Рисунок 1 – Спектр дифракции рентгеновских лучей кристаллов  $\text{CuGa}_3\text{Se}_5$ .

Структура халькопирита отличается от сфалерита упорядоченным расположением катионов. Упорядочение приводит к увеличению периода решетки вдоль одной из осей в 2 раза, а также вдоль диагоналей основания элементарной ячейки  $\langle 100 \rangle$ . В атомных рядах вдоль указанных направлений чередуются атомы  $\text{A}^{\text{I}}$  и  $\text{B}^{\text{III}}$ . Такое упорядочение приводит к понижению симметрии. В идеальной тетрагональной ячейке халькопирита осевое соотношение  $c/a$  равно 2. Однако из-за различия размеров двух типов катионов в кристалле возникает два типа анионных тетраэдров, центрированных катионами

большого и меньшего размеров. В результате кристаллическая решетка трехкомпонентных соединений  $\text{A}^{\text{I}}\text{B}^{\text{III}}\text{C}^{\text{VI}}$  приобретает дополнительное искажение, определяемое параметром  $\delta = 2 - (c/a)$ . Тетрагональное искажение кристаллической решетки соединения  $\text{CuGa}_3\text{Se}_5$   $\delta = -0,0002$ .

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Marin G., Taulring S., Guevara R., Delgado J.M. et.al. Inst. Phys. Conf. Ser.N 152, Section D. 1997. Pres.at the 11 ICTMC-11. P.573-577.

УДК 621.9.08

Костюк Д.А.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ АКУСТИЧЕСКОГО СИГНАЛА НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА СРЕД

### ВВЕДЕНИЕ

Хотя отражение непрерывных и импульсных акустических сигналов от границы раздела сред изучено теоретически и экспериментально весьма подробно [1, 2], случай отражения акустической волны от среды, обладающей сильным поглощением звуковых колебаний, представляет значительный научный и практический интерес. В данной работе нами анализируются и развиваются недавние результаты по нормальному отражению акустических продольных [3] и поперечных [4] волн от плоской границы раздела твердого тела с сильно диссипативной средой (СДС), в качестве которой может служить вязкая жидкость.

### 1. ТЕОРИЯ

Рассмотрим используемую теоретическую модель. Пусть из твердого тела 1 в исследуемый объект 2 нормально к плоской границе раздела сред  $x=0$  распространяется непрерывная гармоническая волна, которая частично отражается, а прошедшая волна в СДС достаточно быстро затухает (см. рисунок 1).

Волновое уравнение для продольной волны (ПВ), наиболее интересной с практической точки зрения, в СДС имеет вид [1]:

$$\rho \ddot{u}_x = cu_{x,xx} + bu_{x,xxx}, \quad (1)$$

где  $u_x$  – компонента продольного смещения в продольной волне,  $c$  – модуль упругости,  $\rho$  – плотность,  $b$  – параметр

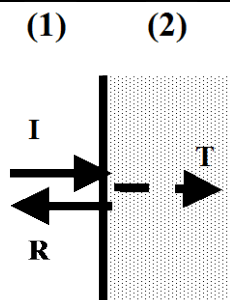


Рисунок 1 – Отражение акустического сигнала от границы раздела сред.

диссипативных потерь, определяемый коэффициентами сдвиговой  $\eta$  и объемной  $\xi$  вязкости и коэффициентом теплопроводности  $\chi$  согласно соотношению [2]

$$b = \frac{4}{3}\eta + \xi + \chi(c_v^{-1} + c_p^{-1}), \quad (2)$$

в котором  $c_p$  и  $c_v$  – соответственно теплоемкости СДС при постоянном давлении и объеме.

Коэффициент поглощения звука выражается через параметр диссипативных потерь  $b$  согласно выражению  $\alpha = \omega^2 b / (2\rho s_l^3)$ , где  $\omega = 2\pi f$  – циклическая частота звуковой волны,  $s_l$  – скорость продольного звука. При  $b=0$  уравнение (1) определяет акустические колебания в твердом теле с соответствующими материальными константами.

Воспользовавшись (1) и граничными условиями, представляющими собой непрерывность упругих смещений и напряжений (если СДС – жидкость, то вместо напряжения надо иметь в виду давление) на границе сред, после стандартных преобразований получаем для коэффициента отражения ПВ следующую зависимость:

$$R_\omega = \frac{u_{01}^R}{u_{01}^I} = \frac{1 - \tilde{\varepsilon}}{1 + \tilde{\varepsilon}}, \quad (3)$$

где  $u_{01}^R, u_{01}^I$  – соответственно амплитуды отраженной и падающей волн,  $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon(1 - ix)^{1/2}$ ,  $\varepsilon = Z_2/Z_1$ ,  $x = \omega/\omega_c$ ,  $Z_1 = \rho s_{l1}$  и  $Z_2 = \rho s_{l2,0}$  – соответственно акустические импедансы

сы первой и второй сред (в отсутствие диссипации, при частоте ПВ  $\omega \rightarrow 0$ ),  $s_{l1}$  – скорость звука в первой среде,  $s_{l2,0}$  – скорость звука во второй среде при  $\omega \rightarrow 0$ ,  $\omega_c = \rho_2 s_{l2,0}^2 / b$  – некоторая эффективная частота, характеризующая СДС. Коэффициент прохождения  $T_\omega$  сигнала может быть получен из соотношения для амплитудных коэффициентов отражения и прохождения звука  $T = I + R$ .

Исходя из зависимости (3), для фазы отраженного сигнала следует отношение:

$$\text{tg } \Psi_\omega^R = - \frac{2\varepsilon(1+x^2)^{1/4} \sin \frac{\Psi}{2}}{1 - \varepsilon^2(1+x^2)^{1/2} \cos \Psi}, \quad (4)$$

где  $\Psi = -\arctg x$ . Таким образом, согласно (3) и (4) при отражении акустической волны от диссипативной среды меняется ее амплитуда и фаза. Если отражение происходит от менее плотной акустической среды ( $Z_2 < Z_1$ ), то при  $\omega \ll \omega_c$  происходит инверсия сигнала ( $\Psi^R = \pi$ ). В окрестности  $\omega \sim \omega_c$  наблюдается минимум коэффициента отражения волны при дальнейшем возрастании фазы отраженного сигнала относительно фазы падающего на границу сигнала. Далее при  $\omega \gg \omega_c$   $R_\omega \rightarrow 1$  и  $\Psi^R \rightarrow 2\pi$ , т.е. возникает полное отражение сигнала. В противоположном случае при отражении от более плотной среды инверсия сигнала не происходит ( $\omega \ll \omega_c$ ,  $R_\omega \rightarrow R_0$  и  $\Psi^R \rightarrow 0$ ). Аналогично при  $\omega \sim \omega_c$  наблюдается минимум коэффициента отражения  $R_\omega$  при максимуме фазы  $\Psi^R$ . Далее при  $\omega \gg \omega_c$   $R_\omega \rightarrow 1$  и  $\Psi^R \rightarrow 0$ . Для твердой эпоксидной смолы (ЭС) с акустическими параметрами  $Z_2 = 3.25 \cdot 10^6$  кг/(м<sup>2</sup>·с),  $\rho_2 = 1.21 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $s_{l2,0} = 2.68 \cdot 10^3$  м/с и затуханием ультразвука  $\alpha = 2.93 \cdot 10^3$  м<sup>-1</sup> ( $5.86 \cdot 10^3$  дБ/м) при частоте  $f = 5$  МГц получаем  $b = 5.5 \cdot 10^3$  кг/(м·с) и  $\omega_c \approx 2\pi \cdot 10^6$  Гц.

Импульсный акустический сигнал, наиболее близкий к реальному сигналу, излучаемому ультразвуковым пьезокерамическим преобразователем (УЗП) на границе раздела сред  $x=0$  имеет вид:

$$u_1^I(x=0, t) = A_1 e^{-\Gamma \frac{|t|}{T}} \exp(i2\pi \frac{t}{T}) [\theta(t - \frac{\tau}{2}) - \theta(t + \frac{\tau}{2})], \quad (5)$$

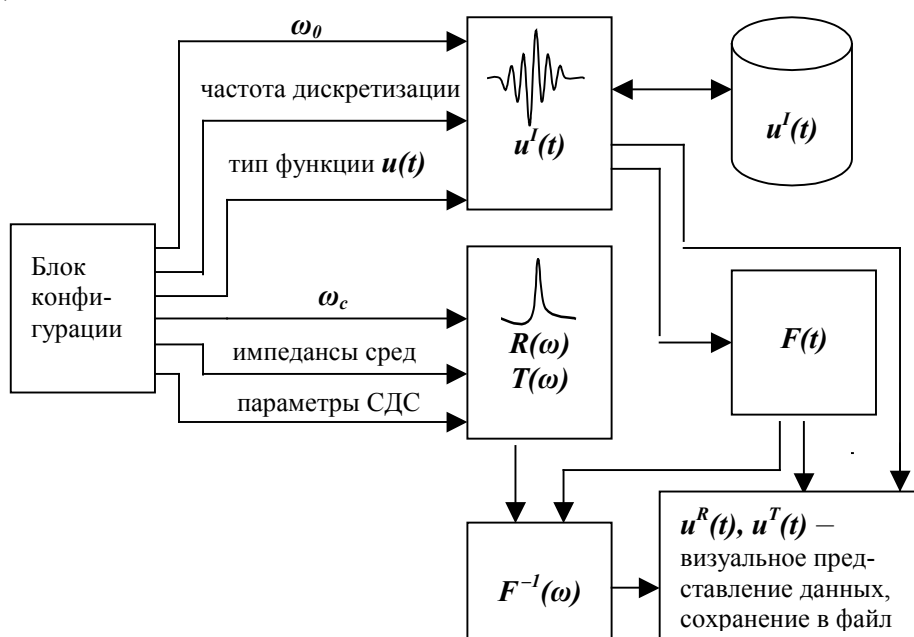


Рисунок 2 – Моделирование граничного отражения и прохождения акустического сигнала.

где  $A_I$  – его амплитуда,  $\Gamma$  – безразмерный параметр, определяющий огибающую акустического сигнала и однозначно связанный с добротностью  $Q$  УЗП соотношением  $\Gamma = \pi/Q$ ,  $T = 2\pi/\omega_0$  – период колебаний,  $\omega_0$  – частота основной гармоники сигнала,  $\tau = nT$  – длительность импульса,  $n$  – количество периодов импульса.

Для того, чтобы определить форму отраженного (прошедшего) сигнала, необходимо рассмотреть отражение (прохождение) каждой частотной составляющей импульсного сигнала, а затем, применив обратное преобразование Фурье, определить во временном представлении форму отраженного (прошедшего) сигнала:

$$\begin{aligned} u^R(x, t) &= F^{-1} \{ F [ R_\omega u^I(x, t) ] \}, \\ u^T(x, t) &= F^{-1} \{ F [ T_\omega u^I(x, t) ] \}, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $F$  и  $F^{-1}$  – соответственно прямое и обратное преобразования Фурье.

Применение зависимостей  $R_\omega$  и  $T_\omega$  в совокупности с (6) позволяет исследовать граничное отражение и прохождение сигналов раздела сред, восстанавливая отразившиеся (прошедшие) сигналы по излученному импульсу.

## 2. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Для моделирования отражения и прохождения акустического сигнала было разработано специальное программное обеспечение, позволяющее получать отраженные и прошедшие импульсы для любого произвольного сигнала. Его структурная схема представлена на рисунке 2.

Программное обеспечение создавалось средствами специализированного пакета Matlab 5.2 фирмы Mathworks, выбранного из-за богатых возможностей встроенного высокоуровневого языка программирования, специально предназначенного для математических расчетов и моделирования, и гибкости представления результирующей информации.

В приведенной схеме присутствуют функциональные блоки, отвечающие за формирование входного сигнала, вычисление коэффициентов отражения и прохождения, прямого и обратного преобразования Фурье, а также блок конфигурации, позволяющий настраивать параметры моделирования. Входной сигнал может задаваться математической функцией (из набора готовых функций, наиболее интересных в практическом плане, либо подключаемых в качестве внешних модулей), а также загружаться с диска в виде выборки, представленной таблицей. Последнее дает возможность построения моделей, основанных на реальных импульсах, снятых с экрана осциллографа или иного измерительного прибора. При этом частота дискретизации практически не ограничена возможностями программных средств и определяется только требуемой точностью результата.

Параметры моделирования, устанавливаемые в блоке конфигурации, включают в себя частоту основной гармоники исходного сигнала, импедансы сред, на границе которых происходит отражение и прохождение сигнала, характерную частоту и ряд других параметров СДС, необходимых для вычисления коэффициентов отражения и прохождения сигнала.

Каждый блок в процессе своей работы в той или иной форме осуществляет вывод на дисплей, что позволяет получать визуальное представление результатов практически для каждого этапа моделирования, совмещать между собой отдельные графики, производить их масштабирование и др.

Передача данных конфигурации производится автоматически; при этом данные могут изменяться в заданных пределах, что позволяет получить на выходе модель отражения от СДС с динамически изменяющимися параметрами (например, характерной частотой  $\omega_c$ ). В этом случае в выходные резуль-

таты передают не форму результирующих импульсов, а кривые изменения амплитуды сигнала (размаха импульса) и его фазы. При этом фаза импульсного сигнала понимается более обобщенно, чем это имеет место для непрерывных колебаний, а именно как значение смещения пересечения с временной осью излученного и прошедшего импульсов.

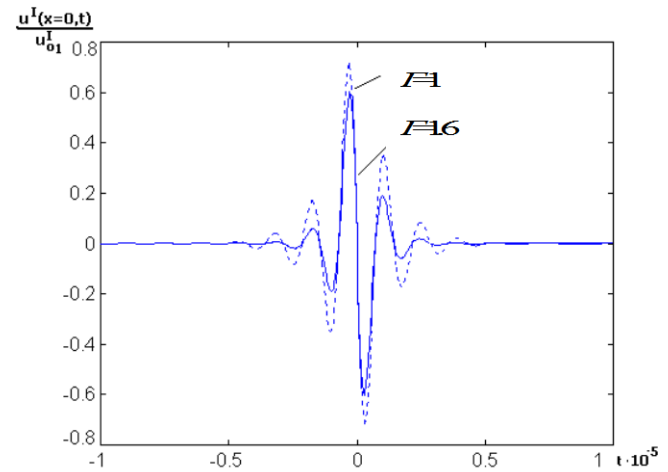


Рисунок 3 – Излученный импульс и его спектр  $F(x)$  при различных  $\Gamma$ .

На рисунке 3 представлены при различных  $\Gamma$  формы излученного импульса, а на рисунке 4 – пример моделирования амплитуды отраженного сигнала при динамически изменяющейся частоте  $\omega_c$ . Результаты моделирования представлены для сигнала с параметрами  $\omega_0 = 2\pi \cdot 10^6$  Гц и  $\Gamma = 1$  при отражении от раздела сред оргстекло – компаунд ЭС.

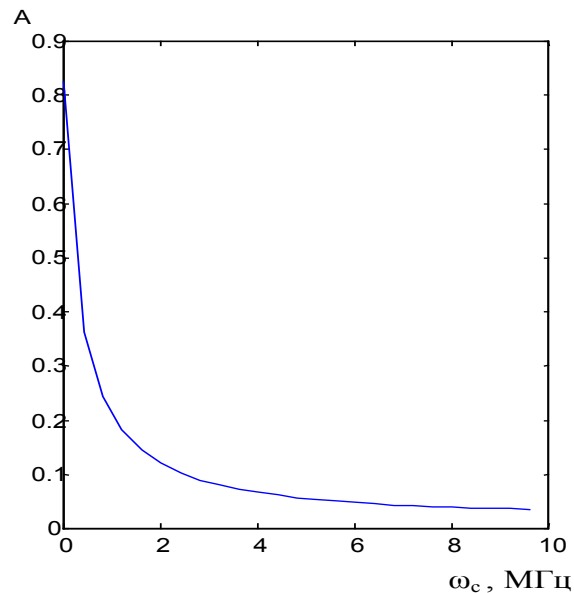


Рисунок 4 – Амплитуда отраженного сигнала при различных значениях  $\omega_c$ .

Зная экспериментальную зависимость изменения отраженного сигнала в процессе отвердевания компаунда ЭС (полученную в результате экспериментальных исследований, подробно описанных нами в [5]), можно рассчитать зависимость  $\omega_c$ , а следовательно и затухание  $\alpha$  и в какой-то степени вязкость СДС методом обратной задачи в зависимости от времени отвердевания смеси, воспользовавшись эксперимен-

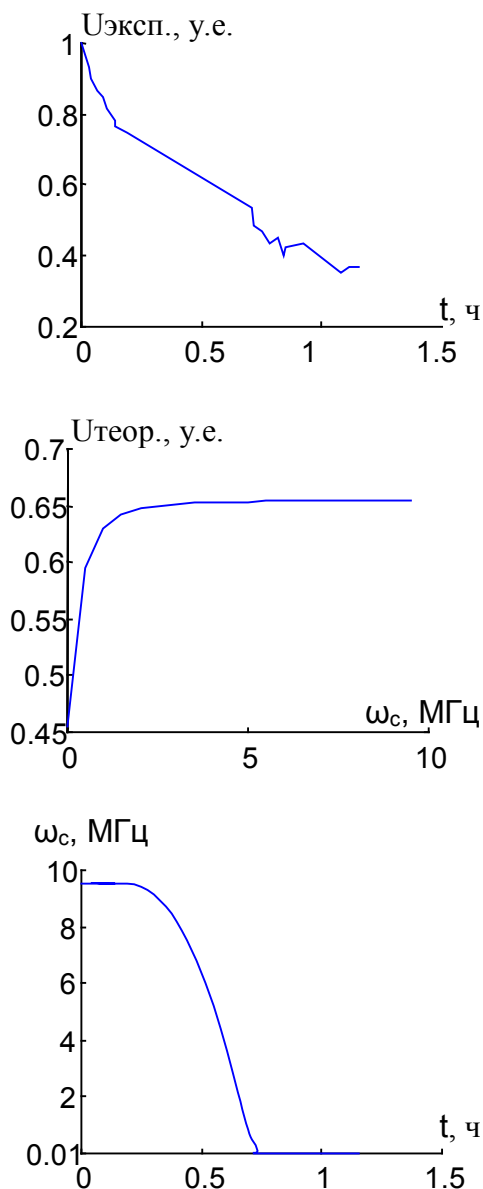


Рисунок 5 – Восстановление временной зависимости  $\omega_c$ .

тальными данными и компьютерным моделированием отражения акустического сигнала. Пример восстановления временной зависимости  $\omega_c$  показан на рисунке 5. Экспериментальная зависимость  $u_{\text{эксп.}}(t)$  получена при отражении сигнала, сходного с рисунком 3, от компаунда ЭС в процессе его отвердевания. Теоретическая зависимость  $u_{\text{теор.}}(\omega_c)$  являет-

УДК 539.3

**Босяков С.М.**

## УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ КУБИЧЕСКИ АНИЗОТРОПНОГО ТЕЛА С УЧЕТОМ ВРЕМЕНИ РЕЛАКСАЦИИ ТЕПЛОвого ПОТОКА И ИХ АНАЛИЗ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ХАРАКТЕРИСТИК

### ВВЕДЕНИЕ

Динамические процессы в изотропной и анизотропной

средах с конечной скоростью распространения тепла достаточно полно изучены с позиций теории плоских волн и ее

*Босяков Сергей Михайлович. Ассистент каф. СМиТМ Брестского государственного технического университета.*

ся результатом моделирования отраженного сигнала с характеристиками и параметрами сред 1 и 2, аналогичными имевшим место в эксперименте.

Исходя из приведенных выше соотношений, затухание и вязкость могут быть восстановлены, если известна временная зависимость скорости звука в компаунде ЭС. Отметим однако, что по полученным экспериментальным результатам, описанным в [3, 5], для рассматриваемых реальных структур изменения  $\omega_c$ , а следовательно,  $a$  и  $b$  на порядок выше, чем изменения  $S_l$ .

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В различных технологических процессах приготовления веществ и продуктов имеет место изменение агрегатного состояния исходных материалов, в частности отверждение последних. При этом степень отверждения вещества однозначно говорит о качестве его приготовления. Примерами соответствующих реальных процессов могут быть сцепление асфальтового покрытия с дорожным грунтом, бетона с железной арматурой, брожение пищевых продуктов, определение влажности почв, грунтовых и сыпучих материалов, степени загрязнения сточных вод и т.д.

В электронной промышленности в широком круге технологических процессов, включая молекулярную и лазерную эпитаксию, электро- и фотолитографию, электрохимию, плазменное и вакуумное напыление, пайку припоем, также участвуют среды, подобные СДС.

Следует сделать вывод, что предложенный высокочувствительный метод ультразвуковой диагностики, основанный на акустике СДС, представляет значительный интерес для исследования в реальном масштабе времени указанных процессов, а также определения физико-химических параметров различных сред.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн./ М.: Наука. 1990. 432 с.
2. Дьелесан Э., Руайе Э. Упругие волны в твердых телах / М.: Наука. 1982. 424 с.
3. Костюк Д. А., Кузавко Ю. А. Особенности отражения акустических продольных волн от границы с диссипативной средой // «Вестник Брестского университета», №4, 2000. с. 56-69.
4. Костюк Д. А., Кузавко Ю. А. Особенности граничного отражения поперечных волн от диссипативной среды. // «Вестник БГТУ. –Машиностроение, автоматизация, ЭВМ», №4, 2000. с. 48-51.
5. Костюк Д.А., Кузавко Ю.А. Аномалии граничного отражения ультразвука от диссипативной среды. // «Письма в ЖТФ», 2001, том 27, вып. 3. с. 31-40