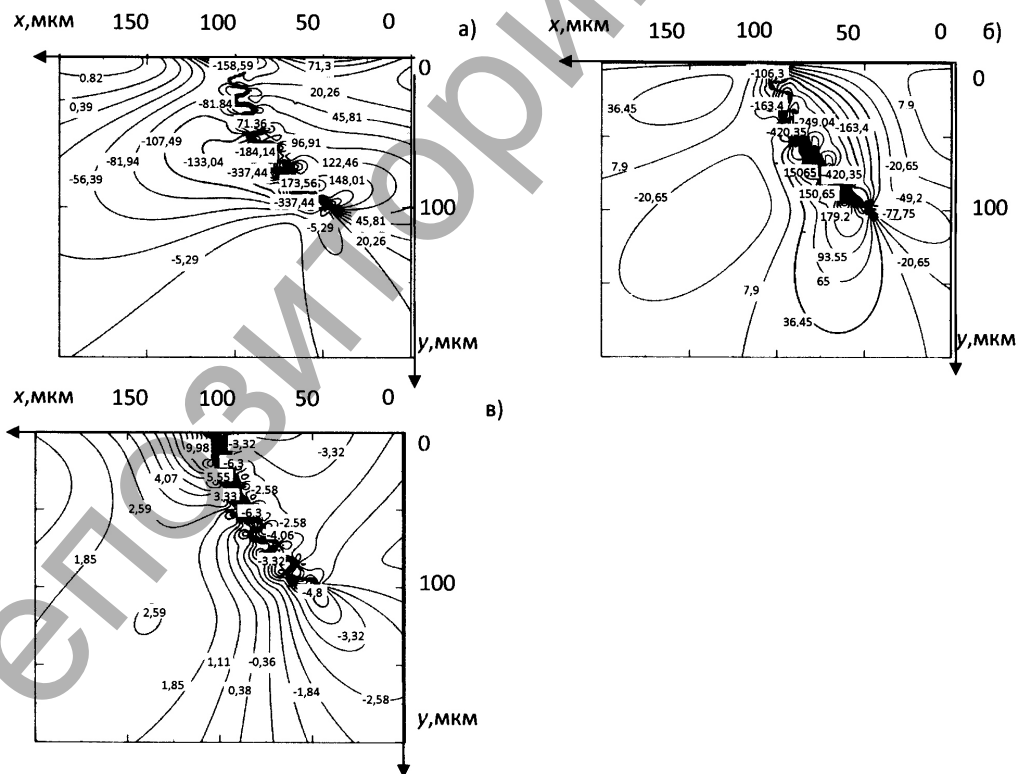


Рис. 9. Распределение напряжений у полосы сдвига, описываемой функцией (6), при законе распределения плотностей квазидислокаций, описываемом функцией (10): а) σ_{xx} ; б) σ_{xy} ; в) σ_{yy} (МПа)

максимальны по модулю и отрицательны. На периферии полосы сдвига напряжения знакопеременны и незначительны. Также в области II локализуются точечные напряжения, причем в положительном направлении по оси OX от конца 2 полосы сдвига – напряжения отрицательны, а на удалении в положительных направлениях по осям OX

и OY от конца 2 – положительны. В области I напряжения точно локализованы и отрицательны.

Заключение. Методика расчета полей напряжений у криволинейной полосы сдвига, находящейся у поверхности аморфного материала

ла, предложенная в данной статье, позволяет составить достаточно полную картину полей напряжений в аморфном материале, вызванных полосой сдвига формой чешуйчатого навала. Полученные распределения полей напряжений позволяют определить наиболее опасные места в аморфном материале для зарождения разрушения.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Верещагин, М.Н. Особенности пластической деформации при индентировании пирамидой Виккерса поверхности аморфного сплава Fe-Cr-Mo-V-B-Si / М.Н. Верещагин, В.Г. Шепелевич, О.М. Остриков, С.Н. Цыбранкова // Физика металлов и металловедение. – 2002. – Т. 93 – № 5. – С. 101–104.
2. Верещагин, М.Н. Аналогии и различия в развитии сдвиговой пластической деформации при локальном деформировании аморфных и монокристаллических материалов / М.Н. Верещагин, О.М. Остриков // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. – 2003 – № 3. – С. 35–37.
3. Корн, Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн – М.: Наука, 1974. – 832 с.

4. Остриков, О.М. Механика двойникования твердых тел: монография. – Гомель: Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого», 2008. – 301 с.
5. Верещагин, М.Н. Моделирование напряженного состояния у полосы сдвига в аморфном материале / М.Н. Верещагин, О.М. Остриков, Д.Б. Зюков // Доклады НАН Беларуси. – 2003. – Т. 47. – № 3. – С. 113–115.
6. Верещагин, М.Н. Дислокационная модель полисинтетических полос сдвига в аморфных материалах / М.Н. Верещагин, О.М. Остриков // Прикладная механика и техническая физика. – 2003. – Т. 44. – № 3. – С. 164–168.
7. Верещагин, М.Н. Дислокационная модель полос сдвига в аморфных материалах / М.Н. Верещагин, О.М. Остриков, С.Н. Цыбранкова // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2004 – № 4. – С. 98–105.
8. Остриков, О.М. Дислокационная гармоническая модель полосы сдвига в аморфном материале // Вестник ГГТУ им. П.О. Сухого. – 2007. – № 4. – С. 41–48.
9. Глезер, А.М. Структура и механические свойства аморфных сплавов / А.М. Глезер, Б.В. Молотилев – М.: Металлургия, 1992. – 208 с.

Материал поступил в редакцию 10.12.15

RYUMTSEV A.A., OSTRIKOV O.M. Method of calculation of fields of tension at a curvilinear strip of shift like the scaly naval which is at a surface of metal glass

The method of calculation of fields of tension at the curvilinear strip of shift which is at a surface of amorphous material is offered. This technique allowed to describe nature of distribution of napryazhennost in amorphous material at shift strips a form of scaly naval at various regularities of distribution of quasidislocations. Probable places of concentration of the greatest tension in which cracks – irreversible defects can arise are defined.

УДК 531.8

Русан С.І., Гаўрыленя А.К.

АНАЛІТЫЧНЫ МЕТАД КІНЕМАТЫЧНАГА АНАЛІЗУ ТРОХПАВАДКОВАЙ СТРУКТУРНАЙ ГРУПЫ

Уводзіны. Трохпавадковыя групы шырока выкарыстоўваюцца ў структуры механізмаў трэцяга класа. У большасці падручнікаў і вучэбных дапаможнікаў па тэорыі механізмаў і машын іх кінематычны аналіз асобна не выдзяляецца. У асноўным падручніку [1] кінематыка трохпавадковых груп даследуецца метадам асаблівых пунктаў з графічнай рэалізацыяй – пабудовай плана скорасцей і паскарэнняў. Абмежаваная колькасць гадзін, што адводзіцца вучэбнай праграмай дысцыпліны на лекцыйны курс, не дазваляе звярнуцца да аналітычнага рашэння задачы. Такое рашэнне без адмысловага ўступу можа быць разгледжана ў курсе тэарэтычнай механікі пры вывучэнні тэмы «Плоскапаралельны рух цела». У прыватнасці, яго можна разгледзець на пасяджэнні навуковага гуртка студэнтаў.

На рысунку 1 прадстаўлена група, утвораная са звяна 3 і павадкоў 2, 4, 5. Павадком 2 яна далучаецца да пачатковага звяна 1, а павадкамі 4, 5 замыкаецца на стойку EF. Магчыма іншае ўключэнне структурнай групы ў склад механізма, але ва ўсіх выпадках кінематычныя параметры руху пунктаў A, E, F мяркуюцца вызначанымі. Ніжэй у формулах і на рысунках выкарыстоўваюцца агульнапрынятыя ў курсе тэарэтычнай механікі абазначэнні (гл., напрыклад, [2]).

Вызначэнне скорасцей. Аналіз пачынаем з уваходнага звяна OA, для якога зададзены выглавая скорасць ω_1 і вуглавое паскарэнне ϵ_1 . Знаходзім скорасць пункта A: $V_A = \omega_1 \cdot l_{OA}$. З аналізу руху павадкоў 4, 5 усталяваем лініі скорасцей пунктаў C, D. На перасячэнні перпендыкуляраў да іх знаходзім імгненны цэнтр скорасцей звяна 3 (на

рыс. 2 ён абазначаны літарай P_3). З дапамогай цэнтра P_3 вызначаем лінію вектара \vec{V}_B . У пункце перасячэння перпендыкуляраў да вектара \vec{V}_A і лініі скорасці пункта B атрымліваем імгненны цэнтр скорасцей P_2 павадка 2. З яго дапамогай вызначаем напрамак вектара \vec{V}_B , а затым і вектараў \vec{V}_C, \vec{V}_D . Далей знаходзім:

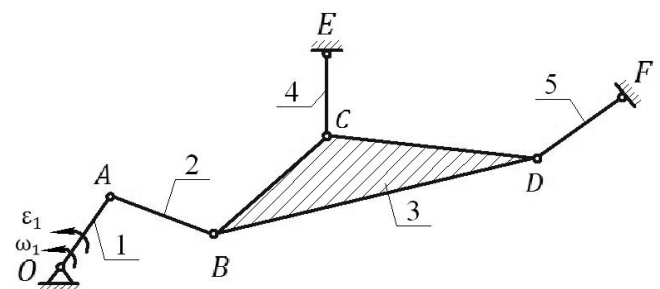


Рис. 1. Схема трохпавадковай групы

$$\omega_2 = v_A / P_2A, \quad v_B = \omega_2 \cdot P_2B, \quad \omega_3 = v_B / P_3B, \\ v_C = \omega_3 \cdot P_3C, \quad \omega_4 = v_C / CE, \quad \omega_5 = v_D / DF.$$

Русан Сяргей Іванавіч, к.т.н., дацэнт кафедры агульнанавуковых дысцыплін Баранавіцкага дзяржаўнага ўніверсітэта.
Гаўрыленя Андрэй Канстанцінавіч, к.т.н., дацэнт кафедры агульнанавуковых дысцыплін Баранавіцкага дзяржаўнага ўніверсітэта.
Беларусь, 225410, г. Баранавічы, Брэсцкай вобласці, вул. Кароліка, 8.