УДК 517.925

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Грицук Д.В., Климашевская И.Н.
УО «Брестский государственный университет им. А.С.Пушкина», г. Брест

Рассмотрим автономную систему двух дифференциальных уравнений вида

$$\frac{dx}{dz} = P(x,y), \qquad \frac{dy}{dz} = Q(x,y), \tag{1}$$

где x, y и z - комплексные переменные, P и Q - многочлены по x и y с постоянными коэффициентами. Пусть представления многочленов P и Q имеют вид

$$P(x,y) = \sum_{i=0}^{p_1} P_i(y) x^{p_1 - i}, \; Q(x,y) = \sum_{i=0}^{q_1} Q_i(y) x^{q_1 - i},$$

где $P_i(y) = \sum_{j=0}^{l_i} p_{ij} y^{l_i - j}$, $Q_i(y) = \sum_{j=0}^{r_i} q_{ij} y^{r_i - j}$.

Обозначим $\max\{l_i\} = p_2 \; \left(i = \overline{0, p_1}\right)$, $\max\{r_i\} = q_2 \; \left(i = \overline{0, q_1}\right)$.

<u>Задача</u>: выделить класс систем дифференциальных уравнений вида (1), имеющих решение $(x(z), \mathrm{y}(\mathrm{z}))$ со свойством

$$x(z) \to \infty, \; y(z) \to \infty \text{ при } z \to z_0, \tag{2}$$

для функций $x(z)$ и $y(z)$ которого точка z_0 является полюсом, обычным или критическим.

Разделив первое уравнение системы (1) на второе, получим уравнение

$$\frac{dx}{dy} = \frac{\sum_{i=0}^{p_1} \left(\sum_{j=0}^{l_i} p_{ij} y^{l_i - j} \right) x^{p_1 - i}}{\sum_{i=0}^{q_1} \left(\sum_{j=0}^{r_i} q_{ij} y^{r_i - j} \right) x^{q_1 - i}}, \tag{3}$$

решение $x(y)$ которого обладает свойством $x(y) \to \infty$ при $y \to \infty$.

Сделав в уравнении (3) замену $y = \frac{1}{v}$, приведем его к виду

$$\frac{dx}{dv} = -\frac{\sum_{i=0}^{p_1} \left(\sum_{j=0}^{l_i} p_{ij} v^{p_2 - l_i + j} \right) x^{p_1 - i}}{\sum_{i=0}^{q_1} \left(\sum_{j=0}^{r_i} q_{ij} v^{q_2 - r_i + j} \right) x^{q_1 - i}} \cdot v^{q_2 - p_2 - 2} \equiv \frac{M(x,v)}{N(x,v)}, \tag{4}$$

где M и N многочлены по x и v. Имеют место

<u>Теорема 1</u> [1]. Если $p_1 \geq q_1 + 2$ и $q_2 \geq p_2 + 2$, то система (1) всегда имеет хотя бы одно решение со свойством (2), для обеих функций которого точка z_0 является полюсом, обычным или критическим. В окрестности точки z_0 это решение представляется в виде рядов

$$y=\sum_{i=0}^{\infty}B_i\left(z-z_0\right)^{\frac{i-s}{m_1-s}}\quad \left(B_0\neq 0, m_1\in Z_+\right),\ x=\sum_{i=0}^{\infty}A_i\left(z-z_0\right)^{\frac{i-r}{m_1-s}}\ \left(A_0\neq 0\right), \tag{5}$$

где r, s, m_1 - целые положительные числа.

Теорема 2 [2]. Если выполнены условия

$$p_1\geq q_1+2,\ q_2=p_2+2,\ P_0(y)\ \text{многочлен степени}\ p_2, \tag{6}$$

или

$$q_2\geq p_2+2,\ p_1=q_1+2,\ Q_0(y)\ \text{многочлен степени}\ q_2, \tag{7}$$

или $p_1\geq q_1+2$, $q_2\geq p_2+2$ и

$$l_i\leq l_0+iR,\ r_j\leq q_2-(k-j)R,\ \text{где}\ R=\frac{q_2-l_0-1}{p_1-q_1-1+k}, \tag{8}$$

то система (1) имеет только алгеброидные решения со свойством (2).

Литература.

1. Грицук, Д.В. Существование полярных решений автономных полиномиальных систем двух дифференциальных уравнений / Грицук Д.В. // Материалы V международной научно-практической конференции молодых исследователей «Содружество наук. Барановичи - 2009» (21 – 22 мая 2009 года): В 2-х ч. – Барановичи: РИО БарГУ, 2009. – Ч. 2 – С. 71–73.
2. Грицук, Д.В. Условия алгеброидности решений автономных полиномиальных систем дифференциальных уравнений / Грицук Д.В., Климашевская И.Н. // Материалы республиканской научно-практической конференции «Современные проблемы математического моделирования и новые образовательные технологии в математике» (22 – 23 апреля 2009 года): В 2-х т. – Брест: альтернатива, 2009. – Т. 1 – С. 114–116.

УДК 519.23/.25

ОГРАНИЧЕНИЯ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ ПРИ ПОСТРОЕНИИ МОДЕЛЕЙ ЛИНЕЙНОЙ РЕГРЕССИИ

Дереченник С.С.

УО «Брестский государственный технический университет», г. Брест

Широкий круг задач обработки эмпирических данных имеет целью установление функциональной связи зависимой переменной (отклика) с одной или несколькими независимыми переменными (факторами). Например, в задаче простой линейной регрессии взаимосвязь между откликом y и фактором x находят в виде модели $y=ax+b$, при этом относительно имеющихся наблюдений (x_i,y_i), $i=\overline{1,n}$ полагают, что $y_i=ax_i+b+\varepsilon_i$, при этом случайные величины (остатки) $\varepsilon_1,..\varepsilon_n$, по условию гомоскедастичности, одинаково распределены и независимы.

Для подбора "наилучшей" прямой широко применяется известный метод наименьших квадратов ([1]), который заключается в такой оценке параметров $\left(\hat{a},\hat{b}\right)$, которая минимизирует сумму квадратов величин e_i, называемых невязками:

$$\sum_i e_i^2=\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-ax_i-b\right)^2\rightarrow\min_{a,b}. \tag{1}$$