

## ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ЦЕНТРАЛЬНО СЖАТЫХ СТАЛЬНЫХ ВИНТОВ В ДЕРЕВЯННЫХ КОНСТРУКЦИЯХ

К. К. Глушко, Е. В. Маркечко

**Введение.** В ряде случаев в местах передачи сосредоточенных нагрузок на элементы деревянных конструкций используются различные способы повышения их несущей способности. Одним из способов является использование ввинченных стальных стержней [1], поскольку за счёт механического зацепления волокон древесины и резьбы обеспечивается наиболее полная передача усилий. Это позволяет вовлечь в работу под нагрузкой даже наиболее удалённые волокна от места приложения нагрузки. При этом, применительно к такому способу усиления деревянных элементов конструкций, существуют три вида предельных состояний: вдавливание винта с нарушением целостности волокон, исчерпание прочностных характеристик винта и потеря его устойчивости. При этом для первых двух описанных случаев существуют расчётные модели [2], а расчётные модели оценки устойчивости сжатых винтов отсутствуют в нормах проектирования деревянных конструкций.

Существуют немногочисленные работы, посвящённые этому вопросу, в которых применены решения [1, 3 – 5]. Следует отметить, что в указанных работах отсутствует учёт неравномерного сжатия винтов по длине и ступенчатого изменения их изгибной жёсткости и различные способы закрепления их головок, что ограничивает их применение.

В представленной работе предложено решение задачи устойчивости винтов в массиве древесины с учётом перечисленных выше условий.

**Основная часть.** Впервые задача об устойчивости прямых центрально сжатых стержней, связанных с упругим основанием, была решена Ф. Энгессером [3] и развита в [6, 9, 10]. Величина критической силы была получена, исходя из решения дифференциального уравнения четвёртого порядка:

$$EI \frac{d^4 v}{dx^4} + P \frac{d^2 v}{dx^2} + cv = 0, \quad (1)$$

где  $EI$  – изгибная жёсткость стержня,  $\text{Нм}^2$ ,  $y$  – поперечные перемещение оси стержня,  $x$  – текущая координата в продольном направлении,  $\text{м}$ ,  $P$  – усилие сжатия в стержне,  $\text{Н}$ ,  $c$  – коэффициент постели винклеровского основания,  $\text{Н/м}^2$ .

В основе решения полагалось, что величина продольной силы не изменится по длине стержня, сам же стержень опёрт по концам на неподвижные шарнирные опоры.

Несмотря на то, что упомянутые выше решения задачи устойчивости стержня, связанного с упругим основанием, и другие, основанные на численно-аналитическом, численном и вариационном решении, дают однозначный результат вычисления критической силы, однако в них не учтено неравномерное распределение продольной силы по длине стержня и изменение его изгибной жёсткости по длине.

При сжатии винта, расположенного в массиве древесины, величина продольной силы численно равна внешней сосредоточенной сжимающей силе лишь в точке её приложения. При удалении вдоль оси винта от этой точки величина продольной силы изменяется, поскольку внешняя нагрузка частично либо полностью передаётся посредством резьбы на окружающий массив древесины. Описанное ниже решение устойчивости прямого центрально сжатого стержня получено с применением метода конечных разностей.

Основные допущения, принятые при расчёте:

- 1) жёсткость упругого основания постоянна по длине и не зависит от величины поперечных деформаций стержня;
- 2) соблюдается упругое деформирование материала стержня;
- 3) влиянием поворота поперечных сечений стержня на закон распределения продольной силы в нём можно пренебречь.

Представляя функцию изогнутой оси стержня в общем случае неизвестной, можно произвести аппроксимацию её второй и четвёртой производных для средних точек, используя метод конечных разностей, принимая второй порядок точности [7, 8]:

$$v_i'' = v_{\max} \frac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2}; \quad (2)$$

$$v_i^{IV} = v_{\max} \frac{y_{i-2} - 4y_{i-1} + 6y_i - 4y_{i+1} + y_{i+2}}{h^4}, \quad (3)$$

где  $h$  – расстояние между соседними точками по длине стержня, м;  $v_{\max}$  – максимальное значение ординаты функции изогнутой оси, м;  $y_i$  – безразмерное значение ординаты функции изогнутой оси.

При разбиении стержня на  $n$  участков следует вычислить производные, входящие в уравнение (1), для  $n+1$  точки, в то время как производные по формуле (3) могут быть вычислены для  $n-3$  точек. Остальные четыре уравнения следует составлять из граничных условий. Чтобы применять численные производные в начальной и конечной точке на оси стержня одного порядка точности, следует использовать интерполяционный полином Лагранжа для вычисления значений функции изогнутой оси в безразмерных ординатах по трём точкам и записать его производные в этих точках:

$$L(x) = v_{\max} \sum_{i=0}^n y_i l_i(x), \quad (4)$$

где

$$l(x) = \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \cdot \frac{x - x_{j+1}}{x_i - x_{j+1}} \cdot \frac{x - x_{j+2}}{x_i - x_{j+2}} \cdot \dots \cdot \frac{x - x_n}{x_i - x_n}; \quad (5)$$

$$y_0'' = \frac{1}{12h^2} (45y_0 - 154y_1 + 214y_2 - 156y_3 + 61y_4 - 10y_5); \quad (6)$$

$$y_n^I = \frac{1}{h} \left( \frac{137}{60} y_n - 5y_{n-1} + 5y_{n-2} - \frac{10}{3} y_{n-3} + \frac{5}{4} y_{n-4} - \frac{1}{5} y_{n-5} \right); \quad (7)$$

$$y_n'' = \frac{1}{12h^2} (45y_n - 154y_{n-1} + 214y_{n-2} - 156y_{n-3} + 61y_{n-4} - 10y_{n-5}); \quad (8)$$

$$y_n^{IV} = \frac{1}{h^4}(3y_n - 14y_{n-1} + 26y_{n-2} - 24y_{n-3} + 11y_{n-4} - 2y_{n-5}). \quad (9)$$

Процедуру определения величины критической нагрузки можно описать на следующем примере. Для этого следует принять разбиение стержня на десять равных по длине отрезков. Также функцию изогнутой оси  $v_{max}y(x)$  следует заменить формой изогнутой оси  $v_{max}Y(x)$ . Для дальнейших вычислений нужно записать следующее приближённое равенство на основе уравнения (1):

$$y^{IV}(x_i) + ry(x_i) \approx -k_i^2 Y''(x_i), \quad (10)$$

где

$$k_i^2 = \frac{-N_i}{EI_i}; \quad (11)$$

$$r_i = \frac{c}{EI_i}, \quad (12)$$

$N_i$  – величина продольной силы при сжатии стержня, Н.

Для средних точек уравнение (10) можно записать в конечных разностях, приведя подобные и вводя обозначения  $u^2 = k^2 L^2$ ,  $R = rL^4$ :

$$y_{i-2} - 4y_{i-1} + \left(6 + \frac{R}{n^4}\right)y_i - 4y_{i+1} + y_{i+2} = -\frac{u_i^2}{n^2}(Y_{i-1} - 2Y_i + Y_{i+1}). \quad (13)$$

В качестве граничных условий приняты следующие условия закрепления концов:

а) оба конца имеют шарнирные опоры, подвижные в поперечном направлении к оси стержня,

$$EI_0 y_0'' = 0; \quad (14)$$

$$EI_n y_n'' = 0; \quad (15)$$

$$y_0 = 0; \quad (16)$$

$$EI_n y_n^{IV} - N_n y_n'' + c y_n = 0. \quad (17)$$

В уравнениях (14) и (15) следует применять выражения для численного определения вторых производных функции изогнутой оси в крайних точках (6) и (8) соответственно, а в уравнении (17) – выражения (8) и (9);

б) один из концов закреплён шарнирно и неподвижно в поперечном направлении к оси стержня (граничное условие (16)), а второй защемлён, при этом заделка также подвижна по отношению к оси стержня в поперечном направлении (граничное условие (17) в этом случае является общим):

$$EI_0 y_0'' = 0; \quad (18)$$

$$EI_n y_n^I = 0. \quad (19)$$

Составляя уравнения (13) для средних точек и граничные условия (14) – (17) или (18), (19), (16) и (17) для крайних, можно сформулировать следующее равенство:

$$[A] \cdot [y] = u^2 [Z], \quad (20)$$

где  $[A]$  – матрица из коэффициентов при неизвестных значениях безразмерных ординат  $y_i$ , которая принимает вид при отсутствии защемления на концах:

$$[A]=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 45 & -154 & 214 & -156 & 61 & -10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_2 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_3 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_4 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_5 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_6 & -4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_7 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_8 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10 & 61 & -156 & 214 & -156 & 45 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 11 & -24 & 26 & -14 & 3+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_{10} \end{bmatrix}, \quad (21)$$

при наличии скользящей заделки на конце, неподвижное закрепление на котором отсутствует:

$$[A]=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 45 & -154 & 214 & -156 & 61 & -10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_2 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_3 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_4 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_5 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_6 & -4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_7 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_8 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{5} & \frac{5}{4} & -\frac{10}{3} & 5 & -5 & \frac{137}{60} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 11 & -24 & 26 & -14 & 3+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_{10} \end{bmatrix}, \quad (22)$$

$[y]$ – вектор неизвестных безразмерных ординат функции изогнутой оси в каждой точке,  $[Z]$ – вектор значений вторых производных формы  $Y_i=Y(x_i)$  изогнутой оси в тех же точках:

$$[y] = \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \\ y_8 \\ y_9 \\ y_{10} \end{bmatrix} \text{ и } [Z] = -\frac{1}{n^2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (Y_1 - 2Y_2 + Y_3) \cdot \rho_2 v_2 \\ (Y_2 - 2Y_3 + Y_4) \cdot \rho_3 v_3 \\ (Y_3 - 2Y_4 + Y_5) \cdot \rho_4 v_4 \\ (Y_4 - 2Y_5 + Y_6) \cdot \rho_5 v_5 \\ (Y_5 - 2Y_6 + Y_7) \cdot \rho_6 v_6 \\ (Y_6 - 2Y_7 + Y_8) \cdot \rho_7 v_7 \\ (Y_7 - 2Y_8 + Y_9) \cdot \rho_8 v_8 \\ 0 \\ \frac{\rho_{10} v_{10}}{12} \cdot (45Y_{10} - 154Y_9 + 214Y_8 - 156Y_7 + 61Y_6 - 10Y_5) \end{bmatrix}, \text{ где } [Y] = \begin{bmatrix} Y_0 \\ Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \\ Y_5 \\ Y_6 \\ Y_7 \\ Y_8 \\ Y_9 \\ Y_{10} \end{bmatrix}. \quad (23)$$

где  $\rho$  – коэффициент, учитывающий изменение изгибной жёсткости любой последующей точки относительно начальной;

$v$  – коэффициент, учитывающий изменение продольной силы по длине стержня.

Следует также отметить, что представление исходного уравнения (1) в разностном виде (20) обладает свойством консервативности.

Определение вектора значений функции изогнутой оси стержня  $[y]$  осуществляется при решении системы линейных уравнений в матричном виде (20):

$$[y] = u^2 [A]^{-1} [Z]. \quad (24)$$

При решении этого уравнения удобно принять  $u^2 = 1$  с последующей нормализацией вектора  $[y]$  для подстановки его значений на место аналогичного вектора  $[Y]$  – процесс вычисления вектора  $[y]$  является итерационным. Равенство (20) только в том случае будет справедливым, когда вектор значений формы  $[Y]$  совпадёт с нормализованным вектором значений функции  $[y]$ . Производя итерационный процесс решения уравнения (20) и заменяя вектор  $[Y]$  на нормализованный вектор  $[y]$ , можно в итоге построить график формы изогнутой оси стержня при продольном изгибе. Величина коэффициента расчётной длины стержня в этом случае может быть определена из следующего выражения:

$$\mu = \pi \sqrt{|y_i|}, \quad (25)$$

где  $|y_i|$  – максимальное по модулю значение элемента *ненормализованного* вектора безразмерных ординат  $[y]$ .

Решение задачи устойчивости винта в массиве древесины произведено при следующих способах закрепления его концов:

1) наружный конец опёрт шарнирно и подвижно в направлении, перпендикулярном исходному состоянию, другой конец шарнирно неподвижен;

2) наружный конец подвижно заделан, другой конец шарнирно неподвижен.

Как было отмечено выше, случай подвижной заделки следует рассматривать в том случае, если нагрузка на рассматриваемую часть деревянной кон-

струкции, содержащей винты, передаётся посредством стальной пластины значительной толщины. При этом наружные части винтов проходят сквозь отверстия в ней и возможность поворота их концов отсутствует.

Также рассмотрены следующие случаи:

а) изменения продольной силы в винтах по длине:

1а) эпюра продольной силы является прямоугольной;

2а) эпюра продольной силы трапециевидна – величина продольной силы на наружном конце вдвое превосходит значение продольной силы на неподвижном конце;

3а) эпюра продольной силы является треугольной, причём максимальное значение продольной силы находится на наружном конце и нулевое – на неподвижном;

б) ступенчатого изменения изгибной жёсткости винта и неравномерного изменения продольной силы по его длине:

1б) длины участков с внешним диаметром винта и внутренним равны, эпюра продольной силы является прямоугольной;

2б) длины участков с внешним диаметром винта и внутренним равны, эпюра продольной силы является трапециевидной – на участке длины, диаметр которого равен внешнему диаметру резьбы, эпюра продольной силы является прямоугольной, на участке длины, диаметр которого равен внутреннему диаметру резьбы, эпюра продольной силы является треугольной.

На рисунке 1 изображены описанные случаи изменения продольных сил и изгибных жесткостей по длине сжатого винта.

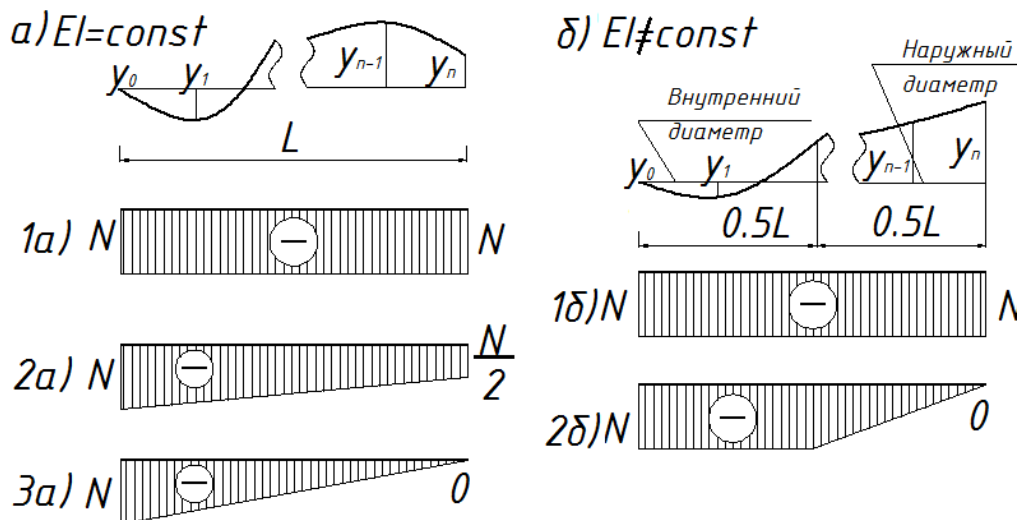


Рисунок 1 – Рассматриваемые случаи распределения продольной силы и изгибной жёсткости по длине винта

Было произведено решение задачи потери устойчивости сжатого винта в массиве древесины с применением рассмотренного выше подхода. При вычислении ординат формы потери устойчивости и коэффициента расчётной длины сжатого винта было произведено его разбиение по длине на  $n=20$  частей. На рисунке 2 показаны графики изменения расчётных длин сжатых винтов постоянного диаметра с различными формами эпюр продольных сил.

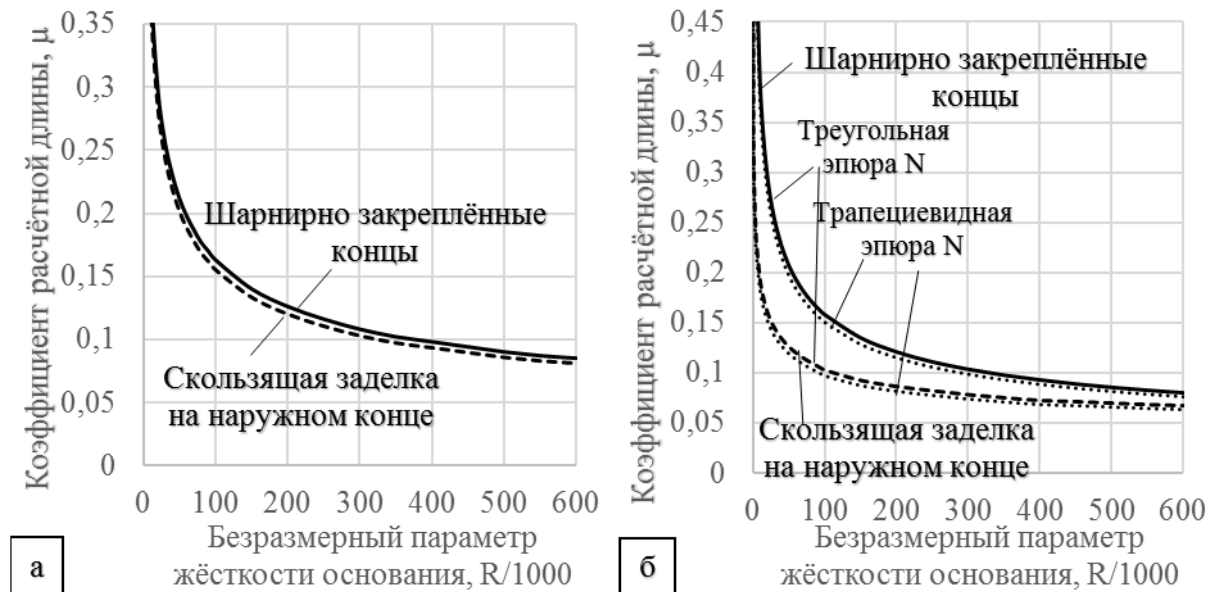
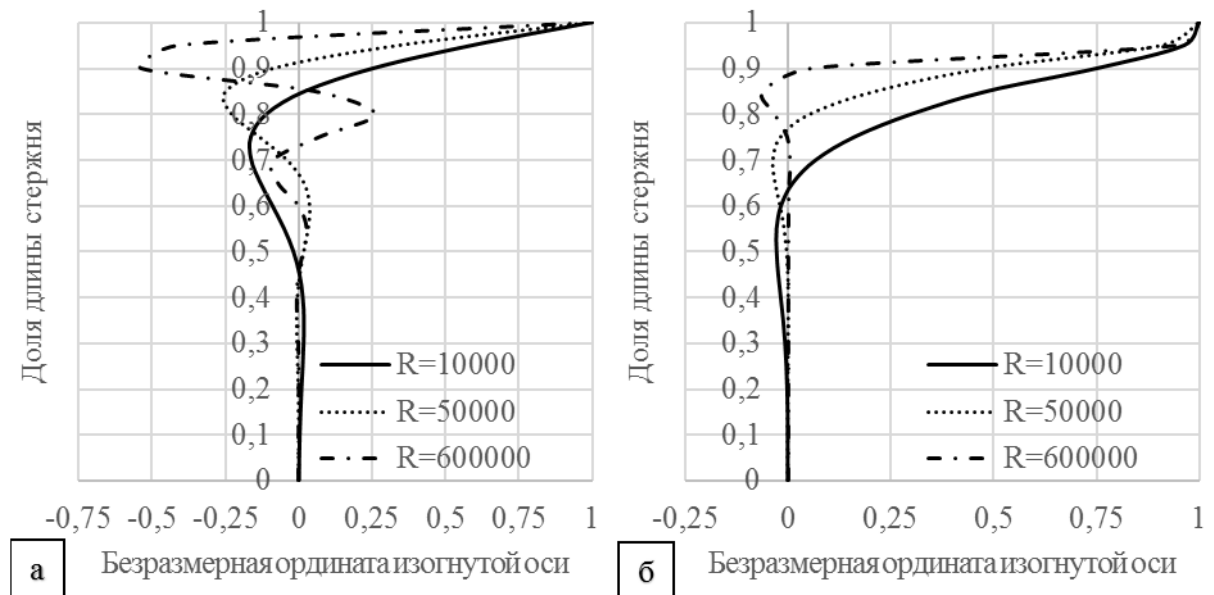


Рисунок 2 – Графики изменения коэффициентов расчётных длин сжатых винтов в случае равномерного (а) и неравномерного (б) распределения продольных сил по длине

Ординаты графиков, изображённых на рисунке 2(а), различаются не более чем на 3%. Следует проанализировать формы потери устойчивости винта с постоянной изгибной жёсткостью, которые изображены на рисунке 3.



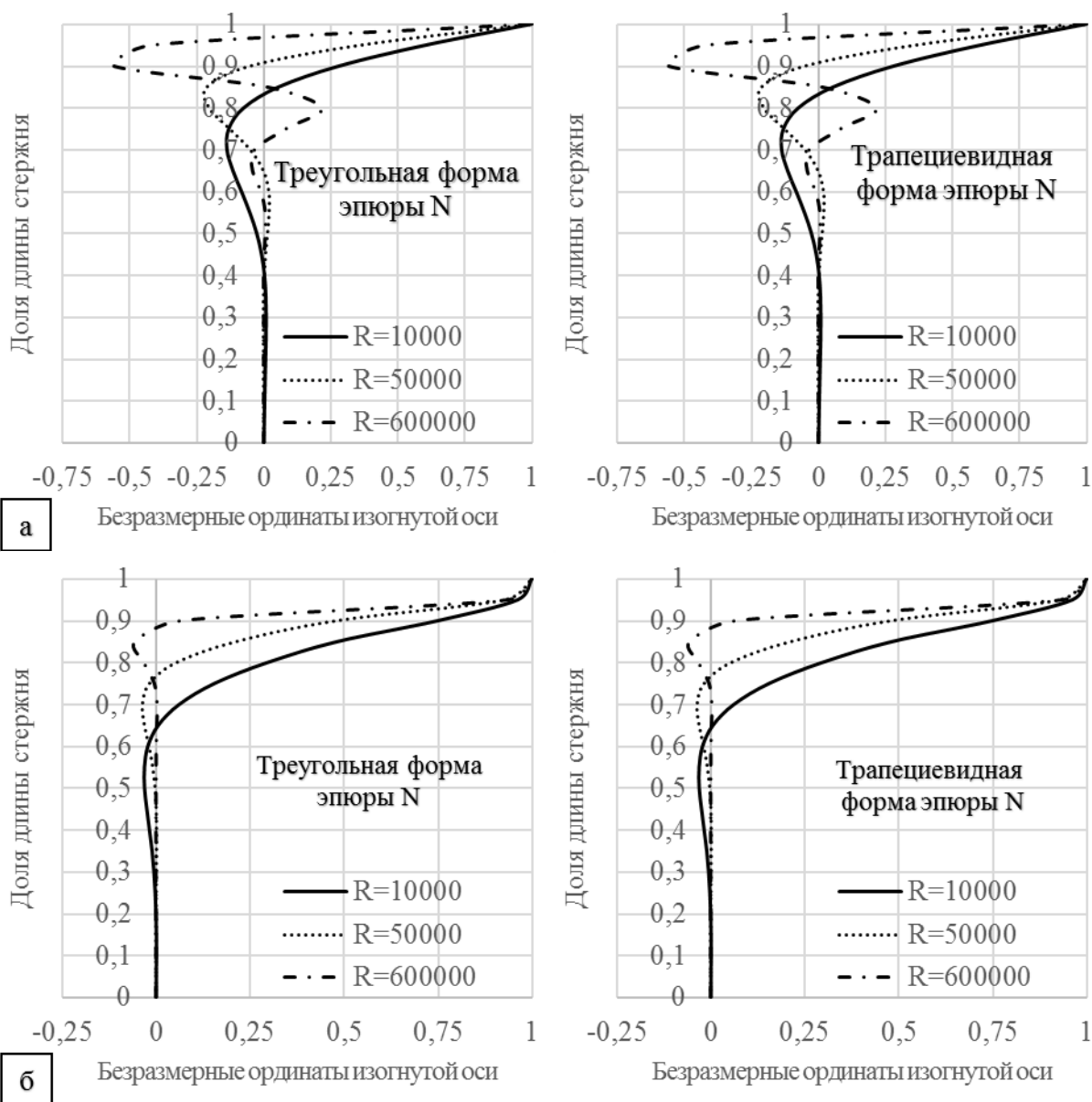
а – шарнирно-подвижное закрепление наружного конца,  
 б – скользящая заделка на наружном конце

Рисунок 3 – Графики безразмерных ординат формы изогнутой оси сжатого винта при прямоугольной форме эпюры продольной силы

Из графиков, изображённых на рисунке 2(а), можно сделать вывод о том, что при прямоугольной форме эпюры продольных сил величины коэффициентов определяются в основном не способом закрепления наружного конца, а величиной безразмерного параметра жёсткости упругого основания. Характеры форм изогнутых осей сжатых винтов на рисунках 3(а) и 3(б) различаются, од-

нако величины наиболее значимых отклонений от начального положения начинаются на  $(0,3-0,4)L$  в зависимости от безразмерного параметра жёсткости упругого основания.

Ординаты графиков изменения коэффициентов расчётных длин винтов, имеющих шарнирное закрепление наружного конца и закрепление в виде скользящей заделки, нагруженных неравномерно по длине, изображённых на рисунке 2(б), напротив, различаются довольно значительно. При этом можно видеть, что форма эпюры продольной силы (треугольная либо трапециевидная) мало влияет на величину коэффициента расчётной длины. Для подробного анализа полученных результатов следует сравнить графики форм изогнутых осей сжатых винтов, изображённых на рисунке 4.



*а – шарнирно-подвижное закрепление наружного конца,  
б – скользящая заделка на наружном конце*

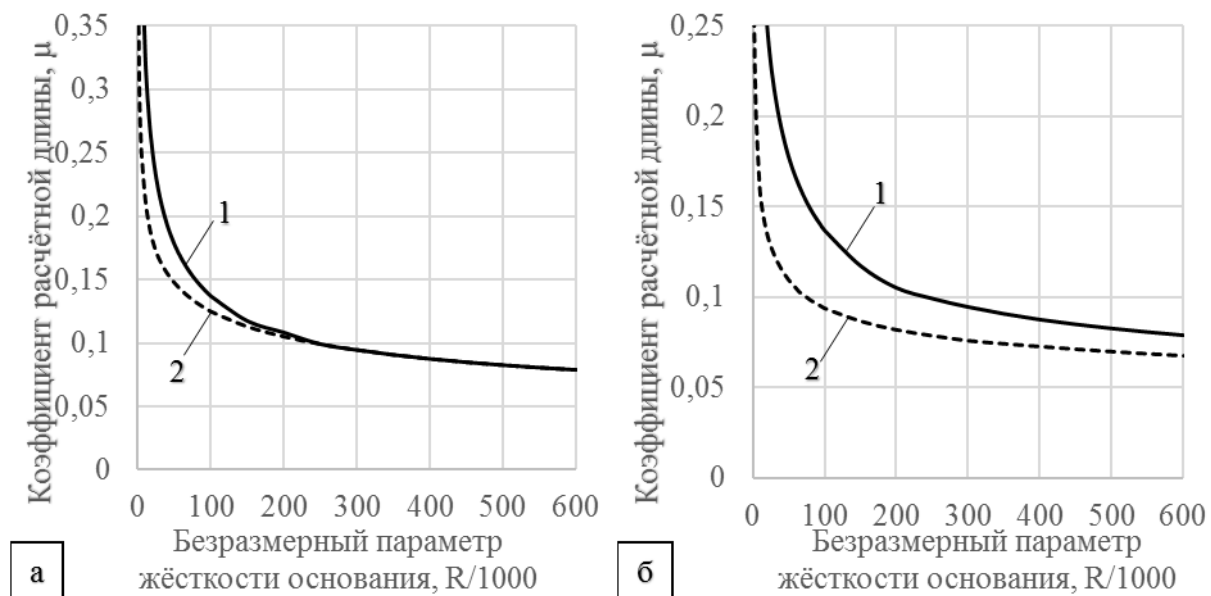
*Рисунок 4 – Графики безразмерных ординат формы изогнутой оси сжатого винта*



Сравнивая попарно ординаты графиков форм потери устойчивости, изображённых на рисунках 4(а) и 4(б), при треугольных и трапециевидных формах эпюр продольных сил, можно отметить практически полное их сходство. Ординаты одноимённых графиков отличаются не более чем на 0,5%, что объясняет малость расхождений ординат графиков изменений коэффициентов расчётных длин, изображённых на рисунке 2(б), при треугольном и трапециевидном виде эпюр продольных сил.

Также можно произвести сравнение полученных ординат форм изогнутых осей сжатых равномерно и неравномерно нагруженных по длине винтов с различным закреплением концов (рисунки 3(а) и 4(а), 3(б) и 4(б) соответственно). Ординаты функций изогнутых осей, изображённых на рисунках 3(а) и 4(а), различаются не более чем на 2%, что объясняет малое отличие графиков изменения коэффициентов расчётных длин сжатых винтов, закреплённых шарнирно с одним подвижным в поперечном направлении концом. Наиболее значимый рост ординат форм изогнутых осей наблюдается с тех же абсцисс  $(0,3-0,4)L$  в зависимости от безразмерного параметра жёсткости упругого основания. При закреплении наружного конца винтов в виде скользящей заделки можно заметить, что развитие поперечных перемещений их изогнутых осей более смещено к верхней части (рисунки 3(б) и 4(б)), в том случае треугольной формы эпюры продольных сил. Это объясняет значительную разницу между графиками коэффициентов расчётных длин винтов, имеющих подвижное защемление наружного конца, которые изображены на рисунках 2(а) и 2(б) соответственно.

Описанные результаты вычисления коэффициентов расчётных длин в зависимости от величин безразмерных параметров жёсткости упругого основания применимы для случая сжатых винтов, изгибная жёсткость которых неизменна по длине. В том случае, если винт имеет участки с резьбой и без резьбы, то диаметры тела винта будут различны – внутренний диаметр нарезанной части составляет 0,7 от диаметра той части, резьба на котором отсутствует. Было произведено решение задачи устойчивости сжатых винтов с однократным ступенчатым изменением изгибной жёсткости по длине. При этом полагалось, что участок с резьбой в винте имеет равную длину с участком без резьбы. Было рассмотрено как равномерное его нагружение, так и неравномерное (рисунок 1(б)). При этом очевидно, что величина критической силы, вызывающей потерю устойчивости стержня со ступенчатым изменением изгибной жёсткости, является равной по значению для участков с меньшим и большим диаметрами. Решение произведено при подстановке в формулы (11) и (12) наименьшего диаметра винта. Результаты определения коэффициентов расчётных длин винтов со ступенчатым изменением изгибной жёсткости в зависимости от безразмерного параметра изгибной жёсткости приведены на рисунке 5.



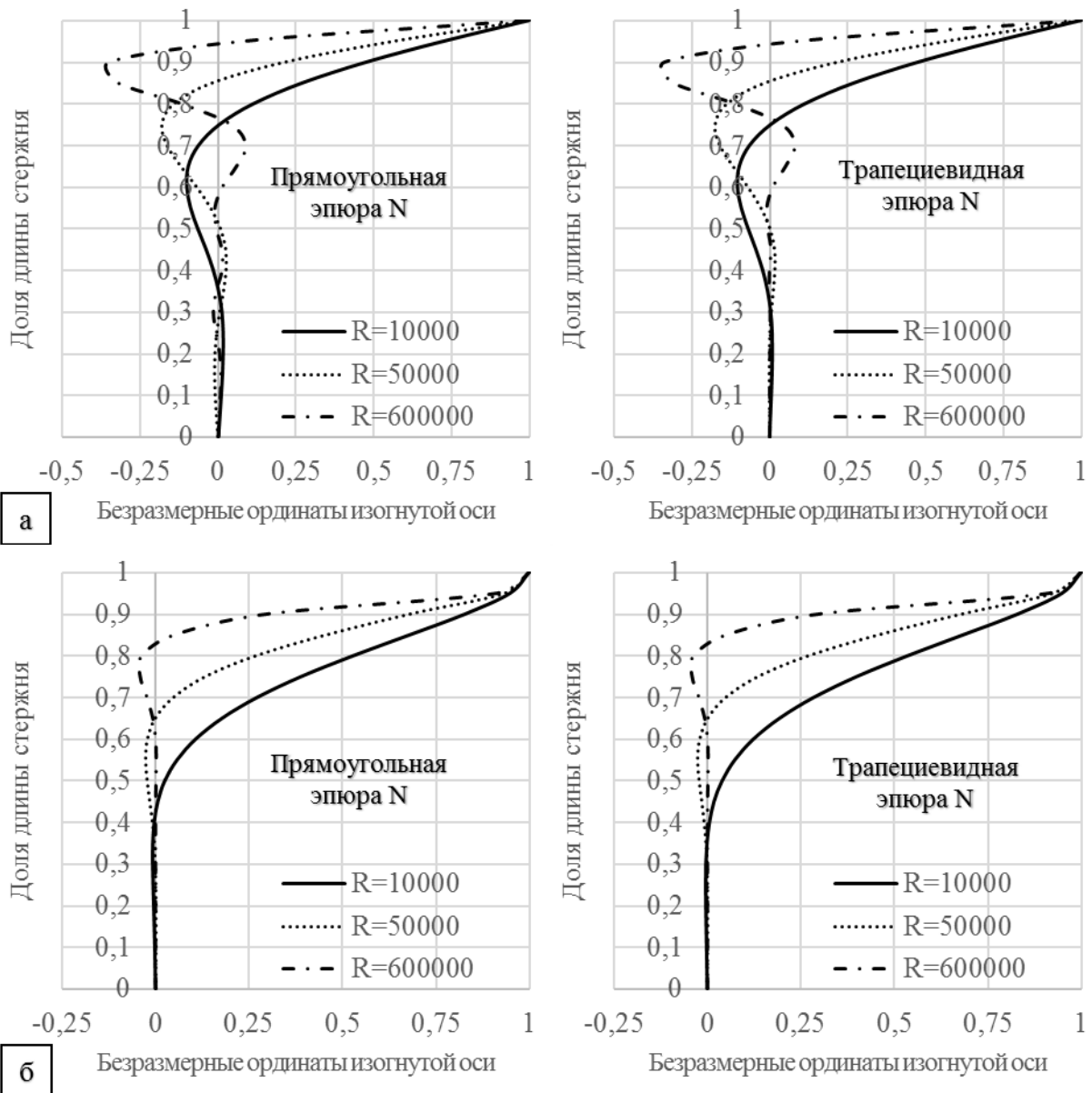
*1 – шарнирно-подвижное закрепление наружного конца, 2 – скользящая заделка на наружном конце*

*Рисунок 5 – Графики изменения коэффициентов расчётных длин сжатых винтов со ступенчатым изменением диаметра в случае прямоугольной (а) и трапецевидной (б) эпюр продольных сил*

Формы изогнутых осей приведены на рисунке 6. Сравнивая попарно графики форм изогнутых осей 6(а) при различных очертаниях эпюры продольных сил, можно отметить их практически полное сходство, что объясняет малое различие ординат графиков изменения коэффициентов расчётных длин сжатых винтов с шарнирным опиранием наружного конца, изображённых на рисунке 5(а) и 5(б) № 1. В случае закрепления наружного конца в виде скользящей заделки различие ординат аналогичных графиков под № 2 более значительное. Это можно объяснить различием ординат форм изогнутых осей преимущественно в нижней зоне с резьбой, где продольная сила изменяется нелинейно по длине. Несмотря на малость, их величины различаются в 8 – 12 раз, что влечёт за собой разницу в углах поворота поперечных сечений.

В случае иных соотношений длин участков с резьбой и без резьбы следует воспользоваться линейной интерполяцией между ординатами графиков 5(а) и 2(а) и 5(б) и 2(б) соответственно при одинаковых условиях опирания наружного конца, одинаковых величинах безразмерного параметра жёсткости упругого основания.

Проверку устойчивости сжатого стального винта в массиве древесины следует производить, используя предложенные выше графические зависимости изменения коэффициентов расчётных длин от величины безразмерного параметра упругого основания и принимая также диаметр тела винта равным 0,7 от внешнего.



*а – шарнирно-подвижное закрепление наружного конца,  
 б – скользящая заделка на наружном конце*

*Рисунок 6 – Графики безразмерных ординат формы изогнутой оси сжатого винта*

**Выводы.** 1. При анализе устойчивости сжатых винтов с подвижным шарнирным закреплением наружного конца выявлено, что наибольшее влияние на величину коэффициента расчётной длины оказывает не характер распределения продольной силы по длине, а величина безразмерного параметра жёсткости упругого основания. Это можно объяснить тем, что в рассмотренных случаях максимальные величины ординат форм изогнутых осей сжатых винтов находятся на наружном конце стержня, где величины продольных сил максимальны.

2. При анализе устойчивости сжатых винтов с подвижным защемлением наружного конца выявлено, что на величину коэффициента расчётной длины оказывает влияние не только величина безразмерного параметра жёсткости упругого основания, но и формы эпюр продольных сил. Это можно объяснить тем, что рост ординат форм изогнутых осей в случае треугольной

эпюры продольной силы наблюдается ближе к наружному концу, чем в случае прямоугольной эпюры продольной силы для винта с аналогичным закреплением концов.

3. При определении величин коэффициентов расчётных длин при иных формах эпюр продольных сил в сжатых винтах и неравных по длине участках с резьбой и без резьбы следует воспользоваться линейной интерполяцией между ординатами одноимённых графиков изменения коэффициентов расчётных длин при одинаковых условиях закрепления концов.

#### **Список использованных источников**

1. Bejtka, I. Self-tapping screws as reinforcement in beam supports / I. Bejtka, H. J. Blass. – Karlsruhe, 2011. – 25 s.

2. Еврокод 5. Деревянные конструкции : ТКП EN 1995-1-1-(2004). – Минск : Минстройархитектуры, 2009. – 63 с.

3. Engesser, F. Die Sicherung offener Brücken gegen Ausknicken / F. Engesser // Zentralblatt der Bauverwaltung. – 1884. – № 40. – S. 415–417.

4. Skruvarmering som förstärkning i trä vid belastning vinkelrätt fiberriktningen : en försöksstudie, Examensarbete / Lunds Tekniska Högskola ; Avdelningen för Konstruktionsteknik ; K. Nilsson. – Lund, 2002. – Rapport TVBK- 5112.

5. Piazza, M. Strutture in legno – Materiale, calcolo e progetto secondo le nuovenormativeeuropee / M. Piazza, R. Tomasi, R. Modena. – Milano : Hoepli, 2005.

6. Блейх, Ф. Устойчивость металлических конструкций : пер. с англ. / Ф. Блейх – М. : ФИЗМАТГИЗ, 1959. – 544 с. : ил.

7. Гончаров, В. Л. Интерполяционные процессы и целые функции / В. Л. Гончаров. – Успехи математических наук. – 1937. – № 3. – С. 113–143.

8. Лазаров, Р. Д. О построении и исследовании однородных разностных схем // Р. Д. Лазаров, В. Л. Макаров, А. А. Самарский. – Математический сборник. – 1982. – Т. 117(159), № 4. – С. 469–480.

9. Bygg : Handbok för hus-, väg- och vattenbyggnad. Allmänna grunder. – Stockholm : AB Byggmästarens förlag, 1971. – Huvuddel 1A.

10. Лейтес, С. Д. Устойчивость сжатых стальных стержней / С. Д. Лейтес. – М. : Госстройиздат, 1954. – 312 с.