Литература

1. Ляпунов, А.М. Общая задача об устойчивости движения / Под ред. Мюнтц Г. – Череповец: Меркурий-Пресс, 2000. – 386 с.
2. Маркеев, А.П. Точки либрации небесной механике и космодинамике / А. П. Маркеев – М.: Наука, 1978. – 312 с.
3. Прокопеня, А.Н. Применение системы Mathematica к решению обыкновенных дифференциальных уравнений / А.Н. Прокопеня, А.В. Чичурин. – Минск: БГУ, 1999. – 265 с.
4. Budzko, D.A. Linear stability analysis of equilibrium solutions of restricted planar four-body problem/ D.A. Budzko // Computer Algebra Systems in Teaching and Research: proc. of the 5th International Workshop CASTR'2009, Siedlce, Poland, 28 – 31 Jan., 2009 / University of Podlasie; Eds.: L. Gadomski [and others]. – Siedlce, 2009. – P. 28–36.

УДК 517

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ФУНКЦИЙ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ СИНГУЛЯРНЫМИ ИНТЕГРАЛАМИ В ТОЧКАХ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ИХ ЛИНИЙ РАЗРЫВА

Велесевич А.И., Дацык В.Т.

УО «Брестский государственный технический университет», г. Брест

В работе рассматриваются сингулярные интегралы

$$f_{m,n}{}^{(x,y)}=\int_b^a\int_c^d f(t,v)\Phi_m(t-x)\Phi_n(v-y)dtdv, \qquad (1)$$

у которых ядро $\Phi_m(t\text{-}x)\phi(v\text{-}y)$ ограничено. Тогда двойной интеграл существует для любой суммируемой функции двух переменных.

Выделяются классы функций, для которых вычисляется $\lim\limits_{m,n\to\infty} f_{mn}(x,y)$, где *(x,y)* — точка пересечения линий разрыва функции *f(t,v).*

Теорема. Пусть *(x,y)* — точка пересечения линий, разрыва функций *f (t,v),* определяемых монотонными гладкими функциями $v=\mu(t)$ и $y=\psi(t)$, причем:

$$\begin{gathered} a\le t\le b\\ a<x<b\\ c\le v\le d\\ c<y<L \end{gathered} \qquad (2)$$

Если выполнимы условия:

$$\lim_{u,z\to 0}\frac{f\left[L(u,z);b(u,z)\right]+f\left[L(u,\text{-}z);b(u,\text{-}z)\right]+f\left[L(\text{-}u,\text{-}z);b(\text{-}u,\text{-}z)\right]+f\left[L(\text{-}u,z);b(\text{-}u,z)\right]}{4}=A, \qquad (3)$$

где $A\in(-\infty,+\infty)$.

При любых $\delta_1 > 0$ и $\delta_2 > 0$ ядро $\Phi_m(t-x)\,\Phi_n(v-y)$ слабо сходится к нулю в области $\Gamma = [a,b;c,d] - \Delta$,

где Δ — криволинейный параллелограмм NBCD с координатами вершин

$N[L(\delta_1, \delta_2), \beta(\delta_1, \delta_2)]$; $B[L(-\delta_1, \delta_2), \beta(-\delta_1, \delta_2)]$;

$C[L(-\delta_1, -\delta_2), \beta(-\delta_1, -\delta_2)]$; $D[L(\delta_1, -\delta_2), \beta(\delta_1, -\delta_2)]$.

$$\int_a^b \int_c^d \left|\Phi_m(t-x)\Phi_n(v-y)\,dt\,dv\right| < C < \infty \tag{4}$$

где C не зависит от m и n.

Существуют $\delta_0' > 0$ и $\delta_0'' > 0$, что:

$$\begin{aligned}
&\text{а)}\ |\,|J_1|\Phi_m[L(u,z)-x]\Phi_n[\beta(u,z)-y] + |J_2|\Phi_m[L(u,-z)-x]\Phi_n[\beta(u,-z)-y] -\\
&\quad -|J_3|\Phi_m[L(-u-z)-x]\Phi_n[\beta(-u,-z)-y] - |J_4|\Phi_m[L(-u,z)-x]\Phi_n[\beta(-u,z)-y]\,| < M_1\\[6pt]
&\text{б)}\ |\,|J_1|\Phi_m[L(u,z)-x]\Phi_n[\beta(u,z)-y] - |J_2|\Phi_m[L(u,-z)-x]\Phi_n[\beta(u,-z)-y] +\\
&\quad +|J_3|\Phi_m[L(-u-z)-x]\Phi_n[\beta(-u,-z)-y] - |J_4|\Phi_m[L(-u,z)-x]\Phi_n[\beta(-u,z)-y]\,| < M_2\\[6pt]
&\text{в)}\ |\,|J_1|\Phi_m[L(u,z)-x]\Phi_n[\beta(u,z)-y] - |J_2|\Phi_m[L(u,-z)-x]\Phi_n[\beta(u,-z)-y] -\\
&\quad -|J_3|\Phi_m[L(-u-z)-x]\Phi_n[\beta(-u,-z)-y] + |J_4|\Phi_m[L(-u,z)-x]\Phi_n[\beta(-u,z)-y]\,| < M_3\\[6pt]
&\text{г)}\ |-|J_1|\Phi_m[L(u,z)-x]\Phi_n[\beta(u,z)-y] + |J_2|\Phi_m[L(u,-z)-x]\Phi_n[\beta(u,-z)-y] +\\
&\quad +|J_3|\Phi_m[L(-u-z)-x]\Phi_n[\beta(-u,-z)-y] - |J_4|\Phi_m[L(-u,z)-x]\Phi_n[\beta(-u,z)-y]\,| < M_4\\[6pt]
&\text{д)}\ |-|J_1|\Phi_m[L(u,z)-x]\Phi_n[\beta(u,z)-y] + |J_2|\Phi_m[L(u,-z)-x]\Phi_n[\beta(u,-z)-y] -\\
&\quad -|J_3|\Phi_m[L(-u-z)-x]\Phi_n[\beta(-u,-z)-y] + |J_4|\Phi_m[L(-u,z)-x]\Phi_n[\beta(-u,z)-y]\,| < M_5\\[6pt]
&\text{ж)}\ |-|J_1|\Phi_m[L(u,z)-x]\Phi_n[\beta(u,z)-y] - |J_2|\Phi_m[L(u,-z)-x]\Phi_n[\beta(u,-z)-y] +\\
&\quad +|J_3|\Phi_m[L(-u-z)-x]\Phi_n[\beta(-u,-z)-y] + |J_4|\Phi_m[L(-u,z)-x]\Phi_n[\beta(-u,z)-y]\,| < M_6
\end{aligned} \tag{5}$$

где M_k (k = 1, 2,…, 6) не зависит от m и n, а $u < \delta_0', z < \delta_0''$, то

$$\lim_{m,n\to\infty} f_{mn}(x,y) = A \tag{6}$$

Замечания:

1. Теорема легко переносится на случай, если через рассматриваемую точку (x, y) проходит n линий (n — любое конечное не отрицательное целое число). Если n = 0, то точка (x, y) может быть точкой разрыва или точкой непрерывности функции f (t, v)

2. Теорема применяется к широкому классу линейных операторов, например классических сингулярных интегралов Пуассона, Джексона, Ландау, Валле-Пуссена и др.

Литература

1. Коровкин П.П. Линейные операторы и теория приближений / П.П. Коровкин – М., 1959.