

ратах IV, II, III позволяет построить график зависимости $C1 = f(C2)$ в I квадрате.

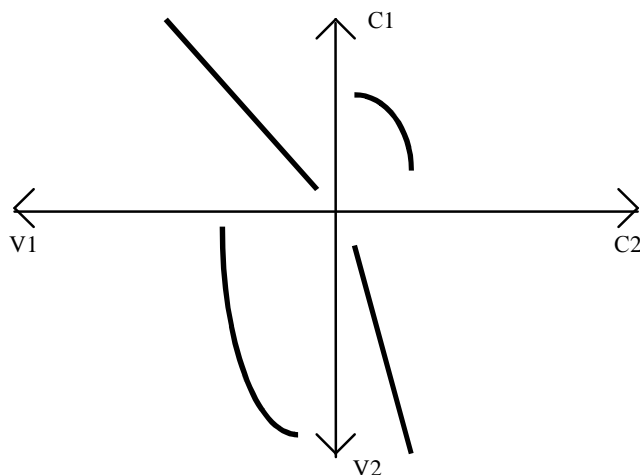


Рисунок 1 – График определения зависимости $C1=f(C2)$.

Графические зависимости построенные на рисунке 1 в I и III квадрате позволяют построить график зависимости $C1+C2 = f(V1+V2)$, который приведен на рисунке 2. Построенный график (рисунок 2) имеет явно выраженный оптимум (точка М), соответствующий обеспечению максимального дохода при комплексной добыче высококачественных и рядовых руд, а значение $(V1+V2)_{max}$ позволяет определить оптимальное соотношение $V1/V2$, рекомендуемое при выделении кондиционных пересечений по геологическим выработкам для данного участка

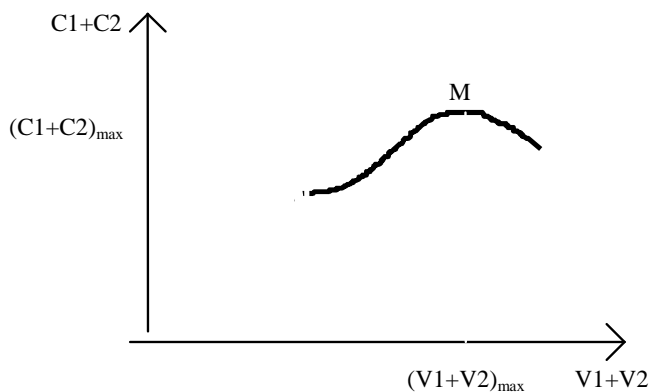


Рисунок 2 – Графическое определение максимального дохода при комплексной добыче рядовых и высококачественных руд.

УДК 519.24

Мирская Е.И., Мельникова И.Н.

ИССЛЕДОВАНИЕ СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ МОМЕНТОВ ОЦЕНКИ ВЗАИМНОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ

Исследование статистических оценок спектральных плотностей является одной из классических задач анализа времен-

ных рядов, и в настоящее время по данной тематике проводятся интенсивные исследования. Причина кроется в широ-

Таким образом, проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы.

1. Внедрение автоматизированных методов позволит сократить трудозатраты на выделение кондиционных пересечений и оперативный подсчет запасов в 20-30 раз и непосредственно выдавать результаты расчетов в требуемой форме.

2. Автоматизированные методы обеспечивают возможность в кратчайшие сроки произвести пересчет запасов с учетом новых кондиционных ограничений.

3. Внедрение автоматизированных методов позволит избежать ошибок, свойственных традиционным ручным расчетам и тем самым повысить точность и достоверность результатов.

4. При уточнении контуров рудных залежей появляется возможность сокращения потерь полезного ископаемого. Для условий фосфоритовых руд сложноструктурных многокомпонентных залежей полнота извлечения запасов из недр может быть увеличена на 2.5%.

5. Автоматизированные подсчеты обеспечивают возможность детального учета балансовых (высококачественных и рядовых) руд, забалансовых руд и попутных нерудных строительных материалов.

6. Автоматизированные методы позволяют при оперативном планировании горных работ в карьере регулировать контуры добычных работ в соответствии с требованиями к качеству добываемого сырья.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Ашаев Ю.П., Кулубекоев Т.К. Новый подход к решению задачи выделения кондиционных пересечений для подсчета запасов по данным эксплуатационной разведки в карьере Жанатас – Сб.: Разработка месторождений полезных ископаемых. – Алма-Ата: КазПТИ, 1981. – С. 10-16
2. Ашаев Ю.П. Система автоматизированного выделения кондиционных пропластков, подсчета запасов руд и объемов пород на руднике Жанатас – Экспресс – информация. КазНИИНТИ, Серия 52.41.01.85, выпуск 100 – Алма-Ата, 1983, 13с.
3. Корольчук Л.Л., Бабак А.Б., Ашаев Ю.П., Андреева Г.Н. Автоматизированное выделение кондиционных пересечений по данным опробования – Сб.: Вопросы добычи и переработки серных руд, ВНИПИСЕРА – М.: НИИТЭХИМ, 1989. – С.31-33
4. В. Rakishev, J. Ashaev, Zh. Imashev Computer regulation of the condition reserves contours- Mine Planning and Equipment Selection 1998. Proceedings of the seventh international symposium on mine planning and equipment – Calgary, Canada, 1998. – P. 407 – 411
5. Б. Р. Ракишев, Ю.П. Ашаев Повышение полноты извлечения запасов путем уточнения контуров рудных залежей на основе применения ЭВМ. Горный информационно-аналитический бюллетень – Московский государственный горный университет, Москва, № 6, 1995. – С.87-90.

Мирская Елена Ивановна. К. физ.-мат. н., доцент каф. информатики и прикладной математики Брестского госуниверситета им. А.С. Пушкина.

Мельникова Инна Николаевна. К. физ.-мат. н., доцент каф. высшей математики Брестского госуниверситета им. А.С. Пушкина.

Беларусь, БрГУ им. А.С. Пушкина, 224665, г. Брест, бульвар Космонавтов 21.

ком применении статистического анализа данных, которые возникают в физике, технике, теории распознавания образов, экономике,.... Основные результаты в этой области исследований получены М. Бартлеттом, Э. Парзенем, У. Гренандером, А.Н. Колмогоровым, Д. Бриллинджером, И.С. Журбенко и другими. Различают параметрическое и непараметрическое оценивание.

Среди непараметрических методов спектрального оценивания одним из наиболее распространенных является метод Уэлча, в котором для построения оценки спектральной плотности производится осреднение периодограмм, построенных по пересекающимся или непересекающимся интервалам исходной последовательности наблюдений и вводятся окна просмотра данных для уменьшения смещения оценок.

Оценки такого вида были исследованы П. Уэлчем для гауссовских процессов в работе [1]. В данной работе обобщаются результаты, полученные Уэлчем на многомерные временные ряды и произвольные окна просмотра данных. Исследуется асимптотическое поведение и скорость сходимости моментов построенной оценки.

Рассмотрим действительный r -мерный стационарный случайный процесс $X(t) = \{X_a(t), a = \overline{1, r}\} t \in Z$ с $MX_a(t) = 0, a = \overline{1, r}, t \in Z$, неизвестной взаимной ковариационной функцией $R_{ab}(\tau), \tau \in Z$, и неизвестной взаимной спектральной плотностью $f_{ab}(\lambda), a, b = \overline{1, r}, \lambda \in \Pi = [-\pi, \pi]$.

В работе [2] в качестве оценки взаимной спектральной плотности была исследована статистика

$$\hat{f}_{ab}(\lambda) = \frac{1}{L} \sum_{\ell=1}^L I_{ab}(\lambda, \ell), \quad (1)$$

$\lambda \in \Pi, a, b = \overline{1, r}$, построенная по $T = LN - (L-1)K$ наблюдениям, где L - число пересекающихся интервалов, содержащих по N наблюдений, K, L - целые числа, не зависящие от T , а $I_{ab}(\lambda, \ell)$ - модифицированная периодограмма, определенная в работе [2]. Показано, что эта оценка является асимптотически несмещенной оценкой взаимной спектральной плотности $f_{ab}(\lambda), \lambda \in \Pi, a, b = \overline{1, r}$, а

$$\lim_{N \rightarrow \infty} D \hat{f}_{ab}(\lambda) = \begin{cases} \frac{1}{L} C_1 f_{aa}(\lambda) f_{bb}(\lambda), \\ \text{при } \lambda \neq 0 \pmod{\pi} \\ \frac{1}{L} (f_{ab}(0) f_{ba}(0) + C_1 f_{aa}(0) f_{bb}(0)), \\ \text{при } \lambda = 0 \pmod{\pi}, \end{cases}$$

где

$$C_1 = \frac{\int_0^1 h_a^2(x) dx \cdot \int_0^1 h_b^2(x) dx}{\left(\int_0^1 h_a(x) h_b(x) dx \right)^2}, \quad a, b = \overline{1, r}, \lambda \in \Pi \quad (2)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} cov \left\{ \hat{f}_{a,b_1}(\lambda_1), \hat{f}_{a,b_2}(\lambda_2) \right\} = 0,$$

где $\lambda_1, \lambda_2 \in \Pi, \lambda_1 \pm \lambda_2 \neq 0 \pmod{2\pi}, a_i, b_i = \overline{1, r}, i = 1, 2$

В данной работе исследуется скорость сходимости математического ожидания и ковариации статистики (1), в предположении, что $f_{ab}(\lambda), a, b = \overline{1, r}, \lambda \in \Pi$, удовлетворяет условию:

$$|f_{ab}(x + \lambda) - f_{ab}(\lambda)| \leq C|x|^\alpha, \quad 0 < \alpha \leq 1, \quad (3)$$

для любых $x \in \Pi, C$ - некоторая положительная постоянная, $a, b = \overline{1, r}$.

Для одномерного стационарного случайного процесса скорость сходимости первых двух моментов оценки (1) исследована в работе [3].

Определение. Последовательность функций $G_N(x), x \in \Pi, N = 1, 2, \dots$, называется ядром, если она удовлетворяет следующим требованиям:

- 1) $\int_{\Pi} G_N(x) dx = 1$,
- 2) для любого $\delta, 0 < \delta \leq \pi$, $\lim_{N \rightarrow \infty} \int_{\Pi \setminus \{|x| \leq \delta\}} |G_N(x)| dx = 0$,
- 3) $\sup_N \int_{\Pi} |G_N(x)| dx \leq A < \infty$,

где A - некоторая постоянная.

Лемма 1. Для ядра $\Phi_{ab}(x), a, b = \overline{1, r}, x \in \Pi$, заданного выражением

$$\Phi_{ab}(x) = \left(2\pi \sum_{p=0}^{N-1} h_a^N(p) h_b^N(p) \right)^{-1} \varphi_a(x) \overline{\varphi_b(x)}, \quad (4)$$

где

$$\varphi_a(x) = \sum_{p=0}^{N-1} h_a^N(p) e^{ipx}, \quad (5)$$

при любом $\beta > 0$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \int_{\Pi} |x|^\beta \cdot |\Phi_{ab}(x)| dx = 0, \quad (6)$$

$h_a^N(p), a = \overline{1, r}$ - окна просмотра данных, свойства которых рассмотрены в работе [4].

Теорема 1. Если взаимная спектральная плотность $f_{ab}(\lambda), \lambda \in \Pi, a, b = \overline{1, r}$, удовлетворяет соотношению (3), то для математического ожидания оценки $\hat{f}_{ab}(\lambda), \lambda \in \Pi$, задаваемой (1), имеет место равенство

$$\left| M \hat{f}_{ab}(\lambda) - f_{ab}(\lambda) \right| = O \left(\int_{\Pi} |x|^\alpha |\Phi_{ab}(x)| dx \right), \quad 0 < \alpha \leq 1,$$

где $\Phi_{ab}(x), x \in \Pi, a, b = \overline{1, r}$, задается соотношением (4).

Доказательство следует из условия (3) и теоремы 1 работы [2].

Лемма 2. Если окна просмотра данных $h_{a_j}^N(t), a_j = \overline{1, r}, j = \overline{1, n}, t \in R$ ограничены единицей и имеют ограниченную постоянную V вариацию, то

$$\left| \sum_{t=0}^{N-1} \left[\prod_{j=1}^n h_{a_j}^N(t) \right] e^{-i\lambda t} \right| \leq \frac{Vn}{\left| \sin \frac{\lambda}{2} \right|}$$

для любого $\lambda \in \Pi$, $\lambda \neq 0 \pmod{2\pi}$.

Доказательство приведено в работе [5].

Теорема 2. Если взаимная спектральная плотность $f_{ab}(\lambda)$, $\lambda \in \Pi$, $a, b = \overline{1, r}$, ограничена на Π , семиинвариантная спектральная плотность 4-го порядка непрерывна в точке $(\lambda_1, -\lambda_1, -\lambda_2)$ и ограничена на Π^3 , окна просмотра данных $h_a^N(t)$, $t \in R$, $a = \overline{1, r}$ ограничены единицей и имеют ограниченную вариацию, выполняется соотношение

$$\sup_N \iiint_{\Pi^3} |\Phi_{a_1 b_1 a_2 b_2}(u_1, u_2, u_3)| du_1 du_2 du_3 \leq C \quad (7)$$

где C – некоторая постоянная,

$$\Phi_{a_1 b_1 a_2 b_2}(u_1, u_2, u_3) = \left((2\pi)^3 \sum_{p=0}^{N-1} h_{a_1}^N(p) h_{b_1}^N(p) h_{a_2}^N(p) h_{b_2}^N(p) \right)^{-1} \times \times \varphi_{a_1}(u_1) \varphi_{b_1}(u_2) \varphi_{a_2}(u_3) \times \overline{\varphi_{b_2}(u_1 + u_2 + u_3)},$$

а $\varphi_a(x)$ задается соотношением (5), то для ковариации оценки $\hat{f}_{ab}(\lambda)$, $\lambda \in \Pi$, $a, b = \overline{1, r}$, заданной (1), имеет место равенство

$$\text{cov} \left\{ \hat{f}_{a_1 b_1}(\lambda_1), \hat{f}_{a_2 b_2}(\lambda_2) \right\} = O \left(\frac{1}{LN} \right),$$

$a_i, b_i = \overline{1, r}$, $i = 1, 2$, $(\lambda_1 \pm \lambda_2) \neq 0 \pmod{2\pi}$, $\lambda_1, \lambda_2 \in \Pi$.

Доказательство. По теореме 2 работы [2] ковариация оценки взаимной спектральной плотности $\hat{f}_{ab}(\lambda)$, $\lambda \in \Pi$, может быть представлена в виде суммы трех слагаемых A_1, A_2 и A_3 . Рассмотрим каждое из них (7*),

где

$$C_2 = \frac{\sum_{p=0}^{N-1} h_{a_1}^N(p) h_{b_1}^N(p) h_{a_2}^N(p) h_{b_2}^N(p)}{\sum_{p=0}^{N-1} h_{a_1}^N(p) h_{b_1}^N(p) \sum_{p=0}^{N-1} h_{a_2}^N(p) h_{b_2}^N(p)},$$

$$|A_1| \leq \left| \frac{(2\pi)^3}{L} C_2 \iiint_{\Pi^3} \Phi_{a_1 b_1 a_2 b_2}(y_1, y_2, y_3) P_L \times [(N-K)(y_1 + y_2)] \times \times (f_{a_1 b_1 a_2 b_2}(y_1 + \lambda_1, y_2 - \lambda_1, y_3 - \lambda_2) - f_{a_1 b_1 a_2 b_2}(\lambda_1, -\lambda_1, -\lambda_2)) dy_1 dy_2 dy_3 \right| + \left| \frac{(2\pi)^3}{L} C_2 \iiint_{\Pi^3} \Phi_{a_1 b_1 a_2 b_2}(y_1, y_2, y_3) P_L [(N-K)(y_1 + y_2)] f_{a_1 b_1 a_2 b_2}(\lambda_1, -\lambda_1, -\lambda_2) dy_1 dy_2 dy_3 \right| = I_1 + I_2, \quad (7*)$$

$$I_1 \leq 2\pi C_2 \iiint_{\Pi_1} |\Phi_{a_1 b_1 a_2 b_2}(y_1, y_2, y_3)| \times \times |f_{a_1 b_1 a_2 b_2}(y_1 + \lambda_1, y_2 - \lambda_1, y_3 - \lambda_2) - f_{a_1 b_1 a_2 b_2}(\lambda_1, -\lambda_1, -\lambda_2)| dy_1 dy_2 dy_3 + 2\pi \times \times C_2 \iiint_{\Pi_2} |\Phi_{a_1 b_1 a_2 b_2}(y_1, y_2, y_3)| |f_{a_1 b_1 a_2 b_2}(y_1 + \lambda_1, y_2 - \lambda_1, y_3 - \lambda_2) - f_{a_1 b_1 a_2 b_2}(\lambda_1, -\lambda_1, -\lambda_2)| dy_1 dy_2 dy_3 = I_{11} + I_{12}. \quad (7**)$$

$$|A_2| \leq \frac{(2\pi)^2}{L} C_3 \max_z |f_{a_1 b_2}(z)| \max_u |f_{b_1 a_2}(u)| \times \iint_{\Pi^2} |\Phi_{a_1 b_2}(z - \gamma, z + \gamma)| \cdot |\Phi_{b_1 a_2}(u + \gamma, u - \gamma)| \cdot P_L[(N-K)(z + u)] d\gamma dz. \quad (7***)$$

$$P_L[(N-K)(y_1 + y_2)] = \frac{1}{(2\pi)^2 L} \frac{\sin^2 \frac{L(N-K)(y_1 + y_2)}{2}}{\sin^2 \frac{(N-K)(y_1 + y_2)}{2}}$$

Рассмотрим I_1 . Учитывая, что

$$P_L[(N-K)(x + y)] \leq \frac{L}{(2\pi)^2}$$

для любых $x, y \in \Pi$ и произвольных целочисленных N, K , то (7**),

где $\Pi_1 = \{y_1 | \leq \delta, |y_2| \leq \delta, |y_3| \leq \delta\}$, $\Pi_2 = \Pi^3 \setminus \Pi_1$.

Учитывая непрерывность семиинвариантной спектральной плотности 4-го порядка в точке $(\lambda_1, -\lambda_1, -\lambda_2)$ и соотношение (7), можно показать, что

$$I_{11} = O \left(\frac{1}{N} \right).$$

Рассмотрим I_{12} . Так как семиинвариантная спектральная плотность 4-го порядка ограничена на Π^3 ,

$$I_{12} \leq 4\pi C_2 \max_y |f_{a_1 b_1 a_2 b_2}(y_1, y_2, y_3)| \times \times \iiint_{\Pi_2} |\Phi_{a_1 b_1 a_2 b_2}(y_1, y_2, y_3)| dy_1 dy_2 dy_3.$$

Используя неравенство Гельдера и лемму 2, получим

$$I_{12} = O \left(\frac{1}{N\sqrt{N}} \right).$$

Рассмотрим I_2 . Так как

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \iiint_{\Pi^3} \Phi_{a_1 b_1 a_2 b_2}(y_1, y_2, y_3) P_L \times \times [(N-K)(y_1 + y_2)] dy_1 dy_2 dy_3 = \frac{1}{(2\pi)^2}$$

то $I_2 = O \left(\frac{1}{LN} \right)$. Откуда $A_1 = O \left(\frac{1}{LN} \right)$.

Рассмотрим A_2 .

$$A_2 = \frac{(2\pi)^2}{L} C_3 \times \iint_{\Pi^2} \Phi_{a_1 b_2}(x - \lambda_1, x + \lambda_2) \Phi_{b_1 a_2}(y + \lambda_1, y - \lambda_2) \times \times P_L[(N - K)(x + y)] f_{a_1 b_2}(x) f_{b_1 a_2}(y) dx dy$$

где

$$C_3 = \frac{\sum_{p=0}^{N-1} h_{a_1}^N(p) h_{b_2}^N(p) \sum_{p=0}^{N-1} h_{b_1}^N(p) h_{a_2}^N(p)}{\sum_{p=0}^{N-1} h_{a_1}^N(p) h_{b_1}^N(p) \sum_{p=0}^{N-1} h_{a_2}^N(p) h_{b_2}^N(p)}$$

Сделаем замену переменных $x = z + \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{2}$;

$$y = u - \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{2}$$

Обозначив $\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} = \gamma$ и учитывая ограниченность

$f_{ab}(x)$ на Π , получим (7***).

Представим $\Pi^2 = \Pi_1 \cup \Pi_2 \cup \Pi_3 \cup \Pi_4$, где $\Pi_1 = \{z \geq 0, u \geq 0\}$, $\Pi_2 = \{z \leq 0, u > 0\}$, $\Pi_3 = \{z < 0, u < 0\}$, $\Pi_4 = \{z > 0, u \leq 0\}$. Тогда, используя лемму 2, можно показать, что интегралы по областям

Π_1, Π_2, Π_3 и Π_4 имеют порядок $O\left(\frac{1}{N}\right)$. Откуда

$$A_2 = O\left(\frac{1}{LN}\right)$$

Аналогично, $A_3 = O\left(\frac{1}{LN}\right)$.

УДК 681.3

Хведчук В.И.

МОДЕЛЬ ДИАЛОГОВОЙ ОБУЧАЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

В настоящее время известно немало разработанных и активно используемых обучающих и контролирующих систем. Актуальность разработки вызвана необходимостью обучения новым средствам информационных технологий, их быстро-текущим развитием. Вместе с тем возрастает потребность в развитии такого рода систем [1]. Появляются все новые области, требующие достаточно быстрого освоения. Поэтому одним из основных требований к системам обучения и контроля знаний становится сокращение времени и затрат ресурсов на разработку системы.

1. ОБЗОР СУЩЕСТВУЮЩИХ ОБУЧАЮЩИХ СИСТЕМ

Известны следующие группы технологий разработки компьютерных курсов. К первой относятся технологии создания гипермедийных приложений. Они реализуются на базе систем Author Ware Prof, HyperCard, Course Builder, HM-

Теорема доказана.

Вычислены значения интеграла $I = \int_{\Pi} |x|^{\alpha} G_T(x) dx$,

где

$$G_T(x) = \left(2\pi \sum_{p=0}^{T-1} [h^T(p)]^2 \right)^{-1} \cdot |\varphi_T(x)|^2$$

для α , изменяющегося от 0,1 до 1 с шагом 0,1, числа наблюдений $T = 50, 100, 200, 500, 1000$ и окон просмотра данных: Дирихле, Фейера, Хэмминга, Гаусса, Рисса. Например, при $T = 1000$ получены следующие результаты:

α \ окно	Дирихле	Фейера	Рисса	Гаусса	Хэмминга
0.3	0.001	0.022	0.037	0.904	3.524
0.9	0	0.006	0.01	0.917	7.004

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Welch P.D. The use of FFT for the estimation of power spectra a method based on time averaging over short, modified periodograms// IEEE Trans. Audio Electroacoust.- 1967. Vol. AV-15. - P. 70-73.
2. Труш Н.Н., Мирская Е.И. Статистические свойства оценок спектральных плотностей по пересекающимся интервалам наблюдений// Сб. науч. ст. "Проблемы компьютерного анализа данных и моделирования".- Минск, 1991.- С. 180-186.
3. Труш Н.Н., Мирская Е.И. О скорости сходимости моментов оценок спектральных плотностей// Весці АН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 1996, №4. – С. 54-59.
4. Бриллинджер Д. Временные ряды. Обработка данных и теория. – М.: Мир, 1980. – 536 с.
5. Гхазал М., Труш Н.Н. Одно неравенство для окон просмотра данных// Вестн. Белорус. ун-та. Сер. 1, Физ. Мат. Мех. – 1992. - №1.– С. 55-56.

Card. К второй - технологии с использованием инструментальных систем разработки компьютерных обучающих программ таких как РАКЕЛЬ, АДОНИС, УРОК, АОСМИКРО, СЦЕНАРИЙ. К наиболее перспективным относятся средства третьей группы, использующие сетевые технологии. Средствами разработки сетевых курсов являются WebCT, ToolBook II, ClassWare, Nicenet [2]. В качестве средств разработки систем дистанционного обучения рассматриваются Convenc, First Class Collaborative Classroom, Lotus Learning Space, Pla@d, MentorWare, WebMentorEnerprise [3]. Возможно использование для образовательных целей и прикладных научных пакетов MathCad, MatLab, Maple, Derive и др. Это объясняется прежде всего их мощными вычислительными и графическими возможностями. Но затраты по усвоению содержательной части изучаемой дисциплины сравнимы с затратами времени на освоение системы. Поэтому выделяется также

Хведчук Владимир Иванович. Доцент каф. информатики и прикладной математики Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.