

рисунке 7. Наибольший показатель Ляпунова равен 0.98 (ожидаемое значение 0.906). Можно заметить, что нейронная сеть осуществляет довольно точную оценку.

Как видно очевидное преимущество предложенного подхода в сравнении с традиционным – простота и точность.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье приведены стандартный и новый подход к анализу временных рядов. Они необходимы для идентификации хаотичности поведения временного ряда. Предложенный новый подход к вычислению наибольшего показателя Ляпунова, основанный на использовании нейронной сети для уменьшения сложности вычислений.

УДК 681.324

Головко В.А., Савицкий Ю.В.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ХАОТИЧЕСКИХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из наиболее перспективных направлений нейросетевых технологий является проектирование систем для решения класса задач, связанных с моделированием и прогнозированием временных процессов в различных областях знаний. Традиционные подходы к анализу временных рядов основаны на линейной математике. Однако линейность не является приемлемым средством для исследования процессов, характеризующихся хаотическим поведением. Переход от простых регрессионных и других традиционных статистических моделей прогноза к нелинейным высокоадаптивным экстраполирующим фильтрам, реализованным в виде сложных нейронных сетей, позволяет во многих случаях значительно улучшить качество прогнозных моделей.

Хаотическое поведение характеризуется высокой чувствительностью к начальным условиям и наблюдается во многих системах (котировки акций, ЭЭГ мозговой активности, центральная нервная система и др.). Ключевой проблемой анализа хаотических систем является их непредсказуемость на большой промежуток времени. Это связано с экспоненциальным ростом ошибок прогноза на каждом шаге прогнозирования. Поэтому улучшение точности прогноза имеет важное значение при решении широкого круга практических задач. Это позволяет также понять поведение наблюдаемых нелинейных процессов и воспроизвести фазовую траекторию. Такая возможность основана на теореме вложения [1], которая гарантирует, что знание о поведении системы содержится во временном ряде только одного измерения. Как результат полное многомерное фазовое пространство может быть построено только из одного временного ряда.

Для применения теоремы вложения необходимо определить приемлемые временную задержку τ и размерность пространства вложения m . Существует много методов для определения оптимальной временной задержки (автокорреляционная функция, взаимная информация и др.) и размерности пространства вложения (метод ложных ближайших соседей, фрактальная размерность, метод главных компонент) [2,3]. Оценка этих параметров приводит к максимальной предсказуемости хаотического временного ряда и может быть использована для выбора оптимального размера окна (количество входных нейронов) в прогнозирующей нейронной сети.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Н. Kantz. A robust method to estimate the maximal Lyapunov exponent of time series // Phys. Lett. A 185, 77 (1994).
2. F. Takens. Detecting Strange attractor in fluid turbulence. – Berlin: Springer-Verlag, 1981.
3. Fraser, H. Swinney. Independent coordinates for strange attractors from mutual information // Phys. Rev. A 33, 1134 (1986).
4. M. Kennel, R. Brown, H. Abarbanel. Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction // Phys. Rev. A 45, 3403 (1992).
5. Vladimir Golovko, Yury Savitsky, Nikolay Maniakov. Modeling Nonlinear Dynamic using Multilayer Neural Network // Proceedings of the Workshop Intelligent Data Acquisition and Advance Computing System: Technology and Application (IDAACS'2001), Foros, Ukraina, July 1-4 2001, pp. 197-202.

2. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ И ПСЕВДОФАЗОВАЯ РЕКОНСТРУКЦИЯ

Цель предсказания временного ряда может быть описана следующим образом: для данной последовательности $x(1), x(2) \dots x(l)$ необходимо найти продолжение $x(l+1), x(l+2) \dots$. Нелинейная модель для предсказания может быть представлена как $x(t) = F(x(t-1), x(t-2), \dots, x(t-k))$, где $t = k+1, N$, F – нелинейная функция, построенная с помощью искусственной нейронной сети, и k – размер скользящего окна, который равен числу входных нейронов сети. В качестве базовой архитектуры для прогнозирования временных процессов в работе использован многослойный перцептрон (Multilayer Perceptron, MLP). Доказано, что данная нейронная сеть способна аппроксимировать любую непрерывную функцию со сколь угодно высокой точностью. Другим важным свойством MLP является способность к обобщению информации, представленной в множестве обучения. Следовательно, MLP является мощным инструментом для построения прогнозирующих систем.

Рассмотрим более детально применение многослойного перцептрона для прогнозирования хаотических временных рядов. В качестве исследуемых хаотических систем будем использовать аттракторы Лоренца и Энона.

Аттрактор Лоренца описывается системой трех дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = G(y - x) \\ \frac{dy}{dt} = -xz + rx - y \\ \frac{dz}{dt} = xy - bz \end{cases} \quad (1)$$

Процесс Лоренца является хаотической системой для значений параметров $G=10$, $r=28$ и $b=8/3$. Последовательность значений координаты x , полученная путем численного решения системы (1) с использованием метода Рунге-Кутты четвертого порядка с шагом 0.01, изображена на рисунке 1. Рисунок 2 иллюстрирует трёхмерный аттрактор Лоренца.

Как было упомянуто выше, для достижения максимальной предсказуемости необходимо определить параметры вложения. Согласно методу взаимной информации, для процесса Лоренца $\tau = 0.16$. Соответственно, применив метод ложных ближних соседей, была получена размерность пространства вложения $m=5$. Из этого следует, что размер окна должен быть равен $k \geq m - 1 = 4$.

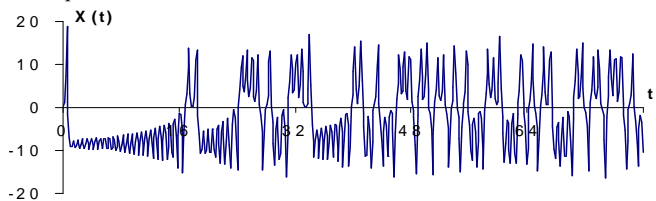


Рисунок 1 – оригинальный процесс Лоренца (координата x).

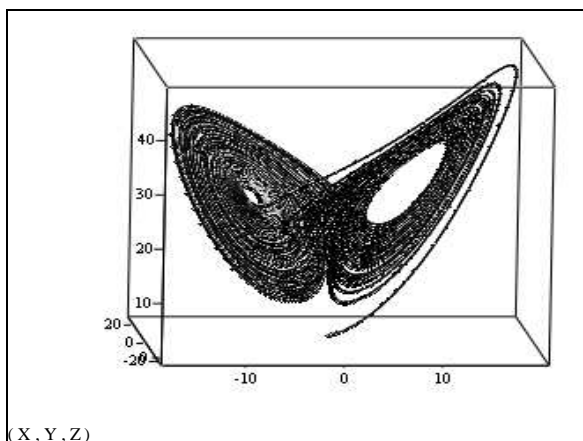


Рисунок 2 - Трехмерный аттрактор Лоренца.

Процесс Энона описывается следующими уравнениями:

$$\begin{cases} x_{n+1} = 1 - \alpha x_n^2 + y_n \\ y_{n+1} = \beta x_n \end{cases} \quad (2)$$

где $\alpha = 1.4$ и $\beta = 0.3$ для хаотического поведения системы.

На рисунках 3 и 4 отображены временной ряд Энона (координата x) и двухмерный исходный аттрактор соответственно. Для данного процесса были получены параметры вложения $k \geq 2$ и $\tau = 1$.

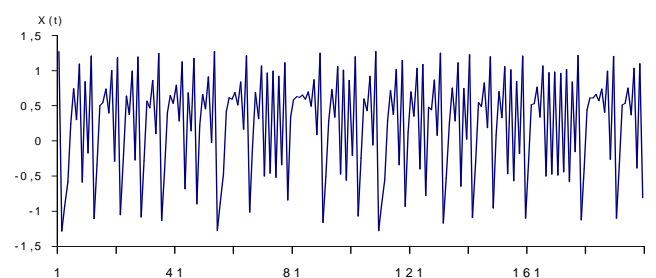


Рисунок 3 - Последовательность Энона (первые 200 элементов ряда).

Для прогнозирования вышеуказанных хаотических рядов используем многослойный персептрон с 7 входными элементами, 5 скрытыми нейронами с сигмоидной функцией активации и одним линейным выходным нейроном.

Наиболее общим методом обучения многослойных нейронных сетей является алгоритм обратного распространения ошибки (Back Propagation Error, BPE). Несмотря на то, что

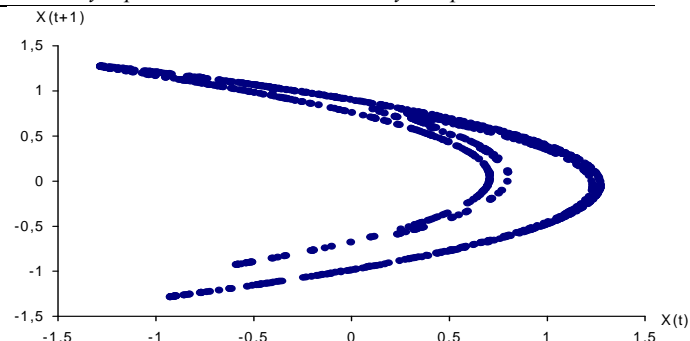


Рисунок 4 – Оригинальный аттрактор Энона, построенный для 1500 элементов.

BPE успешно используется для обучения многослойных нейронных сетей при решении различных практических задач, он имеет такие существенные недостатки, как медленная сходимость, нестабильность и проблемы локального минимума [10]. Для улучшения параметров обучения было предложено множество модификаций данного алгоритма: использование BPE с переменным шагом обучения [4], методы послонного обучения [5], метод Ньютона [6], метод Левенберга-Марквардта [7], метод сопряженных градиентов [8]. В данной работе был использован метод эффективного обучения нейронных сетей, основанный на комбинации BPE и технике вычисления адаптивного шага обучения (Adaptive Training Step, ATS) [9,10]. ATS используется для нахождения шага обучения, который минимизирует среднеквадратичную ошибку на каждой итерации алгоритма. В сравнении с другими методами, представленный подход характеризуется простотой и эффективностью. В общих случаях экспериментальные результаты показывают существенное улучшение параметров обучения (скорости сходимости, стабильности и точности обучения) по сравнению с традиционным алгоритмом BPE.

Основываясь на итерационном подходе, был выполнен прогноз данных Лоренца и Энона на 1500 шагов. Аттракторы Лоренца и Энона, построенные на спрогнозированных данных представлены на рисунке 5 и рисунке 6. Очевидно, что многослойная нейронная сеть обобщает свойства хаотического поведения системы и, следовательно, может быть применена для псевдофазовой реконструкции. Таким образом, нейронная сеть способна предсказывать поведение сложной системы. Рисунок 7 и рисунок 8 показывают результаты предсказания на 30 шагов для временных рядов Энона и Лоренца соответственно. Как видно из рисунков, предсказание на уровне индивидуальных точек не является точным. В этом проявляются основные свойства хаотических систем.

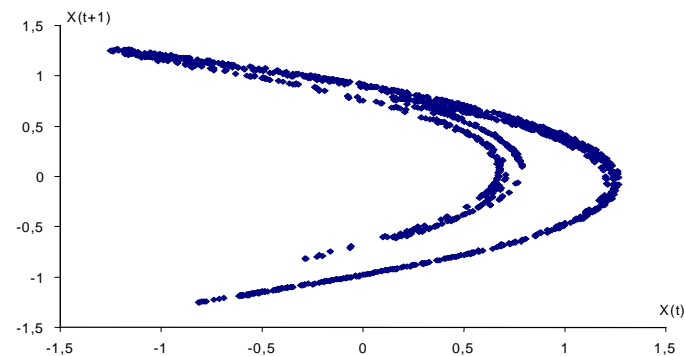


Рисунок 5 – Аттрактор Энона, построенный для 1500 итераций прогноза.

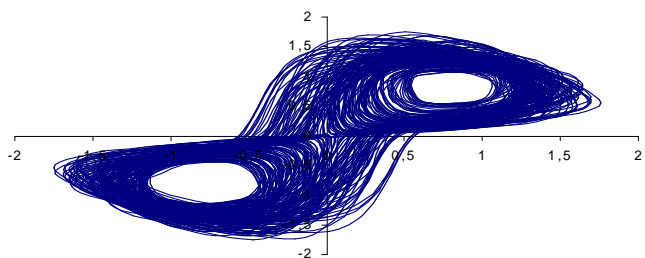


Рисунок 6 – Аттрактор Лоренца, построенный для 1500 итераций прогноза.

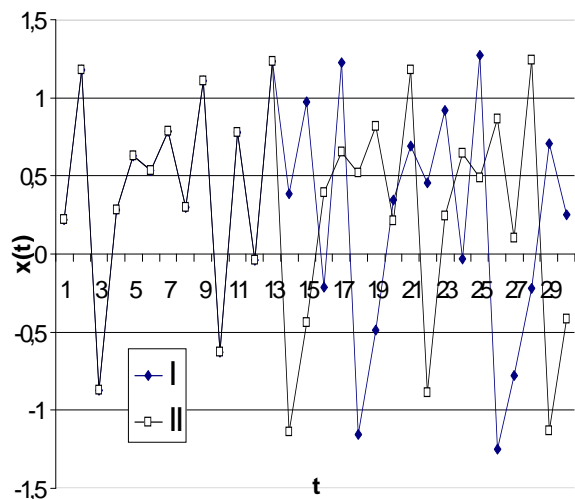


Рисунок 7 – Прогноз процесса Энона для 30 итераций прогноза: I – прогноз, II – оригинальная последовательность

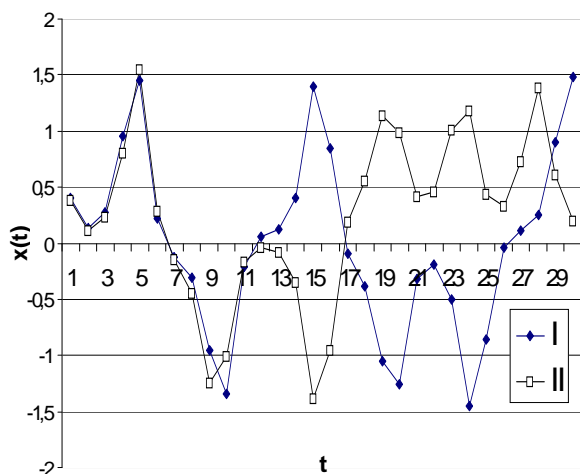


Рисунок 8 – Прогноз процесса Лоренца для 30 итераций прогноза: I – прогноз, II – оригинальная последовательность.

3. ГОРИЗОНТ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДЛЯ ХАОТИЧЕСКИХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Горизонт прогнозирования характеризует интервал времени T , в течение которого возможно совершить точный прогноз. Как было отмечено раньше, хаотические данные непредсказуемы на большой промежуток времени, т.к. ошибка измерения в начальных условиях растет экспоненциально по времени. Такая чувствительная зависимость от начальных условий определяется положительным показателем Ляпунова. Следовательно, положительное значение наибольшего пока-

зателя Ляпунова определяет верхнюю границу периода предсказуемости. Как известно, сумма положительных показателей Ляпунова равна Колмогоровской энтропии. Тогда в соответствии с теорией хаоса горизонт прогнозирования может быть представлен следующим образом:

$$T \approx \frac{1}{K} \cdot \ln\left(\frac{1}{d_0}\right), \quad (3)$$

где $K = \sum_i \lambda_i$ - Колмогоровская энтропия и $\lambda_i > 0$, d_0 - начальная ошибка прогноза.

В соответствии с уравнением (3) точный прогноз возможен только на период T . Таким образом, после обучения нейронной сети можно найти период корректного прогноза для хаотического ряда.

4. УВЕЛИЧЕНИЕ ГОРИЗОНТА ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

Как было отмечено выше, длина прогноза для хаотического поведения ограничена в соответствии с уравнением (3). Одним из методов увеличения периода прогнозируемости является *подход с переобучением* нейронной сети. Рассмотрим данный подход более детально.

Предположим, нейронная сеть обучена с использованием набора данных

$$X = \{x(1), x(2), \dots, x(N)\}.$$

В соответствии с выражением (3) можно точно предсказать на T точек вперед. В результате можно определить следующие предсказанные точки:

$$x(N+1), x(N+2), \dots, x(N+T).$$

На следующем этапе организуем новый обучающий набор данных в виде:

$$X' = \{x(1), x(2), \dots, x(N+T)\}.$$

Переобучая нейронную сеть для нового набора данных, можно увеличить период корректного прогноза.

Таблица 1.

Метод	НИТ	Размер множества обучения	MSE	T	MSE1	MSE2
Итерационный	308	950	$3 \cdot 10^{-4}$	4	0.00022275	0.031198
С переобучением	276	954	$3 \cdot 10^{-4}$	4	0.00003325	0.00804275

Для тестирования предложенной методики были проведены эксперименты с использованием процессов Энона и Лоренца, свойства которых детально описаны в разделе 3. Таблицы 1 и 2 иллюстрирует сравнительные результаты итерационного подхода и подхода с переобучением при прогнозировании данных Энона. В данных таблицах MSE1 и MSE2 – среднеквадратические ошибки для спрогнозированных точек $x(N+1), x(N+2), x(N+3), x(N+4)$ и $x(N+5), x(N+6), x(N+7), x(N+8)$ соответст-

Таблица 2.

Метод	Прогноз	Оригинальные данные	Абсолютная ошибка
Итерационный	0.365621	0.363170	0.002451
	0.992627	1.002511	0.009884
	-0.274204	-0.298088	0.023884
	1.191078	1.176354	0.014724
	-1.101723	-1.026758	0.074965
	-0.363043	-0.123019	0.240024
	0.512435	0.670785	0.158350
	0.524174	0.333160	0.191014
С переобучением	0.364677	0.363170	0.001507
	1.001295	1.002511	0.001216
	-0.288775	-0.298088	0.009313
	1.182933	1.176354	0.006579
	-1.046040	-1.026758	0.019282
	-0.247162	-0.123019	0.124143
	0.592083	0.670785	0.078702
	0.434126	0.333160	0.100966

Таблица 3.

Метод	NTT	Размер множества обучения	MSE	T	MSE1	MSE2
Итерационный	1000	800	0.001357	5	0.0053618	0.1628954
С переобучением	578	805	0.0014	5	0.0011142	0.0698684

Таблица 4.

Метод	Прогноз	Оригинальные данные	Абсолютная ошибка
Итерационный	-0.155480	-0.163600	0.008120
	-0.556713	-0.617800	0.061087
	-1.573766	-1.633100	0.059334
	-0.536221	-0.439700	0.096521
	0.085535	0.186400	0.100865
	0.237657	0.520500	0.282843
	0.719185	1.254000	0.534815
	1.509935	0.938200	0.571735
	0.461715	0.245600	0.216115
	-0.042810	0.230800	0.273610
С переобучением	-0.169124	-0.163600	0.005524
	-0.613167	-0.617800	0.004633
	-1.598149	-1.633100	0.034951
	-0.430258	-0.439700	0.009442
	0.121533	0.186400	0.064867
	0.317614	0.520500	0.202886
	0.940051	1.254000	0.313949
	1.336355	0.938200	0.398155
	0.301510	0.245600	0.055910
	0.011798	0.230800	0.219002

венно. Таблицы 3 и 4 показывают аналогичные результаты для данных Лоренца.

Как видно, подход с переобучением позволяет получить лучшие результаты прогноза в обоих случаях по сравнению с итерационным и тем самым увеличить длину прогноза.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе рассмотрен простой подход к проблеме прогнозирования последовательности данных, когда для временного ряда длины N необходимо найти его продолжение. Более сложная проблема описывается следующим образом: дана d -мерная хаотическая система, определенная через d дифференциальных уравнений.

Однако имеются только данные одного одномерного наблюдения. Тогда возникает следующий фундаментальный вопрос: возможно ли, зная только эту одну координату наблюдаемого временного ряда, найти остальные координаты и каким образом это сделать? Одним из решений данной проблемы может быть следующее. Можно определить размерность пространства вложения m и число факторов d , влияющих на данный временной ряд. В соответствии с этим можно построить нейронную сеть, которая имеет m входных и d выходных нейронов и применить ИСА (анализ независимых компонент) или PCA (анализ главных компонент) для определения всех координат. Но эксперименты с данными Лоренца показывают, что эти методы не подходят для данных задач. Например, авторами данной работы были сделаны попытки смешать независимые координаты уравнений Лоренца и затем получить исходные источники. В результате традиционный метод ИСА не смог это выполнить. Как правило, ИСА дает хорошие результаты, если используются негауссовы (детерминированные) данные, а PCA – наоборот. Хаотические данные являются более гауссовыми по сравнению с другими данными. Поэтому использование PCA дает лучшие результаты в сравнении с ИСА на системном уровне. Тем не менее, следует отметить, что PCA также не дает подходящего решения данной проблемы на уровне индивидуальных точек. Поэтому следующей задачей является разработка технологии обработки хаотических временных рядов и получения из одной координаты хаотического временного ряда остальных. Это позволит анализировать прошлое и определять скрытые факторы, влияющие на поведение системы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. F. Takens. Detecting Strange attractors in fluid turbulence. Springer-Verlag, Berlin, 1981.
2. Fraser, H. Swinnev. Independent coordinates for strange attractors from mutual information. Phys. Rev. A 33, 1134 (1986).
3. M. Kennel, R. Brown, H. Abarbanel. Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction. Phys. Rev. A 45, 3403 (1992).
4. X.-H. Yu and G.-A. Chen, Efficient backpropagation learning using optimal learning rate and momentum. Neural Networks, vol. 10, no. 3, pp. 517-527, 1997.
5. G.-J. Wang and C.-C. Chen. A fast multilayer neural-network training algorithm based on the layer-by-layer optimizing procedures. IEEE Trans. Neural Networks, vol. 7, pp. 768-775, May 1996.
6. R. Battiti. 'First- and second-order methods for learning: Between steepest descent and Newton methods. Neural Comput., vol. 4, pp. 141-166, 1992.
7. T. H. Martin and B. M. Mohammad. Training feedforward network with Marquardt algorithm. IEEE Trans. Neural Networks, vol. 5, pp. 959-963, Nov. 1996.

8. S. Ahmed, J. Cross, A. Bouzerdoum. A new self-adaptive backpropagation training method. Proc. of Int. Joint Conf. on Neural Networks IJCNN'2000, Como, Italy. – 2000.
9. V. Golovko Y. Savitsky, Th. Laopoulos, A. Sachenko, L. Grandinetti. Technique of learning rate estimation for efficient training of MLP. Proc. of Int. Joint Conf. on Neural Networks IJCNN'2000, Como, Italy. – 2000. – p. 323-329.
10. Vladimir Golovko. Neural Networks: training, organization and application. Moscow, Radiotekhnica 2001, – 350p.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарят международную организацию INTAS, фонды фундаментальных исследований Республики Беларуси и Российской Федерации.

УДК

Шуть В.Н., Прожерин И.Г.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОБЪЕКТОВ И ПРОЦЕССОВ ПО КОРРЕЛЯЦИОННОМУ ОБРАЗУ

1. ВВЕДЕНИЕ

Объектом исследования является группа случайных точек на плоскости отражающая не жестко, неявно некоторый объект либо физический процесс. Такую группу не жестко связанных точек на плоскости назовем дискретной системой. Определим ее следующим образом. Пусть d и D - произвольные положительные числа. Систему точек на плоскости назовем простой (d, D) -системой, если выполняются следующие два условия:

- 1). расстояние между любыми двумя точками системы не меньше d (d -условие);
- 2). где бы на плоскости ни нарисовать окружность радиуса D , внутри или на ней самой лежит хотя бы одна точка системы (D -условие).

Непересекающиеся между собой круги одного и того же радиуса D на плоскости можно располагать бесконечно. Поскольку по D -условию в каждом из них должна содержаться, по крайней мере одна точка (d, D) -системы, то такая система точек бесконечна.

С другой стороны в любой ограниченной области может содержаться лишь конечное число точек d, D -системы. Это непосредственно вытекает из d -условия. Таким образом, в нашей системе нет ни больших разрежений точек, ни чересчур плотных скоплений. D -условие является притягивающей (собирающей) силой, а d -условие действует как отталкивающая сила. Плотность распределения точек колеблется в некоторых пределах, зависящих, разумеется, от параметров d и D . Введение параметров посредством условий 1 и 2 неоднозначно связывает с ними данную систему. В самом деле, если система удовлетворяет приведенным условиям при некоторых значениях d и D , то она будет удовлетворять тем же условиям и при других значениях d' и D' , для которых выполняются неравенства $d' < d, D' < D$.

Избавиться от неоднозначности можно, выбрав для данной системы в качестве параметра d наибольшее число, при котором она еще удовлетворяет условию 1, а в качестве параметра D - соответственно наименьшее число среди тех, для которых выполняется условие 2. В дальнейшем, несмотря конкретную (d, D) -систему точек, под d и D будем понимать именно экстремальное для этой системы значение параметров, которое может быть практически получено с самой системы.

2. АЛГОРИТМ ПОЛУЧЕНИЯ КОНТУРА

Алгоритм построения кругов регрессии основывается на построении контуров. Эти контуры строятся следующим образом:

1. выбор минимального значения из строки или столбца и соединяем точки;
2. переходим к следующей строке и соединяем следующие точки;
3. выполняем шаги 1 и 2 для всех строк и столбцов.

Т.о. в результате выполнения алгоритма получим контуры различной длины, по которым строятся круги регрессии.

Для определения параметров кругов регрессии необходимо знать координаты центра и радиус. Определим формулы, по которым строятся круги регрессии [1]:

$$x_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad y_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (1)$$

где $(x_c; y_c)$ – координаты центра круга регрессии;

$(x_i; y_i)$ – координаты точек контура;

n – количество точек входящих в контур,

$$R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2} \quad (2)$$

где R – радиус круга регрессии.

Затем по каждому контуру строится круг регрессии.

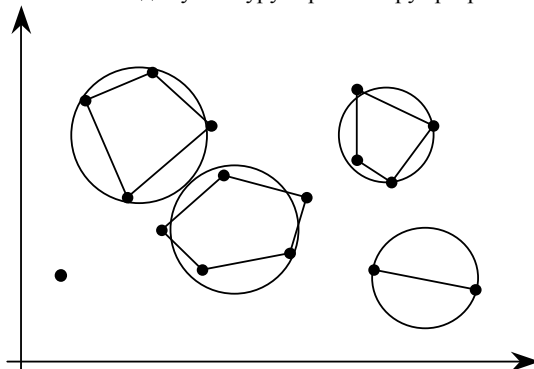


Рисунок 1 – Пример описания облака кругами регрессии.

3. СТАТИСТИКА

По полученным радиусам кругов регрессии строится гистограмма. Для этого определяется минимальное и максимальное значение радиуса круга регрессии. Затем определяется шаг приращения: