

Таблица 2. Значения показателей качества оксидированного платинита  $\varnothing 0,35$  мм по результатам входного контроля у потребителя

Проверяемый параметр	Значения параметра			
	По ОСТ	Режим 2	Режим 3	Режим 4
Коэффициент разнотолщинности, не менее	0,5	0,85...0,95		
Относительное удлинение, %	$\geq 20$	18...23	25...28	29
Состав поверхностного слоя	Борзакись	Закись меди	Закись меди	Закись меди
Массовая доля оксидной пленки, %	$\sim 2,0$	0,17	0,56	1,15
Абсолютная масса пленки на 1 м, г	0,0162	0,001377	0,004536	0,009085
Расчетная толщина оксидной пленки, мкм	2,457	0,209	0,688	1,382
Цвет платинита	Вишневый	Желто-коричневый	Светло-коричневый	Розово-коричневый

На рис. 5. выделены зоны с I по V. Зоны со II по V по разным причинам не соответствуют требованиям к качеству платинита, а именно: в зоне II толщина оксидного слоя составляет менее 1 мкм; в зоне III – при удовлетворительной толщине оксидного слоя значение относительного удлинения меньше допустимого; в зоне IV – оба параметра не удовлетворяют требованиям; в зоне V – при требуемых значениях относительного удлинения и толщины оксидной пленки, в ее составе присутствуют примеси окиси меди CuO.

Зона I является областью рекомендуемых режимов ведения совмещенного процесса термообработки и оксидирования, поскольку относительное удлинение платинита, толщина и состав его оксидной пленки соответствуют предъявляемым требованиям.

Опытные партии платинита, изготовленные в рекомендуемых режимах, с целью оценки их качества, были предоставлены ряду потребителей для промышленных испытаний, по результатам которых (табл. 2) получены положительные заключения.

**Заключение.** Проведены комплексные экспериментальные исследования свойств платинита, изготавливаемого по новой технологии, базирующейся на процессах твердофазного соединения компонентов составной заготовки, и совмещенной с высокотемпературным окислением его поверхности. Установлены зависимости электрофизических параметров и показателей качества платинитовых проволок от технологических режимов совмещенного процесса термообработки и оксидирования. Определена область рекомендуемых режимов, обеспечивающая требуемый уровень качества в условиях промышленного производства. Работа проведена по инициативе и при участии техни-

ческих служб завода «Цветотрон» и Специального конструкторского бюро «Запад» (г. Брест, Беларусь) – крупнейших предприятий в СНГ по производству полупроводниковых приборов в стеклянном корпусе.

#### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Стеблянко, В.Л. Неравномерность деформации компонентов при сварке биметалла прокаткой в калибре / В.Л. Стеблянко, А.Ф. Солдатенко // Теория и практика процессов обработки композиционных и сплошных материалов: межвуз. сб. науч. тр. – Магнитогорск: МГМИ, 1990. – С. 11–19.
2. Солдатенко, А.Ф. Влияние распределения компонентов биметаллической проволоки в плоскости поперечного сечения на потребительские свойства / А.Ф. Солдатенко, Е.Г. Касаткина // Обработка сплошных и слоистых материалов: межвуз. сб. науч. тр. – Магнитогорск: МГТУ, 2001. – С. 205–211.
3. Гунн, Г.С. Математическая модель течения биметаллической заготовки при прокатке в калибре / Г.С. Гунн, Е.Г. Касаткина, А.Ф. Солдатенко // Труды междунар. науч.-технич. конф. «Современные достижения в теории и технологии пластической обработки металлов». – Санкт-Петербург: Изд-во политехнического университета, 2005. – С. 40–43.
4. Касаткина, Е.Г. Управление показателями качества при производстве платинита // Материалы 64-й науч.-технич. конф.: сб. докл. – Магнитогорск: МГТУ, 2006. – С. 83–85.
5. Солдатенко, А.Ф. Способ изготовления платинитовой проволоки / А.Ф. Солдатенко, Е.Г. Касаткина // Пат. № 2354517 РФ на изобретение, МПК В 23 К 20/04. БИПМ, 2009. № 13. – С. 522–523.

Материал поступил в редакцию 30.11.09

#### BUSLIUK V.V., SOLDATENKO A.F., KASATKINA E.G., YAKOVLEVA E.S. The quality of platynite at new production technology

Complex experimental research of platynite qualities was carried out for its new production technology, which is based on a solid-phase conjunction of the composite billet and is combined with high-temperature oxidizing of the material surface. The physical parameters and quality factors dependences from the technology regimes of thermal treatment and oxidizing were determined for platynite wires as far as recommended regimes area for required quality.

УДК 535

**Тарасюк Н.П., Луценко Е.В., Гладыщук А.А.**

### СРАВНЕНИЕ ТОЧНОСТИ ОСНОВНЫХ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ВОЛНОВОДОВ С ПОМОЩЬЮ ПАКЕТА MATHEMATICA

**Введение.** Интенсивное развитие приборов оптоэлектроники сопровождается применением сложных геометрий многослойных волноводов. Это осложняет аналитический расчет данных структур. Поэтому важное значение приобретают численные методы расчета волноводов [1–3].

В работе представлены три наиболее популярных численных метода расчета волноводов: метод матриц переноса (ММП), метод

конечных разностей (МКР) и метод конечных элементов (МКЭ). На примере простой модели трехслойного плоского волновода с активной областью GaAs проведено сравнение точности вычислений эффективных показателей преломления и интенсивностей волноводных мод данными методами между собой и с расчетом дисперсионного уравнения.

**Тарасюк Николай Петрович**, ст. преподаватель кафедры физики Брестского государственного технического университета.

**Гладыщук Анатолий Антонович**, кандидат физико-математических наук, зав. кафедрой физики Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

**Луценко Евгений Викторович**, кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Института физики им. Б.И. Степанова НАН Беларуси.

**Метод матриц переноса.** Рассмотрим многослойную волноводную структуру рис. 1, считая первый и последний слои полубесконечными [2, 3]. Рассмотрим случай ТЕ-мод, распространяющихся в направлении оси Z. Выражение для напряженности электрического поля имеет вид:

$$\epsilon_y(x, z, t) = \epsilon_{y,j}(x) \exp[i(\omega t - \beta z)] \quad (1)$$

для  $j$ -го слоя. Амплитуда напряженности электрического вектора  $\epsilon_{y,j}(x)$  удовлетворяет волновому уравнению:

$$\frac{\partial^2 \epsilon_{y,j}(x)}{\partial x^2} - (\beta^2 - k_0^2 \tilde{n}_j^2) \epsilon_{y,j}(x) = 0, \quad (2)$$

где  $\beta = \beta_{re} + i\beta_{im}$  – проекция волнового вектора  $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$  на плоскость гетероструктуры,  $\tilde{n}_j = n + ik$  – комплексный показатель преломления  $j$ -го слоя. Решение уравнения (2) имеет вид

$$\epsilon_{y,j}(x) = A_j \exp[\gamma_j(x - L_j)] + B_j \exp[-\gamma_j(x - L_j)], \quad (3)$$

где  $\gamma_j = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 \tilde{n}_j^2}$ ,  $L_j$  – координаты границы между  $j$  и  $j+1$  слоями,  $A_j$  и  $B_j$  – комплексные коэффициенты, определяемые из граничных условий.

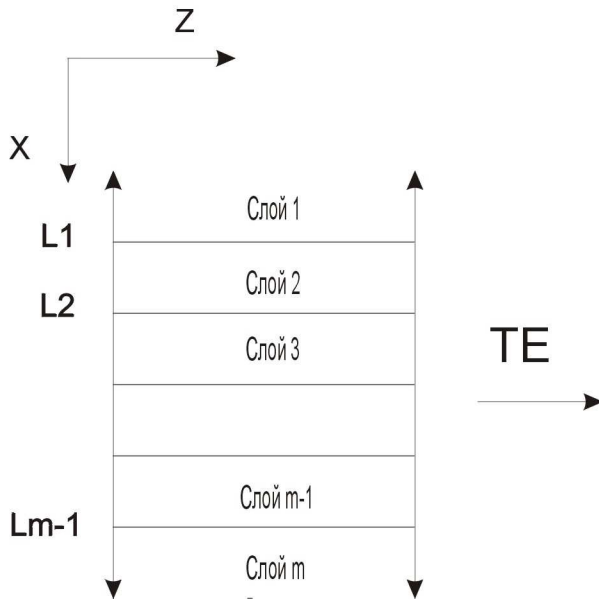


Рис. 1. Многослойная структура

Граничные условия следуют из непрерывности тангенциальной составляющей вектора напряженности электромагнитного поля и его производной вдоль нормали к поверхности. В данном случае они будут выглядеть следующим образом:

$$A_j \exp[\gamma_j d_j] + B_j \exp[-\gamma_j d_j] = A_{j+1} + B_{j+1},$$

$$A_j \frac{\gamma_j}{\gamma_{j+1}} \exp[-\gamma_j d_j] - B_j \frac{\gamma_j}{\gamma_{j+1}} \exp[\gamma_j d_j] = A_{j+1} - B_{j+1}, \quad (4)$$

где  $d_j \equiv (L_{j+1} - L_j)$  – толщина  $j$ -го слоя. Выражения (4) можно представить в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_{j+1} = T_j \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_j, \quad (5)$$

$$T_j = \begin{bmatrix} (1 + \frac{\gamma_j}{\gamma_{j+1}}) \frac{\exp[\gamma_j d_j]}{2} & (1 - \frac{\gamma_j}{\gamma_{j+1}}) \frac{\exp[-\gamma_j d_j]}{2} \\ (1 - \frac{\gamma_j}{\gamma_{j+1}}) \frac{\exp[\gamma_j d_j]}{2} & (1 + \frac{\gamma_j}{\gamma_{j+1}}) \frac{\exp[-\gamma_j d_j]}{2} \end{bmatrix}.$$

Рекурсивные соотношения для коэффициентов первого и последнего слоев имеют вид:

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_m = T_{m-1} T_{m-2} \dots T_3 T_2 T_1 \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_1 = T_{tot} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_1. \quad (6)$$

Для направляемых мод напряженность электромагнитного поля на бесконечности стремится к нулю  $\epsilon_y(x \rightarrow \pm\infty) \rightarrow 0$ . Поэтому  $B_1 = 0$ ,  $A_m = 0$ .

В результате получаем:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ B_m \end{bmatrix} = T_{tot} \begin{bmatrix} A_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

В итоге граничные условия сводятся к уравнению:

$$t_{11}(\beta) = 0. \quad (8)$$

Для решения уравнения (8) использовался алгоритм скоростного спуска. Для выбранного начального приближения  $\beta_0$  вычисляется значение  $|t_{11}(\beta_0)|$  и сравнивается со значениями –

$$|t_{11}(\beta_1 = \beta_0 + \Delta\beta_0)|, \quad |t_{11}(\beta_2 = \beta_0 - \Delta\beta_0)|,$$

$$|t_{11}(\beta_3 = \beta_0 + i\Delta\beta_0)|, \quad |t_{11}(\beta_4 = \beta_0 - i\Delta\beta_0)|.$$

Начальная величина шага  $\Delta\beta_0$  выбиралась следующим образом:

$$\Delta\beta_0 = b |t_{11}(\beta_0)|,$$

где  $b = 1 \times 10^{-6}$ .

Для случая  $|t_{11}(\beta_i)| < |t_{11}(\beta_0)|$  осуществлялось присваивание  $\beta_1 = \beta_i$ , где  $\beta_i$  – аргумент наименьшего значения  $|t_{11}(\beta_i)|$  и устанавливался  $\Delta\beta_1 = 1,1\Delta\beta_0$ . Когда  $|t_{11}(\beta_i)| \geq |t_{11}(\beta_0)|$ , шаг уменьшался  $\Delta\beta_0 = \Delta\beta_0 / 2$ , расчеты повторялись и снова сравнивались  $|t_{11}(\beta_i)|$  с  $|t_{11}(\beta_0)|$ . Если условие  $|t_{11}(\beta_i)| < |t_{11}(\beta_0)|$  все еще не выполнялось, шаг уменьшался, и это происходило до тех пор, пока не выполнялось условие  $\Delta\beta_0 = \epsilon$ , где  $\epsilon = 1 \times 10^{-16}$ . С изменением шага находилось  $\Delta\beta_1$ , и процесс повторяется для отыскания  $\beta_2$  и т. д., пока не выполнялся критерий  $|t_{11}(\beta_i)| < \delta$ , где  $\delta = 1 \times 10^{-10}$ .

По известной величине  $\beta$  определялись общий коэффициент поглощения (усиления)  $\alpha$  и эффективный показатель преломления  $n_{eff}$  гетероструктуры. Они имеют вид:

$$\alpha = 2\beta_{im}, \quad (9)$$

$$n_{eff} = \frac{\beta_{re}}{k_0}. \quad (10)$$

**Метод конечных разностей (МКР).** В МКР [1] производная  $\frac{\partial^2 \epsilon(x)}{\partial x^2}$  в волновом уравнении (2) заменяется ее разностным аналогом

$$\frac{\partial^2 \epsilon(x)}{\partial x^2} = \frac{\epsilon(x + \Delta x) - 2\epsilon(x) + \epsilon(x - \Delta x)}{\Delta x^2}, \quad (11)$$

где  $\Delta x$  – шаг по оси  $x$ . Для нахождения постоянных распространения волноводных мод  $\beta$  необходимо найти собственные значения

оператора  $A = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_0^2 n^2(x)$ . Для этого требуется решить характеристическое уравнение

$$\det(A - \beta^2 E) = 0, \quad (12) \quad \text{где}$$

где  $E$  – единичная матрица,  $A$  – трехдиагональная матрица вида

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & a_{m-1m-1} & a_{m-1m} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{mm-1} & a_{mm} \end{bmatrix}$$

с коэффициентами

$$a_{11} = a_{22} = \dots = a_{mm} = -\frac{2}{\Delta x^2} + k_0^2 n^2(x), \quad (13)$$

$$a_{12} = a_{21} = \dots = a_{m-1m} = a_{mm-1} = \frac{1}{\Delta x^2}.$$

Определитель (12) рассчитывался при различных значениях  $\beta$ , и с помощью метода секущих определялись собственные значения волнового уравнения (2) по следующей формуле:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{(x_n - x_{n-1})f(x_n)}{f(x_n) - f(x_{n-1})}. \quad (14)$$

Для начала итерационного процесса надо задать  $x_0$  и  $x_1$ . Процесс продолжался до достижения требуемой точности.

Для вычисления интенсивности мод волноводной структуры необходимо найти собственные функции, соответствующие собственным значениям уравнения (2). Для нахождения собственных функций использовался метод обратных итераций [4]. Для этого организовывался итерационный процесс

$$(A - \beta^2 E)x^{(s)} = x^{(s-1)}, \quad x^{(0)} = b, \quad (15)$$

где  $b$  – произвольный вектор. Чтобы не получать в расчетах слишком больших чисел, необходимо на каждой итерации нормировать найденные  $x^{(s)}$ .

**Метод конечных элементов (МКЭ).** В МКЭ [5] искомая непрерывная функция аппроксимируется совокупностью приближенных значений, рассчитанных в некоторых точках области – узлах. МКЭ можно рассматривать как вариант метода Рэлея-Ритца. В этом случае решение аппроксимируется функцией экстремума функционала. В случае волнового уравнения (2) функционал имеет вид

$$F = \frac{1}{2} \int_a^b (-\epsilon')^2 + \gamma \epsilon^2 dx, \quad (16)$$

где  $(a, b)$  – область искомой функции,  $\epsilon' = \frac{\partial \epsilon}{\partial x}$ ,  $\gamma = k_0^2 n^2 - \beta^2$ .

Функция  $\epsilon$  в (16) имеет вид

$$\epsilon = \epsilon^{(1)} + \epsilon^{(2)} + \dots + \epsilon^{(i)} + \dots + \epsilon^{(l-1)}, \quad (17)$$

где  $l$  – количество узлов. Элемент  $i$  лежит между  $i$  и  $i+1$  узлами. Функцию элемента  $i$  можно разложить по значениям функций в узлах  $i$  и  $i+1$

$$\epsilon^{(i)} = \epsilon_i \left( -\frac{x - x_{i+1}}{\Delta x_i} \right) + \epsilon_{i+1} \left( -\frac{x - x_i}{\Delta x_i} \right), \quad (18)$$

где  $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$ .

Задача нахождения значений функции в узлах сводится к решению системы уравнений

$$\frac{\partial F}{\partial \epsilon_1} = \frac{\partial F}{\partial \epsilon_2} = \dots = \frac{\partial F}{\partial \epsilon_i} = \dots = \frac{\partial F}{\partial \epsilon_l} = 0. \quad (19)$$

Для  $i$  элемента, исходя из (16), можно записать

$$\frac{\partial F^{(i)}}{\partial \epsilon_i} = \frac{1}{2} \int_{x_i}^{x_{i+1}} -2\epsilon' \frac{d\epsilon'}{d\epsilon_i} dx + \frac{1}{2} \int_{x_i}^{x_{i+1}} 2\gamma \epsilon \frac{\partial \epsilon}{\partial \epsilon_i} dx, \quad (20)$$

$$\epsilon' = \frac{\epsilon_{i+1} - \epsilon_i}{\Delta x_i},$$

$$\frac{d\epsilon'}{d\epsilon_i} = -\frac{x - x_{i+1}}{\Delta x_i}, \quad (21)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial \epsilon_i} = -\frac{1}{\Delta x_i}.$$

С учетом (18) и (21) формула (20) примет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial F^{(i)}}{\partial \epsilon_i} = & \int_{x_i}^{x_{i+1}} \frac{\epsilon_{i+1} - \epsilon_i}{\Delta x_i^2} dx + \int_{x_i}^{x_{i+1}} \frac{\gamma \epsilon_i}{\Delta x_i^2} (x^2 - 2x_{i+1}x + x_{i+1}^2) dx - \\ & - \int_{x_i}^{x_{i+1}} \frac{\gamma \epsilon_{i+1}}{\Delta x_i^2} (x^2 - x_i x - x_{i+1}x + x_i x_{i+1}) dx. \end{aligned} \quad (22)$$

Проинтегрировав (22) и упростив, получим выражение

$$\frac{\partial F^{(i)}}{\partial \epsilon_i} = \frac{\epsilon_{i+1} - \epsilon_i}{\Delta x_i} + \frac{\gamma^{(i)} \epsilon_i \Delta x_i}{3} + \frac{\gamma^{(i)} \epsilon_{i+1} \Delta x_i}{6}, \quad (23)$$

$$\text{где } \gamma^{(i)} = \frac{\gamma_i + \gamma_{i+1}}{2}.$$

Проделав аналогичные рассуждения для  $i-1$  элемента, получим выражение

$$\frac{\partial F^{(i-1)}}{\partial \epsilon_i} = -\frac{\epsilon_i - \epsilon_{i-1}}{\Delta x_{i-1}} + \frac{\gamma^{(i-1)} \epsilon_{i-1} \Delta x_{i-1}}{6} + \frac{\gamma^{(i-1)} \epsilon_i \Delta x_{i-1}}{3}. \quad (24)$$

С учетом (23) и (24) можно записать

$$\frac{\partial F}{\partial \epsilon_i} = \frac{\partial F^{(i-1)}}{\partial \epsilon_i} + \frac{\partial F^{(i)}}{\partial \epsilon_i} = 0. \quad (25)$$

Подставляя (23) и (24) в (25) и учитывая  $\Delta x_i = \Delta x_{i-1} = \Delta x$ , получим

$$\begin{aligned} \epsilon_{i-1} \left( 1 + \frac{\gamma^{(i-1)} \Delta x^2}{6} \right) - 2\epsilon_i \left( 1 - \frac{(\gamma^{(i)} + \gamma^{(i-1)}) \Delta x^2}{6} \right) + \\ + \epsilon_{i+1} \left( 1 + \frac{\gamma^{(i)} \Delta x^2}{6} \right) = 0. \end{aligned} \quad (26)$$

Аналогичным образом составляя уравнения для всех узлов и решая систему, получаем значения искомой функции.

**Результаты расчетов и их обсуждение.** Точность данных методов покажем на простом примере плоского трехслойного симметричного волновода GaAs-Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As и сравним с решением дисперсионного уравнения [6]. Волновод образован двумя полубесконечными областями Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As с показателями преломления 3,385 и волноводным слоем с показателем преломления 3,590 и толщиной 1 мкм. Длина волны излучения равна 900 нм. Результаты расчета значений постоянной распространения мод тремя методами приведены в таблице 1. В случае МКР и МКЭ моделируемая область разбивалась на 300 частей.

**Таблица 1.** Значения постоянной распространения мод, полученных тремя методами

Номер моды	Постоянная распространения, 10 <sup>7</sup> м <sup>-1</sup>		
	ММП	МКР	МКЭ
0	2,49352	2,49339	2,49338
1	2,45593	2,45542	2,45537
2	2,39770	2,39674	2,39663

Из таблицы 1 видно, что рассчитанные значения постоянной распространения тремя методами совпадают с точностью до 3 знаков после запятой для мод нулевого и первого порядков и до 2 знаков для моды второго порядка.

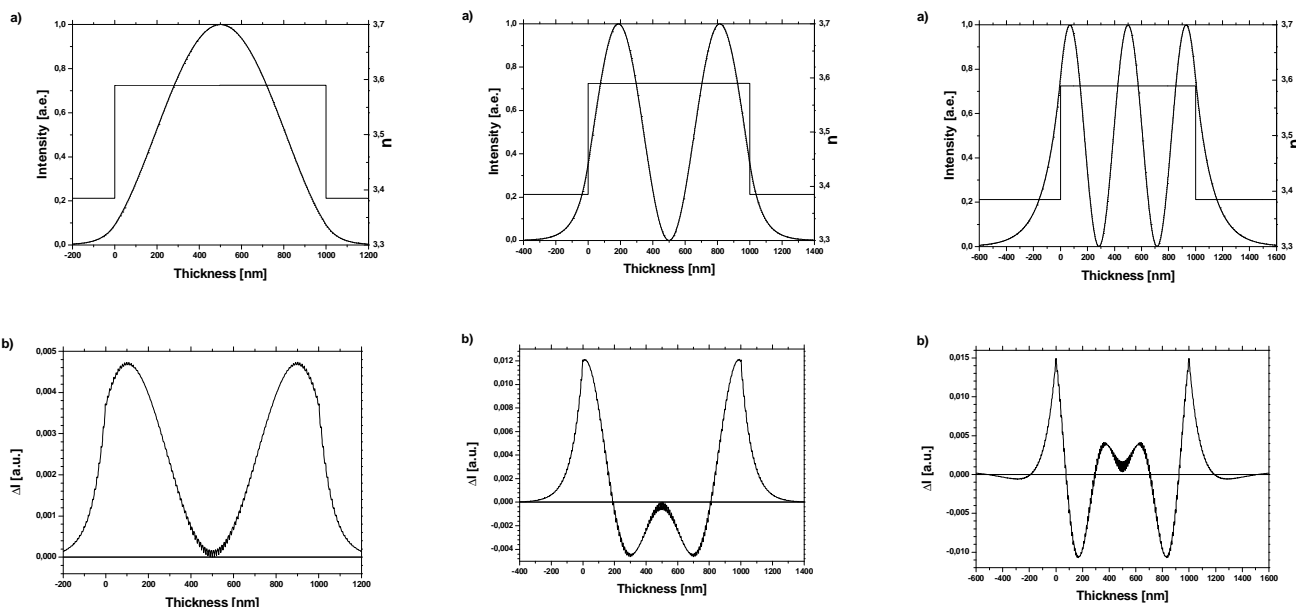
**Таблица 2.** Значения эффективного показателя преломления, полученные ММП, МКР и МКЭ, и сравнение их с результатами, полученными при решении дисперсионного уравнения

Номер моды	Эффективный показатель преломления				Отклонение от [6], %		
	ММП	МКР	МКЭ	Дисперсионное уравнение [6]	ММП	МКР	МКЭ
0	3,57171	3,57152	3,57150	3,57171	0,00*	0,00535	0,00580
1	3,51786	3,51713	3,51707	3,51786	0,00*	0,02065	0,02263
2	3,43446	3,43308	3,43292	3,43446	0,00*	0,04017	0,04480

\* отклонение меньше  $10^{-10}$  %

**Таблица 3.** Значения эффективного показателя преломления, полученные МКР и МКЭ, в зависимости от количества разбиений моделируемой области, количество итераций для достижения необходимой точности и времени счета

Номер моды	Количество разбиений					
	200		300		400	
	Эффективный показатель преломления (количество итераций/время счета, с)					
	МКР	МКЭ	МКР	МКЭ	МКР	МКЭ
0	3,57197 (7/0,188)	3,57193 (7/0,11)	3,57152 (7/0,328)	3,57150 (7/0,25)	3,57174 (7/0,469)	3,57173 (7/0,39)
1	3,51886 (6/0,156)	3,51870 (8/0,125)	3,51713 (8/0,375)	3,51707 (14/0,50)	3,51797 (8/0,536)	3,51793 (10/0,563)
2	3,43637 (8/0,219)	3,43604 (35/0,594)	3,43308 (10/0,469)	3,43292 (34/1,219)	3,43466 (15/1,015)	3,43456 (9/0,516)



**Рис. 4.** а) профили интенсивностей мод нулевого, первого и второго порядков и показателя преломления волновода, б) отклонения между интенсивностями одноименных мод

Далее с помощью формулы (10) рассчитаны значения эффективного показателя преломления. Результаты вычислений приведены в таблице 2.

Как видно из таблицы 2, отклонение значений эффективного показателя преломления, полученных МКР и МКЭ, от результатов дисперсионного уравнения для нулевой моды на порядок меньше, чем для первой и второй мод. Отклонение значений, полученных в МКР, в примерно 1.1 раза меньше, чем в МКЭ. Кроме того, МКР и МКЭ требуют довольно точного начального приближения для постоянной распространения. Результаты расчетов эффективного показателя преломления, полученные ММП, практически совпадают с результатами дисперсионного уравнения.

В таблице 3 приведены значения эффективного показателя преломления, определяемых МКР и МКЭ при разбиении области моделирования на 200, 300 и 400 частей, количество итераций, необходимых для достижения необходимой точности, и время счета.

Из таблицы 3 видно, что точность вычисления эффективного показателя преломления по МКР и МКЭ зависит от количества разбиений области моделирования. Количество итераций для достижения необходимой точности при заданных одинаковых образцах начальных условиях в большинстве случаев для мод первого и второго порядков в МКЭ больше, чем в МКР, а время одной итерации меньше.

На рис. 2 а) и б) приведены профили интенсивностей мод нулевого, первого и второго порядков, рассчитанных ММП и МКР, и отклонения между интенсивностями одноименных мод.

Как видно из рис. 4 а) интенсивности мод, рассчитанных методами ММП и МКР близки между собой. Наибольшие отклонения в распределении интенсивности рассчитанной этими методами, составляют в процентном отношении от максимальной величины ~0.5 % ( $x=100$  и  $900$  nm) для моды нулевого порядка, ~1.2 % для моды первого порядка ( $x=10$  и  $990$  nm) и примерно ~1.5 % для моды второго порядка ( $x=0$  и  $1000$  nm).

**Заключение.** Рассмотрены три численных метода расчета волноводов: метод матриц переноса, метод конечных разностей и метод конечных элементов. Проведено сравнение результатов расчета эффективного показателя преломления и интенсивностей мод трехслойного волновода, полученных тремя методами между собой и решением дисперсионного уравнения. Значения эффективного показателя преломления, полученные ММП, с большой точностью совпадают с результатами дисперсионного уравнения, а отклонения значений, полученных МКР и МКЭ, от этого уравнения на порядок меньше моды нулевого порядка, чем для мод первого и второго порядков. Кроме этого, результаты расчетов по МКР и МКЭ требуют точного начального приближения постоянной распространения и зависят от количества разбиений моделируемой области. Количество итераций для достижения необходимой точности при заданных одинаковых образцах начальных условиях в большинстве случаев для мод первого и второго порядков в МКЭ больше, чем в МКР, а время одной итерации меньше. Профили интенсивностей мод, полученных методами ММП и МКР, близки между собой. Максимальное отличие составляет примерно 1,5 % от максимальной величины для моды второго порядка. ММП применим только в одномерном случае

и его точность больше, чем у МКР и МКЭ, а в двумерном и трехмерном случаях применяются МКР и МКЭ.

#### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. K. Kawano, T. Kitoh. Introduction to Optical Waveguide Analysis: Solving Maxwell's Equations and the Schrödinger Equation /John Wiley & Sons, Inc. – New York, 2001.
2. M. J. Bergmann and H. C. Casey, Jr. Optical-field calculations for lossy multiple-layer  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}$  laser diodes J. Appl. Phys., 1998, v. 84, № 3. – P. 1196–1203.
3. Ch. Chen, P. Berini, D. Feng, S. Tanev and V. P. Tzolov. Efficient and accurate numerical analysis of multilayer planar optical waveguides in lossy anisotropic media. Optics Express, 2000, v. 7, № 8. – P. 260–272.
4. Калиткин, Н.Н. Численные методы. – М.: Наука, 1978.
5. J. D. Hoffman. Numerical Methods for Engineers and Scientists /Marcel Dekker, Inc. – New York, 2001.
6. H. C. Casey, Jr. and M. B. Panish. Heterostructure Lasers, Quantum Electronics Principles and Applications /Academic. – New York, 1978, part A.

Материал поступил в редакцию 19.10.09

#### TARASUK N.P., LUTSENKO E.V., GLADYSHCHUK A.A. Comparison of the basic numerical computational methods accuracy in case of waveguides with use of Mathematica package

Three most popular numerical computational methods of waveguides are presented: transfer matrix method, finite difference method and finite element method. Being based on the example of simple model of a three layers waveguide with the active area GaAs, the comparison of accuracy of effective refractive index evaluations and waveguides modes intensities with use of the given methods among themselves as well as with calculating of the dispersion equation has been carried out.

УДК 624.04

Уласевич В.П., Костюк О.В., Бочарова Н.В.

### К ЭФФЕКТИВНОСТИ РАЗРАБОТКИ АЛГОРИТМА ДЕФОРМАЦИОННОГО МЕТОДА РАСЧЕТА ГИБКИХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ В СРЕДЕ MathCAD

**Введение.** После появления компьютера с операционными системами, обеспеченными интерактивными интерфейсами пользователя, строительная механика приобрела надежный инструмент для проведения сложных вычислительных экспериментов. Их совместное развитие позволило, с одной стороны, совершенствовать классические методы расчета, построенные, главным образом, на линейных математических моделях, а с другой – развивать новые методы, учитывающие нелинейный характер работы стержневых конструкций под внешними силовыми и другими воздействиями.

Плодотворность их взаимного влияния очевидна: появилась необходимость развития численных методов математики; их достижения позволили ряду фирм-разработчиков создать прикладные математические средства, такие как Matlab, MathCAD и др.; появились языки программирования высокого уровня для профессиональных разработчиков программных средств (C++, Fortran), а также для разработки различных Windows-приложений (Delphi, Visual Basic). И, наконец, появились универсальные программно-вычислительные комплексы расчетных моделей (Lira Windows, SCAD, Nastran, ANSYS и др.), в основу которых положен метод конечных элементов (МКЭ). К сожалению, их универсальность у инженера-пользователя, а иногда и у исследователя порождает уверенность, что современный вычислительный комплекс дает высокую гарантию точности расчета, упуская при этом необходимость оценки степени адекватности расчетной модели рассматриваемой конструктивной системе. При этом, у инженера-конструктора создается иллюзия об абсолютной точности алгоритма вычислительного комплекса, что далеко не так.

На необходимость дальнейшего совершенствования методов

расчета современных конструктивных схем в настоящее время, в первую очередь, четко указывает ряд нормативных документов, среди которых – международный стандарт [1] и ряд подразделов [2, 3] EN 1993 – «Проектирование стальных конструкций». Особенно это актуально в конструктивных схемах, несущими элементами которых являются гибкие стержни (тросы, ванты) [3], где необходим учет деформированной геометрии (по [2] – эффекты 2-го порядка). В свете сказанного определенный интерес представляют также высказывания авторов [4] об учете геометрической нелинейности расчетных моделей. Анализ сказанного здесь свидетельствует о том, что дальнейшее совершенствование методов решения задач строительной механики и способов алгоритмизации их в программах для ЭВМ – актуально как в теоретическом, так и в практическом плане.

**Алгоритм деформационного метода расчета систем из гибких стержней.** Изложенный в [5, 6, 7] деформационный метод расчета систем из гибких стержней отличается от известных решений тем, что он, сочетая в себе достоинства МКЭ в форме метода перемещений, позволяет более точно учесть деформированное состояние расчетных моделей за счет нелинейного анализа НДС каждого КЭ на стадии выбора основной системы. В результате узлы конечно-элементной модели оказываются нагруженными более достоверной узловой нагрузкой, состоящей из приложенных к узлам сосредоточенных нагрузок  $\{P'_i\}$  и опорных реакций  $\{P'_s\}$  от нелинейного расчета универсального конечного элемента (КЭ), роль которого выполняет гибкий стержень [6]. В этом случае расчетная модель системы, учитывающая геометрическую и конструктивную нелинейность, имеет вид [7]:

Уласевич Вячеслав Прокофьевич, к.т.н., доцент, профессор кафедры строительных конструкций Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

Костюк Ольга Васильевна, к.т.н., ведущий специалист ОДО «Брестстройсервис», г. Брест.

Бочарова Наталья Владимировна, инженер-программист, инженер 2-й категории УП «Гродножилпроект», г. Гродно.

Физика, математика, информатика