(ссылка [14]) заметное различие порогов (в 4–5 раз) имеет место только при Т=77К.

Подобным образом, в ряде случаев с учетом нелинейности первого порядка, определен "полный набор" направлений концентрирования энергии акустических фононов в некоторых других полупроводниках, диэлектриках и электрооптических кристаллах, где приводится точность расчета ~ $0,1^0$ и утверждается, что выполнена "паспортизация" соответствующих данных. Однако при этом не принята во внимание сильная зависимость пьезоэлектрического эффекта и упругих констант от длины волны, температуры, качества кристалла. В частности, при изменении длины волны (300 К) в диапазоне $\lambda = 0,4 \div 0,7$ мкм пьезооптические коэффициенты для $LiNbO_3$ меняются в 3 раза (от 10^{14} до 3 10^{14} $см^2$ /дин) [6]. Разброс данных различных авторов, например по коэффициенту c_{11}, достигающий ~ ± 10 % [7-9], дает погрешность определения направлений фокусировки порядка 5^0. В [4] исходные данные взяты из одного "вызывающего доверие" источника [8], средняя точность измерения которых составляет около ± 1 % и использованы в несколько измененном (обработанном) виде также в пределах ~ ± 1 %. Как показывает анализ, вносимая вследствие этого погрешность расчета θ_f соответствует примерно 1^0, т.е. существенно выше заявляемой $(0, 1^0)$.

Следует отметить, что детальное исследование эффекта фононной фокусировки, по-видимому, не должно ограничиваться только изучением поверхностей медленностей – более информативным, как известно, является анализ поверхностей лучевых скоростей, описываемых уравнениями высоких степеней (до 150-й) [5]. В частности, в кубических и гексагональных кристаллах существуют направления, вдоль которых распространяются не 3, а 5 различных по скорости упругих волн (квазипродольная, поперечная и 3 квазипоперечных).

Совпадение ориентации стримерных разрядов с пространственной анизотропией ряда эффектов – концентрирования электрического поля [10], фононной фокусировки [1], направлениями взаимодействия СВЧ и световой волн [11] и процессов самовоздействия [12] в сильных полях, а также чувствительность к воздействию одних и тех же факторов, некоторые другие особенности эффектов – подтверждают сделанный ранее вывод о сложности изучаемого явления [13]. Вклад того или иного из названных процессов, вероятно, определяется внешними условиями и рассматриваемой средой и требует учета при разработке конкретной модели стримера.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Чернозатонский Л.А. Фононные струи - каналы стримерного пробоя кристаллов // Письма в ЖЭТФ.- 1983.- Т. 38, № 5.- С.225-228.
2. Новиков В.В., Пустовойт В.И., Чернозатонский Л.А. Влияние внешних воздействий на концентрирование акустических волн в кристаллах // Сб. Точные измерения в акустооптике и оптоэлектронике. - М.: ВНИИФТРИ, 1985.- С. 40-45.
3. Гладыщук А.А., Гурский А.Л., Паращук В.В., Яблонский Г.П., Грибковский В.П., Пендюр С.А., Таленский О.Н. Влияние толщины кристалла, температуры, одноосного сжатия, полярности электрического импульса и разрядного промежутка на стримерные разряды в сульфиде кадмия // ЖПС. 1985. Т. 17, В.6. С. 889 - 895.
4. Зубрицкий В.В. Фокусировка фононов и анизотропия стримерного пробоя в кристаллах CdS // ФТТ.- 1996.- № 1.- С. 56-62.
5. Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П. Основы кристаллофизики, М.:Наука,1979, 639 с.
6. Ахманов С.А., Хохлов Р.В. Проблемы нелинейной оптики (обзор). М. 1964; Кристаллы с нелинейной поляризуемостью // УФН. 1967. Т.93, №4. С.633-674.
7. Акустические кристаллы / Под ред. М.П. Шаскольской.- М.: Наука,1982.-632 с.
8. Даньков И.А., Падо Г.С., Кобяков И.Б., Бердник В.В. Упругие, пьезоэлектрические и диэлектрические свойства сульфида кадмия в интервале температур 4,2 - 300 К // ФТТ. 1979. Т.21, №9. С. 2570-2574; ФТТ. 1982. Т.24, №12. С.3613-3620.
9. Даньков И.А., Падо Г.С., Завьялова Л.П. Таблицы рекомендуемых справочных данных. "Сульфид кадмия монокристаллический. Упругие, пьезоэлектрические и диэлектрические свойства сульфида кадмия в диапазоне 4,2 - 300 К". -М.: ВНИЦГСССД, 1982; Реф.Ж. 1983, 8ЕД.
10. Яблонский Г.П., Луценко Е.В. Анизотропия нелинейной поляризуемости в сильных электрических полях и кристаллографическая ориентация разрядов: Препринт № 693 / Ин-т физики АНБ, Минск, 1994, 18 с.
11. Грибковский В. П., Прокопеня А.Н., Русаков К.И., Паращук В. В. Взаимодействие электрического поля со светом и направленность стримерных разрядов // Журн. прикл. спектр.- 1994.- Т. 60, № 3-4.- С. 362 - 368.
12. Паращук В. В., Грибковский В. П. Об автоканалировании света при стримерном разряде в полупроводниках // Докл. АН Беларуси, 1997, Т. 41, №1, С.44-49.
13. Грибковский В.П. Стримеры в полупроводниках - кооперативные самоорганизованные процессы // Доклады АН БССР.-1985.- Т. 29, № 10.- С. 896-898.

УДК 530.1

Краглер Р., Русаков К.И.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕЙСМИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В КОНСТРУКЦИЯХ

Во многих физических и технических системах движение носит регулярный периодический характер. Если объект движется по одной траектории между двумя положениями, такое движение называют колебанием, а в технике чаще всего - вибрацией. Вибрации механических систем представляют собой важную область анализа в физике, а также в техническом и строительном проектировании. В случае свободных колебаний, когда объект выведен из положения равновесия и предоставлен самому себе, его колебания происходят с собственной частотой, зависящей только от свойств системы. Моделирование таких колебаний различных систем не представляет большой трудности, т.к. описывается уравнением гармонических колебаний.

В реальных технических системах, как правило, имеются минимум два тела, способных колебаться, а также существует определенная связь между этими телами. В системе будут

Краглер Роберт. *Профессор, доктор физ.-мат. наук Фаххохшуле Равенсбурга-Вайнгартена (Германия).*
Русаков Константин Иванович. *Доцент каф. физики, кандидат физ.-мат. наук Брестского государственного технического университета.*
Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

возникать вынужденные колебания, если одно из тел совершает колебания, которые передаются другому телу. Например, электродвигатель, жестко закрепленный на фундаменте, совершает колебания, передающиеся фундаменту, в результате чего в фундаменте возникают вынужденные колебания. Если учесть силы трения, испытываемые любым колеблющимся телом, то уравнение движения тела, совершающего вынужденные колебания под действием периодической внешней силы, выглядит следующим образом:

$$mx''+rx'+kx = F_0 \cos \omega t\,, \qquad (1)$$

где m - масса осциллятора, r - коэффициент сопротивления среды, k - коэффициент жесткости осциллятора, F_0 - амплитуда внешней силы.

Решение такого уравнения представляет собой суперпозицию свободных колебаний и вынужденных колебаний, причем в случае длительного действия внешней силы свободные колебания с некоторой собственной частотой быстро затухают, и частота колебаний осциллятора становится равной частоте внешней вынуждающей силы. Если же время воздействия внешней вынуждающей силы невелико, то осциллятор будет совершать движение, являющееся суперпозицией собственных и вынужденных колебаний [1].

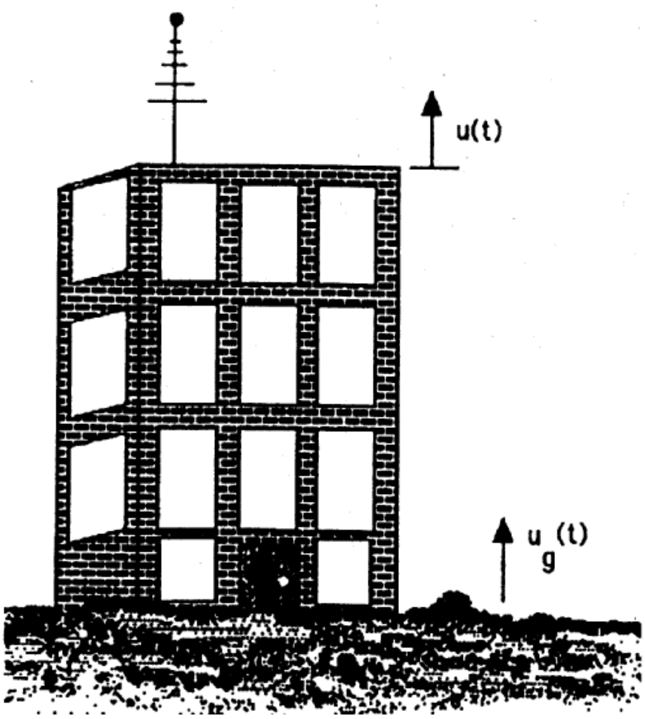

Рисунок 1 – Схема рассмотрения колебаний в конструкциях ($u(t)$) при сейсмическом смещении грунта ($u_g(t)$).

В данной работе мы рассмотрим конкретный пример моделирования подобной ситуации – колебания зданий или других конструкций при землетрясении (задача Мостагела). В этой задаче требуется найти результирующее смещение $u(t)$ произвольной части сооружения при землетрясении, если известна зависимость смещения грунта, на котором стоит данный объект, от времени $u_g(t)$. Для упрощения модели предполагается, что колебания грунта и сооружения происходят только по вертикали (рисунок 1), известна циклическая частота собственных колебаний сооружения Ω, а также величины α, β и ξ, характеризующие объект, его сцепление с грунтом, силы трения и другие параметры. С учетом сделанных допущений, смещение крыши сооружения можно найти из следующего дифференциального уравнения [2]:

$$u''(t) + 2\alpha\beta\xi u'(t) + \alpha^2\Omega^2 u(t) = -u_g(t) \qquad (2)$$

с начальными условиями $u'(t_o) = dy_o$ и $u(t_o) = y_o$, $t_o \le t \le t_{end}$. Если принять, что функция $u_g(t)$ - периодическая, т.е. имеет вид $u_g(t) = A\sin\delta t$, то решение дифференциального уравнения (2) можно легко получить в явном виде с помощью компьютерной алгебры «Математика». На рисунке 2. представлена функция $u(t)$ для следующих численных значений: $\xi = 0.05$; $\Omega = 2\pi$; $\alpha = 1.5$; $\beta = 1.0$; $A = 240$; $\delta = \Omega$; $t_o = 0.48843$; $dy_o = 18.1134$; $y_o = 1.0$; $t_{end} = 4.0$ (для наглядности на графике показана синусоидальная функция $u_g(t)/200$).

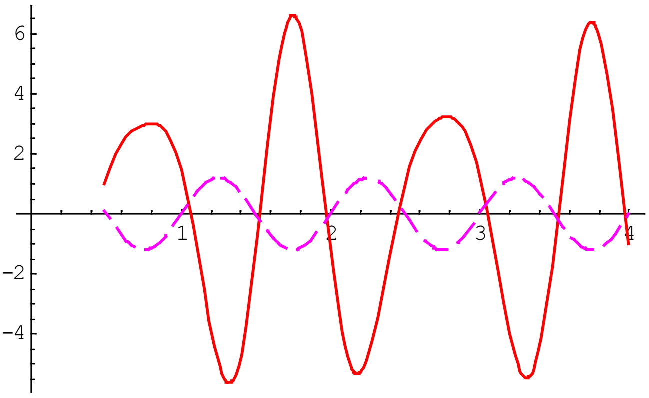

Рисунок 2 – График функции $u(t)$ (сплошная линия), рассчитанный из уравнения (2) при $u_g(t) = A\sin\delta t$ (штриховая линия).

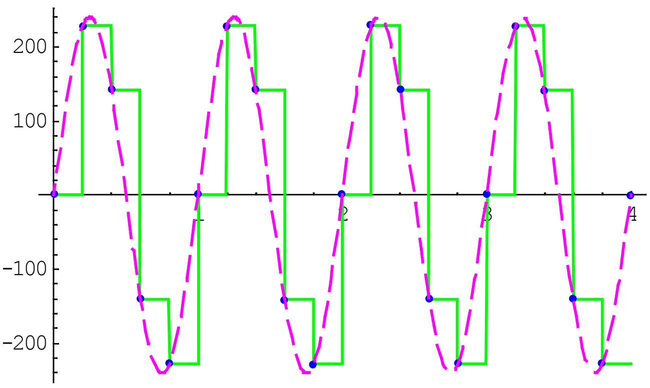

Рисунок 3 – График функции $u_g(t)$ (штриховая линия) и функция $u_{Data}(t)$ (сплошная линия), полученная кусочно-непрерывной аппроксимацией дискретных данных.

На практике же основная трудность решения этой задачи состоит в том, что явный вид функции $u_g(t)$ не задан, а имеются только дискретные точки (данные сейсмографа или другой специальной аппаратуры). Следовательно, при наличии файла данных, соответствующих неизвестной нам функции $u_g(t)$, необходимо его сначала прочитать, а затем использовать аппарат интерполяции для вычисления промежуточных значений. За счет такого подхода можно получить аппроксимирующую функцию $u_{Data}(t)$, которая в узловых точках дает точные значения $u_g(t)$, и позволяет вычислить значения интерполируемой функции в промежуточных точках. Функцию

$u_{Data}(t)$ можно получать из полиномиальной интерполяции или аппроксимации, нахождением функции регрессии, сплайнов и т.п.[3]. На рисунке 3 представлены $u_g(t)$, $u_{Data}(t)$ и узловые точки из файла данных, причем функция $u_{Data}(t)$ получена кусочно-непрерывной аппроксимацией.

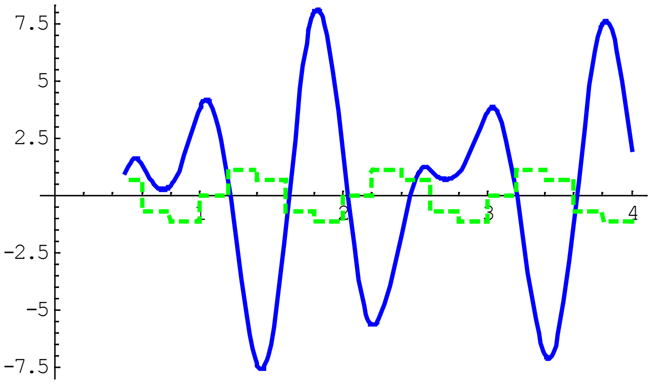

Рисунок 4 – График функции $u(t)$ рассчитанной численно из уравнения (3) (сплошная линия), и функция $u_{Data}(t)/200$ (штриховая линия).

Для проверки удовлетворительности аппроксимации решено дифференциальное уравнение

$$u''(t) + 2\alpha\beta\xi u'(t) + \alpha^2 \Omega^2 u(t) = -u_{Data}(t) \quad (3)$$

с помощью функции NDSolve системы «Математика», т.е. в результате применения численного метода. На рисунке 4 показаны рассчитанная по файлу данных функция $u(t)$ и функция $u_{Data}(t)/200$. При сравнении функций $u(t)$, полученных из решения уравнений (2) и (3), можно сделать вывод, что выбранная аппроксимация кусочно-непрерывной функцией дает результаты, близкие к решению уравнения (2). На рисунке 5 показано, что функция $u(t)$ при синусоидальном смещении грунта, и функция $u(t)$, полученная при аппроксимации файла данных, практически совпадают. В случае же неудовлетворительного совпадения результатов всегда можно поменять аппроксимирующую функцию, и добиться хорошего соответствия модельных результатов истинным.

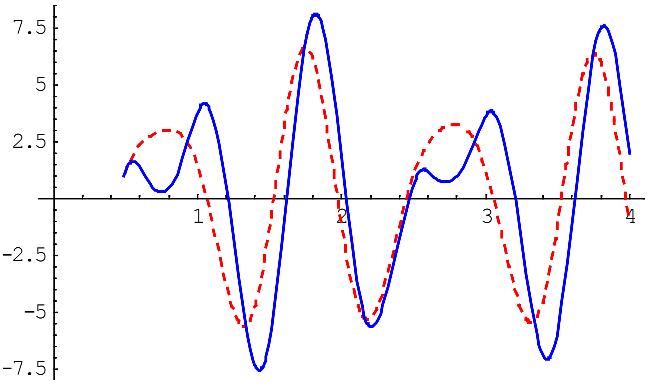

Рисунок 5 – График функции $u(t)$ (штриховая линия), рассчитанной из уравнения (2) при $u_g(t) = \mathrm{A}\sin\delta t$, и график функции $u(t)$, рассчитанной численно из уравнения (3) по файлу данных (сплошная линия).

Наблюдаемое соответствие численного моделирования сейсмических колебаний зданий или других конструкций фактическим данным позволяет предположить, что использованный в работе подход может оказаться полезным при инженерном расчете различных объектов в сейсмически активных районах.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Пейн Г. Физика колебаний и волн. М.: Мир, 1979.- 389 с.
2. J.Voitle, E.Lumsdaine Response of a Structure to Seismic Input // Proceedings of Conference “Engineering Problems Solving using Mathematica”. – Rotterdam (Holland). – 1992. – P.95-101.
3. Wolfram S. Mathematica: a system for doing mathematics by computer. Addison-Wesley, 1991.

УДК 531.1

Прокопеня А.Н.

О ЛИНЕЙНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ТОЧНЫХ СИММЕТРИЧНЫХ РЕШЕНИЙ НЬЮТОНОВОЙ ГРАВИТАЦИОННОЙ ЗАДАЧИ МНОГИХ ТЕЛ

ВВЕДЕНИЕ

Задача многих тел впервые была сформулирована И. Ньютоном и состоит в следующем: зная начальные положения и скорости трех или более массивных частиц, движущихся под действием сил взаимного гравитационного притяжения, найти их положения и скорости в любой момент времени. В последние три столетия эта задача привлекала внимание многих выдающихся математиков и механиков. Однако до сих пор она не решена в конечном виде, и только в случае двух взаимодействующих частиц соответствующее общее решение было найдено. Более того, оказалось, что дифференциальные уравнения, описывающие движение частиц, в общем случае не могут быть проинтегрированы. Поэтому дальнейший прогресс в решении задачи многих тел связан, по мнению А. Пуанкаре, с поиском новых классов точных частных решений соответствующих уравнений движения и исследованием их устойчивости. При этом анализ устойчивости найденных решений является наиболее сложной задачей качественной теории дифференциальных уравнений, требующей для своего решения громоздких и трудоемких аналитических расчетов, выполнение которых возможно лишь при использовании современных систем символьных вычислений, к которым относится, например, система *Mathematica* [1].

В работе [2] рассмотрена плоская ньютонова задача многих тел и найдено соответствующее точное частное решение, описывающее равномерное вращение n частиц одинаковой массы m, находящихся в вершинах правильного n-угольника, вокруг $(n+1)$-ой частицы массой m_0, помещенной в его центр. Затем было показано [3, 4], что существует целый класс точных симметричных решений задачи многих тел, геометрически изображаемых правильным многоуголь-

Прокопеня Александр Николаевич. *Кандидат физ.-мат. наук, доцент каф. физики Брестского государственного технического университета.*
Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.