СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Гурман В.И. Моделирование процессов в природно-экономических системах. – Новосибирск.: Наука. – 1982. – С. 175.
2. Крушевский А.В. Справочник по экономико-математическим моделям и методам. – Киев: Техника. – 1982. – С. 207.
3. Шведовский П.В., Федоров В.Г. Экономические и социально-экологические проблемы агропромышленного комплекса в условиях современных экономико-социальных реформ. Сб тр. межд. конференции «Проблемы экономико-социальных преобразований в условиях перехода к рыночным отношениям». – Биберах-Брест-Ноттингем. – 1998. – С. 141-145.

УДК 681.3+504.54.06:712

Лукша В.В, Шведовский П.В.

ОСОБЕННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СКАЧКОВ В РАЗВИТИИ ЭКОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ПРОЦЕССОВ

Моделирование скачков, т.е. значимых качественных изменений в структуре экосистем, относится к группе достаточно сложных математических задач.

Высокая цена ошибочных решений при прогнозировании экологических процессов (систем) обуславливает необходимость обращения к методологии системно-информационного анализа сложных процессов и систем и базирования исследований не на классических моделях, а на моделях, сформированных на рандомизации параметров закона Пуассона или использующих аппарат производящих функций, принцип максимума неопределенности и лагранжевые вероятностные распределения [1].

Принципиальным отличием скачков в развитии экологических систем, от скачков в большинстве эргономических и экономических систем, является неопределенность и искажаемость "массовой" информации о прогнозируемых условиях функционирования систем [2,3].

Поэтому системно-информационный анализ, особенно региональных экологических проблем, обуславливает необходимость учета фактора неопределенности и стохастичности, как объективных свойств условий, сопутствующих всему процессу развития экологических систем, что четко прослеживается на концептуальной схеме прогнозных исследований экологических проблем (рисунок 1).

Эта неопределенность определяется как неопределенностью полноты, сложности и искаженности информации, т.е. внутренними и внешними факторами, так и неопределенностью разнообразия природоохранных технологий и условий существования экосистем.

Построение математических моделей для таких систем требует использования вариационных принципов с разработкой методов построения экстремальных законов распределения их параметров в условиях ограниченной информации по тенденциям развития эколого-экономической, природоохранной, природовосстановительной, ресурсосберегающей и эргономической систем, как высшего, так и низшего порядков.

В качестве количественной оценки качественных изменений экосистем при скачкообразном ее переходе из i-го состояния в (i+1)-ое состояние целесообразно принять момент времени, начиная с которого последующий процесс эволюционного развития будет осуществляться по другой траектории с новыми начальными (исходными) данными.

Моделирование ступенчатых процессов (скачков) возможно на детерминистической или стохастической основе [4].

Детерминистическая модель ступенчатых процессов может базироваться на следующей функции –

$$z = \sum_{i=0}^{n} a_i \cdot n \cdot (t - t_i), \text{ при}$$

$$n \cdot (t - t_i) = \begin{cases} 1, \text{ если} (t - t_i) > 0 \\ 0, \text{ если} (t - t_i) \le 0 \end{cases}, \quad (1)$$

где z – мера, определяющая уровень процесса; a_i – величина скачка меры z, связанная с появлением i-ой "разладки" эволюционного процесса развития системы; t – момент реализации i-го скачка распределением $F(Z)$ и $G(t)$

$$J_o[F(z), G(t)] = \frac{\sigma_Z \cdot \sigma_t}{(\bar{z} + J_2) \cdot (\bar{t} + J_2)}. \quad (2)$$

Такой подход позволяет по маргинальным распределениям величин и коэффициентам корреляции определить совместную плотность, ее параметры и построить моделирующий алгоритм вида –

$$f(z_1, ... z_n) = \frac{\partial^n F(z_1 ... z_n)}{\partial z_1 ... \partial z_n}. \quad (3)$$

Если координаты вектора Z независимы, то

$$F(z_1, ... z_n) = \prod_{i=1}^{n} F_i(z_i), \quad (4)$$

и тогда многомерная случайная величина Z моделируется путем последовательного моделирования каждой из ее независимых координат $(z_i, i = \overline{1,n})$, подчиненных закону распределения $F_i(z_i)$.

Если координаты зависимы, то

$$f(z_1, ... z_n) = f_1(z_1) \cdot f_2(z_2 / z_1) ... f_n(z_n / z_1, ..., z_{n-1}), \quad (5)$$

и тогда моделирование случайной величины можно свести к последовательному моделированию координат с условными плотностями распределений, при инверсировании функции с помощью операторных рядов.

Фактически реализация модели требует отыскания двух функций $a_i = f_i(i)$ и $t = f_2(j)$, одна из которых возрастающая ($f_1(i)$), а вторая ($f_2(j)$) – убывающая, т.е. по мере развития индустриального общества величина техногенных скачков возрастает. Однако, эти модели не в полной мере учитывают случайные факторы объективно присущие экосистемам.

Исходя из принципа максимума неопределенности, наиболее приближенной к истинной системе будет модель двухмерного показательного распределения Гумбеля

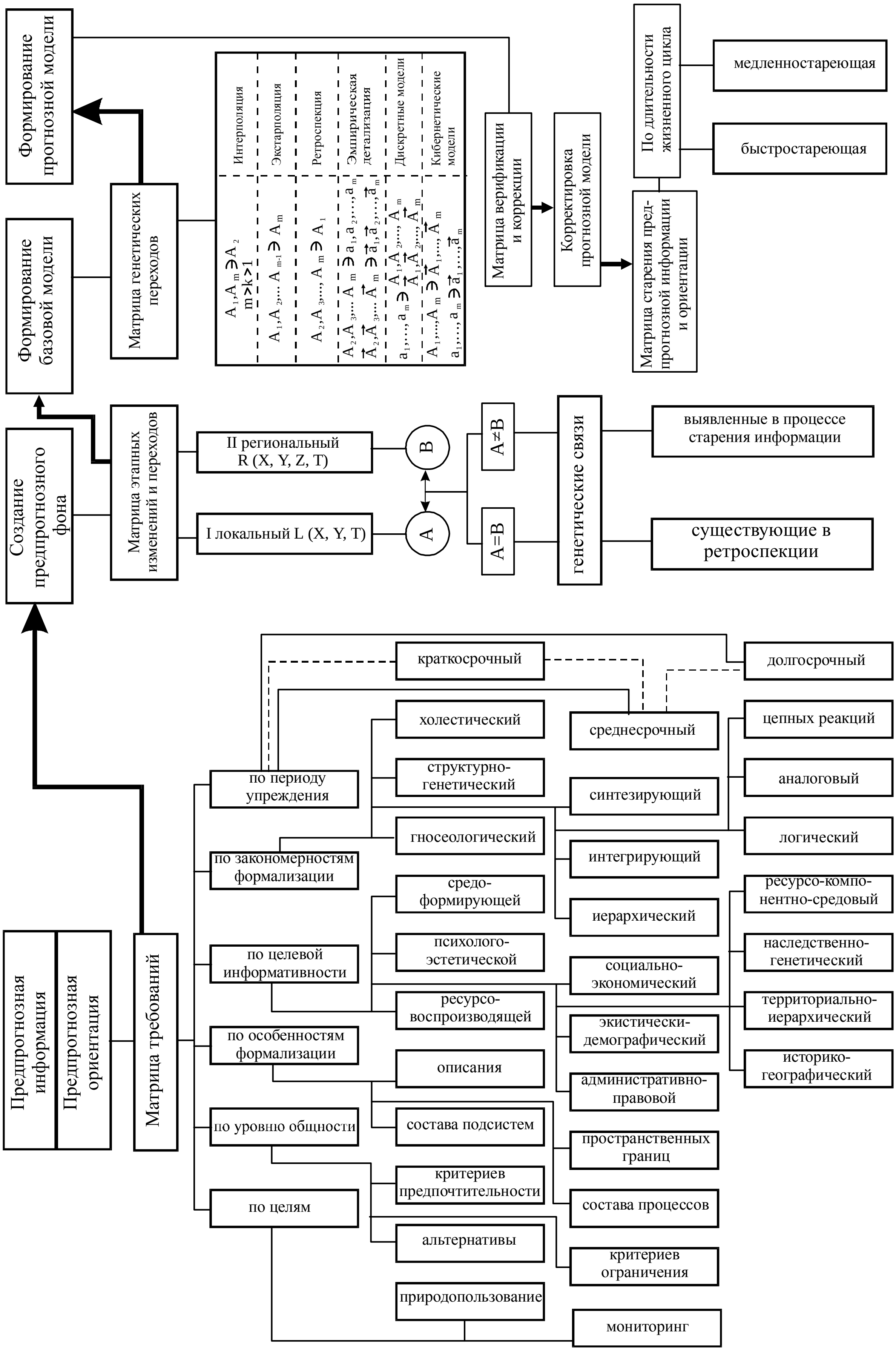

Рисунок 1 - Концептуальная схема прогнозных исследований экологических проблем.

$$f(z,t)=\frac{1}{x_o\cdot t_o}\cdot exp\left[\frac{z}{z_0}-\frac{t}{t_o}\right]\times$$
$$\times\left[1+P\cdot\left(2\cdot exp\frac{z}{z_o}-1\right)\cdot\left(2\cdot exp\frac{t}{t_o}-1\right)\right], \quad (6)$$

где z_o и t_o – средние величины скачков и периодичность их появления; p – параметр закона распределения и $p=4r_{zt}$; r_{zt} – коэффициент корреляции.

С учетом проявления случайностей для маргинальных (частных) распределений плотность может быть описана в виде –

$$n(z,t)=f(z)\cdot q(t)\cdot\{1+\gamma\cdot[1-2\cdot F(z)]\cdot[1-2\cdot G(t)]\}, \quad (7)$$

где q – параметр закона распределения, определяемый линейной функцией коэффициента корреляции и $q=r_{zt}\cdot J_o[F(z),G(t)]$; $J_o[F(z),G(t)]$ – функционал, определяемый маргинальным распределением.

Наиболее простой моделирующий алгоритм, полученный нами для локальных, относительно однородных геосистем, имеет вид:

$$\left.\begin{aligned} &z=z_o\, ln\alpha_1;\; t=t_o\cdot ln\frac{2k}{\sqrt{(1+k)^2-4k\alpha_2-1+a}};\\ &k=p\cdot\left(2\cdot exp\frac{z}{z_o}-1\right);\alpha_1=F(z);\alpha_2=F_{2/z}(t/z)\end{aligned}\right\}. \quad (8)$$

Так как, зачастую ограниченность объема информации затрудняет определимость маргинальных распределений $F(z)$ и $G(t)$, то используя метод квантилей экстремального распределения, построенного по распределению малой выборки, нами определена сглаженная функция квантилей, которая может быть прообразом моделирующего алгоритма и

$$Z=\sum_{k=1}^{n-1}C_k\cdot p^k\;;\; t=\sum a_k\cdot q^k. \quad (9)$$

Используя эти маргинальные квантильные функции можно моделировать системы, используя бутстреп – процедуры полей случайных коррелированных величин.

Не менее проблематичной является и учет наличия в выборке аномальных значений. Наиболее оптимальным путем решения этой проблемы будет отыскание специального критерия, учитывающего степень взаимной зависимости измерений многомерной случайной величины.

Основой критерия принимаем ковариационную матрицу вида –

$$Q=\begin{vmatrix}Д_z & K_{zt}\\ K_{tz} & Д_t\end{vmatrix}, \quad (10)$$

где $Д$ – дисперсия, а K – корреляционный момент случайной величины $Y=(z,t)$.

Сопоставление матриц для выборки с аномальным значением и без него можно найти меру их отличия $\nu=det\,Q^-\big/det\,\overline{\overline{Q}}$, где $det\,Q^-\left(\overline{\overline{Q}}\right)$ – определитель матрицы.

Взяв за основу распределение Вейсбула, имеем –

$$F(\nu)=1-exp\left(-(\nu/\nu_o)^m\right), \quad (11)$$

где m и ν_o – параметры формы и масштаба, зависящие от объема выборки n не зависящие от вида закона распределения.

А зная вид параметров закона распределения легко определяются критическое значение величины $\nu_{кр}$ для заданного объема выборки и уровень значимости α, т.е. –

$$\nu_{\hbar p}=\nu_»\left(-ln(1-\alpha)\right)^{1/m}. \quad (12)$$

Следует также отметить, что не менее перспективным в анализе влияния вариации потоков событий на оценку продолжительности существования геосистем и экологических объектов является и метод подбора, базирующийся на рандомизации интенсивности перехода λ и последующем осреднении вероятностей состояния систем, с учетом маргинального распределения параметра λ.

Сущность метода – осреднение вероятностей нахождения геосистемы в определенном (аварийном или работоспособном) состоянии.

Определяется оператор системы в виде –

$$A_z=\int_a^b K(z,t)z(t)dt=U(z), \quad (13)$$

где $z(t)$ – искомая функция из пространства F; $U(z)$ – заданная функция из пространства Q; F и Q – метрические пространства.

Задаваясь подклассом возможных решений $M(M\subset F)$, определяем приближенное решение, для которого элемент z_o из множества M принимает значение с нижней границей, т.е.

$$p_u(A_{Zo},u)=\inf_{Z\in M}p_u(A_{Zo},u). \quad (14)$$

Имея, например, информацию о времени пребывания геосистемы в работоспособном состоянии, т.е. выборку $T_{pk}(k=1,...,n)$, модель можно представить в следующем виде –

$$\begin{aligned}&\int_0^\infty(1-itm)^{-1}\frac{\lambda\cdot(\lambda_m)^{s-1}\cdot exp(-\lambda m)}{T(s)}dm=\\ &=\frac{1}{n}\cdot\sum_{k=1}^{n}exp(it\cdot T_{pk})\end{aligned}. \quad (15)$$

Его решение позволяет определить величины –

$$S=\frac{2m_{Tp}^2}{\sigma_{Tp}^2-m_{Tp}^2}\text{ и }\lambda=\frac{2m_{Tp}}{\sigma_{Tp}^2-m_{Tp}^2}, \quad (16)$$

где T_p – время пребывания геосистемы в определенном состоянии.

Следует указать и на возможность использования метода "псевдосостояний", сущность которого в том, что состояние геосистем с немарковскими потоками переходов заменяют эквивалентной группой фиктивных состояний с марковскими потоками переходов. А это позволяет использовать аппарат теории марковских процессов.

Взяв за основу переходов поток Эрланга и имея ввиду, что экологической системе любой сложности можно поставить в соответствие не более двух состояний (S_1 – экосистема выполняет свои функциональные задачи и S_2 – экосистема переходит в противоположное состояние) со сложным характером процессов формирования жизненных циклов, имеем

$$\left.\begin{aligned} &P_n = \nu_2(\nu_2 + n\cdot\nu_1)^{n-1}\cdot exp(-\nu_2 - n\cdot\nu_1);\\ &\nu = \frac{2}{\nu_t^2};\quad \lambda = \frac{\nu}{m_t}\end{aligned}\right\}, \quad (17)$$

где ν_t – коэффициент вариации временного пребывания системы в состоянии S; λ – интенсивность перехода.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Лукша В.В., Акулич Я.А., Шведовский П.В. Особенности оптимизации структуры и моделирования генетической эволюции гео-, эко- и агроэкологических систем. Сб. трудов регин. конф. "Современные проблемы математики и вычислительной техники". – Брест.: БПИ, 1999.
2. Ивченко Б.П., Мартыщенко Л.А. Теоретико-информационные методы пнплиза и статистической интерпретации результатов экологического мониторинга. Сб. докладов Межд. НТК "Экология и развитие Северо-Запада России". – СПб., 1998.
3. Пианка Э. Эволюционная экология. – М, 1981.
4. Шеннок К. Работы по теории информации и кибернетики. – М. – ИЛ., 1963.

УДК 556.16.048(476)

Волчек А.А.

ХАРАКТЕР СИНХРОННЫХ КОЛЕБАНИЙ СТОКА РЕК БЕЛАРУСИ

Речной сток является одним из расходных элементов водного баланса. Строение и развитие гидрографической сети Беларуси тесно связано с климатическими и геоморфологическими особенностями района. Реки Беларуси принадлежат к типу равнинных рек с преобладанием снегового питания. Режим стока в годовом разрезе характеризуется высоким весенним половодьем, относительно низкой летней меженью, периодическими летними и осенними поводками. В осенне-зимний период обычно наблюдается несколько повышенная водность рек в результате значительных осадков. Средний годовой сток в пределах Беларуси изменяется в небольших пределах: от 130 мм (на юго-востоке) до 210 мм (на северо-западе). Годовой сток на рассматриваемой территории имеет различную изменчивость. Коэффициенты вариации годового стока тесно зависят от площади водосборов и изменяются в пределах от 0,17 до 0,88. Изменчивость месячного стока рек по территории колеблется в больших пределах. Для лимитирующего месяца (июль) изменяется от 0,30 до 1,88. В период весеннего половодья от 0,35 до 1,57, зимняя межень 0,33…1,14.

Анализ пространственной скоррелированности многолетних колебаний речного стока может служит не только средством количественного анализа его пространственной изменчивости, но и позволяет рассчитывать и картографировать различные характеристики водного режима рек в условиях отсутствия или недостаточности гидрометрических наблюдений. Пространственная связанность обусловленная синхронными изменениями метеорологических элементов на больших территориях, определяется воздействиями крупномасштабных атмосферных процессов [1].

Особенность географического положения Беларуси (водораздел Балтийского и Черного морей), а также значительная пестрота подстилающей поверхности и определяют неоднородность распределения ее водных ресурсов и различную степень синхронности колебаний стока рек отдельных районов. Общие закономерности временного хода стока рек Беларуси, согласованность их колебаний ослабевает не только по мере увеличения расстояния между бассейнами, но и в соответствии с неоднородностью подстилающей поверхности и поступлением влажных воздушных масс, формирующих атмосферные осадки и сток.

Общее представление о характере пространственных связей стока дает его пространственная корреляционная функция (ПКФ), характеризующая зависимость коэффициентов корреляции (R) от расстояния между центрами тяжести бассейнов выбранных рек (ρ). Для построения ПКФ нами были использованы данные о годовом и месячном стоке 42 средних рек Беларуси с продолжительностью наблюдений не менее 35 лет. Поля точек на построенных ПКФ сильно размыты как для месячных интервалов, так и для года в целом. Наибольшая связность поля наблюдается в зимние месяцы и достигает максимума в феврале, ПКФ для этого месяца пересекает ось абсцисс на участке 1800…1900 км. Наименьшая связность отмечена в летние месяцы и для августа она пересекает ось абсцисс на участке 500…600 км, для годовых ПКФ – 600..700 км. Такой разброс является следствием не только различием в водоразделах Балтийского и Черного морей, но и различий положения центров бассейнов по широте и долготе, определяющих разную направленность векторов расстояний между бассейнами к траекториям преобладающих влагопереносов и существенно влияющих на тесноту связи рек. Для рек Северного полушария различия в долготе обуславливают заметную асинхронность колебания стока, тогда как по широте этот эффект достигается меньшей разнице, что определяется различиями природы зонального и меридионального переноса в атмосфере и указывает на анизотропность полей годового стока в отношение их пространственной связности [2].

Несмотря на различие площади водосборов сравниваемых рек, в связи с чем рассматриваемые ПКФ заведомо не однородны, уменьшение связи колебаний водности с увеличением расстояния между бассейнами происходит достаточно плавно. В соответствии с затуханием пространственной связи стока достаточное совпадение его изменений (синхронность) будет иметь место внутри ограниченных районов, размеры которых определяются степенью однородности условий формирования стока.

Годовой цикл эмпирических ПКФ месячных значений гидрологических полей представлены на рисунке 1. Чтобы заведомо не упрощать картину принятием каких-либо гипотез о виде ПКФ, годовой ход представлен не по аппроксимирующим функциям, а изокоррелятами, полученными путем интерполяции эмпирических коэффициентов корреляции.

Рассмотрим годовой цикл пространственной коррелированности стока. Линии регрессии стока вогнуты и для всех месяцев характерна срезка корреляции при нулевом сдвиге, более четко выраженная в летние месяцы. Общая картина годового цикла ПКФ стока сходна с ПКФ атмосферных осадков, потому что режим стока исследуемой территории находится в прямой зависимости от режима осадков.

Наиболее высокая пространственная корреляция наблюдается в период зимней межени (январь, февраль), а для Балтийского склона в декабре. В этот период реки данного региона имеют грунтовое питание, нарушаемое отдельными оттепелями, охватывающими большие территории.