

ВЕРИФИКАЦИЯ РАСЧЕТНЫХ МОДЕЛЕЙ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРОДАВЛИВАНИЮ ПЛОСКИХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПЛИТ БЕЗ ПОПЕРЕЧНОЙ АРМАТУРЫ

*Все должно быть изложено так просто,
как только возможно, но не проще.*

Алберт Эйнштейн

Введение. В середине XX века были проведены многочисленные экспериментальные и теоретические исследования, посвященные изучению поведения локальной зоны сопряжения железобетонной колонны и плоской железобетонной монолитной плиты перекрытия, единой целью которых было создание безопасной модели сопротивления продавливающей силе.

Несмотря на внешнюю простоту в изготовлении и функциональность в применении плоских железобетонных монолитных плит в перекрытиях, покрытиях и фундаментах, получить расчетную модель, отвечающую фундаментальным физическим представлениям, оказалось не просто, так как при сопротивлении продавливанию узлов сопряжения таких конструкций возникает сложное напряженно-деформированное состояние, вызванное одновременно изгибом и срезом.

Еще в 1961 году в своей работе «Shearing strength of reinforced concrete slabs and footings under concentrated loads» [1] Johannes Moe писал: «Несмотря на усилия, приложенные многочисленными исследователями, общая теория, благодаря которой будет полностью описано поведение колонн и плит при разрушении от продавливания, еще не разработана. Однако важно отметить то, что проведенные многочисленные исследования позволяют получить консервативные безопасные уравнения, применяемые для расчета, без полного понимания фундаментальных законов, протекающих при этом явлении». И сейчас, спустя полвека, единой фундаментальной модели, служащей для расчета продавливающих сил, по-прежнему не создано, и вопрос все еще остается неясным и исследуемым современными инженерами.

В настоящее время установлено, что расчет продавливающих сил, в значительной степени зависит от основных геометрических параметров всей конструктивной системы, а именно толщины плиты перекрытия, размеров колонны, количества и расположения арматуры. В процессе сопротивления в плоской плите возникают значительные по величине изгибающие моменты и поперечные силы, формирующие сложное трехосное напряженное состояние в локальной области сопряжения плиты и колонны, при котором сопротивление изгибу не всегда исчерпывается полностью. В этом случае вокруг колонны формируется система наклонных трещин, по одной из которых, при разрушении, колонна с частью бетона конической формы (пирамида продавливания) хрупко отделяется от плиты.

Внесенные в современные нормативные документы стран западной Европы и США [85, 6, 7, 8, 9, 10], а также в нормы Республики Беларусь [48], модели сопротивления продавливанию являются эмпирическими. Они получены описанием экспериментальных данных абстрактными математическими зависимостями, в ряде случаев не имеющими ясного физического смысла. Применение таких моделей зачастую ограничено областью экспериментальных данных, на основании которых они были построены, и поэтому они имеют скорее частный, чем общий характер. Зачастую эти модели не обладают четкой структурой, основанной на законах механики, не полностью и не точно отображают фундаментальный физический смысл явления продавливания. Главным образом это касается моделей сопротивления продавливанию, применяемых для проверок сопротивления элементов без поперечного армирования.

В работах [2, 3] представлена разработанная модель сопротивления продавливанию, в которой предпринята попытка описать яв-

ление продавливания, используя основные уравнения механики твердого деформированного тела и уравнения модифицированной теории полей сжатия. Расчет, позволяющий определять сопротивление, напряжения и деформации, предложено выполнять с применением итерационной процедуры.

В настоящей работе кратко изложены основные положения упрощенного метода сопротивления продавливанию, базирующиеся на положениях расчета наклонного сечения по уравнениям модифицированной теории полей сжатия, а также приведены результаты верификации расчетных моделей сопротивления продавливанию нормативных документов стран западной Европы, США, Республики Беларусь, полуэмпирической модели А. Muttoni и разработанной собственной модели.

1. Модели сопротивления продавливанию, принятые в основных нормативных документах. Математические модели сопротивления продавливанию, введенные в нормативные документы стран западной Европы, США, а также в нормы Республики Беларусь, включают основные геометрические и физико-механические параметры. К ним относят: геометрические характеристики конструктивного решения (размеры колонны в плане, рабочая высота плиты, угол наклона критической трещины, наличие и расположение продольного и поперечного армирования в плане и по сечению плиты), физико-механические характеристики бетона и арматуры.

Принято считать, что разрушение при продавливании, возникает, когда обобщенная сила, вызванная внешним воздействием и выраженная через касательные напряжения, распределенные по длине критического периметра, превышает по величине обобщенную силу, которую способно воспринять сечение конструктивного элемента. В моделях нормативных документов СНБ 5.03.01 [4], СНиП 52.01 [5], DIN 1045 [6], EN 1992-1:2002 [7], ACI 318 [8], BS 8110 [9], MC 2010 [10], а также в модели А. Muttoni [11], это условие может быть записано в следующем виде:

$$V_{Sd} = v_{Sd} \cdot b_0 \cdot d \leq V_{Rd,c} \quad (1)$$

где V_{Sd} – вертикальная составляющая обобщенной силы, вызванной внешним воздействием на конструктивный элемент в зоне среза; $V_{Rd,c}$ – вертикальная составляющая обобщенной силы, воспринимаемой сечением конструктивного элемента; v_{Sd} – касательные напряжения, вызванные внешним воздействием; b_0 – длина критического периметра; d – рабочая высота плиты.

Модели сопротивления продавливанию [48, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11] приведены в таблице 1, расчетные схемы к ним – на рисунке 1.

2. Общие методы расчета модели сопротивления продавливанию. В основу расчетной модели положены уравнения механики твердого деформированного тела (уравнениями равновесия, уравнениями совместности деформаций, физическими уравнениями деформирования конструктивных материалов) и уравнения модифицированной теории полей сжатия (англ. *Modified Compression Field Theory, MCFT*)¹. Кроме того дополнительно учтено влияние нагельного эффекта продольной арматуры и самонапряжения в бетоне. Все основные уравнения разработанной модели приведены на рисунке 2.

В общем случае сопротивление срезу при продавливании плоских плит может быть определено по зависимости:

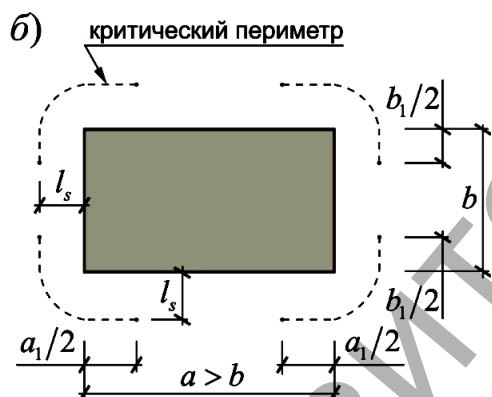
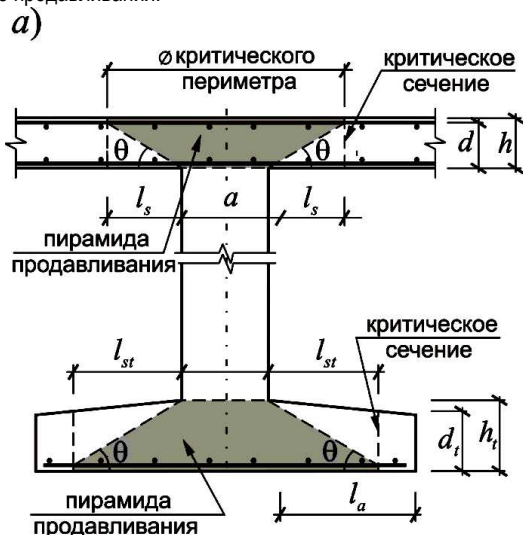
Молош Виктор Викторович, к.т.н., ст. преподаватель кафедры строительной механики Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

¹ Основные положения MCFT изложены в работе Тура В.В. и Кондратчика А.А. «Расчет железобетонных конструкций при действии перерезывающих сил»

$$V_{Rd} = V_{Rd} + V_D + V_{CE} \leq V_{Ed}, \quad (2)$$

где V_{Rd} – составляющая сопротивления продавливанию, вызванная касательными напряжениями, возникающими за счет зацепления по берегам наклонной трещины; V_D – составляющая сопротивления продавливанию, вызванная нагельным эффектом продольной арматуры; V_{CE} – составляющая сопротивления продавливанию, вызванная самонапряжением в бетоне; V_{Ed} – вызванная внешним воздействием обобщенная сила, направленная нормально плоскости плиты в зоне продавливания.



$$a_1 \leq \begin{cases} a \\ 5,6d - b_1 \end{cases} \quad b_1 \leq \begin{cases} b \\ 2,8d \end{cases}$$

а) для плит и фундаментов без поперечного армирования; б) применение условий расчета в нестандартных ситуациях

Рис. 1. Расчетная схема к определению сопротивления плит продавливанию по нормативным документам [48, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11]

Для определения сопротивления продавливанию были разработаны два метода расчета. По **первому методу**, условно названному **метод наклонного сечения (МНС)**, расчет ведут только для наклонного сечения, опираясь на положения модифицированной теории полей сжатия.

Второй метод расчета, получивший название **метод трех сечений (МТС)**, заключается в расчете элемента совместно в трех сечениях (рисунок 2). Последовательность проведения расчетной процедуры по методу трех сечений условно осуществляется в три этапа.

На первом этапе по общему деформационному методу при совместном действии изгибающих моментов и продольных сил рассчи-

тывают сечение нормальное к нейтральной плоскости плиты (сечение 1, рисунок 2), ширина которого в зависимости от жесткости плит определяется либо суммарной длиной пластических шарниров, возникающих при изломе плиты, либо длиной критического периметра, сформированного при продавливании.

На втором этапе, для определения напряжений и деформаций в растянутой арматуре, совпадающих с напряжениями и деформациями в растянутой арматуре наклонного сечения 3 (рисунок 2), также по общему деформационному методу рассчитывают нормальное сечение на расстоянии $d \cdot \cot \theta$ от отреза колонны (сечение 2, рисунок 2).

На третьем этапе по уравнениям модифицированной теории полей сжатия рассчитывают наклонное сечение 3 (рисунок 2). При этом напряжения, усилия и деформации во всех трех сечениях путем итерационной процедуры приводят в соответствие.

Подробно методы МНС и МТС расчета сопротивления плоских плит продавливанию изложены в работах [2, 3].

3. Упрощенный метод расчета наклонного сечения (УМНС).

Полные методы расчета сопротивления продавливанию (МНС и МТС), обладая рядом достоинств – они позволяют определять величину продавливающих сил, деформации и напряжения в бетоне и продольной арматуре при любом нагружении узла сопряжения колонны и плоской плиты перекрытия, – тем не менее, не лишены одного недостатка – они достаточно трудоемки в использовании и требуют применения компьютерных программ. Между тем, компьютерные программы, позволяющие применять эти методы расчета, в настоящее время на территории Республики Беларусь не разработаны. В некоторых случаях также существует необходимость в применении упрощенного инженерного расчета. Кроме того, физический смысл и логическое обоснование расчета всегда должны оставаться в поле зрения инженера-конструктора в области строительства. То есть любой расчет строительных конструкций должен быть осознанным.

В этой связи на основании полного метода наклонного сечения (МНС) был разработан метод расчет сопротивления плоских железобетонных плит продавливанию, получивший условное название **упрощенный метод наклонного сечения (УМНС)**.

В основу УМНС, также как в основу методов МНС и МТС, положено допущение, что в предельном состоянии наклонная трещина пересекает всю высоту конструктивного элемента, и сопротивление продавливанию воспринимается за счет касательных напряжений, вызванных зацеплением по ее берегам. Расчет выполняют непосредственно для предельной стадии сопротивления, минуя промежуточные этапы.

Касательные напряжения V_{ci} , вызванные зацеплением по берегам наклонной трещины (критерий прочности), зависят от прочности бетона при осевом сжатии f_{cm} и от ширины раскрытия наклонной трещины w . В работе [12], а также в методах МНС и МТС их предположено определять по эмпирической зависимости (3):

$$V_{ci} = \frac{0,18 \cdot \sqrt{f_{cm}}}{0,3 + \frac{23 \cdot w}{a_g + 16}} \quad (3)$$

где ширина раскрытия наклонной трещины w на уровне центра тяжести растянутой продольной арматуры может быть определена

$$w = \psi d. \quad (4)$$

Величину угла ψ следует определять по упрощенной зависимости, внесенной в общем виде в МС 2010 [10] и несколько модифицированной для УМНС:

$$\psi = 1,5 \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_s}{E_s}, \quad (5)$$

где f_s – текущие напряжения в продольной растянутой арматуре (в МС 2010 [10] приняты напряжения, соответствующие пределу текучести арматурной стали f_y).

Таблица 1. Модели сопротивления продавливанию, используемые в нормативных документах [48, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11]

Норм. док.	Расчетные уравнения
СНБ 5.03.01 [4]	$V_{Sd} = V_{Sd} \cdot \bar{\beta} / (u \cdot d) \leq V_{Rd,c};$ $V_{Rd,c} = [0,15k \cdot (100[\text{МПа}^2] \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} - 0,1\sigma_{cd}];$ но не менее $[0,5f_{ctd} - 0,1\sigma_{cp}]; f_{ck}, f_{ctd}, \sigma_{cd}$ [в МПа]; $\bar{\beta}$ – принимается в соответствии с рисунком 1.3; $k = 1 + \sqrt{200[\text{мм}] / d} \leq 2, d$ в [мм]; $d = (d_x + d_y) / 2; \rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \cdot \rho_{ly}} \leq 0,02; \rho_l \geq 0,002;$ $\sigma_{cd} = (\sigma_{cd,x} + \sigma_{cd,y}) / 2; l_s = 1,5d = d \cot(\theta); \theta = 33,7^\circ$
DIN 1045 [6]	$V_{Rd,c} = [0,14k \cdot (100[\text{МПа}^2] \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} - 0,1\sigma_{cp}];$ но не менее $[0,5f_{ctd} - 0,1\sigma_{cp}]; f_{ck}, f_{ctd}, \sigma_{cd}$ в [МПа]; $l_s = 1,5d; \theta = 33,7^\circ$. Все входящие в формулу параметры определяются аналогично, как в нормах [4]
EN 1992-1:2002 [7]	$V_{Rd,c} = [0,18 / \gamma_c \cdot k \cdot (100[\text{МПа}^2] \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} - 0,1\sigma_{cd}];$ но не менее $[0,035k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}]; f_{ck}, f_{ctd}, \sigma_{cd}$ в [МПа]; $l_s = 2,0d; \theta = 26,6^\circ$. Все входящие в формулу параметры определяются аналогично, как в нормах [4]
ACI 318 [8]	$V_c = v_c \cdot u \cdot d; l_s = 0,5d; \theta = 45^\circ;$ $v_c = \min \left[\begin{array}{l} 0,332[\text{МПа}^2] \cdot \sqrt{f_c}; 0,083[\text{МПа}^2] \cdot \sqrt{f_c} \cdot (2 + 4 / \beta_c); \\ 0,083[\text{МПа}^2] \cdot \sqrt{f_c} \cdot (2 + \alpha_s \cdot d / u) \end{array} \right]$
СНИП 52.01 [5]	$\theta = 45^\circ; l_s = 0,5h_0; h_0 \equiv d; F \leq F_b = R_{bt} \cdot u_m \cdot h_0; u_m \equiv u$
BS 8110 [9]	$V_F \leq V_c = v_c \cdot u \cdot d;$ $l_s = 1,5d; \gamma_m = 1,25; v_c = 0,79 / \gamma_m \cdot (400[\text{мм}] / d)^{1/4} \cdot (100[\text{МПа}^2] \cdot \rho_l \cdot f_{ck} / 25)^{1/3}$
Модель Model Code 2010 [10]	$l_s = 0,5d; \theta = 45^\circ; V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s};$ $V_{Rd,c} = k_\psi \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_0 d (f_{ck} \text{ в МПа}), V_{Rd,max} = k_{sys} \cdot k_\psi \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_0 \cdot d \leq \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_0 \cdot d;$ $k_\psi = \frac{1}{1,5 + 0,6\psi dk_{dg}} \leq 0,6; k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0,75.$ При вычислении углов поворота плиты ψ используют несколько уровней приближения: Первый уровень: расчет по линейно-упругой модели: $\psi = 1,5 \frac{r_s f_{yd}}{d E_s};$ Второй уровень: при значительных изгибающих моментах: $\psi = 1,5 \frac{r_s f_{yd}}{d E_s} \left(\frac{m_{Ed}}{m_{Rd}} \right)^{1,5}; m_{Ed} \equiv V_{Ed} / 8$ – для внутренних колонн; $m_{Ed} \equiv V_{Ed} / 2$ – для угловых колонн
Полуэмпирическая модель Muttoni [11]	$\frac{V_{Rd}}{b_0 \cdot d \sqrt{f_c}} = \frac{3/4}{1 + 15 \frac{\psi \cdot d}{a_{g0} + a_g}} - \text{критерий разрушения};$ $\psi = 0,33 \frac{L \cdot f_{yd}}{d \cdot E_s} \left(\frac{V_{Ed}}{8 \cdot m_{Rd}} \right)^{3/2} - \text{зависимость «усилие – угол поворота»}; L \equiv r_s / 0,22$
В таблице приняты следующие обозначения: $V_{Sd}, V_{Ed}, V_c, F, V_F$ – обобщенная предельная сила, вызванная внешним воздействием на конструктивный элемент в зоне среза; V_c – составляющая обобщенной предельной силы, учитывающая вклад бетона при сопротивлении продавливанию; V_s – составляющая обобщенной предельной силы, учитывающая вклад поперечной арматуры при сопротивлении продавливанию; V_{Sd}, V_c – внешняя результирующая поперечная сила, распределенная по длине критического периметра; u, u_m, b_0 – длина критического периметра; $\bar{\beta}$ – коэффициент, учитывающий влияние внецентренного приложения нагрузки, принимается в соответствии с положениями [1]; $V_{Rd,c}$ – воспринимаемое сечением элемента поперечная сила, распределенная по длине критического периметра;	

F_b – предельная сила, воспринимаемая сечением элемента;
d, h_0 – эффективная рабочая высота плиты, определяемая расстоянием от верхней сжатой грани в сечении плиты до центра тяжести растянутой арматуры;
ρ_l – коэффициент продольного армирования;
f_{ck} – нормативное сопротивление бетона осевому сжатию;
f_c' – среднее сопротивление бетона осевому сжатию;
σ_{cd} – средние напряжения обжатия в плите на уровне нейтральной плоскости;
f_{ctd} – расчетное сопротивление бетона осевому растяжению;
R_{bt} – временное сопротивление бетона осевому растяжению;
l_s – длина зоны среза в плите перекрытия;
θ – угол наклона граней пирамиды (конуса) продавливания;
f_{yk} – нормативное сопротивление арматуры осевому растяжению, соответствующее пределу текучести;
f_{yd} – расчетное сопротивление арматуры осевому растяжению;
f_c – прочность бетона при осевом сжатии, определенная на цилиндрах 15/30 см;
β_c – соотношение длин сторон колонны;
r_s – расстояние от оси колонны до сечения, в котором изгибающий радиальный момент равен нулю;
ψ – угол поворота плоскости плиты в сечении у основания наклонной трещины;
L – расстояние между колоннами;
a_{g0} – базовый размер зерна крупного заполнителя, равный 16 мм;
a_g – максимальный размер крупного заполнителя, применяемого для приготовления бетонной смеси;
E_s – модуль упругости арматурной стали;
m_{Ed} – среднее значение расчетного изгибающего момента на единицу длины опорной полосы в районе колонны;
m_{Rd} – расчетный погонный изгибающий момент в сечении плиты в зоне соединения с колонной

Исходя из того, что продольные относительны деформации в арматуре могут быть определены, как

$$\varepsilon_x = \frac{f_s}{E_s}, \quad (6)$$

касательные напряжения, вызванные зацеплением по берегам наклонной трещины, могут быть определены из совместного решения уравнений (3–6), и выражены в следующем виде:

$$V_{ci} = \frac{0,18 \cdot \sqrt{f_{cm}}}{0,3 + a_0 \cdot r_s \cdot \varepsilon_x}, \quad (7)$$

где a_0 – параметр, характеризующий влияние крупного заполнителя на величину касательных напряжений V_{ci} , вызванных зацеплением по берегам наклонной трещины, определяемый, как

$$a_0 = \frac{23}{a_g + 16}. \quad (8)$$

Предельная продавливающая сила, в этом случае, может быть получена из выражения

$$V_u = V_{ci} \cdot b_0 \cdot d = \frac{0,18 \cdot \sqrt{f_{cm}} \cdot b_0 \cdot d}{0,3 + a_0 \cdot r_s \cdot \varepsilon_x}. \quad (9)$$

Выражая силу в продольной арматуре через относительные деформации ε_x , как в (6), а также, учитывая, что главные растягивающие напряжения в бетоне равны $f_t = V_{ci} \cdot \operatorname{tg} \theta$, а предельная продавливающая сила равна $V_u = V_{ci} \cdot b_0 \cdot d$, и решая уравнение проекций всех сил на продольную ось (пункт 16, рисунок 2) относительно касательных напряжений, вызванных зацеплением по берегам наклонной трещины, можно получить

$$V_{ci} = \frac{-\varepsilon_x \cdot E_s \cdot \rho_l}{\operatorname{tg} \theta - \operatorname{ctg} \theta}. \quad (10)$$

Выражая относительные продольные деформации ε_x из совместного решения уравнений (7) и (9), будет получено квадратное уравнение, положительный корень которого, соответствующий относительным деформациям растяжения в продольной арматуре, будет иметь следующий вид:

$$\varepsilon_x = -\frac{0,15}{a_0 \cdot r_s} + \frac{\sqrt{\rho_l \cdot E_s \cdot \left[0,09 \cdot \rho_l \cdot E_s - 0,72 \cdot a_0 \cdot r_s \cdot \sqrt{f_{cm}} \cdot (\operatorname{tg} \theta - \operatorname{ctg} \theta) \right]}}{2 \cdot a_0 \cdot \rho_l \cdot E_s \cdot r_s}. \quad (11)$$

Таким образом, предельная продавливающая сила V_u может быть определена по трем выражениям, (8), (9) и (11).

В методах расчета сопротивления продавливанию МНС и МТС, базирующихся на модифицированной теории полей сжатия [12], принято допущение о том, что в бетоне за пределами наклонной трещины направления главных напряжений и главных деформаций совпадают. Однако, как отмечено в работе [12], в целом ряде реальных ситуаций это допущение не достаточно корректно. Решения, получены в работах [13, 14], показали, что разница в углах наклона главных напряжений и главных деформаций составляет $\pm 10^\circ$.

Это было подтверждено при сравнении рассчитанных по УМНС предельных продавливающих сил V_u и экспериментальных продавливающих сил. Наилучшее совпадение расчетных и экспериментальных значений предельных продавливающих сил было получено, когда расчет вели при условии, что угол наклона главных относительных деформаций составлял 34° к нейтральной плоскости, а угол наклона главных напряжений составлял 25° .

4. Верификация моделей сопротивления на фоне опытных данных. Верификация и сравнение моделей сопротивления продавливанию, использованных в нормативных документах [48, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11], полуэмпирической модели А. Muttoni [11], считающейся на наш взгляд наиболее прогрессивной в настоящее время, и собственной модели, на основании которой разработано три метода расчета, выполнена на фоне доступной базы экспериментальных данных. База экспериментальных данных включала информацию об образцах, испытанных зарубежными авторами и при проведении собственного экспериментального исследования. Были сформированы две выборки. В **выборку 1** включили информацию о 250 экспериментальных образцах, испытанных зарубежными авторами, отечественными авторами и самостоятельно. В **выборку 2** – результаты собственных испытаний 18 опытных образцов.

Из графиков, приведенных на рисунке 3, видно, что в целом расположение расчетных значений продавливающих сил, полученных по моделям сопротивлений, достаточно точное и закономерное, что подтверждает адекватность моделей.

ФИЗИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

3 при $\epsilon_1 \leq \epsilon_{cr}$ (восходящая ветвь) $f_1 = E_{cm} \cdot \epsilon_1$
 при $\epsilon_1 > \epsilon_{cr}$ (нисходящая ветвь) $f_1 = \frac{f_{cm}}{1 + \sqrt{200\epsilon_1}}$

7
$$v_{ci} = \frac{0,18 \cdot \sqrt{f_{cm}}}{0,3 + \frac{23 \cdot w}{a_g + 16}}$$

10
$$f_{2,max} = \frac{f_{cm}}{0,8 - 0,34 \cdot \frac{\epsilon_1}{\epsilon_{c1}}}$$

12
$$\epsilon_2 = \epsilon_{c1} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{f_2}{f_{2,max}}} \right]$$

УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ

4
$$f_{st} = f_1 \frac{b_0 \cdot d}{A_{st}}$$
 при расчете по МТС f_s принимают равными из расчета нормального сечения 2

8
$$V_{Rd,1} = \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd}}{s} d \cdot \cot \theta + v_{ci} \cdot b_0 \cdot d$$

$$V_{Rd,2} = v_{ci} \cdot b_0 \cdot d$$

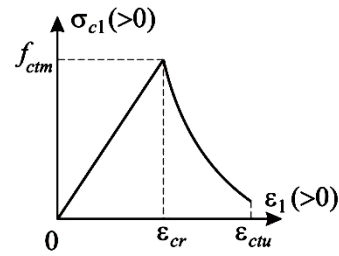
9
$$f_2 = f_1 - \frac{V_{Rd,2}}{b_0 \cdot d} (\tan \theta + \cot \theta)$$

11
$$f_2 < f_{2,max}$$

14
$$f'_{st} = \epsilon_x \cdot E_s$$

15
$$f'_{st} = f_{st}$$
 если условие 15 не выполняется корректируют ϵ_1

16
$$f_{st} \cdot A_{st} + f_1 \cdot b_0 \cdot d - V_{Rd} \cot \theta = 0$$
 если условие 16 не выполняется корректируют θ

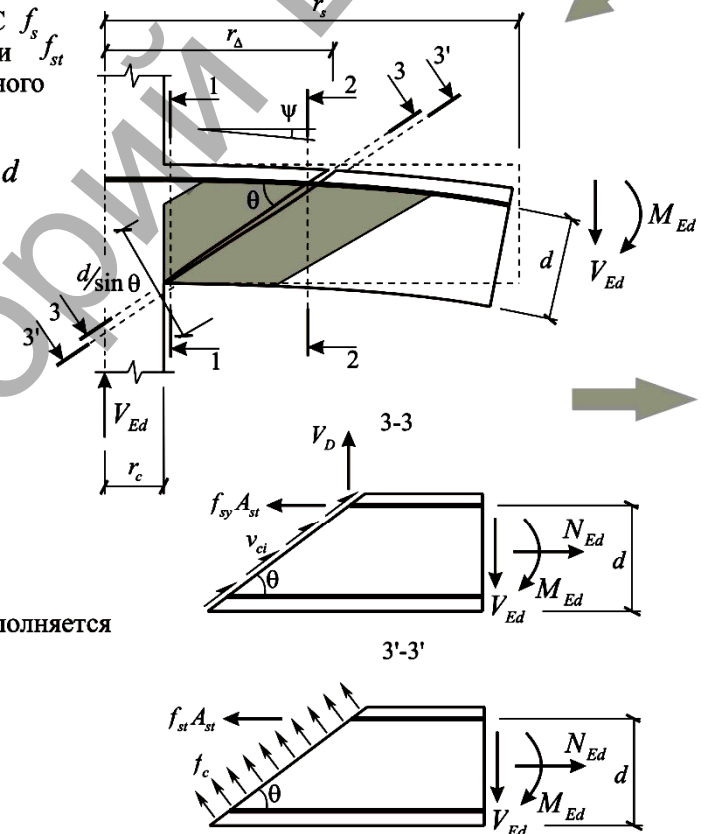


ЗАДАТЬ ПАРАМЕТРЫ

1 $a_k, b_k, r_s, \sigma_{CE}, f_{cm}, E_{cm}, \epsilon_{c1}, \epsilon_{ocr}, f_{sy}, E_{sy}, \varnothing_s, n_s$

ИЗМЕНЯТЬ

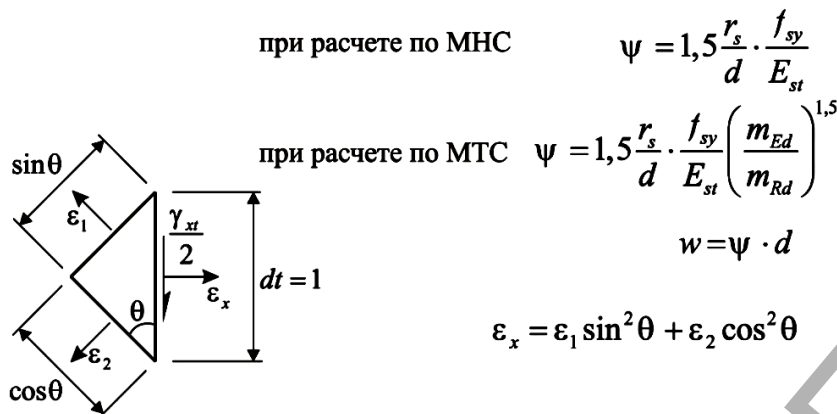
2 ϵ_1, θ°



ϵ_x – относительные продольные деформации по направлению «x» (положительные при растяжении); ϵ_t – относительные поперечные деформации по направлению «d»; ϵ_1 – главные относительные растягивающие деформации в бетоне; ϵ_2 – главные относительные сжимающие деформации в бетоне (отрицательные); ϵ_{c1} – относительная деформация в бетоне при осевом сжатии, соответствующая пиковому значению прочности на диаграмме деформирования, принята равной $\epsilon_{c1} = -0,002$; δ_t – вертикальная компонента перемещения, определяемая при установленных относительных деформациях ϵ_i ; w – ширина раскрытия наклонной трещины на уровне растянутой продольной арматуры;

Рис. 2. (начало)

УРАВНЕНИЯ СОВМЕСТНОСТИ ДЕФОРМАЦИЙ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ



при расчете по МНС $\psi = 1,5 \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{sy}}{E_{st}}$

при расчете по МТС $\psi = 1,5 \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{sy}}{E_{st}} \left(\frac{m_{Ed}}{m_{Rd}} \right)^{1,5}$

$w = \psi \cdot d$

$\epsilon_x = \epsilon_1 \sin^2 \theta + \epsilon_2 \cos^2 \theta$

УРАВНЕНИЯ УЧЕТА

САМОНАПРЯЖЕНИЯ

$V_{CE} = \frac{M_{0,p}}{M_{Ed,p}} V_{Ed,p}$

$M_{0,p} = \sigma_{CE} W_c = \frac{\sigma_{CE} b_0 h^2}{6}$

И НАГЕЛЬНОГО ЭФФЕКТА
по зависимости, предложенной DiPrisco, Romero и Gambarov

$V_D = \mu \cdot K_D \cdot \delta_t$ $\mu = 1 - \left(\frac{w}{w_y} \right)^2$

$w_y = \psi_y \frac{d}{\sin \theta}$ $K_D = \frac{k_s \cdot k_w}{k_s + k_w}$

$\delta_t = \epsilon_t \cdot d$ $k_s = 59,78 \left(\frac{\delta_t}{2} \right)^{-0,64} \cdot \varnothing \cdot (f_{cm})^{0,38} \sin^2 \theta, \frac{H}{мм}$

$k_w = 1000 \left(\frac{f_{cm}}{30} \right)^{0,5} \cdot (1 + \varnothing) \cdot \left[1,2 \left(1 - \exp \left(\frac{-1,8c}{\varnothing} \right) \right) \right], \frac{H}{мм}$

w_y – ширина раскрытия трещины на уровне продольной арматуры при достижении в ней текучести; ψ – текущий угол поворота плоскости плиты в сечении у основания наклонной трещины; ψ_y – угол поворота плоскости плиты в сечении у основания наклонной трещины при достижении в арматуре текучести; f_1 – главные растягивающие напряжения в бетоне; f_2 – главные сжимающие напряжения в бетоне; f_{cm} – средняя прочность бетона при осевом сжатии; f_{ctm} – средняя прочность бетона при осевом растяжении; $f_{2,max}$ – максимальные напряжения в пиковой точке трансформированной диаграммы деформирования; f_{ywd} – расчетное сопротивление осевому растяжению в поперечной арматуре; f_{yt} – среднее сопротивление растяжению продольной арматуры, соответствующее пределу текучести арматурной стали; v_{ci} – касательные напряжения, вызванные зацеплением по берегам наклонной трещины; σ_{CE} – напряжения обжатия, возникающие за счет самоупреждения в бетоне; E_{cm} – модуль упругости бетона; $M_{0,p}$ – момент, вызванный самоупреждением в бетоне; $M_{Ed,p}$, $V_{Ed,p}$ – момент и поперечная сила, соответствующие стадии декомпрессии, возникающей при погашении до нуля сжимающих напряжений в бетоне; A_{st} – площадь продольной растянутой арматуры; A_{sw} – площадь поперечной арматуры; h – высота сечения плиты; s – шаг поперечной арматуры; μ – коэффициент, учитывающий влияние осевого усилия в продольной арматуре на величину нагельного усилия в ней; K_D – коэффициент жесткости нагеля; \varnothing – диаметр продольного растянутого стержня; W_c – момент сопротивления критического сечения бетона; β – коэффициент разупрочнения бетона.

Рис. 2. Уравнения и порядок расчета наклонного сечения по методу МНС и МТС (окончание)

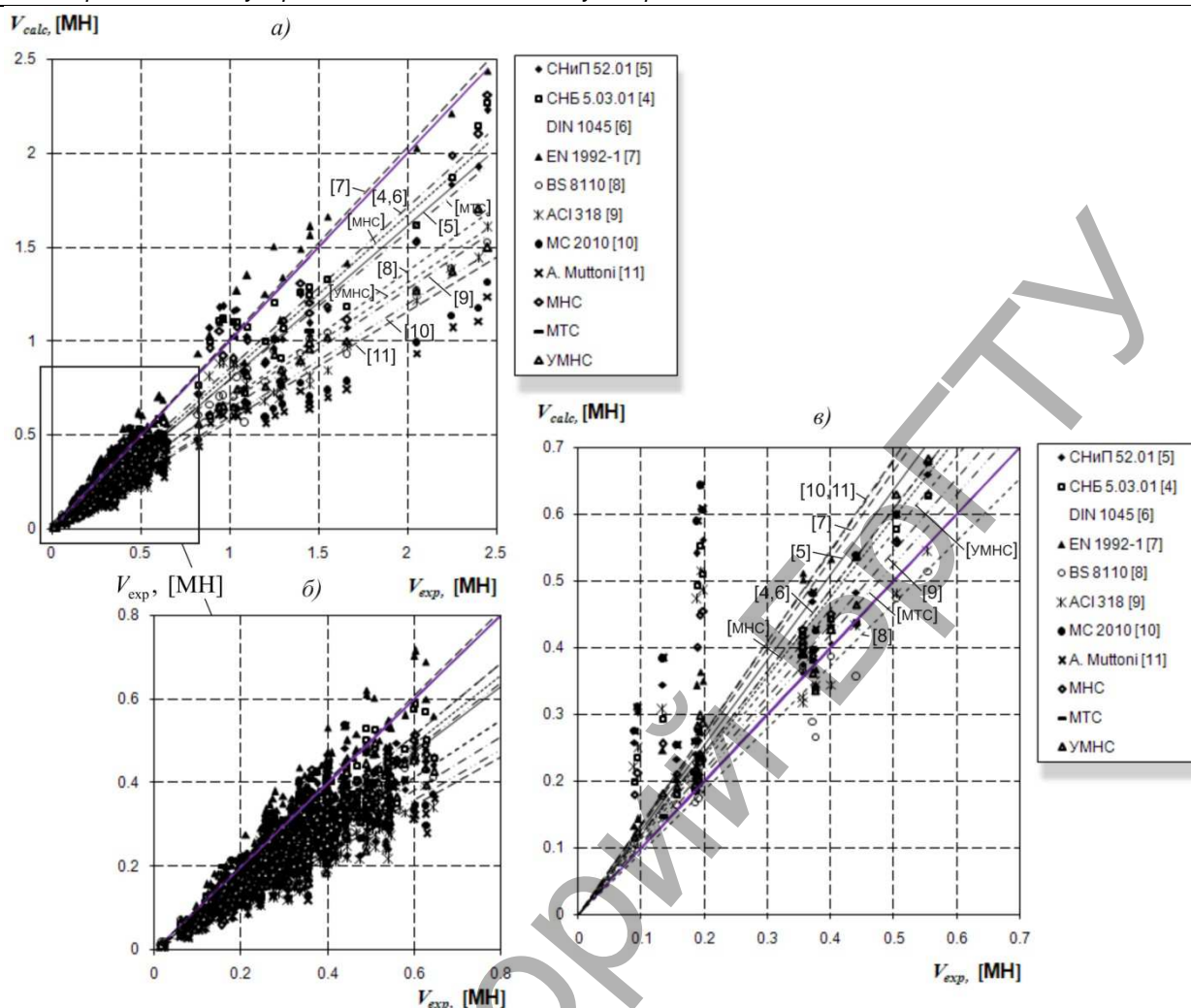


Рис. 3. Соотношения расчетных и экспериментальных предельных продавливающих сил

Наилучшее совпадение расчетных и экспериментальных значений продавливающих сил получено в диапазоне до 0,5 МН.

Следует отметить, что результат сравнения экспериментальных и расчетных значений предельных продавливающих сил по выборкам существенно отличается.

Так при анализе по выборке 1 расчетные предельные продавливающие силы были меньше экспериментальных в пределах от 13 % до 43,3 %, а в среднем на 28 % (рисунок 3). Только при расчете по модели EN 1992-1 [7] они были на 3 % больше экспериментальных. Значения коэффициента корреляции, свидетельствующего о линейной функциональной взаимосвязи между расчетными и экспериментальными предельными продавливающими силами, были относительно большими и находились в пределах от 0,947 до 0,984 (таблица 2). При этом наибольший коэффициент корреляции был получен для моделей УМНС, BS 8110 [8], EN 1992-1 [7].

В результате того, что расчетные предельные продавливающие силы были меньше экспериментальных, величина поправки среднего значения b , рассчитываемая при определении коэффициента вариации вектора ошибок δ в соответствии с положениями [15], была больше 1 для большинства моделей сопротивления. Наиболее точное совпадение расчетных и экспериментальных продавливающих сил, полученное из оценивания поправки среднего b и из условия минимума суммы квадратов отклонений экспериментальных продавливающих сил от рассчитанного по модели среднего, было у моделей EN 1992-1 [7], СНБ 5.03.01 [4] и DIN 1045 [6] (таблица 2). Эти модели, а также модели МТС и УМНС, имели наименьшие коэффициента вариации вектора ошибок V_{δ} , который составил от 16,6 % до 18,3 %.

При анализе по выборке 2 расчетные предельные продавливающие силы были наоборот больше экспериментальных в пределах от 3,3 % до 24,4 %, а в среднем на 13,9 %.

Но при расчетах по модели BS 8110 [8] они были на 3 % меньше экспериментальных. При этом коэффициент корреляции изменялся в гораздо более широких пределах и составил от 0,562 до 0,978. Наибольший коэффициент корреляции, составивший от 0,824 до 0,978, был получен для моделей МТС, УМНС, EN 1992-1 [7], BS 8110 [8] и МНС. Для остальных моделей коэффициент корреляции был в среднем на 33 % меньше.

Величина поправки среднего b была соответственно для большинства моделей гораздо меньше 1, а коэффициент вариаций вектора ошибок изменялся в больших пределах, и составил от 15,2 % до 48,5 % соответственно. При этом наименьшие значения коэффициента вариации вектора ошибок были получены для моделей УМНС, МТС, BS 8110 [8].

Следует также отметить, что по всем моделям, за исключением модели МТС, были получены значительно завышенные продавливающие силы при коэффициентах продольного армирования $\rho_l \leq 0,002$.

Кроме того, расчетные значения продавливающих сил, полученные по моделям EN 1992-1 [7] и МТС, наиболее близки к экспериментальным значениям выборок 1 и 2 одновременно. Это можно проследить по разнице между величиной поправки среднего b , полученной по этим двум выборкам. Эта разница для моделей EN 1992-1 [7] и МТС составила соответственно 0,255 и 0,28. Наибольшая разница между величиной поправки среднего b была получена по моделям ACI 318 [8], Model Code 2010 [10] и A. Muttoni [11].

Таблица 2. Результаты статистического анализа для сравнения расчетных и экспериментальных данных

№ п.п.	Нормативный документ	$\Sigma(V_{\text{exp}} - V_{\text{calc}})^2$	V_{min} , МН	V_{max} , МН	$r_{\text{ик}}$	b	b_1/b_2	V_{δ} , %
1	2	3	4	5	6	7		8
-	Эксперимент	31,987/	0,016/	2,45/	-/	-/	-	-/
		0,35	0,089	0,554	-	-		-
1	СНиП 52.01 [5]	34,248/	0,009/	2,229/	0,958/	1,215/	0,54	26,4/
		0,64	0,209	0,66	0,572	0,675		48,5
2	СНБ 5.03.01 [4]	32,951/	0,013/	2,272/	0,98/	1,143/	0,415	17,5/
		0,515	0,179	0,667	0,682	0,728		43,6
3	DIN 1045 [5]	32,951/	0,013/	2,272/	0,98/	1,143/	0,415	17,5/
		0,515	0,179	0,667	0,682	0,728		43,6
4	EN 1992-1 [7]	31,989/	0,015/	2,687/	0,984/	0,969/	0,255	17,7/
		0,566	0,142	0,815	0,93	0,714		21,2
5	BS 8110 [8]	35,017/	0,018/	1,681/	0,982/	1,432/	0,405	16,5/
		0,35	0,114	0,545	0,953	1,027		19
6	ACI 318 [8]	36,754/	0,008/	1,606/	0,963/	1,517/	0,73	23,2/
		0,437	0,187	0,543	0,562	0,787		48,4
7	Model Code 2010 [10]	36,025/	0,008/	1,311/	0,947/	1,577/	0,946	24,2/
		0,784	0,233	0,677	0,562	0,631		48,4
8	A. Muttoni [11]	36,415/	0,008/	1,24/	0,952/	1,616/	0,987	25,1/
		0,792	0,234	0,68	0,562	0,629		48,4
9	МНС	33,551/	0,012/	2,311/	0,978/	1,191/	0,409	18,9/
		0,477	0,18	0,63	0,824	0,782		33,5
10	МТС	33,435/	0,018/	1,99/	0,975/	1,224/	0,28	18,3/
		0,357	0,111	0,567	0,978	0,944		17,3
11	УМНС	35,017/	0,011/	1,703/	0,983/	1,433/	0,576	16,6/
		0,389	0,116	0,683	0,959	0,857		15,2

В таблице приняты следующие обозначения:
 $\Sigma(V_{\text{exp}} - V_{\text{calc}})^2$ – сумма квадратов отклонений экспериментальных значений V_{exp} от рассчитанного по модели среднего $V_{\text{m,calc}}$; $r_{\text{ик}}$ – коэффициент корреляции расчетных и экспериментальных сопротивлений срезу при продавливании;
 b – поправочный коэффициент для среднего значения; V_{δ} – коэффициент вариации для вектора ошибок δ ; V_r – коэффициент вариации для сопротивления.
ПРИМЕЧАНИЕ: Перед чертой приведены значения, полученные по выборке 1, за чертой – по выборке 2

Наилучшее совпадение значений расчетных и экспериментальных продавливающих сил по модели УМНС было получено, когда главные относительные деформации и главные относительные напряжения не совпадали по направлению. В моделях МНС и МТС расчет вели при условии, что направления главных относительных деформаций и главных относительных напряжений совпадают.

Заключение. Большинство моделей сопротивления продавливанию, использованных в современных отечественных и зарубежных нормативных документах, являются эмпирическими, полученными путем математической аппроксимации результатов испытаний опытных элементов, которые были проведены в течение прошлого века зарубежными исследователями.

Рассчитанные по моделям [48, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11] предельные продавливающие силы при анализе по выборке 1 в среднем на 28 % меньше экспериментальных продавливающих сил, а при анализе по выборке 2 на 13,9 % больше. Наилучшее совпадение расчетных и экспериментальных продавливающих сил получено в диапазоне продавливающих сил до 0,5 МН.

Выполненная оценка точности определения продавливающих сил по моделям [48, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11], а также по моделям МНС, МТС и УМНС, показала, что наиболее точно предсказывают величину продавливающих сил модели МТС и EN 1992-1 [7], имеющие лучшие результаты почти по всем статистическим параметрам. При этом модель EN 1992-1 [7] более консервативна и дает больший запас сопротивления.

Упрощенный метод расчета наклонного сечения (УМНС) имел наименьшие коэффициенты вариации вектора ошибок V_{δ} и одни из наибольших коэффициентов корреляции, при сравнении по обеим

выборкам. Но разница между величиной поправки среднего b в методе УМНС в среднем на 50 % больше разницы, полученной в методах МТС и по модели EN 1992-1 [7].

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Moe, J. Shearing strength of reinforced concrete slabs and footings under concentrated loads / J. Moe // Portland Cement Association Research and Development Laboratories. 5420 Old Orchard Road, Skokie, Illinois – April, 1961. – 144 pages.
2. Тур, В.В. К определению сопротивления срезу при продавливании плоских плит монолитных перекрытий / В.В. Тур, В.В. Молош // Проблемы современного бетона и железобетона: материалы III междунар. симпозиума: в 2 т. / Минск, 9–11 ноября 2011 г. – Т.2: Бетонные и железобетонные конструкции – Минск: Минсктиппроект, 2011. – 450 с.
3. Молош, В.В. Новый подход к определению сопротивления срезу при продавливании плоских плит монолитных перекрытий: сб. науч. тр. / В.В. Молош. – Минск: РУП «Институт БелНИИС», 2012. – Выпуск 4: Проблемы современного бетона и железобетона. – С. 72–94.
4. Бетонные и железобетонные конструкции = Бятонныя і жалезабятонныя канструкцыі: СНБ 5.03.01-2003. – Введ. 20.06.2002. – Минск: РУП «Стройтехнорм»: Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь, 2003. – 146 с.
5. Бетонные и железобетонные конструкции: СНиП 52.01-2003* – М.: ЦИТП РФ, 2003. – 80 с.
6. Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Ergänzungsband zum Beton Kalender: DIN 1045-01. – Berlin, Deutsche Norm (Entwurf), Beuth, 2002.

7. Design of Concrete Structures – Part 1: EN 1992-1:2002 Eurocode 2. – Brussels, General Rules and Rules for Building, 2002, October. – 230 p.
8. Byiliding Code Requirements for Structural Concrete and Commentary: ACI 318R-02.
9. Structural use of concrete. Part 1: Code of practice for design and construction / BS8110. – London, British Standards institution, 1985. – 70 p.
10. Model Code 2010. First Complete Draft. – Volume 2 – fib Bulletin 56. – April, 2010. – Germany. – 200 p.
11. Muttoni, A. Behavior of Beams and Punching in Slabs without Shear Reinforcement / A. Muttoni, J. Schwartz // IABSE Colloquium. – Zurich, Switzerland, 1991. – V. 62. – P. 703–708.
12. Тур, В.В. Расчет железобетонных конструкций при действии перерезывающих сил / В.В. Тур, А.А. Кондратчик. – Брест: БГТУ, 2000. – 400 с.
13. Duthinh, D. Shear Design of High-Strength Concrete Beams / D. Duthinh, N.J. Carino // A. Review of the State-of-the-Art (NISTIR 5870). – Building and Fire Research Laboratory. – August, 1996. – 199 p.
14. Vecchio, F.J. The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear / F.J. Vecchio, M.P. Collins // ACU. – March-April, 1986. – V. 83. – P. 219.
15. Основы проектирования строительных конструкций = Основы проектирования будауничых канструкций: ТКП EN 1990-2011. – Введ. 15.11.2012. – Минск: СЕН/ТС 250 «Конструкционные Еврокоды»: Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь, 2011. – 70 с.

Материал поступил в редакцию 31.03.14

MOLOSH V.V. Verification of computational models with punching shear resistance of flat concrete slabs without shear reinforcement

The paper presents the main approaches and models bursting flat slabs imposed regulations in Western Europe, the United States, as well as norms of the Republic of Belarus. The basic principles and equations developed general deformation model bursting resistance, based on the provisions of Modified Compression Field Theory (MTFT) and the equations of mechanics of deformed body (the equilibrium equations, the equations of strain compatibility, physical equations of deformation of structural materials), and provides a complete and easy methods for the determination of the punching forces. The verification of computational models bursting imposed regulations, and the developed model and draw conclusions about the reliability of the models.

УДК 624.012.46

Вознюк Л.И., Демчина Б.Г., Дубижанский Д.И.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ТРЕХСЛОЙНЫХ ПЛИТ ПЕРЕКРЫТИЯ НА ИЗГИБ

Введение. На современном этапе развития экономики на первый план выходит необходимость использования легких, энергоэффективных и звукоизоляционных конструкций. Многослойные железобетонные конструкции все чаще применяются в строительной практике. Использование строительных конструкций, которые включают в себя легкие бетоны на пористых заполнителях, позволяет получить элементы, которые удовлетворяют текущие потребности производства. При целесообразном выборе состава различных слоев могут быть созданы многослойные конструкции с отличными как конструктивными так и энергоэффективными свойствами.

Трехслойные железобетонные конструкции могут с успехом применяться при реконструкции промышленных и гражданских объектов. Использование сборных облегченных плит перекрытия позволяет значительно упростить устройство перекрытий в труднодоступных местах. При небольшом весе элементов монтаж можно выполнять вручную, что значительно ускорит выполнение строительно-монтажных работ и уменьшит сметную стоимость.

Исследованием многослойных конструкций занималось много ученых [1, 4–10]. Это позволило внедрить конструкции в практику. Однако на сегодняшний день недостаточно освещены вопросы методики теоретического расчета таких конструкций. Также недостаточно изученным является напряженно-деформированное состояние многослойных железобетонных конструкций, работающих на изгиб, в зависимости от физико-механических свойств каждого слоя, их толщины, способа армирования и т.д. Отсутствуют указания для обеспечения совместной работы различных слоев с различными физико-механическими характеристиками.

Цель работы – разработать рекомендации для проектирования и изготовления многослойных конструкций плит перекрытий, в которых будет обеспечена совместная работа различных слоев на их контактах; провести экспериментальные исследования и исследовать прочность и деформативность нормальных сечений трехслойных плит под воздействием нагрузки; выполнить расчет и сравнить

экспериментальные данные с теоретическими.

Основная часть. Согласно программе и разработанной методике исследования было изготовлено две серии трехслойных железобетонных плит (по три в каждой) (табл. 1), 12 бетонных призм, 12 образцов кубов.

Опытные образцы плит квадратные в плане, размерами 2000x2000 мм, толщиной 100 мм (рис. 1). Продольная рабочая арматура в нижнем слое Ø5 ВР-I с шагом 200x200 мм. В первой серии плит – средний слой принят из керамзитобетона, во второй – из газобетона. Толщина внутреннего слоя принята равной 40 мм, верхнего и нижнего по 30 мм. Соединение рабочей арматуры в плоскую сетку выполнено в заводских условиях контактной сваркой.

Образцы изготавливались на заводе ЗСК № 2 во Львове по специально разработанной технологии [5].

Приняты следующие условные обозначения: П – плита; К – средний слой из керамзитобетона; Г – средний слой из газобетона, цифры указывают номер плиты в соответствующей серии. Так, например, маркировка "ПГ-2.1" указывает, что это первая плита второй серии, в которой средний слой из газобетона.

Испытания проводили на действие кратковременной нагрузки в лаборатории НИЛ-23 НУ «Львовская политехника», г. Львов. Прикладывание нагрузки проводили с помощью металлических грузов с фиксированной массой.

Стенд для испытаний показан на рис. 2.

На поверхностях исследуемых плит выполнялась разметка для наклеивания тензорезисторов (рис. 3).

Прогибы плит измеряли с помощью индикаторов часового типа с ценой деления 0,01 мм. Всего было установлено девять индикаторов, по четыре на опорах и посередине пролетов и один – по центру на нижней грани плиты. Для большей точности измерений между индикаторами и образцом приклеивали стеклянные пластины. Индикаторы были закреплены на металлических штативах.

Вознюк Леонид Иванович, аспирант кафедры «Строительные конструкции и мосты» Национального университета «Львовская политехника». Руководитель группы конструкторов ПрАТ «Львовский проектный институт», г. Львов, Украина.

Демчина Богдан Григорьевич, д.т.н., профессор кафедры «Строительные конструкции и мосты» Национального университета «Львовская политехника». Академик Академии строительства Украины, г. Львов, Украина.

Дубижанский Дмитрий Игоревич, к.т.н., доцент кафедры строительной механики Тернопольского национального университета имени Ивана Пулюя, г. Тернополь, Украина.