

УСТОЙЧИВОСТЬ РОСТА ТРЕЩИНЫ НОРМАЛЬНОГО ОТРЫВА ПРИ ИЗГИБЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ БАЛКИ

Б. Г. Холодарь¹

¹ К. т. н., доцент Брестского государственного технического университета, Брест, Беларусь, hbg@list.ru

Реферат

Рассмотрено движение трещины по сечению железобетонной балки при чистом изгибе. Построены зависимости длины трещины от величины приложенного момента и определены зоны ее неустойчивого движения. Бетон и арматура описаны как упруго-пластические материалы с ограниченной деформацией.

Ключевые слова: трещины нормального отрыва, железобетонная балка, изгиб.

STABILITY OF GROWTH OF THE CRACK OF THE NORMAL SEPARATION AT THE BEND OF THE REINFORCED CONCRETE BEAM

B. G. Holodar

Abstract

The movement of a crack along the cross-section of a reinforced concrete beam with pure bending is considered. The dependences of the crack length on the magnitude of the applied moment are constructed and the zones of its unstable motion are determined. Concrete and reinforcement are described as elastic-plastic materials with limited deformation.

Keywords: crack of the normal separation, reinforced concrete beam, bend.

Введение

Обеспечение требуемой несущей способности железобетонных балок в значительной степени связано с учетом характера распространения по высоте поперечного сечения трещин нормального отрыва, возникающих в зоне действия чистого изгиба.

Характерными особенностями проявления механических свойств бетонов является существенная нелинейность их диаграмм деформирования $\sigma(\epsilon)$ и большое различие разрушающих напряжений растяжения и сжатия. Для построения простейших расчетных моделей бетона можно воспользоваться двумя кусочно-линейными аппроксимациями реальных диаграмм (рис. 1а), которые будут давать верхнюю и нижнюю оценки предельных нагрузок, соответственно завышая и занижая возможную величину энергии, воспринимаемой материалом балки. Далее непосредственно будет использована диаграмма Прандтля как более простая. У высокопрочных бетонов прочность материала на сжатие значительно превосходит прочность на растяжение ($\sigma_c \gg \sigma_p$), поэтому для определения связи длины трещины с моментом в сечении можно воспользоваться идеализированной диаграммой $\sigma(\epsilon)$, показанной на рис. 1б, а для бетонов более низкого класса – диаграммой рис. 1в. Ниспадающий участок диаграмм в расчет не принимаем, так как в нашем случае рассмотрению подлежит ситуация с возрастающей нагрузкой. Для арматуры используем билинейную диаграмму с упрочнением (рис. 1г). Бетон считаем материалом однородным. Полагаем, что нагружение идет достаточно медленно, и возможными динамическими эффектами в окрестности растущей трещины будем пренебрегать. Не рассматриваем также возможность продвижения трещины за счет развивающейся перед ее вершиной деструкцией материала.

При нагружении балки появление трещины имеет вид некоторого критического события, поскольку она внезапно достигает заметного размера. Последующее увеличение длины трещины, соответствующее продолжающемуся росту нагрузки, может закончиться новым скачкообразным приращением. При всем многообразии особенностей процесса распространения трещины в гетерогенной среде подобное

поведение ее может быть воспринято с позиций теории устойчивости механических систем. Ниже это рассмотрено на конкретном примере.

Бетонная балка без армирования

Для полноты представления особенностей поведения системы рассмотрим вначале случай нагружения балки без арматуры.

При деформации в поверхностном слое, не превосходящей предельную упругую ϵ_{TP} , материал работает линейно и максимальный воспринимаемый момент будет составлять $M_{T0} = \sigma_{TP} \cdot W_B$, где $W_B = BH_0^2/6$ – момент сопротивления прямоугольного сечения (рис. 2). С ростом нагрузки деформация бетона достигает предельного значения ϵ_{BP} , после чего сплошность материала нарушается и начинается развитие трещины.

Обозначим, используя рисунок 1: $S_1 = \epsilon_{BP}/\epsilon_{TP}$, $S_2 = \epsilon_{TC}/\epsilon_{TP}$.

Принимая, как обычно, гипотезу плоских сечений и считая, что продольная сила в сечении отсутствует, положение нейтральной оси определим через координату Y_{TP} , разделяющую упругую и пластическую часть растянутой зоны, по формулам:

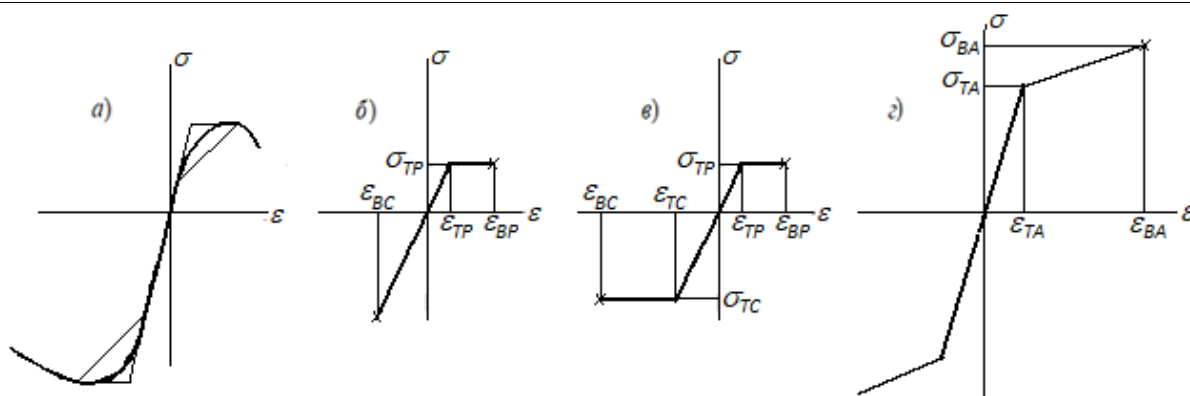
$$Y_H = Y_{TP} \cdot \epsilon_H / \epsilon_{TP}, \quad Y_{TP} = \xi_T H,$$

где $\xi_T = (S_1 - \sqrt{2S_1 - 1}) / (1 - S_1)^2$ – для схемы рис. 1б;

$$\xi_T = 2S_2 / ((1 + S_2)(2S_1 + S_2 - 1)) \text{ – для схемы рис. 1в,}$$

в которых учтено, что продольные деформации материала линейно распределены по высоте сечения, а их величина на верхней и нижней границах неупругой зоны составляет ϵ_{BP} и ϵ_{TP} . Для рассматриваемого прямоугольного сечения коэффициент формы эпюры напряжений в растянутой зоне сечения ξ_T является постоянным и зависит только от механических свойств материала. Нейтральная ось балки при росте нагрузки смещается в сторону сжатой зоны ($Y_B > Y_H$, рис. 2).

Работа материала по схеме (рис. 1в) имеет место при $Y_{TC}/Y_H \leq 1$, что в нашем случае обеспечивается при условии $S_2 \leq \sqrt{2S_1 - 1}$.



- а) аппроксимации диаграммы деформирования бетона;
- б) аппроксимация диаграммы деформирования высокопрочного бетона;
- в) аппроксимация диаграммы деформирования бетона низкой и средней прочности;
- г) аппроксимация диаграммы деформирования арматуры

Индексные обозначения: "Р" – растяжение, "С" – сжатие, "Т" – текучесть, "В" – разрушение

Рисунок 1 – Аппроксимации диаграмм деформирования бетона и арматуры

Приведенные выше соотношения сохраняют свой вид при любом значении высоты профиля H . Исходя из этого и полагая $H=H_0-a$, находим связь между длиной трещины a и нагрузкой M в виде выражения

$$M(a) = M_{T0} \cdot (1 - a / H_0)^2 \cdot f, \quad (1)$$

где $f = 3 - 2\sqrt{2\xi_T}$ и

$$f = (3S_1^2(1 + S_2) - (1 + S_2^3))\xi_T^2 - 6S_1S_2\xi_T + 3S_2 \quad \text{для}$$

схем рис. 1б и рис. 1в соответственно.

Так как напряжения сжатия для схемы рис. 1в ограничены уровнем $\sigma_{ТС}$, то воспринимаемый момент может оказаться меньше, чем для материала, подчиненного схеме рис. 1б. Для удобства изложения соответствующие кривые $M(a)$ показаны на рис. 4б.

Из решения видно, что зависимость длины трещины от нагрузки является монотонно-убывающей, поэтому достижение в поверхностном слое бетонной балки предельной деформации ϵ_{BP} является событием критическим, а соответствующий момент $M_B = M_{T0} \cdot f$ – максимально возможным (с учетом неупругих свойств бетона).

Ограничение, накладываемое на данное решение, связано только с уровнем деформации сжатия поверхностного слоя, быстро нарастающей при увеличении нагрузки и сокращении высоты упругой части растянутой зоны сечения. Для контроля можно использовать величину $S_3 = \epsilon_{BC} / \epsilon_{ТС}$. Так как для прямоугольной балки при $\sigma_{ТС} \geq \sigma_{ТР}$ деформации сжатия меньше, чем деформации растяжения, то для нее критерий разрушения останется без изменения ($M \geq M_B$).

Рассмотрение будет аналогичным и для произвольной зависимости $\sigma(\epsilon)$, поэтому практический вывод одинаков – появление трещины равносильно потере работоспособности элемента.

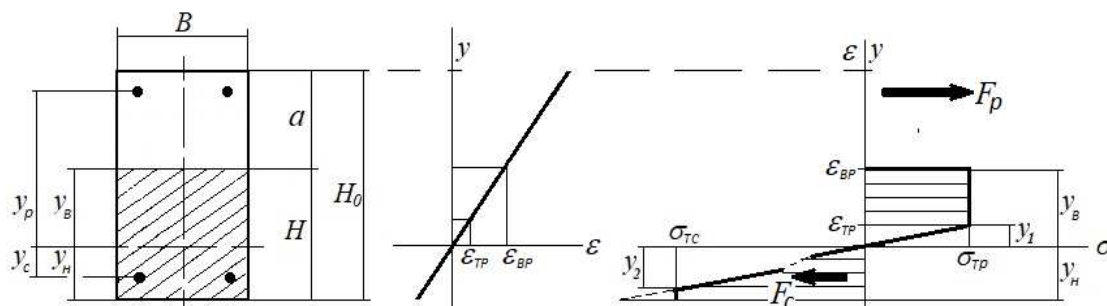


Рисунок 2 – Сечение с трещиной a . Расстояния до характерных точек

Бетонная балка с армированием

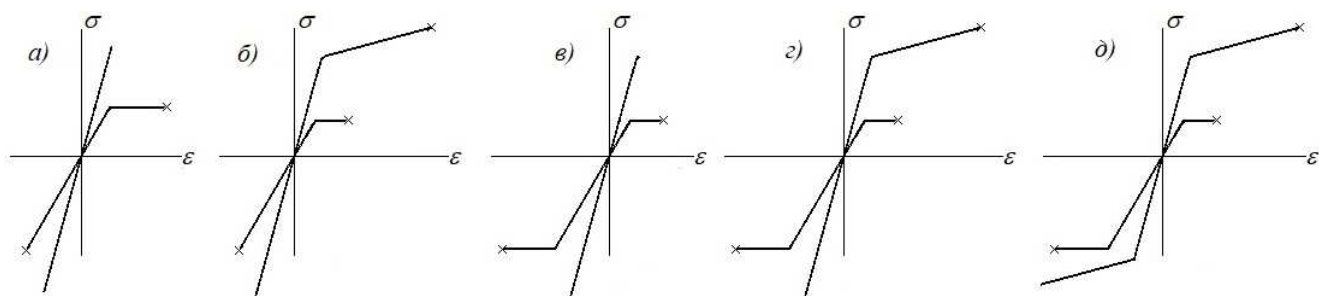
Железобетонные строительные элементы содержат соответствующую арматуру. Поэтому далее рассмотрим прорастание изгибной трещины через сечение балки, в которой имеется два пояса продольного армирования – в растянутой и сжатой зонах (схема показана на рис. 2), полагая отсутствие нарушения сцепления между арматурой и бетоном.

Свойства бетона соответствуют рис. 1 с модулем упругости E_B , а материал арматуры примем билинейным с модулем упругости E_A , модулем пластического упрочнения E_{A1} и предельной деформацией растяжения ϵ_{BA} (рис. 1г). Используем обозначения: $\sigma_{ТА}$, $\sigma_{ВА}$ – пределы текучести и прочности арматуры, A_P и A_C – площади сечения стержней (габаритными размерами их сечений сравнительно с размером сечения балки пренебрегаем), Y_P и Y_C – расстояния между нейтральным слоем и местом установки арматуры в растянутой и сжатой зонах, $Y_P + Y_C = H_A = Const$. Постоянные величины приняты равными: $E_A = 2 \cdot 10^5$ МПа, $E_{A1} = 1 \cdot 10^3$ МПа, $\epsilon_{BA} = 0.1$, $\sigma_{ТА} = 500$ МПа, $\sigma_{ВА} = 600$ МПа, $E_B = 3 \cdot 10^4$ МПа, $\sigma_{ТР} = 2$ МПа, $\sigma_{ТС} = 40$ МПа, $\epsilon_{BP} = 1.66 \cdot 10^{-4}$, $\epsilon_{BC} = 3.33 \cdot 10^{-3}$, $H_0 = 20$ см, $B = 10$ см, исходные значения $Y_P = Y_C = 8$ см.

В упругом состоянии материалов максимальный момент составит

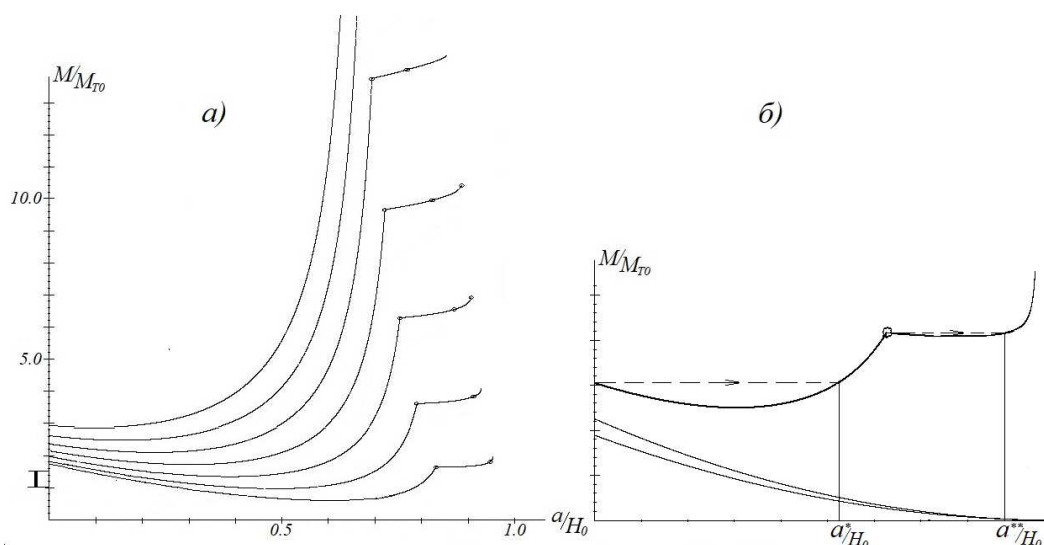
$$M_U = M_{T0} \left[1 + \frac{E_A}{E_B} (A_P \cdot Y_P^2 + A_C \cdot Y_C^2) / (BH_0^3 / 12) \right].$$

В связи с предположенным характером диаграмм деформирования могут быть реализованы различные последовательные сочетания схем нагружения материалов (рис. 3).



а, б – упруго-пластическое деформирование бетона при растяжении;
 в, г, д – упруго-пластическое деформирование бетона при растяжении и сжатии;
 а, в – упругое деформирование арматурных стержней;
 б, г, д – упруго-пластическое деформирование арматурных стержней

Рисунок 3 – Схемы деформирования бетона и арматуры в упругой и упруго-пластической областях



а) расчетные кривые для железобетона при использованных числовых данных;
 б) реализация двух скачков трещины (верхняя кривая) и кривые для бетона (нижние)

Рисунок 4 – Равновесные зависимости $M(a)$ при продвижении трещины по сечению

Потеря несущей способности сечения соответствует достижению предельной деформации растянутой арматуры ϵ_{BA} или деформации раздавливания сжатого бетона ϵ_{BC} . Кроме того, при решении задачи исключен как недопустимый случай перехода нейтральной оси сечения через ось сжатой арматуры.

Для схем рис. 3 определение положения нейтральной оси сечения производится через решение квадратного уравнения, и кажущийся естественным выбор более высокого значения Y_{TP} может приводить к противоречию с геометрией установки арматуры (в сечении балки) и соответствует более высоким значениям изгибающего момента и внутренней энергии системы для текущей длины трещины. При переходе в процессе вычислений от одной расчетной схемы к другой необходимо осуществлять контроль за непрерывностью изменения этой величины.

В связи с громоздкостью выражений для Y_{TP} и $M(a)$, соответствующих рассматриваемым схемам, они здесь не приводятся. Выражения для $M(a)$ сохраняются в виде (1), но коэффициент формы эпюры напряжений по высоте растянутой зоны сечения ξ_T теперь является зависимым от длины трещины $\xi_T = \xi_T(a)$ в связи с переменностью расстояний Y_P и Y_C . Кривые $m = M(a)/M_{T0}$ для ряда диаметров армирующих стержней ($d = 4, 6, \dots, 16$ мм – снизу вверх) показаны на рис. 4а. Слева от оси ординат вертикальной чертой указана зона предельных упругих моментов M_U . На рис. 4б две

нижние кривые соответствуют бетону без арматуры. Переходы от одной расчетной схемы по рис. 3 к другой отмечены на графиках кружками. Для использованных числовых данных в расчетах последовательно реализуются схемы “а-б-г-д”.

Из решения видно, что для соответствующих числовых данных при невысоком уровне деформации арматуры трещина в железобетоне может оказаться неустойчивой ($dM/da < 0$) и после достижения момента $M_{ЖБ} = M_{T0} \cdot f(0)$ приобрести равновесную длину a^* . Далее размер трещины будет увеличиваться в соответствии с уровнем прикладываемого момента. Естественно, при невысоком проценте армирования устойчивое движение трещины по сечению может вовсе отсутствовать (например, для $d = 4$ мм момент $M(a) \leq M_U$ при всех значениях $0 \leq a/H_0 \leq 1$, – трещина пересекает сечение без остановки). В связи с существенной разницей площадей поперечных сечений бетона и арматуры основную роль в характере процесса зарождения и продвижения трещины играет величина параметра S_1 . Устойчивый рост трещины после превышения значения $M_{ЖБ}$ достигается при выполнении условия $dM/da > 0$ при $a = 0$. В частности, для использованных исходных данных ему соответствуют значения $d_P = d_C = 18$ мм. Можно отметить, что в нашем случае указанное условие при $d_P = 18$ мм фактически начинает выполняться с $d_C \geq 15$ мм (процент армирования $(A_P + A_C)/BH_0 = 4.3\%$).

Так как при выходе материала на участок упрочнения рост напряжений в арматуре определяется модулем упрочнения E_{A1} , который существенно ниже начального модуля E_A , то при увеличении нагрузки может снова проявиться неустойчивость роста трещины, как показано на рис. 4б (перескок длины трещины на значение $a=a^*$). Для реальных материалов возможна неоднократная реализация таких скачков в зависимости от формы сечения балки, геометрии установки арматуры, наличия предварительного напряжения материалов и их реальных механических свойств [1]. К сожалению, уже для билинейного материала получение зон неустойчивости трещин в аналитической форме невозможно, однако в численном виде не является сложным проведение решения для любой формы зависимостей $\sigma(\varepsilon)$ бетона и арматуры.

С учетом использованных схем деформирования бетона и арматуры на рис. 5 в качестве примера показан вид зависимостей $a(M)$, которые могут фактически реализоваться в действительности при нагружении бетонной и железобетонной балок. Участки AC', BC, DE являются зонами неустойчивого движения трещины.

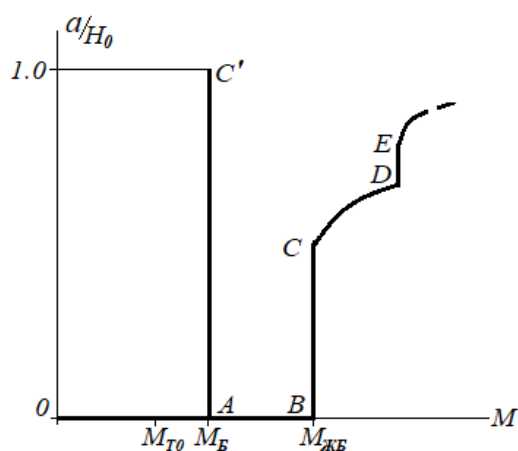


Рисунок 5 – Зависимости длины трещины от момента в сечении для бетонной (OAC') и железобетонной (OBCDE...) балок

Наличие подобных кривых облегчает решение вопросов по определению коэффициентов запаса по несущей способности балок.

В целом процесс прорастания трещины по сечению балки при увеличивающейся нагрузке соответствует явлению потери устойчивости путем "процелкивания" системы при переходе к несмежным формам равновесия [2, 3].

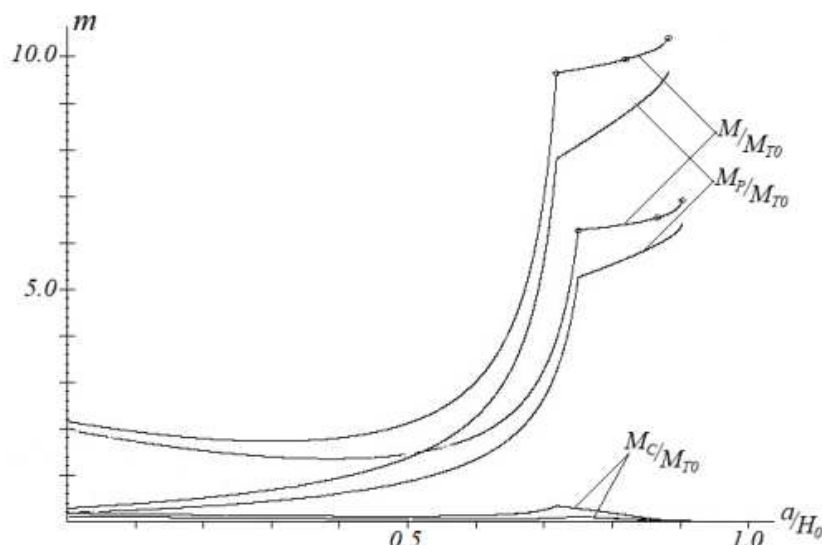


Рисунок 6 – Моменты, воспринимаемые балкой и арматурными стержнями при движении трещины

На рис. 6 для диаметров арматуры $d=8$ мм и $d=10$ мм показаны моменты относительно нейтральной оси, воспринимаемые всем сечением (M) и арматурными стержнями (M_P, M_C). Видно, что при росте трещины растянутая арматура находится в состоянии догрузки и момент ее усилий $M_P=F_P Y_P$ составляет основную часть приложенного момента. Соответствующий момент усилий в сжатой арматуре $M_C=F_C Y_C$, пройдя в нашем случае через минимум, при приближении трещины к оси этой арматуры увеличивается до некоторого уровня и далее падает в связи с разгрузкой стержней. Роль этого момента существенно ниже, чем момента растянутой арматуры, что указывает на возможность снижения расхода материала.

Заключение

Проведенные расчеты и их анализ расширяют представление о работе материалов железобетонной балки и могут способствовать их более эффективному использованию в конструкциях. При определении предельных нагрузок балочных элементов, в том числе в соответствующих расчетных программных комплексах, должны быть учтены наличие границ неустойчивого роста трещины и возможность скачкообразного перехода трещины к новой равновесной при заданном уровне внешней нагрузки.

Список цитированных источников

1. Семенюк, О. С. Параметры трещинообразования изгибаемых элементов из напрягающего бетона / О. С. Семенюк, В. В. Тур // Вестник БрГТУ. – Серия : Строительство и архитектура. – 2017. – № 1. – С. 71–81.
2. Вольмир, А. С. Устойчивость деформируемых систем / А. С. Вольмир – М. : Наука, 1967. – 984 с.
3. Пановко, Я. Г. Устойчивость и колебания упругих систем. Современные концепции, парадоксы и ошибки / Я. Г. Пановко, И. И. Губанова – М. : Наука, 1967. – 420 с.

References

1. Semenyuk, O. S. Parametry treshchinoobrazovaniya izgibaemykh elementov iz napryagayushchego betona / O. S. Semenyuk, V. V. Tur // Vestnik BrGTU. – Seriya : Stroitel'stvo i arhitektura. – 2017. – № 1. – S. 71–81.
2. Vol'mir, A. S. Ustojchivost' deformiruemykh sistem / A. S. Vol'mir – M. : Nauka, 1967. – 984 s.
3. Panovko, Ya. G. Ustojchivost' i kolebaniya uprugih sistem. Sovremennye koncepcii, paradoksy i oshibki / Ya. G. Panovko, I. I. Gubanova – M. : Nauka, 1967. – 420 s.