p_{atm} - атмосферное давление; $\gamma_m = 1/\tau_m$ τ_m - время релаксации пористости; β_n - коэффициент сжимаемости пород пласта; β - температурная поправка для газа; m_1-параметр ползучести; r_c-радиус скважины; r_k- радиус залежи; r - радиальная координата; t - время; $r_c \le r \le r_k, t \ge 0$.

Численное решение задачи (1)-(3) получено с применением метода прогонки с итерационным уточнением нелинейных коэффициентов [1,2]. В результате впервые разработана численная расчетная модель для прогнозирования основных характеристик разработки газовой залежи с ползучей средой, таких как пластовое и забойное давления, пористости пласта у стенки скважины и на контуре залежи и т.д.

Литература

1. Азиз, Х. Математическое моделирование пластовых систем: пер. с англ. / Х. Азиз, Э. Сеттари – Москва: Изд. «Недра», 1982. – 407 с.

2. Закиров С.Н. Разработка газовых, газоконденсатных и нефтегазоконденсатных месторождений / С.Н. Закиров – Москва: изд. «Струна», 1998. – 628 с.

УДК 517.948

О ВОССТАНОВЛЕНИИ СЕТОЧНОГО РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Калач А.В., Шепшелей Д.В.

УО «Брестский государственный университет им. А.С.Пушкина», г. Брест

Научный руководитель - Мадорский В.М., кандидат физ.-мат. наук, доцент

Рассмотрим задачу Коши с известным решением $y(x) = x\ln(x)$:

$$y''(x) + y'(x) - \frac{1}{x}y(x) = \frac{x+1}{x}, \tag{1}$$

$$\begin{aligned} &y(0.5) = \ln(0.5)/2, \\ &y'(0.5) = \ln(0.5)+1, \\ &0.5 \le x \le 1. \end{aligned} \tag{2}$$

Будем решать задачу (1)-(2) методом Рунге-Кутты IV порядка точности.

$$\begin{aligned} &k1 = f(x_i, y_i), \\ &k2 = f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}k1), \\ &k3 = f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}k2), \\ &k4 = f(x_i + h, y_i + hk3), \\ &\Delta y_i = \frac{h}{6}(k1 + 2k2 + 2k3 + k4), \\ &y_{i+1} = y_i + \Delta y_i. \end{aligned}$$

Предварительно редуцируем дифференциальную задачу II порядка в систему 2-х дифференциальных задач I порядка:

$$\left\{\begin{aligned} & y'(x) = z, \\ & z'(x) = \frac{x+1}{x} + \frac{1}{x}y(x) - z \end{aligned}\right\}.$$

При численном решении этой системы нами использовались следующие параметры: E=10^{-15} – 10^{-17} – точность применения принципа Рунге n – количества корней полинома Чебышева I рода, расположенных на отрезке [0.5;1]. m – количество точек разбиения отрезка [0.5;1], не совпадающих с корнями полинома Чебышева на этом отрезке. После нахождения приближенного значения решения в корнях полинома Чебышева I рода произведена процедура восстановления каркаса приближенного решения по формулам:

$$T_n(t) = \cos(n \cdot \arccos t),$$

$$t_j = \cos\frac{(2j-1)\pi}{2n},\ j = \overline{1,n},$$

$$x_j = \frac{b-a}{2}t_j + \frac{b+a}{2},$$

$$P_m(x) = \frac{c_0}{2} + \sum_{k=1}^{m} c_k T_k\left(\frac{2x-b-a}{b-a}\right),$$

$$c_k = \frac{2}{n}\sum_{j=1}^{n} f(x_j)T_k\left(\frac{2x_j-b-a}{b-a}\right),$$

$$k = \overline{0,m,}\ \ m+1 \le n.$$

Восстановленное приближенное решение $\tilde{y}(x)$ тестировалось в некоторой совокупности точек, не совпадающих с корнями полинома Чебышева. В дальнейшем этот результат сравнивался с точным решением $y(x)$ в этих точках. Результат тестирования следующий:

E	n – число корней полинома Чебышева			m – число точек разбиения промежутка			$\lVert y(x)-\tilde{y}(x)\rVert$
	10	20	30	20	40	60	
1e-14	+			+			6,09065E-11
1e-14		+			+		6,16928E-14
1e-14			+			+	4,99294E-14
1e-15	+			+			6,09064E-11
1e-15		+			+		1,37079E-14
1e-15			+			+	1,10403E-14
1e-17	+			+			6,09062E-11
1e-17		+			+		4,51479E-15
1e-17			+			+	3,19075E-15

Вывод: вычислительный эксперимент показал, что $\lVert y(x)-\tilde{y}(x)\rVert$ будет минимальной, если степень полинома Чебышева будет равна n-1,точность аппроксимации приближенного решения существенно зависит от точности применения принципа Рунге.

Литература

1. Мадорский, В.М. Квазиньютоновские процессы для решения нелинейных уравнений / В.М. Мадорский. – Брест: Изд-во БрГУ. – 2005. – 185 с.

2. Вержбицкий В.М. Основы численных методов / В.М. Вержбицкий. – Минск: Высшая школа. – 2002. – 840 с.