

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ  
«БРЕСТКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**Кафедра высшей математики**

**Статистика**

Задания и методические рекомендации по выполнению заданий  
по дисциплине «Статистика» для студентов экономических специальностей  
заочной формы обучения

Брест 2012

Разработка содержит контрольные задания по курсу «Статистика», решения типовых заданий, вопросы для самопроверки, подготовки к зачету и экзамену данного курса, а также методические указания по оформлению контрольной работы. Материалы данной разработки могут быть использованы также на занятиях со студентами всех форм обучения.

**Составители:** Гусева С.Т., доцент,  
Золотухина Л.С., старший преподаватель  
Шамовская Г.В., ассистент

**Рецензент:** Санюкевич А.В., доцент кафедры высшей математики  
учреждения образования «Брестский государственный университет  
им. А.С. Пушкина», к.ф.-м.н., доцент

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1**

### **I. ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ИТоговОМУ КОНТРОЛЮ (зачету по статистике)**

1. Предмет, метод и задачи статистики.
2. Основные понятия и категории статистики: статистическая совокупность, единицы статистической совокупности, вариация, варьирующий признак. Статистический характер закономерностей и закон больших чисел.
3. Статистическое наблюдение (формы, виды и методы). Программа статистического наблюдения, принципы и правила ее разработки.
4. Сводка и статистическая группировка, их виды и применение.
5. Статистические таблицы, их классификация по подлежащему и сказуемому. Основные требования, предъявляемые к составлению статистических таблиц.
6. Статистические ряды распределения: дискретные и интервальные. Графическое изображение рядов распределения.
7. Абсолютные статистические величины. Понятие, виды, единицы измерения.
8. Относительные статистические величины. Понятие, виды, единицы измерения. База сравнения относительных величин.
9. Средние величины, их виды и способы исчисления. Простая и взвешенная средняя величина. Основные свойства средней арифметической величины.
10. Средние структурные величины. Мода и медиана дискретного и интервального рядов распределения.
11. Показатели вариационного анализа и их характеристики. Размах вариации, дисперсия, среднее линейное и квадратическое отклонение, коэффициент вариации.
12. Понятие и виды дисперсий. Правило сложения дисперсий.
13. Эмпирическое корреляционное отношение и коэффициенты детерминации.

### **II. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**

#### **Требования по оформлению контрольной работы**

Выполненная контрольная работа должна соответствовать следующим требованиям:

- Контрольные работы выполняются студентом лично в обычной тетради в клетку в строгом соответствии с вариантом заданий.
- Задачи следует решать в том порядке, в каком они даны в задании.
- Перед решением задачи должно быть полностью приведено ее условие.
- Решение задач следует сопровождать необходимыми формулами, подробными расчетами и краткими пояснениями, правильно составлять и озаглавливать статистические таблицы, ясно именовать подлежащее и все колонки сказуемого; изображать графически.
- Произведенные расчеты нужно проверять взаимосвязью между исчисленными показателями. Все расчеты относительных показателей нужно производить с принятой в статистике точностью до 0,001, а проценты до 0,1. Все именованные статистические показатели необходимо выражать в соответствующих единицах измерения.

- Необходимо четко формулировать выводы, раскрывающие экономическое содержание и значение исчисленных показателей.
- Указывать использованную литературу.
- Подписывать контрольную работу на титульном листе с указанием фамилии, имени, отчества, формы обучения, курса, группы.
- Работа должна быть выполнена и представлена на рецензирование в установленный срок.
- Выполненная контрольная работа регистрируется в журнале на кафедре и получает допуск к ее защите. Студенты, не получившие зачета по контрольной работе, к экзамену не допускаются. Если выполнение контрольной работы вызывает затруднения, следует обратиться за устной консультацией на кафедру, в соответствии с графиком проведения консультаций.

### Указания о порядке выполнения контрольной работы

- Приступить к выполнению контрольной работы только после проработки теоретического материала. Список рекомендуемой литературы приведен ниже.
- Контрольная работа содержит 30 вариантов. В каждой контрольной работе необходимо выполнить по четыре задания. Варианты заданий необходимо выбрать по двум последним цифрам учебного шифра, пользуясь следующей таблицей:

Предпоследняя цифра шифра	Номер задания	Последняя цифра шифра									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		Номер решаемого варианта									
0	1	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11
	2	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	3	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
	4	28	29	30	1	2	3	4	5	6	7
1	1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	2	25	26	27	28	29	30	1	2	3	4
	3	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
	4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2	1	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	2	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
	3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	4	23	24	25	26	27	28	29	30	1	2
3	1	24	23	22	21	22	23	24	25	26	25
	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	3	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
	4	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21
4	1	22	23	24	25	26	27	28	29	30	5
	2	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	3	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
	4	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24

Предпоследняя цифра шифра	Номер задания	Последняя цифра шифра									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		Номер решаемого варианта									
5	1	12	13	14	15	16	17	18	19	11	10
	2	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	3	22	23	24	25	26	27	21	20	28	29
	4	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19
6	1	28	27	26	25	24	23	22	21	20	18
	2	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
	3	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11
	4	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
7	1	23	24	25	26	27	28	29	30	1	2
	2	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	3	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
	4	25	26	27	28	29	30	24	23	22	21
8	1	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
	2	30	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	3	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	4	24	25	26	27	28	23	22	29	30	21
9	1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	2	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
	3	26	27	28	29	30	1	2	3	4	5
	4	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

### Задача 1.

По результатам летней сессии 2010 г. знания студентов по статистике всех форм обучения были оценены следующим образом:

Таблица №1

Балл	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Всего
Число студентов	12+5N	18+5N	25+5N	30+5N	35+5N	33+5N	43+5N	27+5N	15+5N	10+5N	248+50N

N- номер решаемого варианта.

Исходя из Вашего варианта:

- 1). Построить графическое изображение полученного ряда распределения студентов.
- 2). Определить моду и медиану данного распределения.
- 3). Определить абсолютные и относительные показатели данной вариации: размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации.

### Задача 2.

Имеются данные о рынке строящегося жилья в Бресте (по состоянию на декабрь 2007 года). Для анализа связи между признаками требуется:

- 1) Провести аналитическую группировку, выбрав в качестве группировочного признака  $X_1$  – общая площадь квартиры ( $m^2$ ) или  $X_2$  – жилая площадь квартиры ( $m^2$ ) в зависимости от варианта. Результаты оформить в виде таблицы.

Указание: образовать четыре группы по группировочному признаку с равными интервалами.

2) Рассчитать коэффициент детерминации и эмпирическое корреляционное отношение, предварительно определив общую дисперсию признака  $Y$  – цена квартиры (тыс.у.е.) по всей совокупности, внутригрупповую дисперсию по выделенным в п.1) группам и межгрупповую дисперсию. Проверить выполнение правила сложения дисперсий. Сделать выводы.

(Пример выполнения задания можно посмотреть на стр.32-34);

3) Провести группировку квартир по двум признакам  $X_1$  (или  $X_2$ ) и  $X_3$  – площадь кухни. Результаты оформить в виде таблицы.

Таблица №2

Вариант 1			Вариант 2			Вариант 3			Вариант 4			Вариант 5		
$Y$	$X_1$	$X_3$	$Y$	$X_2$	$X_3$	$Y$	$X_1$	$X_3$	$Y$	$X_2$	$X_3$	$Y$	$X_1$	$X_2$
15,9	39,0	8,2	15,9	20,0	8,2	22,0	40,0	11,0	22,0	17,7	11,0	15,4	37,0	8,3
13,5	34,8	10,7	13,5	16,0	10,7	24,7	45,3	10,4	24,7	20,6	10,4	15,6	40,0	8,3
15,1	39,0	8,5	15,1	20,0	8,5	15,9	37,0	8,3	15,9	17,8	8,3	24,4	48,7	12,4
22,0	40,0	11,0	22,0	17,7	11,0	15,4	37,0	8,3	15,4	17,8	8,3	21,3	39,9	8,1
24,7	45,3	10,4	24,7	20,6	10,4	15,6	40,0	8,3	15,6	20,0	8,3	21,5	39,0	9,2
15,9	37,0	8,3	15,9	17,8	8,3	24,4	48,7	12,4	24,4	22,3	12,4	19,0	38,0	7,4
15,4	37,0	8,3	15,4	17,8	8,3	21,3	39,9	8,1	21,3	18,0	8,1	24,2	42,0	10,2
15,6	40,0	8,3	15,6	20,0	8,3	21,5	39,0	9,2	21,5	20,0	9,2	21,2	40,8	10,1
24,4	48,7	12,4	24,4	22,3	12,4	19,0	38,0	7,4	19,0	19,0	7,4	25	38,7	10,2
21,3	39,9	8,1	21,3	18,0	8,1	24,2	42,0	10,2	24,2	21,0	10,2	18,2	38,7	10,2
21,5	39,0	9,2	21,5	20,0	9,2	21,2	40,8	10,1	21,2	19,2	10,1	20,1	41,5	10,2
19,0	38,0	7,4	19,0	19,0	7,4	25,0	38,7	10,2	25,0	20,0	10,2	17,8	37,0	8,3
24,2	42,0	10,2	24,2	21,0	10,2	18,2	38,7	10,2	18,2	20,0	10,2	19,8	40,5	11,0
21,2	40,8	10,1	21,2	19,2	10,1	20,1	41,5	10,2	20,1	20,0	10,2	22,4	52,0	11,2
25,0	38,7	10,2	25,0	20,0	10,2	17,8	37,0	8,3	17,8	17,5	8,3	17,8	39,9	8,4
18,2	38,7	10,2	18,2	20,0	10,2	19,8	40,5	11,0	19,8	16,0	11,0	21,1	54,7	10,7
20,1	41,5	10,2	20,1	20,0	10,2	22,4	52,0	11,2	22,4	21,2	11,2	28,0	53,0	10,0
17,8	37,0	8,3	17,8	17,5	8,3	17,8	39,9	8,4	17,8	19,3	8,4	34,4	62,6	11,0
19,8	40,5	11,0	19,8	16,0	11,0	21,1	54,7	10,7	21,1	28,0	10,7	30,8	56,4	9,4
22,4	52,0	11,2	22,4	21,2	11,2	28,0	53,0	10,0	28,0	31,1	10,0	34,1	68,1	13,0
17,8	39,9	8,4	17,8	19,3	8,4	34,4	62,6	11,0	34,4	21,4	11,0	37,7	75,3	12,1
21,1	54,7	10,7	21,1	28,0	10,7	30,8	56,4	9,4	30,8	29,7	9,4	36,7	68,6	17,0
28,0	53,0	10,0	28,0	31,1	10,0	34,1	68,1	13,0	34,1	35,4	13,0	26,4	48,6	8,0
34,4	62,6	11,0	34,4	21,4	11,0	37,7	75,3	12,1	37,7	41,4	12,1	34,2	68,5	8,3
30,8	56,4	9,4	30,8	29,7	9,4	36,7	68,6	17,0	36,7	35,5	17,0	35,6	71,1	13,3

Вариант 6			Вариант 7			Вариант 8			Вариант 9			Вариант 10		
Y	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	Y	X <sub>1</sub>	X <sub>3</sub>	Y	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	Y	X <sub>1</sub>	X <sub>3</sub>	Y	X <sub>2</sub>	X <sub>2</sub>
15,4	17,8	8,3	21,3	39,9	8,1	21,3	18,0	8,1	24,2	42,0	10,2	24,2	21,0	10,2
15,6	20,0	8,3	21,5	39,0	9,2	21,5	20,0	9,2	21,2	40,8	10,1	21,2	19,2	10,1
24,4	22,3	12,4	19,0	38,0	7,4	19,0	19,0	7,4	25,0	38,7	10,2	25,0	20,0	10,2
21,3	18,0	8,1	24,2	42,0	10,2	24,2	21,0	10,2	18,2	38,7	10,2	18,2	20,0	10,2
21,5	20,0	9,2	21,2	40,8	10,1	21,2	19,2	10,1	20,1	41,5	10,2	20,1	20,0	10,2
19,0	19,0	7,4	25,0	38,7	10,2	25,0	20,0	10,2	17,8	37,0	8,3	17,8	17,5	8,3
24,2	21,0	10,2	18,2	38,7	10,2	18,2	20,0	10,2	19,8	40,5	11,0	19,8	16,0	11,0
21,2	19,2	10,1	20,1	41,5	10,2	20,1	20,0	10,2	22,4	52,0	11,2	22,4	21,2	11,2
25,0	20,0	10,2	17,8	37,0	8,3	17,8	17,5	8,3	17,8	39,9	8,4	17,8	19,3	8,4
18,2	20,0	10,2	19,8	40,5	11,0	19,8	16,0	11,0	21,1	54,7	10,7	21,1	28,0	10,7
20,1	20,0	10,2	22,4	52,0	11,2	22,4	21,2	11,2	28,0	53,0	10,0	28,0	31,1	10,0
17,8	17,5	8,3	17,8	39,9	8,4	17,8	19,3	8,4	34,4	62,6	11,0	34,4	21,4	11,0
19,8	16,0	11,0	21,1	54,7	10,7	21,1	28,0	10,7	30,8	56,4	9,4	30,8	29,7	9,4
22,4	21,2	11,2	28,0	53,0	10,0	28,0	31,1	10,0	34,1	68,1	13,0	34,1	35,4	13,0
17,8	19,3	8,4	34,4	62,6	11,0	34,4	21,4	11,0	37,7	75,3	12,1	37,7	41,4	12,1
21,1	28,0	10,7	30,8	56,4	9,4	30,8	29,7	9,4	36,7	68,6	17,0	36,7	35,5	17,0
28,0	31,1	10,0	34,1	68,1	13,0	34,1	35,4	13,0	26,4	48,6	8,0	26,4	31,0	8,0
34,4	21,4	11,0	37,7	75,3	12,1	37,7	41,4	12,1	34,2	68,5	8,3	34,2	30,7	8,3
30,8	29,7	9,4	36,7	68,6	17,0	36,7	35,5	17,0	35,6	71,1	13,3	35,6	36,2	13,3
34,1	35,4	13,0	26,4	48,6	8,0	26,4	31,0	8,0	46,6	93,2	14,0	46,6	49,5	14,0
37,7	41,4	12,1	34,2	68,5	8,3	34,2	30,7	8,3	35,7	62,0	11,0	35,7	35,0	11,0
36,7	35,5	17,0	35,6	71,1	13,3	35,6	36,2	13,3	30,8	59,2	11,2	30,8	31,9	11,2
26,4	31,0	8,0	46,6	93,2	14,0	46,6	49,5	14,0	31,9	60,2	10,9	31,9	36,3	10,9
34,2	30,7	8,3	35,7	62,0	11,0	35,7	35,0	11,0	35,2	56,4	10,1	35,2	32,7	10,1
35,6	36,2	13,3	30,8	59,2	11,2	30,8	31,9	11,2	22,7	48,8	8,0	22,7	28,5	8,0

Вариант 11			Вариант 12			Вариант 13			Вариант 14			Вариант 15		
Y	X <sub>1</sub>	X <sub>3</sub>	Y	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	Y	X <sub>1</sub>	X <sub>3</sub>	Y	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	Y	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>
18,2	38,7	10,2	18,2	20,0	10,2	19,8	40,5	11,0	19,8	16,0	11,0	21,1	54,7	10,7
20,1	41,5	10,2	20,1	20,0	10,2	22,4	52,0	11,2	22,4	21,2	11,2	28,0	53,0	10,0
17,8	37,0	8,3	17,8	17,5	8,3	17,8	39,9	8,4	17,8	19,3	8,4	34,4	62,6	11,0
19,8	40,5	11,0	19,8	16,0	11,0	21,1	54,7	10,7	21,1	28,0	10,7	30,8	56,4	9,4
22,4	52,0	11,2	22,4	21,2	11,2	28,0	53,0	10,0	28,0	31,1	10,0	34,1	68,1	13,0
17,8	39,9	8,4	17,8	19,3	8,4	34,4	62,6	11,0	34,4	21,4	11,0	37,7	75,3	12,1
21,1	54,7	10,7	21,1	28,0	10,7	30,8	56,4	9,4	30,8	29,7	9,4	36,7	68,6	17,0
28,0	53,0	10,0	28,0	31,1	10,0	34,1	68,1	13,0	34,1	35,4	13,0	26,4	48,6	8,0
34,4	62,6	11,0	34,4	21,4	11,0	37,7	75,3	12,1	37,7	41,4	12,1	34,2	68,5	8,3
30,8	56,4	9,4	30,8	29,7	9,4	36,7	68,6	17,0	36,7	35,5	17,0	35,6	71,1	13,3
34,1	68,1	13,0	34,1	35,4	13,0	26,4	48,6	8,0	26,4	31,0	8,0	46,6	93,2	14,0
37,7	75,3	12,1	37,7	41,4	12,1	34,2	68,5	8,3	34,2	30,7	8,3	35,7	62,0	11,0
36,7	68,6	17,0	36,7	35,5	17,0	35,6	71,1	13,3	35,6	36,2	13,3	30,8	59,2	11,2
26,4	48,6	8,0	26,4	31,0	8,0	46,6	93,2	14,0	46,6	49,5	14,0	31,9	60,2	10,9
34,2	68,5	8,3	34,2	30,7	8,3	35,7	62,0	11,0	35,7	35,0	11,0	35,2	56,4	10,1
35,6	71,1	13,3	35,6	36,2	13,3	30,8	59,2	11,2	30,8	31,9	11,2	22,7	48,8	8,0
46,6	93,2	14,0	46,6	49,5	14,0	31,9	60,2	10,9	31,9	36,3	10,9	27,6	54,7	10,1
35,7	62,0	11,0	35,7	35,0	11,0	35,2	56,4	10,1	35,2	32,7	10,1	25,9	54,0	8,3
30,8	59,2	11,2	30,8	31,9	11,2	22,7	48,8	8,0	22,7	28,5	8,0	29,9	61,0	11,0
31,9	60,2	10,9	31,9	36,3	10,9	27,6	54,7	10,1	27,6	33,5	10,1	35,2	78,1	11,6
35,2	56,4	10,1	35,2	32,7	10,1	25,9	54,0	8,3	25,9	30,5	8,3	25,0	56,2	11,1
22,7	48,8	8,0	22,7	28,5	8,0	29,9	61,0	11,0	29,9	31,0	11,0	27,0	68,4	10,7
27,6	54,7	10,1	27,6	33,5	10,1	35,2	78,1	11,6	35,2	40,0	11,6	28,7	74,7	10,7
25,9	54,0	8,3	25,9	30,5	8,3	25,0	56,2	11,1	25,0	31,4	11,1	27,2	71,7	10,7
29,9	61,0	11,0	29,9	31,0	11,0	27,0	68,4	10,7	27,0	40,5	10,7	28,3	74,5	10,4

Вариант 16			Вариант 17			Вариант 18			Вариант 19			Вариант 20		
Y	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	Y	X <sub>1</sub>	X <sub>3</sub>	Y	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	Y	X <sub>1</sub>	X <sub>3</sub>	Y	X <sub>2</sub>	X <sub>2</sub>
21,1	28,0	10,7	30,8	56,4	9,4	30,8	29,7	9,4	36,7	68,6	17,0	36,7	35,5	17,0
28,0	31,1	10,0	34,1	68,1	13,0	34,1	35,4	13,0	26,4	48,6	8,0	26,4	31,0	8,0
3,44	21,4	11,0	37,7	75,3	12,1	37,7	41,4	12,1	34,2	68,5	8,3	34,2	30,7	8,3
30,8	29,7	9,4	36,7	68,6	17,0	36,7	35,5	17,0	35,6	71,1	13,3	35,6	36,2	13,3
34,1	35,4	13,0	26,4	48,6	8,0	26,4	31,0	8,0	46,6	93,2	14,0	46,6	49,5	14,0
37,7	41,4	12,1	34,2	68,5	8,3	34,2	30,7	8,3	35,7	62,0	11,0	35,7	35,0	11,0
36,7	35,5	17,0	35,6	71,1	13,3	35,6	36,2	13,3	30,8	59,2	11,2	30,8	31,9	11,2
26,4	31,0	8,0	46,6	93,2	14,0	46,6	49,5	14,0	31,9	60,2	10,9	31,9	36,3	10,9
34,2	30,7	8,3	35,7	62,0	11,0	35,7	35,0	11,0	35,2	56,4	10,1	35,2	32,7	10,1
35,6	36,2	13,3	30,8	59,2	11,2	30,8	31,9	11,2	22,7	48,8	8,0	22,7	28,5	8,0
46,6	49,5	14,0	31,9	60,2	10,9	31,9	36,3	10,9	27,6	54,7	10,1	27,6	33,5	10,1
35,7	35,0	11,0	35,2	56,4	10,1	35,2	32,7	10,1	25,9	54,0	8,3	25,9	30,5	8,3
30,8	31,9	11,2	22,7	48,8	8,0	22,7	28,5	8,0	29,9	61,0	11,0	29,9	31,0	11,0
31,9	36,3	10,9	27,6	54,7	10,1	27,6	33,5	10,1	35,2	78,1	11,6	35,2	40,0	11,6
35,2	32,7	10,1	25,9	54,0	8,3	25,9	30,5	8,3	25,0	56,2	11,1	25,0	31,4	11,1
22,7	28,5	8,0	29,9	61,0	11,0	29,9	31,0	11,0	27,0	68,4	10,7	27,0	40,5	10,7
27,6	33,5	10,1	35,2	78,1	11,6	35,2	40,0	11,6	28,7	74,7	10,7	28,7	46,3	10,7
25,9	30,5	8,3	25,0	56,2	11,1	25,0	31,4	11,1	27,2	71,7	10,7	27,2	45,9	10,7
29,9	31,0	11,0	27,0	68,4	10,7	27,0	40,5	10,7	28,3	74,5	10,4	28,3	47,5	10,4
35,2	40,0	11,6	28,7	74,7	10,7	28,7	46,3	10,7	45,0	86,0	14,0	45,0	48,7	14,0
25,0	31,4	11,1	27,2	71,7	10,7	27,2	45,9	10,7	29,0	67,5	8,3	29,0	43,5	8,3
27,0	40,5	10,7	28,3	74,5	10,4	28,3	47,5	10,4	28,6	69,0	8,3	28,6	42,4	8,3
28,7	46,3	10,7	45,0	86,0	14,0	45,0	48,7	14,0	27,7	69,1	8,3	27,7	41,3	8,3
27,2	45,9	10,7	29,0	67,5	8,3	29,0	43,5	8,3	41,9	83,7	12,1	41,9	48,5	12,1
28,3	47,5	10,4	28,6	69,0	8,3	28,6	42,4	8,3	53,9	98,0	22,0	53,9	56,0	22,0

Вариант 21			Вариант 22			Вариант 23			Вариант 24			Вариант 25		
Y	X <sub>1</sub>	X <sub>3</sub>	Y	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	Y	X <sub>1</sub>	X <sub>3</sub>	Y	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	Y	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>
35,6	71,1	13,3	35,6	36,2	13,3	30,8	59,2	11,2	30,8	31,9	11,2	22,7	48,8	8,0
46,6	93,2	14,0	46,6	49,5	14,0	31,9	60,2	10,9	31,9	36,3	10,9	27,6	54,7	10,1
35,7	62,0	11,0	35,7	35,0	11,0	35,2	56,4	10,1	35,2	32,7	10,1	25,9	54,0	8,3
30,8	59,2	11,2	30,8	31,9	11,2	22,7	48,8	8,0	22,7	28,5	8,0	29,9	61,0	11,0
31,9	60,2	10,9	31,9	36,3	10,9	27,6	54,7	10,1	27,6	33,5	10,1	35,2	78,1	11,6
35,2	56,4	10,1	35,2	32,7	10,1	25,9	54,0	8,3	25,9	30,5	8,3	25,0	56,2	11,1
22,7	48,8	8,0	22,7	28,5	8,0	29,9	61,0	11,0	29,9	31,0	11,0	27,0	68,4	10,7
27,6	54,7	10,1	27,6	33,5	10,1	35,2	78,1	11,6	35,2	40,0	11,6	28,7	74,7	10,7
25,9	54,0	8,3	25,9	30,5	8,3	25,0	56,2	11,1	25,0	31,4	11,1	27,2	71,7	10,7
29,9	61,0	11,0	29,9	31,0	11,0	27,0	68,4	10,7	27,0	40,5	10,7	28,3	74,5	10,4
35,2	78,1	11,6	35,2	40,0	11,6	28,7	74,7	10,7	28,7	46,3	10,7	45,0	86,0	14,0
25,0	56,2	11,1	25,0	31,4	11,1	27,2	71,7	10,7	27,2	45,9	10,7	29,0	67,5	8,3
27,0	68,4	10,7	27,0	40,5	10,7	28,3	74,5	10,4	28,3	47,5	10,4	28,6	69,0	8,3
28,7	74,7	10,7	28,7	46,3	10,7	45,0	86,0	14,0	45,0	48,7	14,0	27,7	69,1	8,3
27,2	71,7	10,7	27,2	45,9	10,7	29,0	67,5	8,3	29,0	43,5	8,3	41,9	83,7	12,1
28,3	74,5	10,4	28,3	47,5	10,4	28,6	69,0	8,3	28,6	42,4	8,3	53,9	98,0	22,0
45,0	86,0	14,0	45,0	48,7	14,0	27,7	69,1	8,3	27,7	41,3	8,3	34,0	68,0	8,0
29,0	67,5	8,3	29,0	43,5	8,3	41,9	83,7	12,1	41,9	48,5	12,1	58,5	117,0	25,0
28,6	69,0	8,3	28,6	42,4	8,3	53,9	98,0	22,0	53,9	56,0	22,0	51,2	89,0	11,5
27,7	69,1	8,3	27,7	41,3	8,3	34,0	68,0	8,0	34,0	41,0	8,0	34,0	65,4	9,3
41,9	83,7	12,1	41,9	48,5	12,1	58,5	117,0	25,0	58,5	55,2	25,0	43,6	82,2	13,8
53,9	98,0	22,0	53,9	56,0	22,0	51,2	89,0	11,5	51,2	52,3	11,5	52,2	98,4	15,3
34,0	68,0	8,0	34,0	41,0	8,0	34,0	65,4	9,3	34,0	38,9	9,3	43,1	76,7	8,0
58,5	117	25,0	58,5	55,2	25,0	43,6	82,2	13,8	43,6	49,7	13,8	40,8	76,7	8,0
51,2	89,0	11,5	51,2	52,3	11,5	52,2	98,4	15,3	52,2	52,3	15,3	36,0	76,7	8,0

Вариант 26			Вариант 27			Вариант 28			Вариант 29			Вариант 30		
Y	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	Y	X <sub>1</sub>	X <sub>3</sub>	Y	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	Y	X <sub>1</sub>	X <sub>3</sub>	Y	X <sub>2</sub>	X <sub>2</sub>
22,7	28,5	8,0	29,9	61,0	11,0	29,9	31,0	11,0	27,0	68,4	10,7	27,0	40,5	10,7
27,6	33,5	10,1	35,2	78,1	11,6	35,2	40,0	11,6	28,7	74,7	10,7	28,7	46,3	10,7
25,9	30,5	8,3	25,0	56,2	11,1	25,0	31,4	11,1	27,2	71,7	10,7	27,2	45,9	10,7
29,9	31,0	11,0	27,0	68,4	10,7	27,0	40,5	10,7	28,3	74,5	10,4	28,3	47,5	10,4
35,2	40,0	11,6	28,7	74,7	10,7	28,7	46,3	10,7	45,0	86,0	14,0	45,0	48,7	14,0
25,0	31,4	11,1	27,2	71,7	10,7	27,2	45,9	10,7	29,0	67,5	8,3	29,0	43,5	8,3
27,0	40,5	10,7	28,3	74,5	10,4	28,3	47,5	10,4	28,6	69,0	8,3	28,6	42,4	8,3
28,7	46,3	10,7	45,0	86,0	14,0	45,0	48,7	14,0	27,7	69,1	8,3	27,7	41,3	8,3
27,2	45,9	10,7	29,0	67,5	8,3	29,0	43,5	8,3	41,9	83,7	12,1	41,9	48,5	12,1
28,3	47,5	10,4	28,6	69,0	8,3	28,6	42,4	8,3	53,9	98,0	22,0	53,9	56,0	22,0
45,0	48,7	14,0	27,7	69,1	8,3	27,7	41,3	8,3	34,0	68,0	8,0	34,0	41,0	8,0
29,0	43,5	8,3	41,9	83,7	12,1	41,9	48,5	12,1	58,5	117,0	25,0	58,5	55,2	25,0
28,6	42,4	8,3	53,9	98,0	22,0	53,9	56,0	22,0	51,2	89,0	11,5	51,2	52,3	11,5
27,7	41,3	8,3	34,0	68,0	8,0	34,0	41,0	8,0	34,0	65,4	9,3	34,0	38,9	9,3
41,9	48,5	12,1	58,5	117,0	25,0	58,5	55,2	25,0	43,6	82,2	13,8	43,6	49,7	13,8
53,9	56,0	22,0	51,2	89,0	11,5	51,2	52,3	11,5	52,2	98,4	15,3	52,2	52,3	15,3
34,0	41,0	8,0	34,0	65,4	9,3	34,0	38,9	9,3	43,1	76,7	8,0	43,1	44,7	8,0
58,5	55,2	25,0	43,6	82,2	13,8	43,6	49,7	13,8	40,8	76,7	8,0	40,8	44,7	8,0
51,2	52,3	11,5	52,2	98,4	15,3	52,2	52,3	15,3	36,0	76,7	8,0	36	44,7	8,0
34,0	38,9	9,3	43,1	76,7	8,0	43,1	44,7	8,0	32,6	68,0	8,3	32,6	42,5	8,3
43,6	49,7	13,8	40,8	76,7	8,0	40,8	44,7	8,0	39,2	80,0	11,0	39,2	45,6	11,0
52,2	52,3	15,3	36,0	76,7	8,0	36,0	44,7	8,0	41,2	91,6	16,0	41,2	53,8	16,0
43,1	44,7	8,0	32,6	68,0	8,3	32,6	42,5	8,3	35,2	79,1	15,5	35,2	42,4	15,5
40,8	44,7	8,0	39,2	80,0	11,0	39,2	45,6	11,0	52,3	137,7	14,6	52,3	87,2	14,6
36,0	44,7	8,0	41,2	91,6	16,0	41,2	53,8	16,0	51,0	98,0	13,0	51,0	65,8	13,0

### Задача 3.

По данным таблицы №2:

- 1) Построить интервальный ряд распределения признака Y – цена квартиры (тыс.у.е.), образовав четыре интервала равной длины.
- 2) Изобразить графически полученный ряд распределения.
- 3) Определить моду, медиану полученного распределения.
- 4) Определить абсолютные и относительные показатели вариации: размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсию и среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации.

### Задача 4.

#### Вариант 1.

Имеются следующие данные по трем заводам

Таблица №1

Завод	Стоимость основных производственных фондов, млн. ден. ед.	Из них активная часть, %	Стоимость основных производственных фондов на одного рабочего, тыс. ден. ед.
1	32,9	83	9,4
2	23,8	68	11,9
3	25	79	10,0

Определить по трем заводам среднюю стоимость активной части ОПФ на одного рабочего.

**Вариант 2. Имеются данные**

Таблица №2

Семья	Размер общей площади, приходящейся на одного члена семьи, кв. м.	Число членов семьи, чел.	Процент жилой площади в общей площади
1	15,0	2	85
2	13,8	3	81
3	11,2	4	83

Определить по трем семьям средний процент жилой площади в общей площади.

**Вариант 3. Строительные организации характеризуются следующими данными:**

Таблица №3

Строительная организация	Фактическое выполнение монтажно-строительных работ, млн. ден. ед.	Численность рабочих на 1 млн. фактически выполненных работ, чел.	Доля рабочих из общего числа рабочих, имеющих профессиональную подготовку, %
1	24,8	63	79,4
2	16,5	58	82,5
3	20,7	70	78,3

Определить среднюю долю рабочих из общего числа рабочих, имеющих профессиональную подготовку по всей совокупности.

**Вариант 4. Имеются следующие данные по фермерским хозяйствам области:**

Таблица №4

Группы сельхозпредприятий по годовому валовому надою молока, т	Число предприятий	Среднегодовой надой от одной коровы на одном сельхоз-предприятии, кг	Затраты кормовых единиц в расчете на одну корову на одно сельхоз-предприятие, кг
1000-1500	45	1417	3,4
1500-2000	43	1750	3,8
2000-2500	48	1830	4,2

Определите по совокупности объектов среднегодовой надой молока от одной коровы.

**Вариант 5. Имеются следующие данные по фермерским хозяйствам области:**

Таблица №5

Группы хозяйств по себестоимости 1 ц сахарной свеклы, руб.	Число хозяйств	Валовой сбор в среднем на одно хозяйство, ц
До 22	32	111,3
22-24	58	89,7
24-26	124	113,5
26 и более	17	130,1

Определите среднюю себестоимость 1 ц свеклы в целом по фермерским хозяйствам области.

**Вариант 6.**

По данным таблицы № 4 определите средние затраты кормовых единиц в расчете на 1 корову по всей совокупности.

**Вариант 7.** По трем районам города имеются следующие данные (на конец года):

Таблица №6

Район	Число отделений «ААА» банка	Среднее число вкладчиков в отделение, чел.	Средний размер вклада в отделении, руб.
1	4	1376	275
2	9	1559	293
3	5	1315	268

Определите средний размер вклада в «ААА» банке в целом по городу.

**Вариант 8.** Товарооборот коммерческих киосков за отчетный период характеризуется следующими данными:

Таблица №7

Киоск	Товарооборот всего, млн.руб.	Товарооборот в расчете на одного работника, млн.руб.	Средняя заработная плата на одного работника, тыс.руб.
1	30	7,1	600
2	28	5,2	595
3	32	6,8	610

Определите среднюю заработную плату на одного работника по всей совокупности.

**Вариант 9.** По результатам обследования сельхозпредприятий области получены следующие данные:

Таблица №8

Группы сельхозпредприятий по среднегодовому надою молока от одной коровы, кг	Число предприятий	Среднегодовое поголовье коров (на одно сельхозпредприятие)	Процент жирности в молоке, %
2000-2200	4	417	3,0
2200-2400	9	350	3,3
2400-2600	15	483	3,8

Определите средний надой молока на одну корову по всей совокупности.

**Вариант 10.** По данным таблицы №8 определить среднюю жирность молока по всей совокупности.

**Вариант 11.** Использование складских помещений города характеризуется следующими данными:

Таблица №9

Группы складских помещений по площади, тыс.м <sup>2</sup>	Число помещений	Общая занятая площадь, тыс.м <sup>2</sup>
До 5	3	5,2
5-10	21	108,0
10-15	17	163,6
15-20	9	101,2
20-25	5	65,3
25-30	3	40,6
30-35	4	55,4
35 и более	2	29,0

Вычислите средний процент загрузки складских помещений по всей совокупности.

**Вариант 12.** Работа автокомбината за месяц характеризуется следующими данными:

Таблица №10

Автоколонна	Общие затраты на перевозку грузов, руб.	Средний месячный грузооборот автомашины, т/км	Себестоимость одного т/км, коп.
1	20286	4600	63
2	47628	5400	98
3	17820	4400	81

Определите по автокомбинату в целом среднюю себестоимость 1т/км.

**Вариант 13.** Используя данные таблицы №10, определите по автокомбинату в целом среднее число машин.

**Вариант 14.** Используя данные таблицы №10, определите по автокомбинату в целом средний месячный грузооборот автомашины.

**Вариант 15.** Имеются данные:

Таблица №11

Предприятие	Общие затраты на производство, млн. руб.	Затраты на 1 руб. произведенной продукции, руб.	Процент бракованной продукции, %	Процент продукции идущей на экспорт, %
1	3515,0	175	1,5	18
2	2313,8	171	1,1	24
3	4211,2	173	0,8	29

Определить средний процент бракованной продукции по совокупности.

**Вариант 16.** Используя данные таблицы №11, определить средний процент продукции, идущей на экспорт по всей совокупности.

**Вариант 17.** Имеются данные по предприятиям:

Таблица №12

Предприятие	Объем произведенной продукции, млн. руб.	Производительность труда, тыс. руб.	Доля пенсионеров в общей численности рабочих	Средняя заработная плата на одного работника, тыс. руб.
1	35,15	17,5	0,15	418
2	23,13	14,1	0,23	247
3	42,62	18,3	0,12	525

Определить среднюю долю пенсионеров в общей численности работников по трем предприятиям.

**Вариант 18.** Имеются следующие данные по трем магазинам о реализации товара «А»:

Таблица №13

Номер магазина	Выполнение годового плана по реализации, %	Объем реализации, ед.	Стоимость одной единицы товара, тыс. руб.
1	108	324	24
2	95	190	19
3	105	525	20

Определить средний процент выполнения плана товарооборота по трем магазинам.

**Вариант 19.** По данным таблицы №12 определить среднюю заработную плату на одного работника по всей совокупности.

**Вариант 20.** Имеются следующие данные по трем магазинам о реализации товара «А»: Таблица №14

Номер магазина	Рентабельность, %	Объем реализации, ед.	Стоимость одной единицы товара, тыс. руб.
1	29	324	15
2	18	190	21
3	32	438	12

Определить среднюю рентабельность по совокупности.

**Вариант 21.** Имеются следующие данные:

Таблица №15

Бригады	Фактический расход материалов, м		Доля отходов в общем расходе материалов, %
	на всю продукцию	на единицу продукции	
1	248	2,6	7
2	192	2,9	10
3	224	2,1	8

Определить средний процент отходов в общем расходе материалов по всем бригадам.

**Вариант 22.** Товарооборот коммерческих киосков за отчетный период характеризуется следующими данными:

Таблица №17

Киоск	Товарооборот всего, млн.руб.	Товарооборот в расчете на одного работника, млн.руб.	Средняя заработная плата на одного работника, тыс.руб.
1	31	8,0	610
2	25	6,5	600
3	34	7,0	590

Определите среднюю заработную плату на одного работника по всей совокупности.

**Вариант 23.** Определите средний процент продавцов в общей численности работников по совокупности объектов:

Таблица №18

Магазины	Фактический объем реализации, млн. ден. ед.	Средний объем реализации на одного работника, тыс. ден. ед.	Процент продавцов в общей численности работников, %
1	370	845	85
2	295	450	74
3	305	944	91

**Вариант 24.**

По результатам обследования сельхозпредприятий области получены следующие данные:

Таблица №19

Группы сельхозпредприятий по среднегодовому надою молока от одной коровы, кг	Число предприятий	Среднегодовое поголовье коров (на односельхозпредприятие)	Процент жирности в молоке, %
1500-1700	8	380	3,2
1700-1900	18	450	3,3
1900-2100	19	375	3,0

Определите средний процент жирности в молоке по всей совокупности.

**Вариант 25.** Имеются следующие данные о работе автокомбината:

Таблица №20

Автоколонна	Общие затраты на перевозку грузов, руб.	Средний месячный грузооборот автомашины, т/км	Себестоимость одного т/км, руб.
1	20286	4600	0,63
2	47628	5400	0,98
3	17820	4400	0,81

Определить среднее число машин в автокомбинате.

**Вариант 26.** Имеются следующие данные по трем магазинам о реализации товара «В»:

Таблица №21

Номер магазина	Рентабельность, %	Объем реализации, ед.	Стоимость одной единицы товара, тыс. руб.
1	21	224	17
2	17	176	24
3	28	352	14

Определить среднюю рентабельность по совокупности.

**Вариант 27.** Имеются следующие данные по трем заводам

Таблица №22

Завод	Стоимость основных производственных фондов, млн. ден. ед.	Из них активная часть, %	Стоимость основных производственных фондов на одного рабочего, тыс. ден. ед.
1	22,5	81	9,8
2	43,8	79	12,5
3	31,4	72	10,7

Определить по трем заводам среднюю стоимость активной части ОПФ на одного рабочего.

**Вариант 28.** Имеются следующие данные по вузам города:

Таблица №23

Вуз	Численность студентов всех форм обучения, чел.	Доля студентов очной формы обучения, %	Доля студентов очной формы обучения, получивших Президентскую стипендию, %
1	1370	45	3
2	2295	40	7
3	1562	37	5

Определить среднюю долю студентов очной формы обучения, получивших Президентскую стипендию по всей совокупности.

**Вариант 29.** Имеются следующие данные по 3 фермам:

Таблица №24

Фермы	Валовый надой молока, т.	Удой молока от одной коровы, кг	Затраты кормовых единиц в расчете на одну корову
1	370	3845	3985
2	295	2450	3574
3	305	3944	3391

Определить средние затраты кормовых единиц в расчете на одну корову по всей совокупности.

**Вариант 30.** Определите среднее значение затрат труда на 1 га посевной площади по совокупности объектов:

Таблица №25

Колхозы	Валовой сбор, тыс. ц	Урожайность, ц/га	Затраты труда на 1 ц, чел/час
1	131	32,4	42,6
2	242	28,2	35,9
3	229	31,5	38,1

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

### I. ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ИТОГОВОМУ КОНТРОЛЮ (экзамену по статистике)

#### Тема 1. Измерение и прогнозирование взаимосвязи с помощью корреляционно-регрессионного анализа.

- Классификация видов взаимосвязи между статистическими признаками.
- Методы изучения связи.
- Условия применения корреляционно-регрессионного анализа.
- Расчет линейного коэффициента корреляции.
- Вычисление параметров линейной парной корреляции.
- Вычисление параметров уравнения регрессии нелинейной зависимости.
- Принятие решений на основе уравнений регрессии.
- Проведение корреляционно-регрессионного анализа по сгруппированным данным.

## **Тема 2. Непараметрические методы оценки связи социально-экономических явлений.**

- Ранговые коэффициенты корреляции Спирмена и Кендала.
- Методы изучения взаимосвязи между качественными признаками.

## **Тема 3. Анализ динамики социально-экономических явлений**

- Понятие о рядах динамики. Виды рядов динамики.
- Сопоставимость уровней и смыкание рядов динамики.
- Аналитические показатели рядов динамики.
- Тенденция ряда динамики и методы ее выявления.
- Простейшие методы прогнозирования динамических рядов.

## **Тема 4. Индексный метод и его применение в анализе социально-экономических явлений.**

- Общее понятие индексов и их назначение в экономическом анализе.
- Индивидуальные индексы.
- Сводные (общие) индексы.
- Индексный анализ влияния структурных изменений.
- Средние формы сводных индексов.

## **II. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**

### **Требования по оформлению контрольной работы**

Выполненная контрольная работа должна соответствовать следующим требованиям:

- Контрольные работы выполняются студентом лично в обычной тетради в клетку в строгом соответствии с вариантом заданий.
- Задачи следует решать в том порядке, в каком они даны в задании.
- Перед решением задачи должно быть полностью приведено ее условие.
- Решение задач следует сопровождать необходимыми формулами, подробными расчетами и краткими пояснениями, правильно составлять и озаглавливать статистические таблицы, ясно именовать подлежащее и все колонки сказуемого; изображать графически.
- Произведенные расчеты нужно проверять взаимосвязью между исчисленными показателями. Все расчеты относительных показателей нужно производить с принятой в статистике точностью до 0,001, а проценты до 0,1. Все именованные статистические показатели необходимо выражать в соответствующих единицах измерения.
- Необходимо четко формулировать выводы, раскрывающие экономическое содержание и значение исчисленных показателей.
- Указывать использованную литературу.
- Подписывать контрольную работу на титульном листе с указанием фамилии, имени, отчества, формы обучения, курса, группы, шифра.
- Работа должна быть выполнена и представлена на рецензирование в установленный срок.
- Выполненная контрольная работа регистрируется в журнале на кафедре и получает допуск к ее защите. Студенты, не получившие зачета по контрольной работе, к экзамену не допускаются. Если выполнение контрольной работы вызывает

затруднения, следует обратиться за устной консультацией на кафедру, в соответствии с графиком проведения консультаций.

### Указания о порядке выполнения контрольной работы

- Приступить к выполнению контрольной работы только после проработки теоретического материала. Список рекомендуемой литературы приведен ниже.
- Контрольная работа содержит 30 вариантов. В каждой контрольной работе необходимо выполнить по четыре задания. Варианты заданий необходимо выбрать по двум последним цифрам учебного шифра, пользуясь следующей таблицей:

Предпоследняя цифра шифра	Номер задания	Последняя цифра шифра									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		Номер решаемого варианта									
0	1	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11
	2	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	3	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
	4	28	29	30	1	2	3	4	5	6	7
1	1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	2	25	26	27	28	29	30	1	2	3	4
	3	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
	4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2	1	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	2	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
	3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	4	23	24	25	26	27	28	29	30	1	2
3	1	24	23	22	21	22	23	24	25	26	25
	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	3	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
	4	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21
4	1	22	23	24	25	26	27	28	29	30	5
	2	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	3	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
	4	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
5	1	12	13	14	15	16	17	18	19	11	10
	2	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	3	22	23	24	25	26	27	21	20	28	29
	4	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19
6	1	28	27	26	25	24	23	22	21	20	18
	2	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
	3	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11
	4	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
7	1	23	24	25	26	27	28	29	30	1	2
	2	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	3	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
	4	25	26	27	28	29	30	24	23	22	21
8	1	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
	2	30	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	3	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	4	24	25	26	27	28	23	22	29	30	21
9	1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	2	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
	3	26	27	28	29	30	1	2	3	4	5
	4	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

### ЗАДАНИЕ №1.

Ниже представлены результаты оценки спроса на услуги (исходные данные соответствуют второй цифре номера варианта) и затрат на рекламу этих услуг (согласно первой цифре номера варианта).

I. Установить, имеется ли связь между этими показателями, оценить тесноту связи. Для этого вычислить значения: 1) линейного коэффициента корреляции; 2) рангового коэффициента корреляции Кендала; 3) коэффициента корреляции рангов Спирмена. Проанализировать полученные результаты.

II. 1) Построить уравнение связи. В качестве уравнения связи использовать уравнение вида  $\hat{Y}_x = a_0 + a_1x$ .

2) Оценить достоверность полученного уравнения корреляционной зависимости при уровне значимости 0,05.

3) Изобразить графически эмпирические данные и найденное уравнение регрессии.

Затраты на рекламу, тыс. руб. (X), количество заказчиков, чел.(Y)

B1		B2		B3		B4		B5	
X	y	x	Y	x	Y	x	y	x	Y
32	500	32	570	32	550	32	570	32	580
33	650	33	610	33	620	33	600	33	620
34	600	34	600	34	600	34	610	34	600
36	655	36	640	36	625	36	650	36	625
37	670	37	670	37	670	37	680	37	670
38	660	38	650	38	650	38	660	38	650
39	680	39	680	39	675	39	670	39	675
41	700	41	710	41	700	41	720	41	700
42	690	42	720	42	720	42	700	42	720
44	710	44	730	44	730	44	710	44	710

B6		B7		B8		B9		B10	
X	y	x	Y	x	Y	x	y	x	Y
32	590	32	570	32	580	32	570	40	500
33	600	33	610	33	650	33	600	41	610
34	605	34	620	34	600	34	610	42	600
36	645	36	625	36	655	36	650	43	650
37	670	37	670	37	670	37	655	45	660
38	660	38	650	38	665	38	660	46	655
39	675	39	675	39	680	39	700	48	670
41	710	41	700	41	720	41	710	49	700
42	725	42	720	42	730	42	720	50	710
44	720	44	710	44	710	44	715	51	715

B11		B12		B13		B14		B15	
X	y	x	Y	x	Y	x	y	x	Y
40	500	40	570	40	550	40	570	40	580
41	650	41	610	41	620	41	600	41	620
42	600	42	600	42	600	42	610	42	600
43	655	43	640	43	625	43	650	43	625
45	670	45	670	45	670	45	680	45	670
46	660	46	650	46	650	46	660	46	650
48	680	48	680	48	675	48	670	48	675
49	700	49	710	49	700	49	720	49	700
50	690	50	720	50	720	50	700	50	720
51	710	51	730	51	730	51	710	51	710

B16		B17		B18		B19		B20	
X	y	x	Y	x	Y	x	y	x	y
40	590	40	570	40	580	40	570	43	500
41	600	41	610	41	650	41	600	44	610
42	605	42	620	42	600	42	610	45	600
43	645	43	625	43	655	43	650	46	650
45	670	45	670	45	670	45	655	47	660
46	660	46	650	46	665	46	660	49	655
48	675	48	675	48	680	48	700	49	670
49	710	49	700	49	720	49	710	51	700
50	725	50	720	50	730	50	720	53	710
51	720	51	710	51	710	51	715	52	715

B21		B22		B23		B24		B25	
X	y	x	Y	x	Y	x	y	x	y
43	500	43	570	43	550	43	570	43	580
44	650	44	610	44	620	44	600	44	620
45	600	45	600	45	600	45	610	45	600
46	655	46	640	46	625	46	650	46	625
47	670	47	670	47	670	47	680	47	670
49	660	49	650	49	650	49	660	49	650
49	680	49	680	49	675	49	670	49	675
51	700	51	710	51	700	51	720	51	700
53	690	53	720	53	720	53	700	53	720
52	710	52	730	52	730	52	710	52	710

B26		B27		B28		B29		B30	
X	y	x	Y	x	Y	x	y	x	y
43	590	43	570	38	580	38	570	38	500
44	600	44	610	40	650	40	600	40	610
45	605	45	620	42	600	42	610	42	600
46	645	46	625	43	655	43	650	43	650
47	670	47	670	45	670	45	655	45	660
49	660	49	650	46	665	46	660	46	655
49	675	49	675	48	680	48	700	48	670
51	710	51	700	50	720	50	710	50	700
53	725	53	720	51	730	51	720	51	710
52	720	52	710	52	710	52	715	52	715

### ЗАДАНИЕ №2.

Изменение объема продукции в стоимостном выражении за предшествующий период характеризуется показателями, представленными ниже.

I. Выполните расчет показателей динамики производства (абсолютных, относительных, средних показателей динамики), используя метод расчета показателей с переменной базой (цепные) и с постоянной базой (базисные). Построить график базисных темпов роста.

II. 1) Используя систему нормальных уравнений метода наименьших квадратов, построить линию тренда, полагая, что изменение уровней ряда происходит в данном случае по линейному закону.

2) Найти стандартную ошибку аппроксимации (среднее квадратическое отклонение тренда).

3) Построить доверительный интервал (при уровне значимости 0,05) объема производства продукции на 2011 год.

Период	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
--------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Объем производства, млн.руб.

B 1	12,34	16,3	15,65	12,0	13,15	16,17	18,28	22,07	21,86
B2	12,38	16,2	15,70	12,2	13,10	16,24	18,36	22,04	21,92
B3	12,42	16,1	15,75	12,4	13,05	16,31	18,44	22,01	21,98
B4	12,46	16,0	15,80	12,6	13,00	16,38	18,52	21,98	22,04
B5	12,50	15,9	15,85	12,8	12,95	16,45	18,60	21,95	22,10
B6	12,54	15,8	15,90	13,0	12,90	16,52	18,68	21,92	22,16
B7	12,58	15,7	15,95	13,2	12,85	16,59	18,76	21,89	22,22
B8	12,62	15,6	16,00	13,4	12,80	16,66	18,84	21,86	22,28
B9	12,66	15,5	16,05	13,6	12,75	16,73	18,92	21,83	22,34
B10	12,70	15,4	16,10	13,8	12,70	16,80	19,00	21,80	22,40
B11	12,74	15,3	16,15	14,0	12,65	16,87	19,08	21,77	22,46
B12	12,78	15,2	16,20	14,2	12,60	16,94	19,16	21,74	22,52
B13	12,82	15,1	16,25	14,4	12,55	17,01	19,24	21,71	22,58
B14	12,86	15,0	16,30	14,6	12,50	17,08	19,32	21,68	22,64
B15	12,90	14,9	16,35	14,8	12,45	17,15	19,40	21,65	22,70
B16	12,94	14,8	16,40	15,0	12,40	17,22	19,48	21,62	22,76
B17	12,98	14,7	16,45	15,2	12,35	17,29	19,56	21,59	22,82
B18	13,02	14,6	16,50	15,4	12,30	17,36	19,64	21,56	22,88
B19	13,06	14,5	16,55	15,6	12,25	17,43	19,72	21,53	22,94
B20	13,10	14,4	16,60	15,8	12,20	17,50	19,80	21,50	23,00
B21	13,14	14,3	16,65	16,0	12,15	17,57	19,88	21,47	23,06
B22	13,18	14,2	16,70	16,2	12,05	17,64	19,96	21,44	23,12
B23	13,22	14,1	16,75	16,4	12,00	17,71	20,04	21,41	23,18
B24	13,26	14,0	16,80	16,6	11,95	17,78	20,12	21,38	23,24
B25	13,30	13,9	16,85	16,8	11,90	17,85	20,20	21,35	23,30
B26	13,34	13,8	16,90	17,0	11,85	17,92	20,28	21,32	23,36
B27	13,38	13,7	16,95	17,2	11,80	17,99	20,36	21,29	23,42
B28	13,42	13,6	17,00	17,4	11,75	18,06	20,44	21,26	23,48
B29	13,46	13,5	17,05	17,6	11,70	18,13	20,52	21,23	23,54
B30	13,50	13,4	17,10	17,8	11,65	18,20	20,60	21,20	23,60
B31	13,54	13,3	17,15	18,0	11,60	18,27	20,68	21,17	23,66
B32	13,58	13,4	17,20	18,2	11,55	18,34	20,76	21,14	23,72

### ЗАДАНИЕ №3.

Имеются следующие данные по курсу цен и количеству проданных акций нефтяных компаний на фондовом рынке (N – номер варианта):

Вид акций	Февраль		Март	
	Количество акций, шт.	Стоимость проданных акций, тыс. руб	Количество акций, шт.	Стоимость проданных акций, тыс. руб
A	3680 + N	4416 – N	3700 – N	6300 – N
B	2150 – N	1505 + N	2200 + N	1980 + N
C	2620 + N	2560 – N	2750 – N	2780 – N

Рассчитать:

- 1) индивидуальные индексы цены акции, количества проданных акций, стоимости проданных акций;
- 2) сводный индекс цен акций;

- 3) сводный индекс количества проданных акций;
- 4) сводный индекс стоимости проданных акций;
- 5) абсолютное изменение стоимости проданных акций – всего и в том числе за счет изменения цен и количества проданных акций.

При построении сводных индексов, пользуйтесь правилом построения сводных индексов для качественных и количественных показателей.

Покажите взаимосвязь между исчисленными индексами и сделайте выводы.

#### ЗАДАНИЕ №4.

Имеются данные по промышленному предприятию о производстве продукции:  
Варианты 1 – 16 (N – номер варианта)

Вид продукции	Общие затраты на производство в предшествующем году, млн.руб	Общие затраты на производство в отчетном году, млн.руб	Изменение объема производства в натуральном выражении в отчетном периоде по сравнению с предыдущим, %
A	$2459 - 10 \cdot N$	$2573 - 10 \cdot N$	$- 0,5 - N$
B	$943 + 10 \cdot (N + 1)$	$1021 + 10 \cdot (N + 1)$	$- N$
C	$1356 + 10 \cdot (N - 1)$	$1002 + 10 \cdot (N - 1)$	$N + 0,2$

Варианты 17 – 32 (N – номер варианта)

Вид продукции	Общие затраты на производство в предшествующем году, млн.руб	Общие затраты на производство в отчетном году, млн.руб	Индивидуальные индексы себестоимости изделия, %
A	$2459 - 10 \cdot N$	$2607 - 10 \cdot N$	$83,2 + N$
B	$943 + 10 \cdot (N + 1)$	$1025 + 10 \cdot (N + 1)$	$117 - N$
C	$1356 + 10 \cdot (N - 1)$	$993 + 10 \cdot (N - 1)$	$75,2 + N$

Определите сводный индекс:

- 1) себестоимости изделия;
- 2) затрат на производство продукции;
- 3) физического объема произведенной продукции.

Определите абсолютное изменение затрат в отчетном периоде по сравнению с предыдущим за счет изменения себестоимости и количества произведенной продукции. Сделайте выводы.

#### Решение типовых задач

**Пример 1.** Произведем анализ 30 самых надежных среди малых и средних коммерческих банков одного из регионов (на 01.01.08 г.), применяя метод группировок (табл. 1.1).

Таблица 1.1

**Основные показатели деятельности коммерческие банков  
одного из регионов на 01.01.08 г. (цифры условные)**

№ банка	Капитал	Работа- ющие активы	Уставный капитал	№ банка	Капитал	Работающие активы	Уставный капитал
1	2	3	4	1	2	3	4
1	20710	11706	2351	16	55848	54435	7401
2	19942	19850	17469	17	10344	21430	4266
3	9273	2556	2626	18	16651	41119	5121
4	59256	43587	2100	19	15762	29771	9998
5	24654	29007	23100	20	6753	10857	2973
6	47719	98468	18684	21	22421	53445	3415
7	24236	25595	5265	22	13614	22625	4778
8	7782	6154	2227	23	9870	11744	5029
9	38290	79794	6799	24	24019	27333	6110
10	10276	10099	3484	25	22969	70229	5961
11	35662	30005	13594	26	75076	124204	17218
12	20702	21165	8973	27	56200	90367	20454
13	8153	16663	2245	28	60653	101714	10700
14	10215	9115	9063	29	14813	18245	2950
15	23459	31717	3572	30	41514	127732	12092

В качестве группировочного признака возьмем уставный капитал. Образует четыре группы банков с равными интервалами. Величину интервала определим по

формуле  $h = \frac{R}{k} = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k} = \frac{23100 - 2100}{4} = 5250$  (усл. ден. ед.).

Обозначим  
границы групп: 2100 - - 1-я группа; 12600 - - 3-я группа;  
7350 - - 2-я группа; 17850 - - 4-я группа;  
7350 - - 2-я группа; 17850 - - 4-я группа;  
12600 группа; 3100 группа.

После того как определен группировочный признак - уставный капитал, задано число групп - 4 и образованы сами группы, необходимо отобрать показатели, которые характеризуют группы, и определить их величины по каждой группе. Показатели, характеризующие банки, разносятся по указанным группам, и подсчитываются итоги по группам. Результаты группировки заносятся в таблицу, и определяются общие итоги по совокупности единиц наблюдения по каждому показателю (табл. 1.2).

Таблица 1.2

**Группировка малых и средних коммерческих банков  
одного из регионов по величине уставного капитала на 01.01.08 г.**

№ группы	Группы банков по величине уставного капитала, усл. ден. ед.	Число банков, шт.	Работающие активы, усл. ден. ед.	Капитал, усл. ден. ед..	Уставный капитал, усл. ден. ед.
1	2100 - 7350	18	504898	342889	71272
2	7350 - 12600	6	343932	204694	58227
3	12600 - 17850	3	174059	130680	48281
4	17850 - 23100	3	217842	128573	62238
Итого		30	1240731	806836	240018

Структурная группировка коммерческих банков на основе данных таблицы 1.2 представлена в таблице 1.3.

Таблица 1.3

**Группировка малых и средних коммерческих банков  
одного из регионов по величине уставного капитала на 01.01.08 г:**

№ группы	Группы банков по величине уставного капитала, тыс. руб.	Число банков, %	Работающие активы, % к итогу	Капитал, % к итогу	Уставный капитал, % к итогу
1	2100 - 7350	60	40,7	42,5	29,7
2	7350 - 12600	20	27,7	25,4	24,3
3	12600 - 17850	10	14,0	16,2	20,1
4	17850 - 23100	10	17,6	15,9	25,9
Итого		100	100,0	100,0	100,0

Из таблицы 1.3 видно, что в основном преобладают малые банки - 60%, на долю которых приходится 42,5% всего капитала. Более конкретный анализ взаимосвязи показателей можно сделать на основе аналитической группировки (таблица 1.4).

Таблица 1.4

**Группировка малых и средних коммерческих банков  
одного из регионов по величине уставного капитала на 01.01.08 г.**

№ группы	Группы банков по величине уставного капитала, усл. ден. ед.	Число банков, шт.	Капитал, усл. ден. ед.		Работающие активы, усл. ден. ед.	
			Всего	в среднем на один банк	Всего	в среднем на один банк
1	2100 - 7350	18	342889	19049	504898	28050
2	7350 - 12600	6	204694	34116	343932	57322
3	12600 - 17850	3	130680	43560	174059	58020
4	17850 - 23100	3	128573	42858	217842	72614
Итого		30	806836	-	124073	-
В среднем на один банк			-	26895	-	41358

Величины капитала и работающих активов прямо взаимосвязаны, и чем крупнее банк, тем эффективнее управление работающими активами.

Мы рассмотрели примеры группировок по одному признаку. Однако в ряде случаев для решения поставленных задач такая группировка является недостаточной. В этих случаях переходят к группировке исследуемой совокупности по двум и более существенным признакам во взаимосвязи (сложной группировке).

Произведем группировку коммерческих банков по двум признакам: величине уставного капитала и работающих активов, и выявим зависимость капитала банка от этих двух признаков (таблица 1.5).

Таблица 1.5

**Группировка коммерческих банков одного из регионов по величине уставного капитала и работающих активов на 01.01.08 г.**

№ группы	Группы банков по величине уставного капитала, усл. ден. ед.	Подгруппы банков по величине работающих активов.	Число банков, шт.	Капитал, усл. ден. ед..	
				Всего	в среднем на один банк
1	2100-7350	2556 - 65144	16	381630	17602
		65144 - 127732	2	61259	30630
	Итого по группе		18	342889	19049
2	7350-12600	2556 - 65144	4	102527	25632
		65144 - 127732	2	102167	51084
	Итого по группе		6	204694	34116
3	12600-17850	2556 - 65144	2	55604	27802
		65144 - 127732	1	75076	75076
	Итого по группе		3	130680	65340
4	1780-23100	2556-65144	1	24654	24654
		65144-127732	2	103919	51960
	Итого по группе		3	128573	42858
	Всего		30	806836	164861

**Вывод:** из данных табл. 1.5 следует, что чем крупнее банк и эффективнее управление работающими активами, тем больше капитал банка.

**Пример 2.** Имеются следующие данные о работе малых предприятий за текущий период

Таблица 2.1

Предприятие	Фактический объем реализации, тыс.руб	Средний объем реализации на одного работника, тыс. руб.	Прибыль к объему реализации, %	Процент совместителей в общей численности работников
	X	y	z	d
1	19000	3800	19	66
2	16000	4000	20	70
3	20000	5000	26	60
4	19200	3200	20	75

Определить по малым предприятиям района средние значения:

- 1) реализованной продукции на одно предприятие;
- 2) производительности труда;
- 3) рентабельности продукции;
- 4) доли совместителей в общей численности работников. Указать вид рассчитанных средних величин и сделать выводы.

**Решение.**

Введем обозначения:

X – фактический объем реализации;

Y – средний объем реализации на одного работника;

Z – прибыль к объему реализации;

D – процент совместителей в общей численности работников.

Выбор вида средней величины необходимо начинать с построения логической формулы, исходя из качественного содержания усредняемого показателя.

Все расчеты будем оформлять в таблице:

Таблица 2.2

№ предприятия	Фактический объем реализации, тыс. руб. ( $x_i$ )	Средний объем реализации на одного работника, тыс. руб. ( $y_i$ )	Количество работающих, чел., ( $\frac{x_i}{y_i}$ )	Прибыль к объему реализации, % ( $z_i$ )	Прибыль, тыс. руб., ( $\frac{x_i \cdot z_i}{100}$ )	Совместители, чел., $\frac{x_i \cdot d_i}{y_i \cdot 100}$	Процент совместителей в общей численности работников ( $d_i$ )
1	19000	3800	5	19	$19000 \cdot 0,19 = 3610$	3,3	66
2	16000	4000	4	20	$16000 \cdot 0,20 = 3200$	2,8	70
3	20000	5000	4	26	$20000 \cdot 0,26 = 5200$	2,4	60
4	19200	3200	6	20	$19200 \cdot 0,20 = 3840$	4,5	75
$\Sigma$	74200		19		15850	13	

Средний объем  
1) реализованной продукции = 
$$\frac{\text{Совокупный объем реализованной продукции всеми предприятиями (тыс.руб.)}}{\text{количество предприятий}}$$

Получаем таким образом среднюю арифметическую простую

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{74200}{4} = 18550 (\text{тыс.руб.})$$

Средняя  
2) производительность труда = 
$$\frac{\text{Совокупный объем реализованной продукции (тыс.руб.)}}{\text{Общее количество работающих}}$$

Количество работающих найдем, зная что:

$$\text{количество работающих} = \frac{\text{Объем реализованной продукции (тыс. руб.)}}{\text{Средний объем реализованной продукции на одного работающего}}$$

Получаем среднюю производительность труда по четырем предприятиям в виде средней гармонической взвешенной:

$$\bar{y} = \frac{\sum x_i}{\sum \frac{x_i}{y_i}} = \frac{74200}{19} = 3905 (\text{тыс. руб.}), \text{ т. е. по четырем предприятиям объем}$$

реализации продукции на одного работника предприятия составляет в среднем 3905 тыс. руб.

$$3) \text{ рентабельность продукции} = \frac{\text{Суммарная прибыль (тыс. руб.)}}{\text{Совокупный объем реализованной продукции (тыс. руб.)}}$$

Среднюю рентабельность продукции в процентах найдем как среднюю

арифметическую взвешенную:  $\bar{z} = \frac{\sum \frac{x_i z_i}{100}}{\sum x_i} \cdot 100\% = \frac{15850}{74200} \cdot 100\% = 21,4\%$ , т.е. в

среднем прибыль составляет 21,4% к объему реализации.

$$4) \text{ Совместители в общей численности работников} = \frac{\text{Общая численность совместителей}}{\text{Общая численность работников}}$$

$$\bar{d} = \frac{\sum \frac{x_i \cdot d_i}{y_i \cdot 100}}{\sum \frac{x_i}{y_i}} \cdot 100\% - \text{средняя арифметическая взвешенная.}$$

$$\bar{d} = \frac{13}{19} \cdot 100\% = 68,4\% - \text{средний процент совместителей в общей численности работающих.}$$

Таким образом, по четырем предприятиям совместители составляют в среднем 68,4 % от общей численности работающих.

**Пример 3.** Известно распределение торговых предприятий города по уровню цен на товар А (табл. 3.1). Рассчитать структурные средние – моду и медиану.

Таблица 3.1

Цена, $x_i$ , руб.	52	53	54	56	59
Число предприятий, $f_i$	12	48	56	60	14
Накопленная частота, $f'_i$	12	60	116		

**Решение.**

1) Мода  $M_0=56$  руб. – наиболее часто встречающаяся цена товара А.

2) Для расчета медианы  $M_e$  определим

$$\frac{1}{2} \sum f_i = \frac{1}{2} (12 + 48 + 56 + 60 + 14) = 95$$

Подсчитаем накопленные частоты.

Наращивание продолжаем до получения накопленной частоты, впервые превышающей половину объема выборки.

$$116 > 95$$

Значит  $M_e=54$ (руб.), т. е. в среднем у половины предприятий города цена на товар А меньше 54 руб., у половины – больше 54 руб.

**Пример 4.** Известно распределение вкладчиков районного отделения сберегательного банка по размеру вкладов:

Таблица 4.1

Группа вкладчиков по размеру вкладов, тыс. руб.	Число вкладчиков, тыс. чел	Расчетная графа
		Накопленная частота
$x_{i-1} - x_i$	$f_i$	$f'_i$
До 500	168	168
500 – 1000	29	197
1000 – 1500	13	210
1500 – 2000	3	213
2000 – 2500	1	214
2500 и более	1,109	215,109
Итого	215,109	-

Рассчитайте структурные средние – моду, медиану.

**Решение.**

Имеем интервальный вариационный ряд.

1) Мода для интервального ряда с равными интервалами рассчитывается по формуле:

$$M_0 = x_{M_0} + h_{M_0} \frac{f_{M_0} - f_{M_0-1}}{(f_{M_0} - f_{M_0-1}) + (f_{M_0} - f_{M_0+1})}, \text{ где}$$

$x_{M_0}$  - начало модального интервала,

$h_{M_0}$  - длина модального интервала,

$f_{M_0}$  - частота модального интервала,

$f_{M_0-1}$  - частота домодаляного интервала,

$f_{M_0+1}$  - частота послемодаляного интервала.

Модаляный интервал определяем по наибольшей частоте  $f_i = 168$ , тогда имеем

$$M_0 = 0 + 500 \frac{168 - 0}{(168 - 0) + (168 - 29)} = \frac{500 \cdot 168}{307} = 273,6 (\text{тыс. руб.}),$$

следовательно, наиболее часто встречающийся размер вклада 273,6 тыс. руб.

2) Медиана интерваляного распределения рассчитывается по формуле:

$$M_e = x_{Me} + h_{Me} \frac{\frac{\sum f_i}{2} - f'_{Me-1}}{f_{Me}}, \text{ где}$$

$x_{Me}$  - начало медианного интервала,

$h_{Me}$  - длина медианного интервала,

$f'_{Me-1}$  - накопленная частота домедианного интервала,

$f_{Me}$  - частота медианного интервала.

Медианный интервал определим с помощью накопленных частот, как в примере №3 или медианный интервал определим с помощью числа

$$\frac{215,109 + 1}{2} = 108,05, \text{ следовательно, это первый интервал (0-500).}$$

$$\text{Тогда, } M_e = 0 + 500 \frac{108,05 - 0}{168} = 321,6 (\text{тыс. руб.}).$$

Таким образом, половина вкладчиков имеют вклады менее 321,6 тыс. руб., остальные – более 321,6 тыс. руб.

**Пример 5.** По дискретному ряду распределения рабочих цеха по квалификации вычислить показатели вариации.

Таблица 5.1

Тарифный разряд, $x_i$	Число рабочих, $f_i$
2	4
3	5
4	9
5	4
6	2
Итого:	24

**Решение.**

Для расчета показателей вариации удобно воспользоваться таблицей.

## Расчет показателей вариации.

Тарифный разряд, $x_i$	Число рабочих, $f_i$	$d_i = x_i - \bar{x}$	$ d_i  \cdot f_i$	$d_i^2 \cdot f_i$
2	4	-1,8	7,2	12,96
3	5	-0,8	4,0	3,20
4	9	0,2	1,8	0,36
5	4	1,2	4,8	5,76
6	2	2,2	4,4	9,68
Итого:	24		22,2	31,96

Найдем среднее значение признака  $\bar{x}$ :

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 9 + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 2}{4 + 5 + 9 + 4 + 2} = \frac{91}{24} = 3,8 (\text{разряда})$$

Среднее линейное отклонение  $\bar{d}$ :

$$\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{\sum |d_i| \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{22,2}{24} = 0,9 (\text{разряда})$$

Среднее квадратическое отклонение  $\sigma$ :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}} = \sqrt{\frac{\sum d_i^2 f_i}{\sum f_i}} = 1,15 (\text{разряда})$$

Коэффициент вариации  $\nu$ :

$$\nu = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{1,15}{3,8} \cdot 100\% = 30,3\%$$

Следовательно, индивидуальные значения отличаются от средней арифметической в среднем на 1,15 разряда или на 30,3%.

Среднее квадратическое отклонение превышает среднее линейное отклонение в соответствии со свойствами мажорантностисредних.

Значение коэффициента вариации (30,3% < 33%) свидетельствует о том, что совокупность достаточно однородна.

**Пример 6.** По интервальному ряду распределения рабочих цеха по возрасту вычислить показатели вариации.

Таблица 6.1

Возраст, лет	Число работников, человек	Середина интервала	Расчетные графы		
			$x_i \cdot f_i$	$ x_i - \bar{x}  f_i$	$ x_i - \bar{x} ^2 f_i$
$x'_i - x'_{i+1}$	$f_i$	$x_i$	$x_i \cdot f_i$	$ x_i - \bar{x}  f_i$	$ x_i - \bar{x} ^2 f_i$
До 25	8	20	160	176	3872
25-35	10	30	300	120	1440
35-45	12	40	480	24	48
45-55	15	50	750	120	960
55-65	6	60	360	108	1944
65 и более	3	70	210	84	2352
Итого:	54		2260	632	10616

**Решение.**

1) Размах вариации  $R = x_{\max} - x_{\min} = 70 - 20 = 50(\text{лет})$ .

2) Среднее значение признака  $\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{2260}{54} \approx 42(\text{года})$ .

3) Среднее линейное отклонение  $\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum f_i} = 11,7(\text{лет})$ .

4) Дисперсия  $\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{10616}{54} = 196,6$ .

5) Среднее квадратическое отклонение  $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 14,02(\text{лет})$ .

6) Коэффициент вариации  $v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{14,02}{42} \cdot 100\% \approx 33\%$ .

Вывод: средний возраст работников цеха составляет 42 года. Возраст каждого работника цеха отличается от среднего значения в среднем на 11,7 лет. Поскольку  $\bar{d} < \sigma$ , то это соответствует правилу мажорантности средних, и, следовательно, возраст каждого работника отличается от среднего возраста на 33% или на 14,02 года.

Значение коэффициента вариации свидетельствует о том, что совокупность не достаточно однородна.

**Пример 7.** Имеются данные о производительности труда рабочих одного из цехов НПО «Циклон» (табл. 7.1). Требуется: проверить правило сложения дисперсий; вычислить эмпирическое корреляционное отношение.

Таблица 7.1

**Производительность труда двух групп рабочих одного из цехов НП «Циклон»**

Производительность труда рабочих									
Прошедших техническое обучение, деталей за смену					Не прошедших техническое обучение, деталей за смену				
84	93	95	101	102	62	68	82	88	105

**Решение.**

Рассчитаем общую и групповые средние и дисперсии:

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_{i_1}}{n_1} = \frac{475}{5} = 95(\text{дет.}); \quad \bar{x}_2 = \frac{\sum x_{i_2}}{n_2} = \frac{405}{5} = 81(\text{дет.});$$

$$\bar{x} = \frac{475 + 405}{10} = 88(\text{дет.})$$

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum (x_{i_1} - \bar{x}_1)^2}{n_1} = \frac{(84 - 95)^2 + (93 - 95)^2 + \dots + (102 - 95)^2}{5} = 42,$$

$$\sigma_2^2 = \frac{\sum (x_{i_2} - \bar{x}_2)^2}{n_2} = \frac{(62-81)^2 + (68-81)^2 + \dots + (105-81)^2}{5} = 231,2,$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(84-88)^2 + (93-88)^2 + \dots + (105-88)^2}{10} = 185,6$$

Исходные данные для вычисления средней из внутригрупповой дисперсии представлены в таблице 7.2

Таблица 7.2

**Расчет  $\sigma_i^2$  и  $\delta^2$  по двум группам рабочих**

Группы рабочих	Численность рабочих, чел.	Средняя, дет/смен	Дисперсия
Прошедшие тех. обучение	5	95	42,0
Не прошедшие тех. Обучение	5	81	231,2
Все рабочие	10	88	185,6

Рассчитаем следующие показатели.

Средняя из внутригрупповых дисперсий:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sigma_1^2 \cdot n_1 + \sigma_2^2 \cdot n_2}{n_1 + n_2} = \frac{42 \cdot 5 + 213,2 \cdot 5}{10} = 136,6;$$

межгрупповая дисперсия:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (\bar{x}_j - \bar{x})^2 n_j}{\sum n_j} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x})n_1 + (\bar{x}_2 - \bar{x})n_2}{n_1 + n_2};$$

$$\delta^2 = \frac{(95-88)^2 \cdot 5 + (81-88)^2 \cdot 5}{10} = \frac{245 + 245}{10} = 49,0.$$

Таким образом, эмпирическое корреляционное отношение:

$$\eta = \sqrt{\frac{49,0}{185,6}} = 0,514, \text{ т.е. связь между признаками умеренная.}$$

Коэффициент детерминации  $\eta^2 = 0,264$ , т.е. фактор технического обучения объясняет в данном примере 26,4% вариации производительности труда рабочих, а неучтенные факторы 73,6 %.

**Пример 8.** Имеются следующие данные о времени простоя автомобиля под разгрузкой:

Таблица 8.1

№ пункта разгрузки	1	2	3	4	5	6	7	8	6	10
Число грузчиков	3	4	4	3	3	4	4	4	3	4
Время простоя, мин	12	10	8	15	19	12	8	10	18	8

Проверить закон сложения дисперсий.

**Решение.**

В этой задаче варьирующим признаком является время простоя автомобиля под разгрузкой. Общая дисперсия времени простоя под разгрузкой определяется по формуле:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}$$

Для расчета общей дисперсии составим дискретный ряд распределения, промежуточные расчеты поместим в таблицу 8.2.

Таблица 8.2

**Вспомогательная таблица для расчета общей дисперсии**

Время простоя под разгрузкой, мин, $x_i$	Число выполненных разгрузок, $f_i$	$x_i \cdot f_i$	$x_i - \bar{x}_0$	$(x_i - \bar{x}_0)^2$	$(x_i - \bar{x}_0)^2 \cdot f_i$
8	3	24	-4	16	48
10	2	20	-2	4	8
12	2	24	0	0	0
15	1	15	3	9	9
18	1	18	6	36	36
19	1	19	7	49	49
Итого:	10	120	-	-	150

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{120}{10} = 12 (\text{мин.}) - \text{среднее время простоя,}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{150}{10} = 15 - \text{общая дисперсия.}$$

Величина этой дисперсии характеризует вариацию времени простоя под разгрузкой под влиянием всех условий.

Различия в величине изучаемого признака прежде всего возникают под влиянием числа грузчиков, принимающих участие в процессе разгрузки. В связи с этим в совокупности выделяются две однородные группы по числу грузчиков: в первую группу включаются наблюдения при числе грузчиков 3; во вторую группу попадают наблюдения при числе грузчиков 4. Для каждой из выделенных групп определяются внутригрупповая дисперсия, возникающая под влиянием неучтенных факторов. Для их расчета используем вспомогательные таблицы 8.3 и 8.4.

Таблица 8.3

**Расчет внутригрупповой дисперсии по первой группе (число грузчиков, участвующих в группе – 3).**

Время простоя под разгрузкой, мин, $x_i$	Число выполненных разгрузок, $f_i$	$x_i \cdot f_i$	$x_i - \bar{x}_1$	$(x_i - \bar{x}_1)^2 \cdot f_i$
12	1	12	-4	16
15	1	15	-1	1
18	1	18	2	4
19	1	19	3	9
Итого:	4	64	-	30

$$\bar{x}_1 = \frac{64}{4} = 16 (\text{мин.}); \sigma_1^2 = \frac{30}{4} = 7,5.$$

**Расчет внутригрупповой дисперсии по второй группе (число грузчиков, участвующих в группе – 4)**

Время простоя под разгрузкой, мин, $X_i$	Число выполненных разгрузок, $f_i$	$X_i \cdot f_i$	$X_i - \bar{X}_2$	$(X_i - \bar{X}_2)^2 \cdot f_i$
8	3	24	-1,33	5,31
10	2	20	0,67	0,90
12	1	12	2,67	7,13
Итого:	6	56	-	13,34

$$\bar{x}_2 = \frac{56}{6} = 9,33(\text{мин.}); \sigma_2^2 = \frac{13,34}{6} = 2,22.$$

Средняя из внутригрупповых дисперсий

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\sum \sigma_i^2 \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{7,5 \cdot 4 + 2,22 \cdot 6}{10} = 4,33.$$

Межгрупповая дисперсия, отражающая различия в величине признака под влиянием фактора, положенного в основу группировки, определяется по формуле:

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{(16 - 12)^2 \cdot 4 + (9,33 - 12)^2 \cdot 6}{10} = 10,68.$$

Общая дисперсия ( $\sigma^2$ ) равна сумме средней внутригрупповой дисперсии и межгрупповой дисперсии, т.е.  $\sigma^2 = \bar{\sigma}^2 + \delta^2$ , тогда  $\sigma^2 = 4,3 + 10,68 = 14,98$ , что и соответствует полученной ранее величине.

**Пример 9.** В результате выборочного наблюдения предполагаемой зависимости между прожиточным минимумом (*признак X*) и заработной платой (*признак Y*) получены следующие данные:

Таблица 9.1

X, ден. ед.	0,49	0,46	0,52	0,38	0,33
Y, ден.ед.	1,08	1,04	1,49	0,97	0,90

Полагая, что зависимость между X и Y линейная, определить:

1) параметры регрессии; 2) оценить тесноту связи между признаками, используя линейный коэффициент корреляции; 3) оценить меру достоверности полученного уравнения.

**Решение.**

1) Полагаем, что  $\bar{y}_x = a_1 x + a_0$ . Параметры регрессии определим методом наименьших квадратов (МНК) из системы уравнений:

$$\begin{cases} a_1 \sum x_i^2 + a_0 \sum x_i = \sum x_i y_i, \\ a_1 \sum x_i + a_0 n = \sum y_i; \end{cases}$$

Для удобства занесем расчеты в таблицу.

Таблица 9.2

№	$x_i$	$y_i$	$x_i y_i$	$x_i^2$	$y_i^2$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$	$\bar{y}_x$	$(y_i - \bar{y}_x)^2$
1	0,49	1,08	0,5292	0,2401	1,1664	0,0029	0,0003	1,2264	0,0214
2	0,46	1,04	0,4784	0,2116	1,0816	0,0006	0,0031	1,1556	0,0134
3	0,52	1,49	0,7748	0,2704	2,2201	0,0071	0,1552	1,2972	0,0265
4	0,38	0,97	0,3686	0,1444	0,9409	0,0031	0,0159	0,9668	0,00001
5	0,33	0,90	0,2970	0,1089	0,8100	0,0112	0,0384	0,8488	0,0026
$\sum$	2,18	5,48	2,448	0,9754	6,2190	0,0249	0,2129	-	0,0639

В нашем случае получим систему

$$\begin{cases} 0,9754a_1 + 2,18a_0 = 2,448, \\ 2,18a_1 + 5a_0 = 5,48; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,4474a_1 + a_0 = 1,1229, \\ 0,436a_1 + a_0 = 1,096; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0,0114a_1 = 0,0269, \\ a_1 = 2,36, \\ a_0 = 1,096 - 0,436 \cdot 2,36 = 0,067 \approx 0,07. \end{cases}$$

$$\bar{y}_x = 2,36x + 0,07$$

$a_1 = 2,36 > 0$  значит, связь между признаками прямая.

Полученное значение коэффициента регрессии показывает, что при увеличении прожиточного минимума на 1 ден. ед., заработная плата в среднем увеличивается на 2,36 ден. ед.

2) Оценим тесноту связи.

Рассчитаем линейный коэффициент корреляции:  $r = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{n\sigma_x\sigma_y}$

$$\text{Где } \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}; \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}; \sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}, \sigma_y = \sqrt{\sigma_y^2} = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n}}$$

$$\bar{x} = 0,436; \bar{y} = 1,096; \sigma_x = \sqrt{0,005} = 0,071; \sigma_y = \sqrt{0,0426} = 0,206.$$

$$r = \frac{2,448 - 5 \cdot 0,436 \cdot 1,096}{5 \cdot 0,071 \cdot 0,206} = 0,803 \approx 0,8.$$

Можно также использовать связь между линейным коэффициентом корреляции и коэффициентом регрессии:  $r = a_1 \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$ . В нашем случае

$$r = 2,36 \cdot \frac{0,071}{0,206} = 0,813 \approx 0,8.$$

Т.к.  $r > 0$ , то связь между признаками прямая, величина коэффициента корреляции говорит о тесной связи между признаками.

3. Оценим меру достоверности полученного уравнения, для этого рассчитаем среднюю квадратическую ошибку уравнения регрессии:

$$S_e = \sqrt{\frac{(y_i - \bar{y}_x)^2}{n - m}}, \text{ где } y_i - \text{наблюдаемое значение признака } y, \bar{y}_x - \text{теоретические}$$

значения признака,

$n$  – объем выборки,  $m$  – число параметров регрессии.

Например,  $\bar{y}_1 = 2,36 \cdot 0,49 + 0,07 = 1,2264$ . Аналогично находим другие  $\bar{y}_x$ .

$$S_e = \sqrt{\frac{0,0639}{5 - 2}} = \sqrt{0,0213} = 0,146.$$

Используем соотношение

$$\frac{S_e}{y} \cdot 100\% = \frac{0,146}{1,096} \cdot 100\% = 13,32\% < 15\%$$

Значит, уравнение  $\bar{y}_x = 2,36x + 0,07$  достаточно хорошо отображает взаимосвязь рассматриваемых признаков и может быть использовано в практической работе, т.е. при прогнозировании.

**Пример 10.** По группе акционерных коммерческих банков региона имеются следующие данные (таблица 10.1). Оценить тесноту связи между суммой прибыли банка и размерам его активов.

Таблица 10.1

№ банка	Активы банка, млн. руб.	Прибыль, млн. руб.
1	866	39,6
2	328	17,8
3	207	12,7
4	185	14,9
5	109	4,0
6	104	15,5
7	327	6,4
8	113	10,1
9	91	3,4
10	849	13,4

**Решение.**

В анализе социально-экономических явлений часто приходится прибегать к различным условным оценкам, например рангам, а взаимосвязь между отдельными признаками измерять с помощью непараметрических коэффициентов связи. Среди непараметрических методов оценки тесноты связи наибольшее значение имеют ранговые коэффициенты Спирмена ( $\rho$ ) и Кендалла ( $\tau$ ).

а) Для расчета коэффициента корреляции рангов Спирмена предварительно выполним ранжирование банков по уровню каждого признака. Ранжирование – это процедура упорядочения объектов изучения, которая выполняется на основе предпочтения. Ранг – это порядковый номер значений признака, расположенных в порядке возрастания или убывания их величин. (В нашей задаче будем ранжировать в порядке возрастания.)

Таблица 10.2

№ банка	Активы банка (млн. руб.) $X_i$	Ранг по $X$	№ банка	Прибыль банка (млн. руб.) $Y_i$	Ранг по $Y$
9	91	1	9	3,4	1
6	104	2	5	4,0	2
5	109	3	7	6,4	3
8	113	4	8	10,1	4
4	185	5	3	12,7	5
3	207	6	10	13,4	6
7	327	7	4	14,9	7
2	328	8	6	15,5	8
10	849	9	2	17,8	9
1	866	10	1	39,6	10

Для дальнейших расчетов воспользуемся вспомогательной таблицей

Таблица 10.3

№ банка	Активы (млн. руб.)	Прибыль (млн. руб.)	Ранги		$d_i$ (ранг $X$ - ранг $Y$ )	$d_i^2$
			$X$	$Y$		
1	866	39,6	10	10	0	0
2	328	17,8	8	9	-1	1
3	207	12,7	6	5	1	1
4	185	14,9	5	7	-2	4
5	109	4,0	3	2	1	1
6	104	15,5	2	8	-6	36
7	327	6,4	7	3	4	16
8	113	10,1	4	4	0	0
9	91	3,4	1	1	0	0
10	849	13,4	9	6	3	9
Итого	-	-	-	-	0	68

Тогда  $\rho = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}$ , где  $d_i^2$  - квадраты разности рангов,  $n$  - число наблюдений (число пар рангов). В нашем случае имеем

$$\rho = 1 - \frac{6 \cdot 68}{10(100 - 1)} = 0,588 \quad (\rho \in [-1; 1]!).$$

По таблице значений коэффициент корреляции рангов Спирмена для двусторонних пределов уровня значимости  $\alpha$  по объему выборки  $n=10$  и уровню значимости 5% ( $\alpha=0,05$ ) критическая величина для рангового коэффициента корреляции составляет  $\rho_{кр} = \pm 0,6364$ . Поэтому вывод по результату анализа: есть необходимость увеличивать объем выборки.

б) Расчет рангового коэффициента Кендалла осуществляется по формуле  $\tau = \frac{2S}{n(n-1)}$ , где  $n$  - число наблюдений,  $S$  - сумма разностей между числом последовательностей и числом инверсий по второму признаку ( $S = P - Q$ ).

Расчет данного коэффициента выполняется в следующей последовательности:

1) значения  $X$  ранжируют в порядке возрастания или убывания;

- 2) значения  $Y$  располагают в порядке, соответствующем значениям  $X$ ;
  - 3) для каждого ранга  $Y$  определяется число следующих за ним значений рангов, превышающих его величину. Суммируя таким образом числа, определяется величина  $P$ ;
  - 4) для каждого ранга  $Y$  определяется число следующих за ним рангов, меньших его величины. Суммарная величина обозначается через  $Q$ ;
  - 5) определяется сумма  $S = P - Q$  баллов по всем членам ряда.
- В нашем примере (таблица 10.4)

Таблица 10.4

Ранг $X$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ранг $Y$	1	8	2	4	7	5	3	9	6	10

$$P = 9 + 2 + 7 + 5 + 2 + 3 + 3 + 1 + 1 = 33, \quad Q = 0 + 6 + 0 + 1 + 3 + 1 + 0 + 1 + 0 = 12.$$

Таким образом,  $S = P - Q = 33 - 12 = 21$  и  $\tau = \frac{2 \cdot 21}{10(10-1)} = 0,467$ .

Так как  $\tau < 0,5$ , то связь статистически незначима.

**Пример 11.** Имеются следующие данные о продаже легковых автомобилей:

Таблица 11.1

	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.
Продано легковых автомобилей, тыс. шт.	788	810	867	1054

Определить показатели динамики продажи легковых автомобилей от года к году и среднее за весь анализируемый период.

**Решение.**

Для вычисления показателей динамики будем использовать следующие формулы.

Наименование показателя	Метод расчета	
	с переменной базой (цепные)	с постоянной базой (базисные)
1. Абсолютный прирост ( $\Delta$ )	$\Delta = y_i - y_{i-1}$ .	$\Delta' = y_i - y_k$ .
2. Коэффициент роста ( $k_p$ )	$k_p = \frac{y_i}{y_{i-1}}$ .	$k'_p = \frac{y_i}{y_k}$ .
3. Темп роста ( $T_p$ ), %	$T_p = k_p \cdot 100$ .	$T'_p = k'_p \cdot 100$ .
4. Темп прироста ( $T_n$ ), %	$T_n = (k_p - 1) \cdot 100$ ; $T_n = T_p - 100$ ; $T_n = \frac{\Delta}{y_{i-1}} \cdot 100$ .	$T'_n = (k'_p - 1) \cdot 100$ ; $T'_n = T'_p - 100$ ; $T'_n = \frac{\Delta'}{y_k} \cdot 100$ .
5. Абсолютное значение 1% прироста ( $A$ )	$A = \frac{\Delta}{T_n}$ ; $A = \frac{y_{i-1}}{100}$ .	$A' = \frac{\Delta'}{T'_n}$ ; $A' = \frac{y_k}{100}$ .

При расчете показателей приняты следующие условные обозначения:

$y_i$  - уровень любого периода (кроме первого) или уровень текущего периода,

$y_{i-1}$  - уровень периода, предшествующего текущему,

$y_k$  - уровень, принятый за постоянную базу сравнения (часто начальный уровень).

Полученные абсолютные и относительные показатели динамики от года к году приведены в таблице 11.2:

Таблица 11.2

Наименование показателя		Год			
		2001	2002	2003	2004
Абсолютный прирост $\Delta$ , тыс. шт.	с переменной базой	-	22	57	184
	с постоянной базой	-	22	79	263
Коэффициент роста ( $K_p$ )	с переменной базой	1	1,028	1,070	1,212
	с постоянной базой	1	1,028	1,100	1,334
Темп роста $T_p$ , %	с переменной базой	100	102,8	107,0	121,2
	с постоянной базой	100	102,8	110,0	133,4
Темп прироста $T_n$ , %	с переменной базой	-	2,8	7,0	21,2
	с постоянной базой	-	2,8	10,0	33,4
Абсолютное значение прироста $A$ , тыс. шт.	с переменной базой	-	7,86	8,14	8,86
	с постоянной базой	-	7,88	7,88	7,88

Средний уровень интервального ряда динамики:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{788 + 810 + 867 + 1051}{4} = 879 \text{ (тыс. шт.)}$$

Средний абсолютный прирост:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta}{n-1} = \frac{22 + 57 + 184}{4-1} = \frac{263}{3} = 87,67 \text{ (тыс. шт.)}$$

или

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n-1} = \frac{1051 - 788}{4-1} = 87,67 \text{ (тыс. шт.)}$$

Средний коэффициент роста:

$$\bar{K}_p = \sqrt[n-1]{K_{p1} \cdot K_{p2} \cdot \dots \cdot K_{pn-1}} = \sqrt[3]{1,028 \cdot 1,070 \cdot 1,212} = \sqrt[3]{1,333} = 1,101$$

$$\text{или } \bar{K}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} = \sqrt[3]{\frac{1051}{788}} = 1,101.$$

Средний темп роста:  $\bar{T}_p = K_p \cdot 100\% = 1,101 \cdot 100\% = 110,1(\%)$ .

Средний темп прироста:

$$\bar{T}_n = (\bar{K}_p - 1) \cdot 100\% = (1,101 - 1) \cdot 100\% = 10,1(\%)$$

$$\text{или } \bar{T}_n = \bar{T}_p - 100 = 110,1 - 100 = 10,1(\%).$$

Средняя величина абсолютного значения 1% прироста

$$\bar{A} = \frac{\bar{\Delta}}{\bar{T}_n} = \frac{87,67}{10,1} = 8,68 \text{ (тыс. шт.)}$$

**Пример 12.** На основе следующих отчетных данных по грузовому автотранспортному предприятию рассчитать интервальный прогноз объема перевозок на 2003 г. с вероятностью 0,99.

Таблица 12.1

Годы	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Перевезено, тыс. т.	360	381	401	422	443	463	485	505

**Решение.**

Для определения формы тренда и расчета его параметров составляем вспомогательную таблицу

Таблица 12.2

Год	Объем перевозок, тыс. т. $y_i$	Первые разности	Условное время $t_i$	$t_i^2$	$y_i t_i$	Теоретический уровень $\hat{y}_t$	$(y_i - \hat{y}_t)^2$
1995	360	-	-7	49	-2520	359,7	0,09
1996	381	21	-5	25	-1905	380,5	0,25
1997	401	20	-3	9	-1203	401,3	0,09
1998	422	21	-1	1	-422	422,1	0,01
1999	443	21	+1	1	443	442,9	0,01
2000	463	20	+3	9	1389	463,7	0,49
2001	485	22	+5	25	2425	484,5	0,25
2002	505	20	+7	49	3535	505,3	0,09
Итого	$\sum y = 3460$		0	168	1742	$\sum \hat{y}_t = 3460$	1,28

Первые разности приблизительно равны между собой, что позволяет в виде модели принять уравнение прямой:  $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t$ . Для упрощения расчетов показатели времени  $t$  обозначим так, чтобы  $\sum t_i = 0$ . Тогда система примет вид

$$\begin{cases} a_0 n = \sum y_i, \\ a_1 \sum t^2 = \sum y_i t_i; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 8a_0 = 3460, \\ 168a_1 = 1742. \end{cases}$$

Из системы найдем  $a_0$  и  $a_1$ :  $a_0 = 432,5$  тыс. т. Значит модели тренда:  $\hat{y}_t = 432,5 + 10,4t$ .

Точечный прогноз для 2003 г. ( $t = 9$ ):  $\hat{y}_t = 432,5 + 10,4 \cdot 9 = 526,1$  (тыс. т.)

Для нахождения интервального прогноза объема перевозок на 2003 г по формуле  $\hat{y}_t \pm t_a \cdot S_{\hat{y}}$  выполним вспомогательные расчеты в таблице 12.2.

Вычислим теоретические уровни ( $\hat{y}_t$ ):

$$1995г: \hat{y}_t = 432,5 + 10,4 \cdot (-7) = 359 \text{ (тыс. т.)},$$

$$1996г: \hat{y}_t = 432,5 + 10,4 \cdot (-5) = 380,5 \text{ (тыс. т.) и т.д.}$$

Найдем среднее квадратическое отклонение тренда

$$S_{\hat{y}} = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y})^2}{n - m}} = \sqrt{\frac{1,28}{8 - 2}} = 0,462 \text{ (тыс. т.)}$$

По таблице распределения Стьюдента при вероятности  $p = 0,99$ ,  $k = n - 1 = 7$  найдем  $t_{\alpha} = 3,4$ .

Интервальный прогноз объема перевозок на  
2003г:  $\hat{y}_{\text{прогн}} = 526,1 \pm 3,4 \cdot 0,462;$

$$524,53 \text{ тыс. т.} \leq \hat{y} \leq 527,67 \text{ тыс. т.}$$

### Пример 13.

Имеются следующие данные по машиностроительному заводу:

Таблица 13.1

Виды продукции	Предыдущий год		Отчетный год	
	Произведено, шт.	Затраты труда по изготовлению единицы продукции, чел. час.	Произведено, шт.	Затраты труда по изготовлению единицы продукции, чел. час.
Станки-автоматы	650	2400	700	2300
Станки полуавтоматы	350	2000	300	1800

Определите:

1. Индивидуальные индексы объема производства, трудоемкости и затрат труда на изготовление продукции. Проверьте увязку их в систему. Сделайте выводы.

2. Общие индексы:

а) трудоемкости;

б) физического объема продукции;

в) затрат труда на изготовление всей продукции.

Покажите взаимосвязь между вычисленными индексами. Сделайте выводы.

3. Абсолютные изменения затрат труда – всего и в том числе за счет изменений трудоемкости продукции и объема производства.

**Решение.**

Введем обозначения. Предыдущий год принимаем за базисный период, в котором затраты труда по изготовлению единицы продукции обозначаем  $t_0$ , а количество произведенной продукции -  $q_0$ . Отчетный год принимаем за текущий (или отчетный) период, в котором затраты труда по изготовлению единицы продукции обозначаем  $t_1$ , а количество -  $q_1$ .

1. Индивидуальные индексы:

а) объема произведенной продукции  $i_q = \frac{q_1}{q_0}$ ;

б) трудоемкости  $i_t = \frac{t_1}{t_0}$ ;

в) общих затрат труда  $i_T = \frac{T_1}{T_0} = \frac{t_1 q_1}{t_0 q_0}$ .

Так, для станков-автоматов

$$i_q = \frac{700}{650} = 1,077, \quad i_t = \frac{2300}{2400} = 0,958, \quad i_T = \frac{t_1 q_1}{t_0 q_0} = \frac{2300 \cdot 700}{2400 \cdot 650} = 6,032.$$

Следовательно, в отчетном году объем производства станков-автоматов вырос на 7,7 %, затраты труда на изготовление одного станка снизились на 4,2%, затраты труда на производство всех станков увеличились на 3,2% по сравнению с предыдущим годом.

Увязка в систему:  $i_q \cdot i_t = i_T$ .

Для станков-полуавтоматов:

$$i_q = \frac{300}{350} = 0,857, \quad i_t = \frac{1800}{2000} = 0,9, \quad i_T = \frac{T_1}{T_0} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_0} = \frac{1800 \cdot 300}{2000 \cdot 350} = 0,771.$$

Таким образом, объем производства станков-полуавтоматов в отчетном году снизился на 14,3%, затраты труда на производство одного станка-полуавтомата снизились на 10%, а поэтому затраты труда на производство всех станков-полуавтоматов снизились на 22,9%.

Выполняется увязка в систему:  $i_q \cdot i_t = i_T$ .

2. Общие индексы:

а) трудоемкости (по методу Пааше)

$$I_t = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_0} = \frac{2300 \cdot 700 + 1800 \cdot 300}{2400 \cdot 700 + 2000 \cdot 300} = 0,943.$$

Это означает, что трудоемкость в отчетном году по данному виду продукции снизилась на 5,7% по сравнению с предыдущим годом.

б) физического объема произведенной продукции (по методу Ласпейреса)

$$I_q = \frac{\sum q_1 t_1}{\sum q_0 t_0} = \frac{700 \cdot 2400 + 300 \cdot 2000}{650 \cdot 2400 + 350 \cdot 2000} = 1,009.$$

Это означает, что объем производства данного вида продукции в отчетном году увеличились на 0,9%.

в) затрат труда на изготовление всей производимой продукции

$$I_T = I_{tq} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_0} = \frac{2300 \cdot 700 + 1800 \cdot 300}{2400 \cdot 650 + 2000 \cdot 350} = 0,951.$$

Таким образом, затраты труда на производство станков-автоматов и станков-полуавтоматов в отчетном году снизились на 4,9% по сравнению с предыдущим годом.

Взаимосвязь между общими индексами:  $I_t \cdot I_q = I_T$ .

3. Абсолютное изменение затрат труда на изготовление всей продукции исчисляется как разность между числителем и знаменателем индекса  $I_T$ :

$$\Delta_{tq} = \sum t_1 q_1 - \sum t_0 q_0 = 2150 - 2260 = -110 \text{ (чел. час.)}.$$

Это снижение затрат на производство обоих видов продукции на 110 чел. час. обусловлено изменением трудоемкости на продукцию и изменением объема производства.

Снижение затрат на производство за счет изменения трудоемкости продукции составило:  $\Delta_t = \sum t_1 q_1 - \sum t_0 q_1 = 2150 - 2280 = -130$  (чел. час.) и увеличение затрат на производство всех видов продукции за счет изменения объема производства составило:

$$\Delta_q = \sum q_1 t_0 - \sum q_0 t_0 = 2280 - 2260 = 20 \text{ (чел. час.)}.$$

Контрольное равенство:  $\Delta_q + \Delta_t = \Delta_{tq}$ .

Замечание. Все расчеты удобно внести в таблицу

Таблица 13.2

Произведено, (шт.)		Затраты труда на единицу продукции, (чел. час.)		Затраты труда на производство всей продукции (чел. час.)		Индивидуальные индексы			Условная величина
Пред. Год	Отчет. год	Пред.год	Отчет.год	Пред.год	Отчет.год	$i_t$	$i_q$	$i_T$	
$q_0$	$q_1$	$t_0$	$t_1$	$t_0 q_0 = T_0$	$t_1 q_1 = T_1$				$t_0 q_1$

**Пример 14.** Имеются следующие данные о продаже товаров в торговых предприятиях района:

Таблица 14.1

Товар	Товарооборот в действующих ценах, млн. руб.		Изменение средних цен во II квартале по сравнению с I кварталом, %
	I квартал	II квартал	
Обувь	70	85	+13
Трикотаж	30	36	+6
Кожгалантерея	40	52	+2

Определите:

1. Изменение цен на проданные товары;
2. Общий индекс физического товарооборота;
3. Общий индекс товарооборота.

**Решение.**

Обозначим товарооборот в действующих ценах в I квартале -  $p_0 q_0$ , во II квартале -  $p_1 q_1$ . Определим индивидуальные индексы цен:

для обуви  $100 + 13 = 113\%$  или  $i_{p_1} = 1,13$ ;

для трикотажа  $100 + 6 = 106\%$  или  $i_{p_2} = 1,06$ ;

для кожгалантереи  $100 + 2 = 102\%$  или  $i_{p_3} = 1,02$ .

1. Общий индекс цен  $I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$ , где  $q_1$  - объем продаж в II квартале. Так

как  $i_p = \frac{p_1}{p_0}$ ,  $p_0 = \frac{p_1}{i_p}$ , то  $p_0 q_1 = \frac{p_1}{i_p} q_1 = \frac{p_1 q_1}{i_p}$ . Тогда  $I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}$ .

Следовательно,  $I_p = \frac{85 + 36 + 52}{\frac{85}{1,12} + \frac{36}{1,06} + \frac{52}{1,02}} = \frac{173}{160,83} = 1,076$  или 107,6%, то есть

цены в среднем увеличились на 7,6%. Сумма перерасхода, полученная населением от повышения цен, составила  $\Delta_p = 173 - 160,83 = 12,17$  (млн. руб.).

1. Общий индекс физического товарооборота:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{85 + 36 + 52}{70 + 30 + 40} = \frac{173}{140} = 1,236 \text{ или } 123,6\%.$$

Товарооборот во II квартале вырос по сравнению с I кварталом на 23,6%, а в денежном выражении на 33 млн. руб.

Между вычисленными индексами существует взаимосвязь:

$$I_{pq} = I_q \cdot I_p = 1,149 \cdot 1,076 = 1,236,$$

$$\Delta_{pq} = \Delta_p + \Delta_q = 12,17 + 20,83 = 33 \text{ (млн. руб.)}.$$

**Пример 15.** Имеются следующие данные по предприятию:

Таблица 15.1

Участок	Трудоемкость одного изделия, час.		Выработано продукции, тыс. шт.	
	I квартал	II квартал	I квартал	II квартал
1	3,5	2,7	4	8
2	2,8	2,5	10	9
3	3,0	2,8	12	11

Определите:

- Индивидуальные индексы трудоемкости изделий;
- Индексы средней по цеху трудоемкости:
  - переменного состава;
  - фиксированного состава;
  - влияния структурных сдвигов.

Покажите взаимосвязь между вычисленными индексами. Сделайте выводы.

- Абсолютное изменение затрат на производство всего и в том числе за счет факторов (изменения средней трудоемкости, изменения объема).

**Решение.**

Обозначим трудоемкость изделия -  $t_0$  и  $t_1$ , количество выработанной продукции -  $q_0$  и  $q_1$ .

Результаты вычислений будем вносить в таблицу

Таблица 15.2

Участок	Трудоемкость, час.		Выработано, тыс. шт.		Индивид. индекс трудоемкости	Удельный вес продукции предприятия		Затраты труда		
	I кв.	II кв.				I кв.	II кв.			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	$t_0$	$t_1$	$q_0$	$q_1$	$i_t$	$d_0$	$d_1$	$t_0 q_0$	$t_1 q_1$	$t_0 q_1$
1	3,5	2,7	4	8	0,771	0,154	0,286	14,0	21,6	28,0
2	2,8	2,5	10	9	0,893	0,385	0,321	28,0	22,5	25,2
3	3,0	2,8	12	11	0,933	0,462	0,393	36,0	30,8	33,0
Итого			26	28		1,000	1,000	78,0	74,9	86,2

1. Индивидуальные индексы трудоемкости определим по формуле  $i_t = \frac{t_1}{t_0}$

(см. гр. 6 табл. 15.2).

2. а) Определим индекс трудоемкости переменного состава, который равен соотношению средней трудоемкости продукции по трем участкам:

$$I_{\text{ПС}} = \frac{\bar{t}_1}{\bar{t}_0} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum t_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{74,9}{28} : \frac{75,9}{26} \approx 0,892 \text{ или } 89,2\%.$$

Индекс показывает, что средняя трудоемкость изделия по трем участкам снизилась на 10,8%. Это величина значительно ниже, чем снижение трудоемкости по отдельным участкам (его величина варьирует от 6,7% до 22,9%. см. гр. 6 табл. 15.2).

Это снижение обусловлено двумя факторами: трудоемкости изделия на каждом участке и изменения структуры (удельного веса продукции).

Выявим влияние каждого из этих факторов на динамику средней трудоемкости, вычислив индексы трудоемкости фиксированного состава и влияние структурных сдвигов.

б) Индекс трудоемкости фиксированного состава:

$$I_{\text{ФС}} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum t_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_1} = \frac{74,9}{86,2} \approx 0,869 \text{ или } 86,9\%.$$

Трудоемкость изделия по трем участкам в среднем снизилась на 13,1%.

в) индекс влияния структурных сдвигов:

$$I_{\text{СС}} = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum t_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{86,2}{28} : \frac{78,0}{26} \approx 1,026 \text{ или } 102,6\%.$$

Средняя трудоемкость изделия во II квартале увеличилась на 2,6% за счет изменения структуры, то есть за счет роста удельного веса продукции первого участка с 15,4% до 28,6% на котором уровень трудоемкости изделия был ниже, чем вторым и третьем участках.

**Замечание 1.** Все эти же индексы можно вычислить по удельным весам продукции предприятия, выраженных в коэффициентах:

$$I_{\text{ПС}} = \frac{\bar{t}_1}{\bar{t}_0} = \frac{\sum t_1 d_1}{\sum t_0 d_0}; I_{\text{ФС}} = \frac{\sum t_1 d_1}{\sum t_0 d_1}; d_0 = \frac{q_{0j}}{\sum q_{0j}}; d_1 = \frac{q_{1j}}{\sum q_{1j}}; I_{\text{СС}} = \frac{\sum t_0 d_1}{\sum t_0 d_0}.$$

**Замечание 2.** Небольшие расхождения в результатах связаны с округлениями в процессе вычисления.

Взаимосвязь между вычисленными индексами:

$$I_{ПС} = I_{ФС} \cdot I_{СС} = 0,869 \cdot 1,025 = 0,891.$$

3. общее изменение затрат на производство:

$$\Delta_{tq} = \Delta_t + \Delta_q.$$

$$\Delta_{tq} = \sum t_1 q_1 - \sum t_0 q_0 = -3,1 \text{ (часа);}$$

$$\Delta_t = \sum t_1 q_1 - \sum t_0 q_1 = -11,3 \text{ (часа);}$$

$$\Delta_q = \sum t_0 q_1 - \sum t_0 q_0 = 8,2 \text{ (часа).}$$

Действительно,

$$-3,1 = -11,3 + 8,2 = -3,1$$

Общие затраты на производство снизились на 3,178 час, в том числе на 11,312 час стали меньше за счет снижения средней трудоемкости по предприятию и увеличились на 8,2 часа за счет увеличения объема производства.

Репозиторий БРТУ

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Теория статистики /под ред. Проф. Громыко Г.Л. - М.: ИНФРА- М., 2005.
2. Гинзбург А.И. Статистика – СПб.:Питер, 2003.
3. Елисеева И.И., Юзбашев М.М. Общая теория статистики: учеб./под ред. И.И.Елисеевой. М.: Финансы и статистика, 2005.
4. Ефимова М.Р., Петрова Е.В., Румянцев В.Н. Общая теория статистики: учебник. М.: ИНФРА-М, 2005.
5. Годунов Б.А. Статистика, часть 1 (конспект лекций)- Брест, издательство БрГТУ, 2008.
6. Статистика. Методические указания и задания к контрольным работам по курсу «Статистика» для студентов экономических специальностей ФЗО. Часть 1. УО БрГТУ, 2008.
7. Практикум по общей теории статистики. Часть I. Для студентов экономических специальностей.- Брест, издательство БрГТУ, 2010.
8. Практикум по общей теории статистики: учебно-методическое пособие/ под ред. М.Г. Назарова. – М.: КНОРУС,2008.- 184 с.