

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ  
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(строительный факультет)  
ООО «Ли́ра САПР»  
ООО «ПСС-SOFiSTiK»  
ООО НПФ «СКАД СОФТ»  
ОДО НПП «БрестКАД»  
ЧУП «Брестстройнаука»**

*Сборник статей Международной  
научно-технической конференции*

**«ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА  
ИССЛЕДОВАНИЙ, ПРОЕКТИРОВАНИЯ  
И САПР В СТРОИТЕЛЬСТВЕ»**

**«RESEARCH AND ENGINEERING IN  
CONSTRUCTION USING COMPUTER  
AIDED DESIGN: THEORY AND  
PRACTICE»**

*27 марта 2020 года*

УДК 69.05:378.2(08)

ББК 38

П 27

Рецензенты: доктор технических наук, директор по научной работе филиала РУП Институт БелНИИС – научно-исследовательский центр **Деркач Валерий Николаевич**; кандидат технических наук, доцент, директор филиала БрГТУ Политехнический колледж **Басов Виктор Степанович**

Редколлегия: **Шалобыта Николай Николаевич** – проректор по научной работе учреждения образования «Брестский государственный технический университет», кандидат технических наук, доцент;

**Шурин Андрей Брониславович** – заведующий кафедрой строительных конструкций учреждения образования «Брестский государственный технический университет», кандидат технических наук, доцент;

**Кривицкий Павел Васильевич** – доцент кафедры строительных конструкций, кандидат технических наук, доцент;

**Жданов Дмитрий Александрович** – доцент кафедры строительных конструкций, кандидат технических наук;

**Матвеев Никифор Викторович** – ассистент кафедры строительных конструкций;

**Яковинич Пётр Сидорович** – заведующий лабораторией (учебной) кафедры строительных конструкций;

**Алехнович Святослав Викторович** – лаборант кафедры строительных конструкций;

**Боровикова Елена Александровна** – начальник редакционно-издательского отдела

**П27 Теория и практика исследований, проектирования и САПР в строительстве: сборник статей Международной научно-технической конференции; 27 марта 2020 года / БрГТУ; редкол.: Н. Н. Шалобыта [и др.] – Брест: БрГТУ, 2020. – 208 с.**

**ISBN 978-985-493-490-7**

Представлены статьи ведущих ученых Республики Беларусь, Российской Федерации в области теории и практики исследований и проектирования в строительстве с применением систем автоматизированного проектирования (САПР).

УДК 69.05:378.2(08)

ББК 38

ISBN 978-985-493-490-7

© Издательство БрГТУ, 2020

# ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС «КОНСТРУКТОР ЗДАНИЙ» ОДО НПП БРЕСТ – КАД

Д. Н. Сливка, О. С. Малашук, М. И. Гончаров

Один из способов повысить качество продукции в строительной отрасли – это разработка и внедрение современных компьютерных технологий проектирования конструкций и объектов на базе цифровой модели BIM. И рынок систем автоматизированного проектирования (САПР) сейчас активно развивается и расширяется.

Программный комплекс «Конструктор Зданий» предназначен для сокращения сроков и трудоемкости проектирования зданий, для повышения качества и экономической эффективности проектируемых объектов. Несмотря на высокую стоимость ПО, перевод конструкторских бюро на компьютерное проектирование позволяет в два-три раза сократить реальные сроки разработки проектно-сметной документации. В отдельных случаях эффект может быть еще более значительным.

Разработчики постарались свести к минимуму обращение к необходимой технической документации, выводя ее в нужный момент на экран, предоставляя пользователю самому делать тот или иной выбор, контролируя при этом все его действия.

Ввод исходных данных (рис. 1) максимально приближен к мышлению проектировщика: сначала вводятся оси, затем стены, помещения и т. д. Компьютер анализирует исходные данные, разбивает здание на расчетные участки, устанавливает между ними связи и уже затем составляет расчетную схему объекта. Ряд новых возможностей позволяют сделать работу проектировщика еще проще и оперативнее (обработка и получение информации из рабочих архитектурных проектов, выполненных в различных системах архитектурного проектирования и имеющих выходной формат стандарта DXF, – путем обработки плана возможно получение математической модели проектируемого объекта либо с использованием формата IFC из модели, полученной в REVIT, ARCHICAD др.

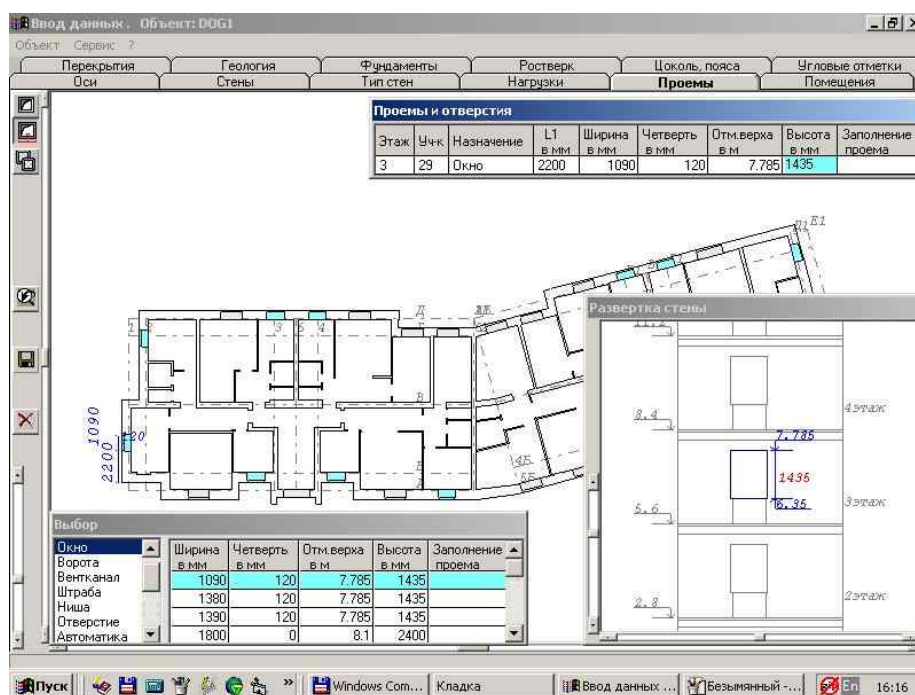


Рисунок 1

Система имеет мощный механизм защиты от ошибок пользователей. При вводе с клавиатуры происходит полная идентификация вводимой информации, система правильно интерпретирует и корректирует ошибочный ввод ненужных символов. Все введенные данные преобразуются в математическую модель здания, при формировании которой отслеживаются все параметры. В случае возникновения ошибки выдается необходимая информация и рекомендации по ее устранению.

В системе имеется обширная база данных (БД) элементов и конструкций для стен, перекрытий, полов, кровель и т. д., выпускаемых не только в Республике Беларусь, но и России, со всеми физическими характеристиками, геометрическими размерами и графическим представлением. Пользователю предоставлена уникальная возможность корректировать и вносить любые изменения в БД. С использованием этой базы, модуля «**Конструктор элементов**» (рис. 2) можно создать конструкцию любого участка стены, пола или кровли для текущего проекта.

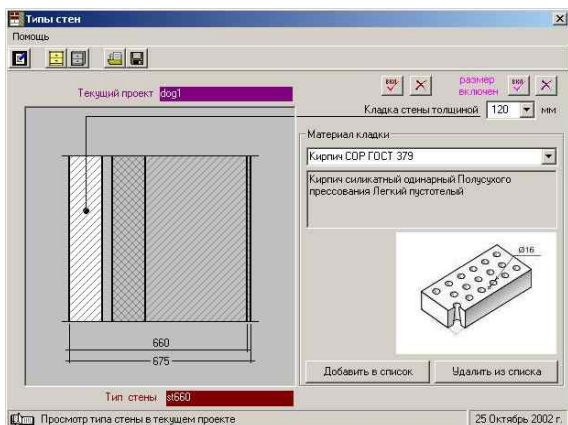


Рисунок 2 – Конструктор элементов. Формирование типов стен

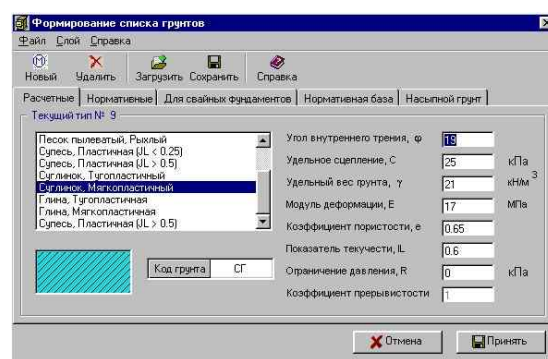
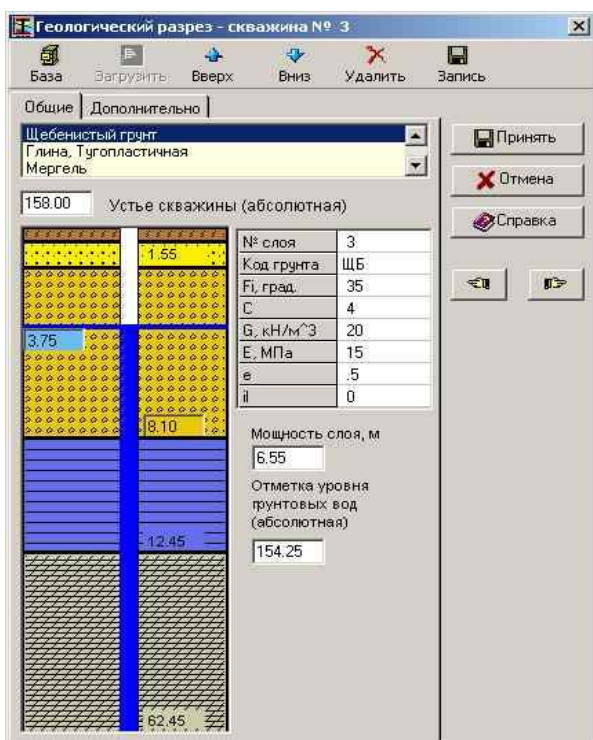


Рисунок 3 – Задание типов грунтов и их характеристик



Разработанная нами и реализованная в программе математическая модель здания позволяет автоматически разбить стены этажей и подвала на расчетные участки по различным критериям: нагрузке, исходя из условий геологических характеристик площадки, глубины заложения фундамента или отметки острия свай. Модуль «**Нагрузки**» позволяет собрать нагрузки от собственного веса перекрытий, покрытий, стационарного оборудования и собственного веса стен и перегородок и передать их на расчетные участки.

Рисунок 4 – Ввод инженерно-геологического разреза



В ПК «Конструктор Здания» реализован расчет и оптимизация *ленточных и столбчатых фундаментов на естественном основании* (рис. 5), *свайные ленточные – свайные столбчатые* фундаменты с учетом требований всех соответствующих ТНПА. Реализовано проектирование фундаментных плит на естественном и свайном основании.

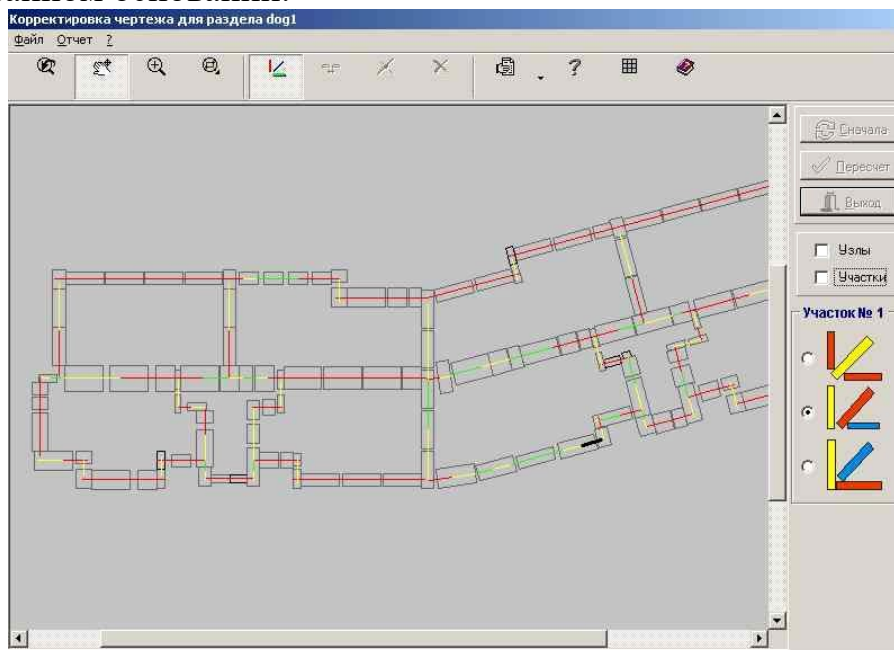


Рисунок 5 – Модуль расчета ленточных фундаментов

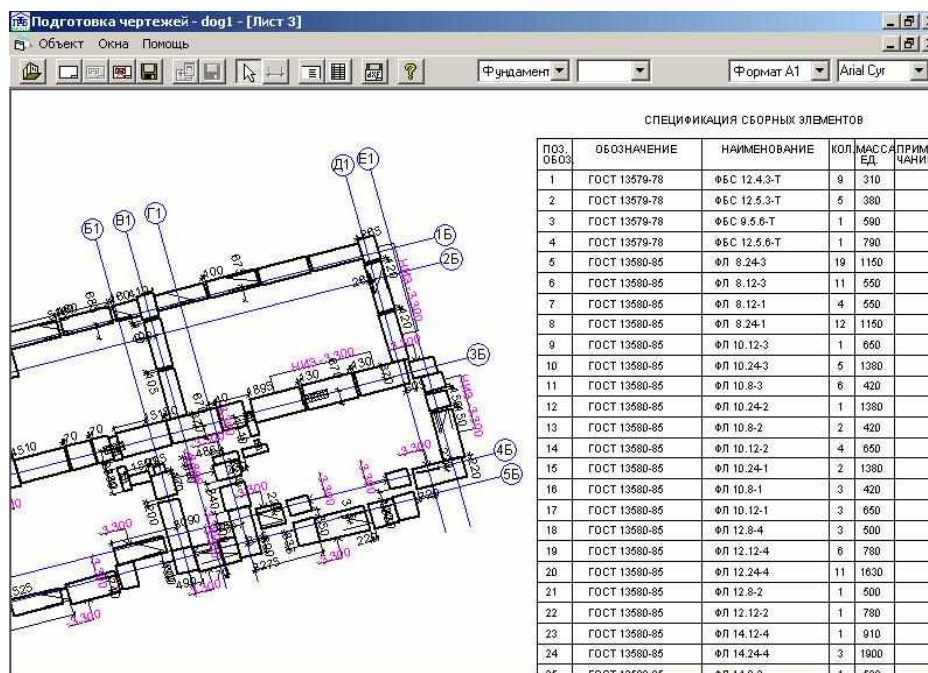


Рисунок 6 – Чертеж раскладки подушек

Результатом работы комплекса является для здания с кирпичными стенами комплект готовых чертежей в формате **DXF**, в который входят:

- кладочный план всех этажей с узлами;
- спецификациями сборных элементов с примечаниями;
- схема раскладки фундаментных подушек (рис. 6) или расстановки свай со спецификацией сборных элементов;

- разрезы по сечениям фундаментов;
- инженерно-геологический разрез;
- арматурные изделия армируемых участков.

В 2003 году включены модули проектирования лестничных клеток, подбор и раскладка сборных железобетонных плит перекрытий, проектирование покрытий, расчет и проектирование перемычек над проемами и отверстиями.

В 2010 году реализована вторая часть «Конструктора Зданий», которая позволила разрабатывать чертежи монолитных железобетонных конструкций (колонны, балки, плиты, диафрагмы и монолитные фундаменты) после МКЭ расчета (в программных комплексах ЛИРА САПР, СТАРК-ЕС, РОБОТ, SoFiStiK и других) с учетом совместной работы каркаса с основанием. Результат – чертежи стадии КЖ и КЖи, сопровождаемые формированием BIM-модели по результатам проектирования.

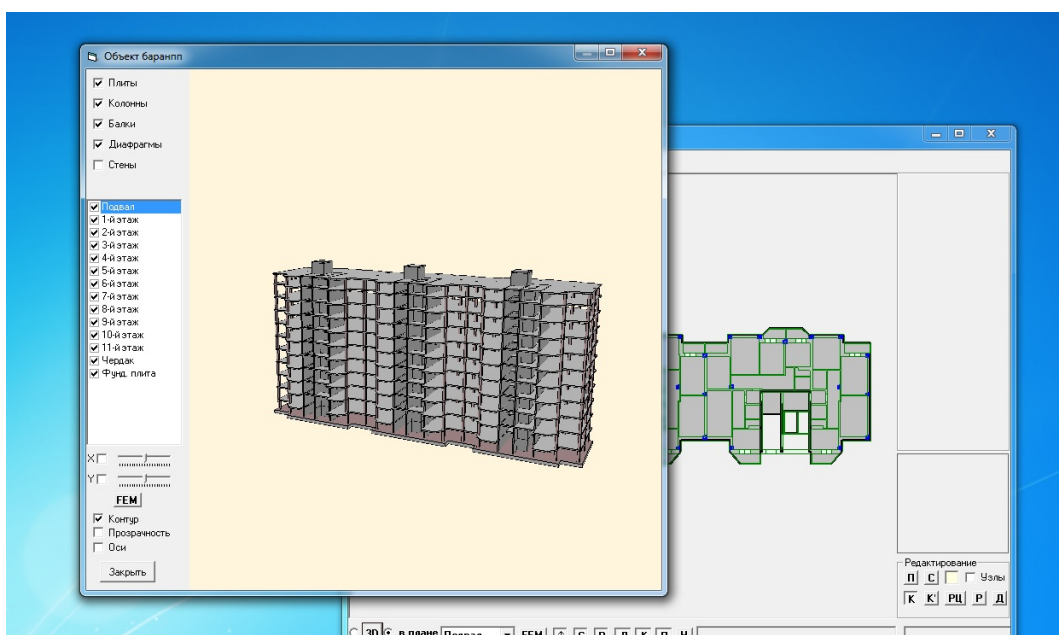


Рисунок 7 – Формирование КЭМ модели

№ ИГЭ	Наименование грунта	Природная влажность (доли)	Показатель текучести	Вода	Коэффициент пористости	Модуль деформации (МПа)	Коэффициент Пуассона	Плотность грунта (кН/м³)	Удельное сцепление	Угол внутреннего трения
1	Насыпные (природные отходы)	0.25	0		0.01	1	0.45	10	5	10
2	Супесь, Пластинчатая (0<=JL<=0.25)	0.25	0.25		0.59	9	0.32	19.6	16	25
6	Супесь моренная, Пластинчатая	0.25	0.22		0.39	16	0.3	21.6	31	27
7	Песок пылеватый, Ср. плотности	0.25	0		0.64	13	0.33	17.7	4	30
8	Песок пылеватый, Плотный	0.25	0		0.59	19	0.32	18.2	4	32
9	Песок мелкий, Ср. плотности	0.25	0		0.63	21	0.33	17.6	2	32
10	Песок мелкий, Плотный	0.25	0		0.5	35	0.31	19.1	4	36
13	Супесь, Пластинчатая (0<=JL<=0.25)	0.25	0.25		0.59	9	0.32	19.6	16	25
14	Супесь моренная, Пластинчатая	0.25	0.75		0.47	3.5	0.3	20.8	5	10
15	Супесь моренная, Пластинчатая	0.25	0.49		0.55	5.5	0.32	21	23	26

№ ИГЭ	Наименование грунта	Природная влажность (доли)	Показатель текучести	Вода	Коэффициент пористости	Модуль деформации (МПа)	Коэффициент Пуассона	Плотность грунта (кН/м³)	Удельное сцепление	Угол внутреннего трения
1	Насыпные (природные отходы)	ИСК		0	0.01	1	0.45	10	5	10
2	Супесь, Пластинчатая (0<=JL<=0.25)	СП	0.25		0.59	9	0.32	19.6	16	25
3	Супесь моренная, Пластинчатая	СПМ	0.75		0.47	3.5	0.3	20.8	5	10
4	Супесь моренная, Пластинчатая	СПМ	0.49		0.55	5.5	0.32	21	23	26
5	Супесь моренная, Пластинчатая	СПМ	0.4		0.41	10	0.3	21.3	27	27
6	Супесь моренная, Пластинчатая	СПМ	0.22		0.39	16	0.3	21.6	31	27
7	Песок пылеватый, Ср. плотности	ПП	0		0.64	13	0.33	17.7	4	30
8	Песок пылеватый, Плотный	ПП	0		0.59	19	0.32	18.2	4	32
9	Песок мелкий, Ср. плотности	ПМ	0		0.63	21	0.33	17.6	2	32
10	Песок мелкий, Плотный	ПМ	0		0.5	35	0.31	19.1	4	36

Рисунок 7а – Преобразование модели грунта из «Конструктора Зданий» в модели ЛИРЫ. СТАРКА и других ПК

Расчет и получение информации из аналитической модели с учетом деформации основания и выполнение конструирования основных элементов каркасного здания.

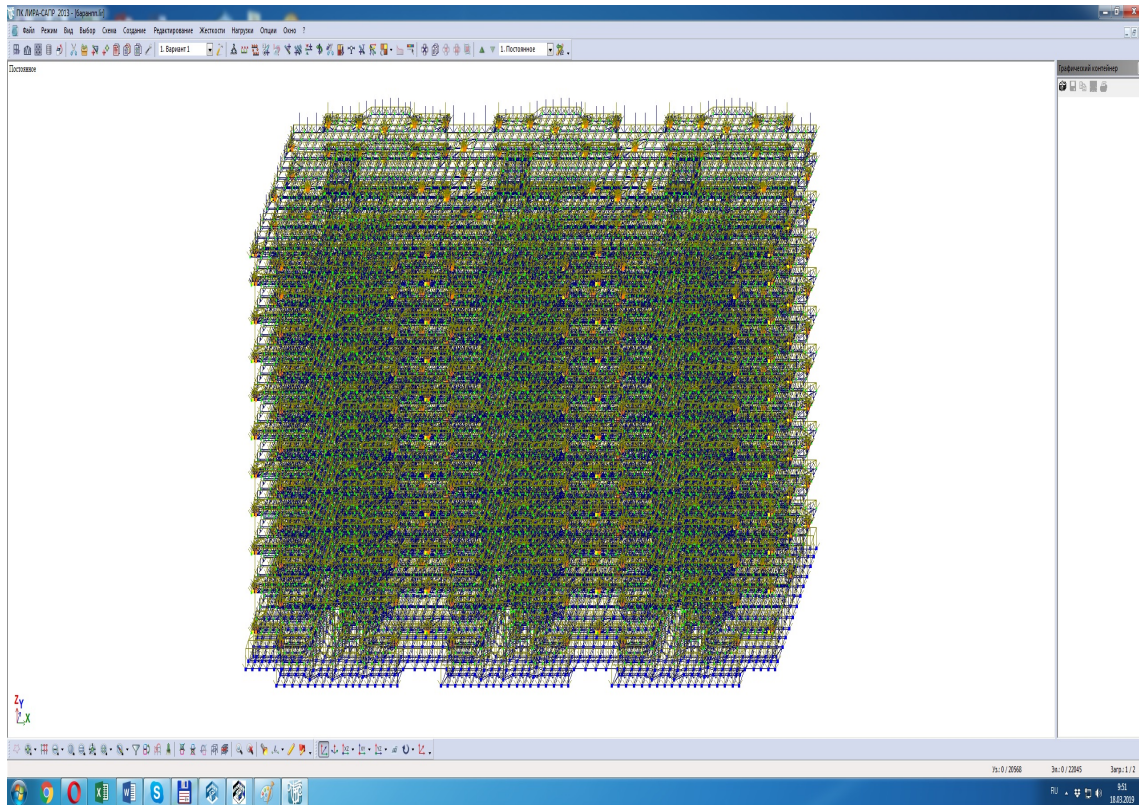


Рисунок 8 – Выполнение статического расчета и армирование элементов каркаса

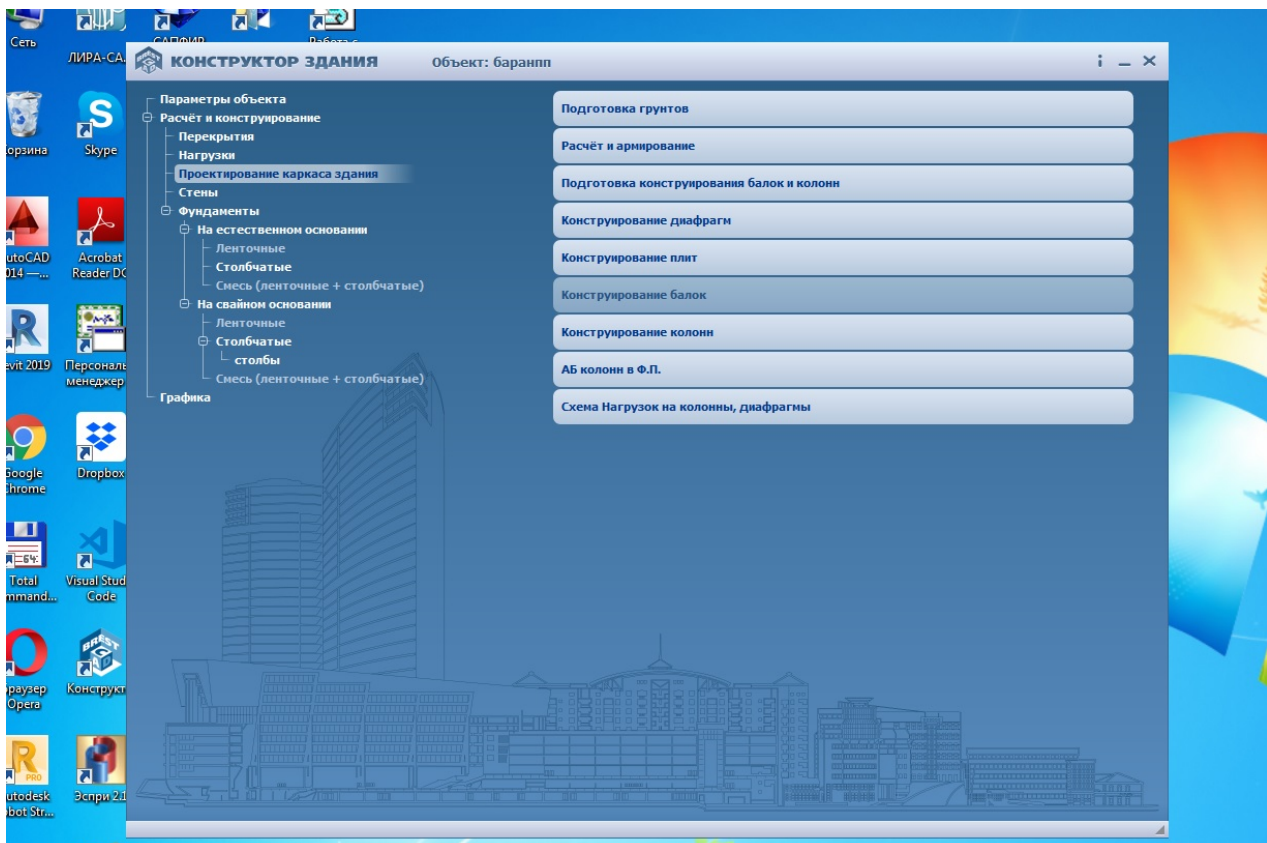


Рисунок 9 – Конструирование конструктивных элементов каркасного здания



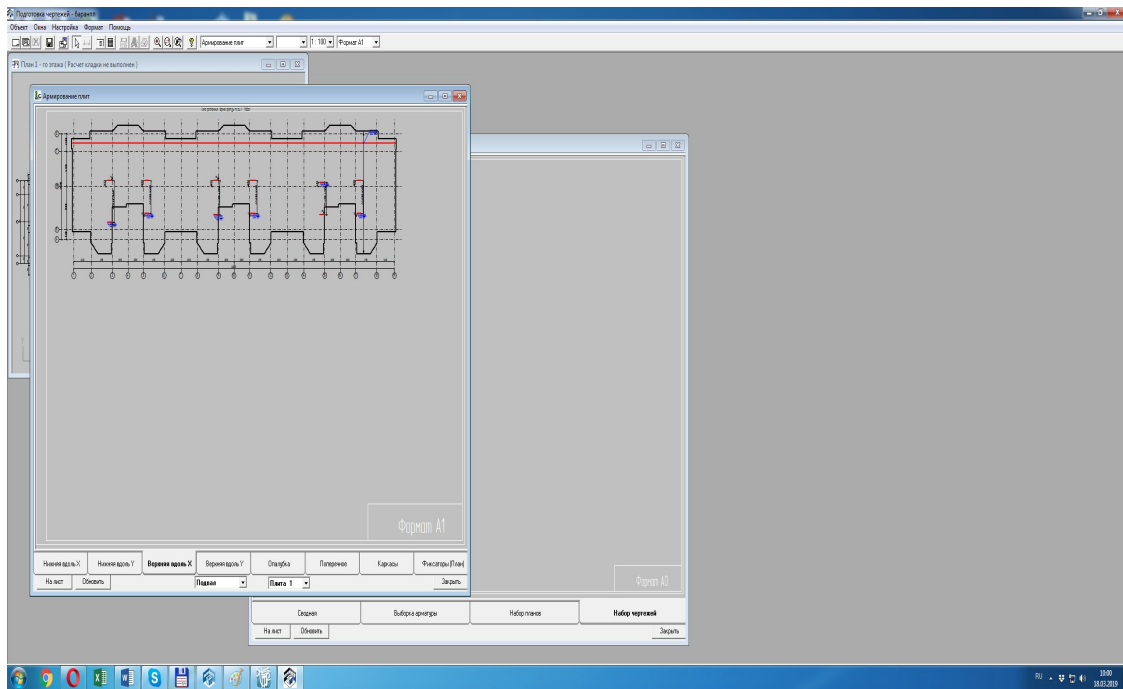


Рисунок 10 – Формирование чертежей КЖ и КЖи плит перекрытия

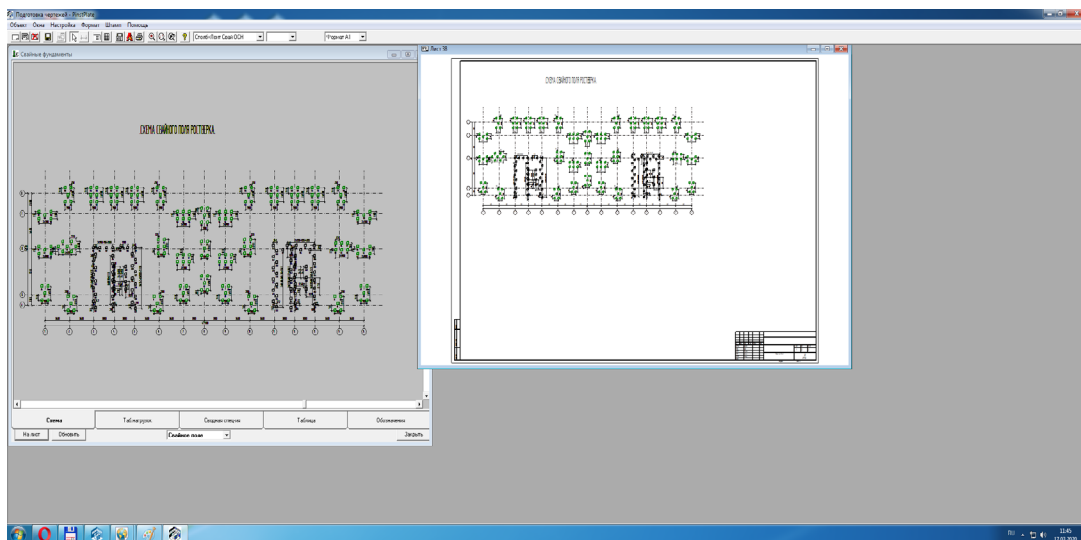
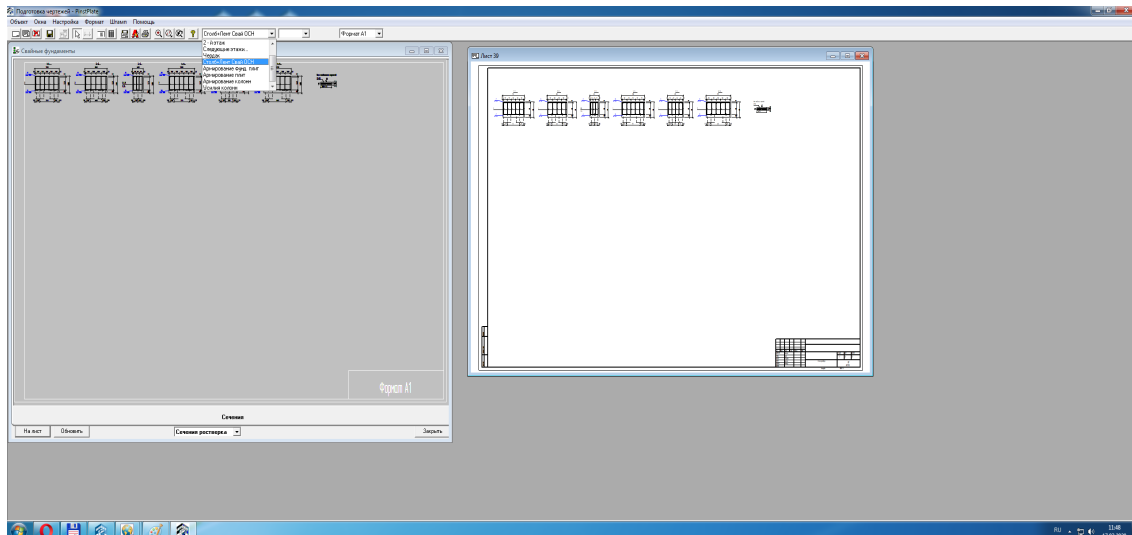


Рисунок 11 – Формирование чертежей КЖ и КЖи свайных фундаментов



# Программный модуль конструирования колонн.

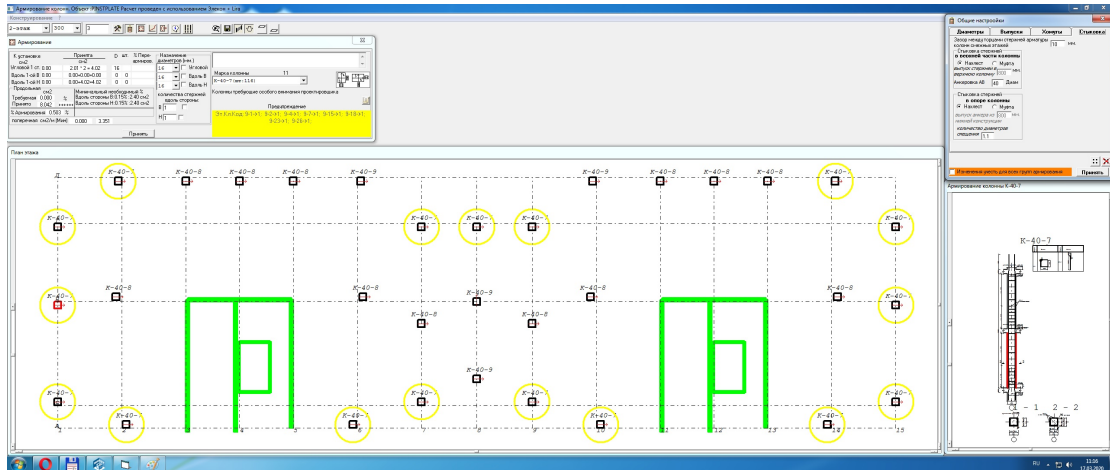


Рисунок 12 – Программный модуль расчета и конструирования колонн.

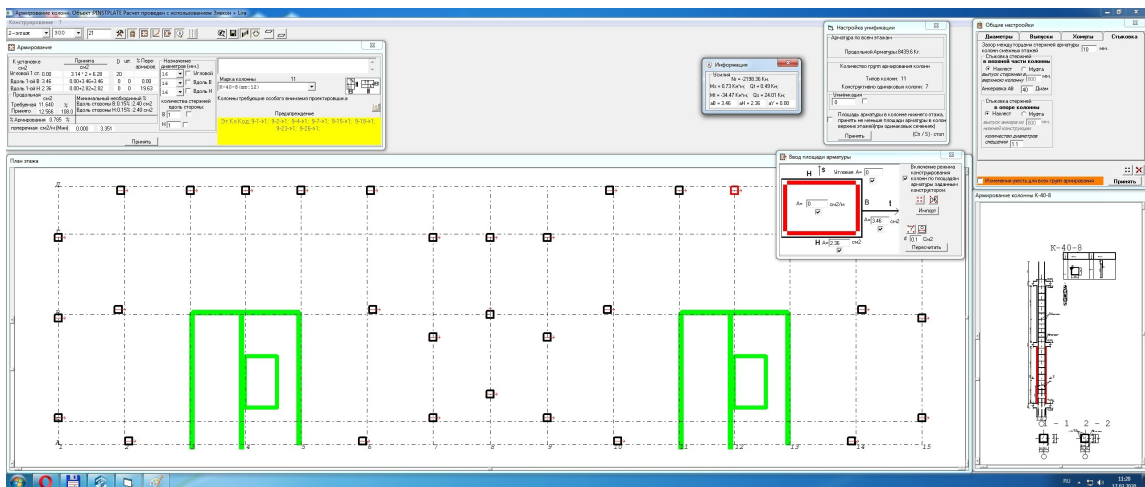
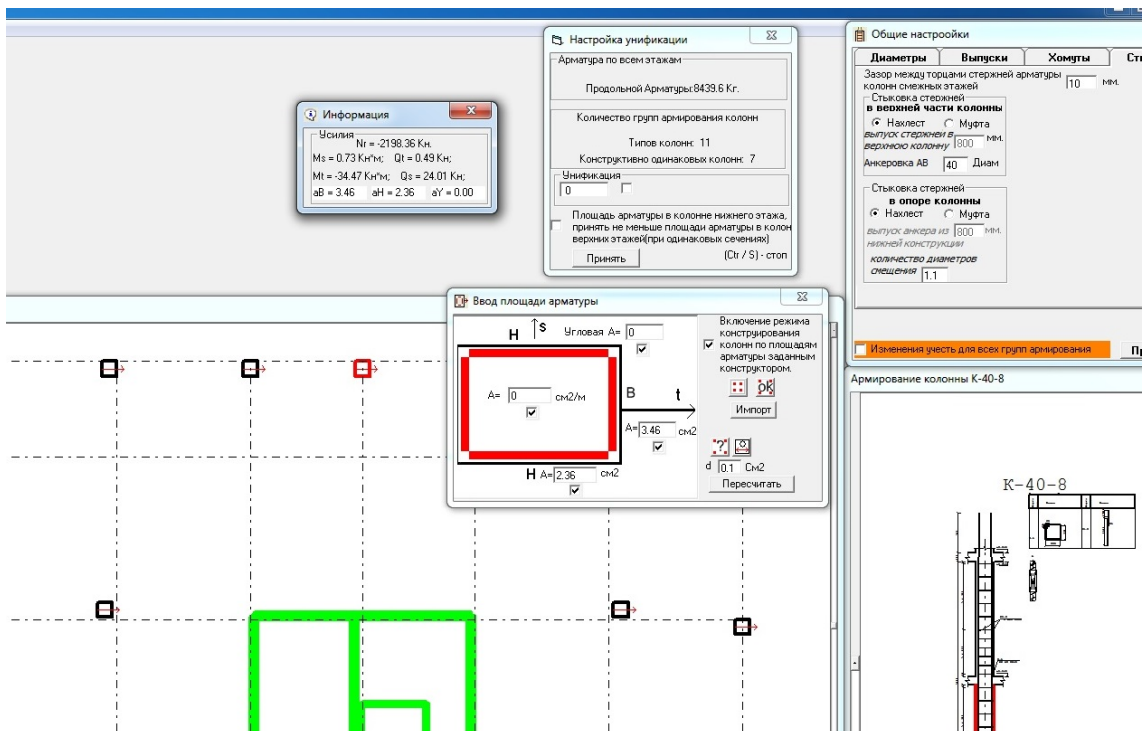


Рисунок 13 – Программный модуль расчета и конструирования колонн – изменение режимов конструирования колонн



Армирование колонн. Объект: PINSTPLATE Расчет проведен с использованием Элекон + Liga

Конструирование ?

2-этаж 300 3

**Армирование**

К установке см2	Принята см2	шт.	% Пере арм.:	Назначение диаметра (мм)
Угловой 1 ст. 0.00	2*01 + 2 = 4*02	16		1E Угловой
Вдоль 1-ой В 0.00	0.00 + 0.00 = 0.00	0	0	1E Вдоль В
Вдоль 1-ой Н 0.00	0.00 + 4*02 = 4.02	0	0	1E Вдоль Н

Предельная см2

Требуемая	Принята	Минимальный необходимый %	Вдоль стержней В: 0.15% : 2.40 см2	Вдоль стержней Н: 0.15% : 2.40 см2
0.000	0.042	+++++		

% Армирования 0.503 %

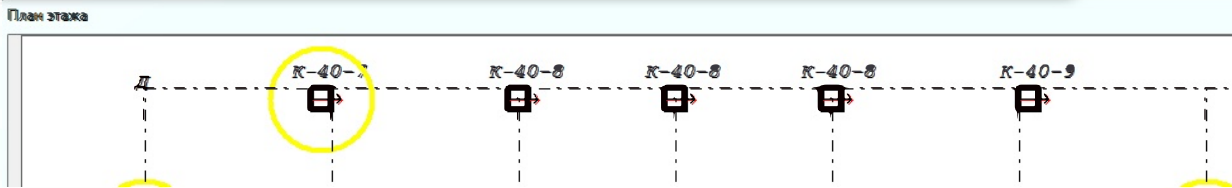
поперечная см2/м (Мин) 0.000 3.351

Принять

Марка колонны 11  
К-40-7 (шл: 116)

Колонны требующие особого внимания проектировщика

Предупреждение  
Эт Кл.Код: 9-1->1; 9-2->1; 9-4->1; 9-7->1; 9-15->1; 9-18->1;  
9-23->1; 9-26->1;



выпуск анкера из 1800 мм нижней конструкции  
количество диаметров сечения 1.1

Изменения учесть для всех групп армирования

Принять

**Армирование колонны К-40-7**



# Программный комплекс конструирования диафрагм.

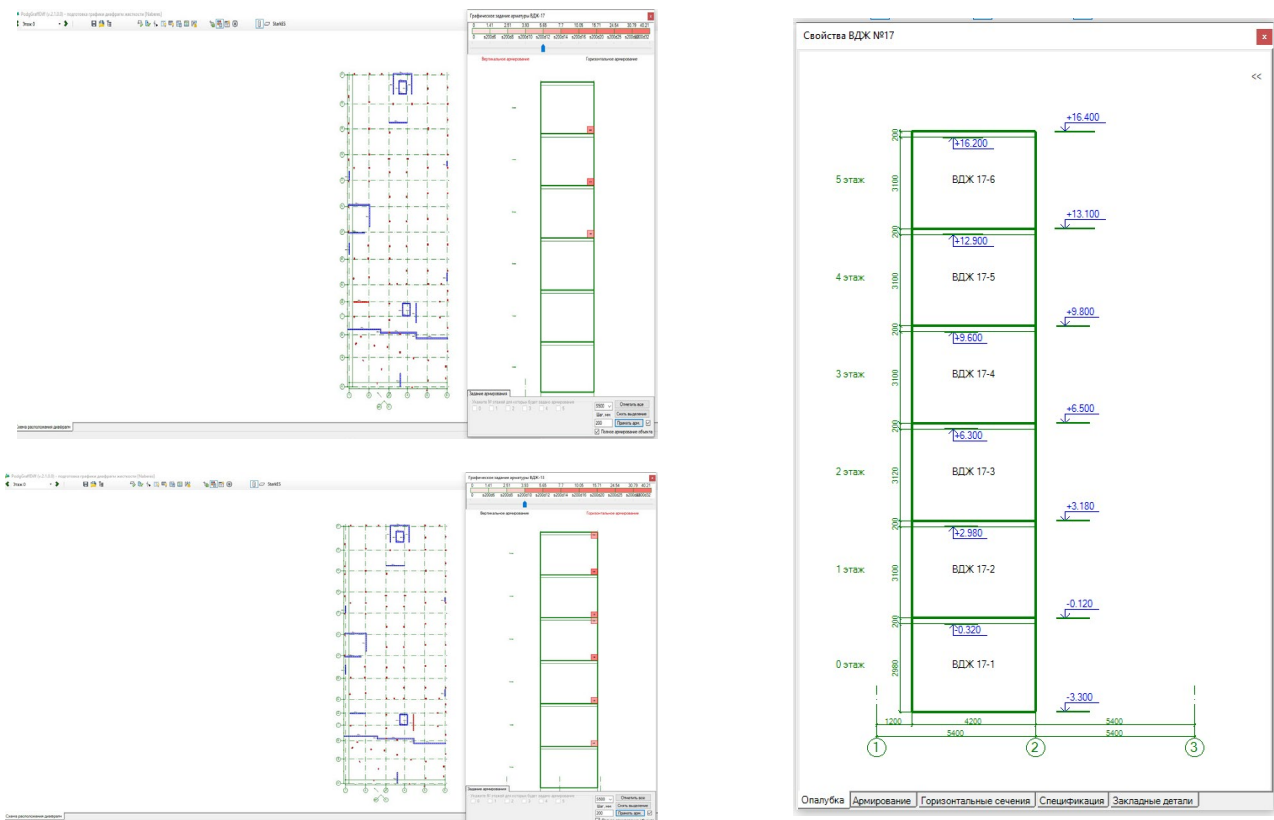
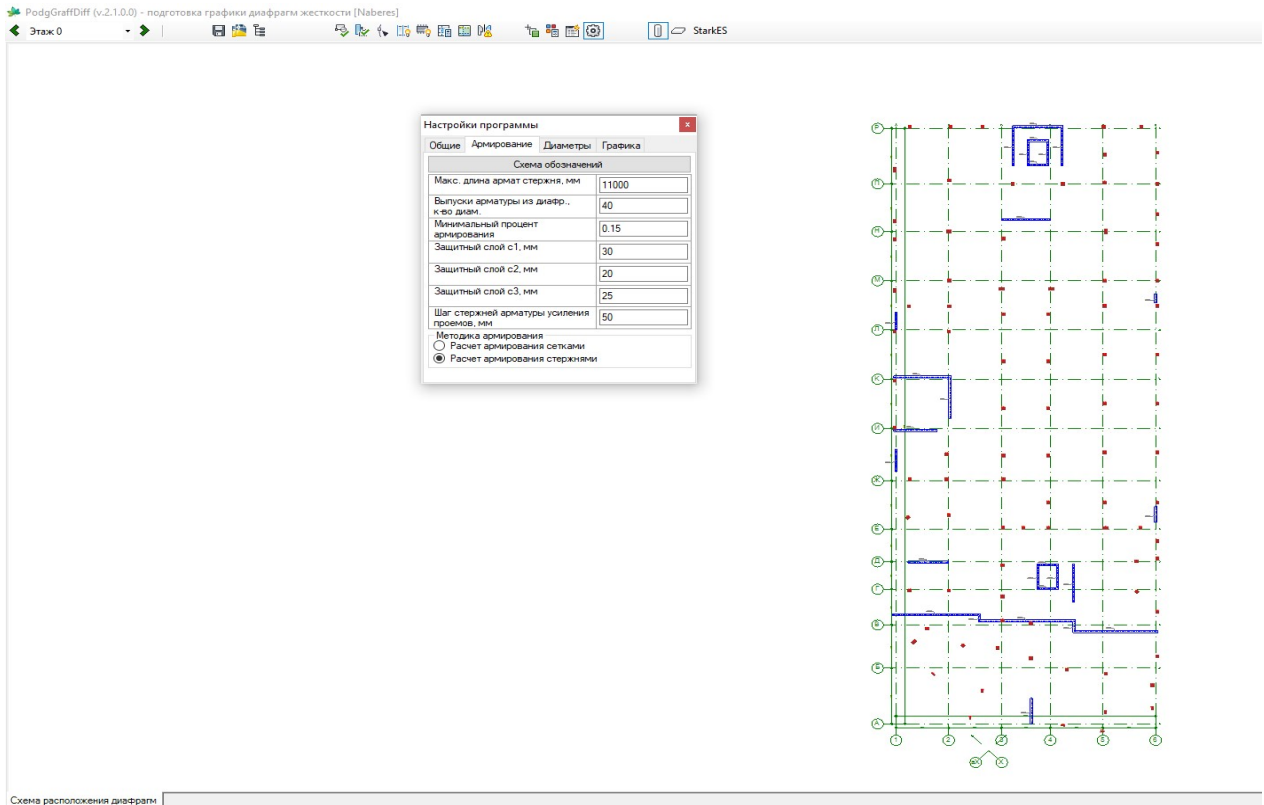
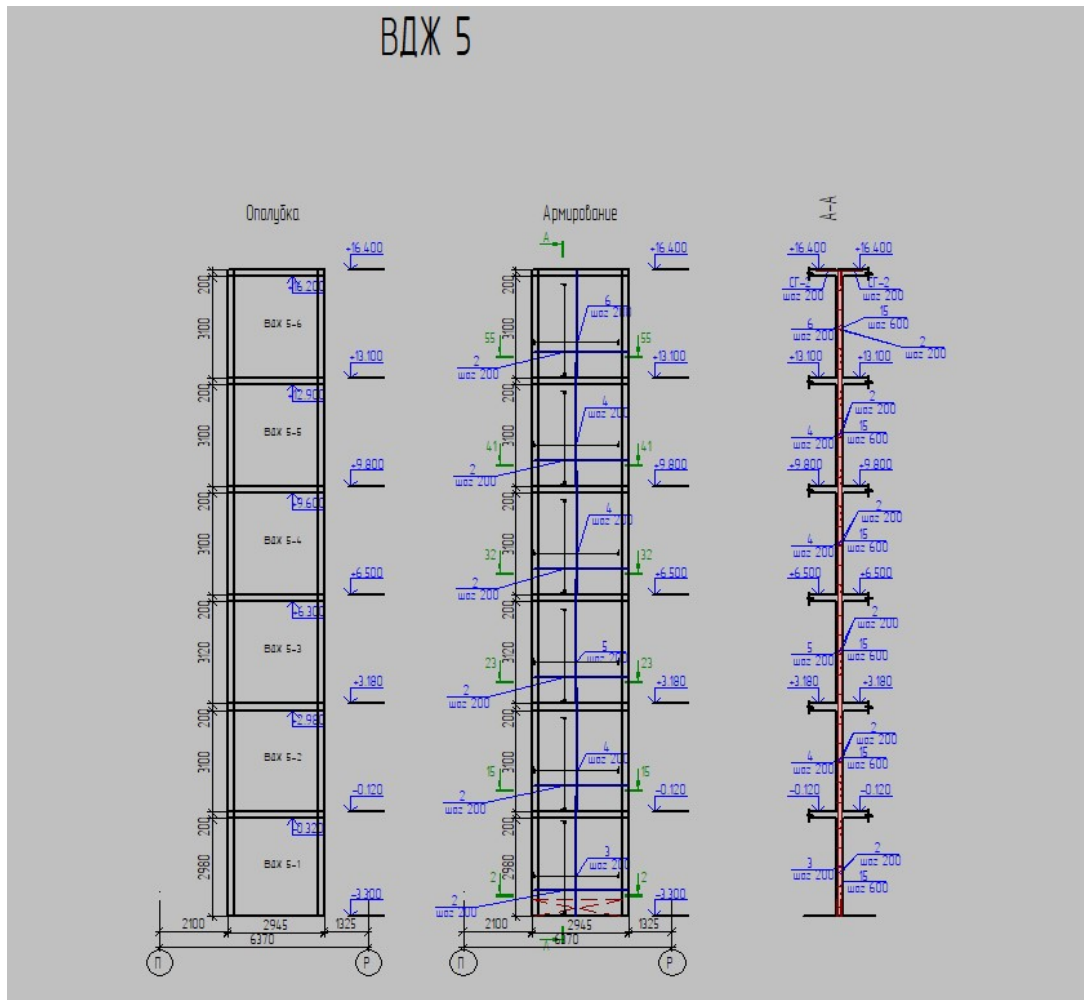
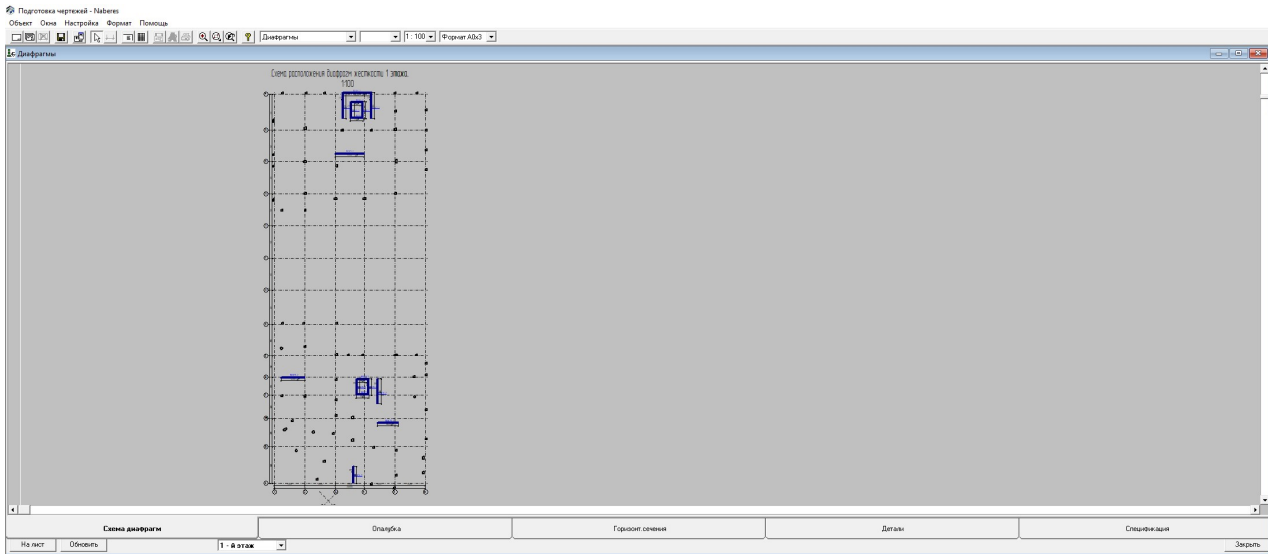


Рисунок 14 – Диалог и настройка параметров модуля проектирования диафрагм

# Вывод и формирование графической информации при конструировании диафрагм.



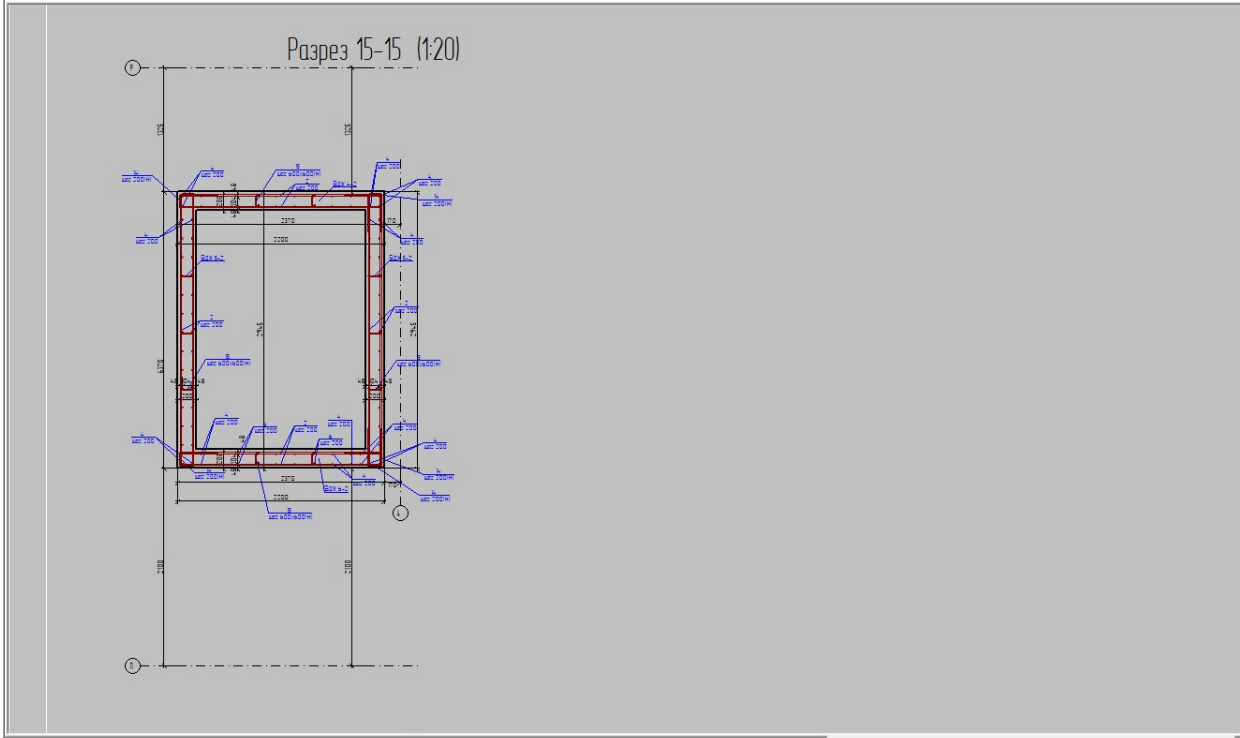


Схема диафрагм Опалубка Горизонт.сечения

На лист Обновить **ГДЖ 15**

Классификация элементов диафрагм по материалу

Поз.	Обозначение	Наименование	Кол.	Масса обл.	Примечание
		ВМ 5	1		
		ВМ 5-1	1		
		Сборные облицы			
3		Ø 12 2500 L=3660	28	3250	
2		Ø 12 2500 L=обл-вк-обл	-	0,690	
16		Ø 8 2240 L=250	16	0,700	
14		Ø 12 2500 L=400	30	0,630	
		Материалы			
		Болты		1636	н3
		ВМ 5-2, 5-4, 5-5	3		
		Сборные облицы			
4		Ø 12 2500 L=2780	28	3260	
2		Ø 12 2500 L=обл-вк-обл	-	0,690	
16		Ø 8 2240 L=250	16	0,700	
14		Ø 12 2500 L=400	30	0,630	
		Материалы			
		Болты		1702	н3
		ВМ 5-3	1		
		Сборные облицы			
5		Ø 12 2500 L=2600	28	3370	
2		Ø 12 2500 L=обл-вк-обл	-	0,690	
16		Ø 8 2240 L=250	16	0,700	
14		Ø 12 2500 L=400	30	0,630	
		Материалы			
		Болты		1770	н3
		ВМ 5-6	1		
		Сборные облицы			
6		Ø 12 2500 L=2280	28	2490	
2		Ø 12 2500 L=обл-вк-обл	-	0,690	
16		Ø 8 2240 L=250	16	0,700	
14		Ø 12 2500 L=400	30	0,630	
072		Ø 12 2500 L=1255	28	1170	
		Материалы			
		Болты		1702	н3
		Болты облицы расст.		10,167	н3

Схема диафрагм Опалубка

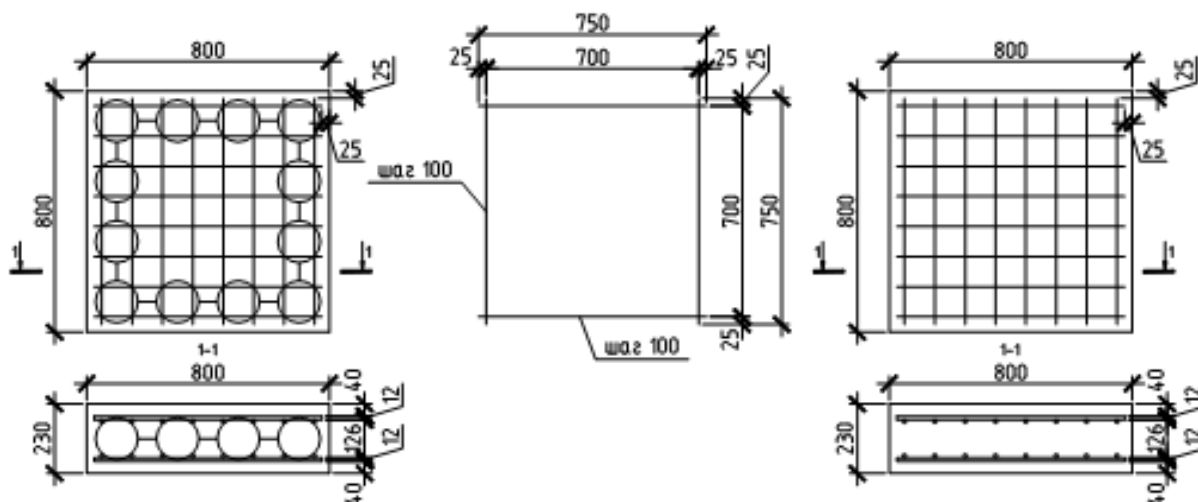
На лист Обновить **1** **ВДЖ 5**

## МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ИСПЫТАНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ ФУНДАМЕНТОВ СО СФЕРИЧЕСКИМИ ПОЛОСТЯМИ И БЕЗ НА ОДНОРОДНЫХ ГРУНТОВЫХ ОСНОВАНИЯХ

С. В. Алехнович

В отечественной практике получило большое распространение проектирование и конструирование покрытий и перекрытий со сферическими полостями, что позволяет уменьшить вес конструкции перекрытия, покрытия и уменьшить их материалоемкость. Но использование сферических полостей не получило большого распространения в других строительных конструкциях, таких как фундаменты.

Исследования выполняли на двух железобетонных образцах, представленных на рисунке 1



*Рисунок 1 – Схемы опытных образцов*

Образцы были изготовлены на заводе железобетонных конструкций филиала ОАО «Строительный трест № 8» из бетона класса прочности С20/25 в соответствии требованиям СТБ 1035-96 «Смеси бетонные. Технические условия».

Фундаментные плиты армировались двумя сварными сетками из арматуры класса S500: нижняя сетка с продольной и поперечной арматурой диаметром 12 с шагом 100 мм и верхняя – с продольной и поперечной арматурой диаметром 12 с шагом 100 мм.

В процессе изучения вопроса использования различных пустотообразователей в строительстве было принято решение в образцах плитных фундаментов использовать пустотообразователи в виде полых герметичных тел вращения, применяемых в многупустотных безбалочных монолитных перекрытиях с применением системы VST. [1], так как использование таких пустотообразователей обеспечит существенное снижение трудозатрат на их установку и фиксацию и обеспечит эффективную работу фундаментной плиты в двух направлениях.

Для образцов была изготовлена опалубка из древесных материалов. В неё устанавливались арматурные сетки и пустотообразователи для одного из образцов. В необходимых местах укладывались деревянные вкладыши (в местах установки тензодатчиков (рисунок 2)), также деревянные вкладыши на верхней арматурной сетке каркаса использовались для устройства пригруза (рисунок 3), который предотвращал всплытие пустотообразователей в процессе бетонирования. Также часть тензодатчиков установлена на арматурном каркасе до бетонирования испытуемых образцов. В дальнейшем осуществлялась подача бетонной смеси, укладка бетона с уплотнением, специальный уход за бетоном при его твердении, демонтаж опалубки, удаление деревянных вкладышей, зачистка и обезжиривание арматурных стержней, установка недостающих тензодатчиков на арматуру и боковые бетонные поверхности на уровне центра тяжести верхней и нижней арматурной сетки. Данные с тензодатчиков фиксируются при помощи многоканального тензометрического измерительного усилителя TSG-S01.

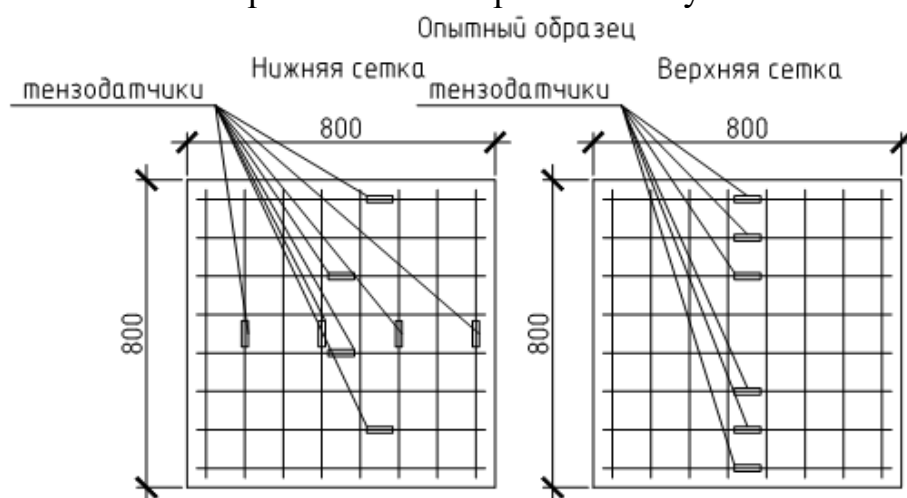


Рисунок 2 – Схема расположения тензодатчиков на арматурном каркасе



Рисунок 3 – Устройство пригруза

Исследование опытных образцов железобетонных фундаментных плит планируется проводить в испытательном центре Брестского государственного технического университета. Размеры сечения плит 800x800x230 мм. Загруже-

ние одной сосредоточенной силой по центру испытуемого образца через металлическую пластину размером 110x110 мм при помощи гидравлического домкрата, соединённого с насосной станцией НЭР-2,0И20Т1. Фиксация данных тензодатчиков на каждой ступени загрузки, кратной 0,5 т. Для контроля величины задаваемой нагрузки используется динамометр.



*Рисунок 4 – Место проведение экспериментальных исследований*



*Рисунок 5 – Подготовленный к испытаниям образец*

Целью проведения испытания является определение сопротивления изгибу фундаментов зданий и сооружений, содержащих пустотообразователи с учётом давления со стороны основания, разработка оптимальных конструктивных решений фундаментов зданий и сооружений с применением пустотообразователей и создание методики расчёта.

#### **Список использованных источников**

1. Пустотообразователь безбалочной плиты перекрытия: пат. 8418 Респ. Беларусь U 20120036 / Н.Н. Шалобыта, В.В. Тур, П.С. Пойта, Т.П. Шалобыта, Н.С. Цепалева, В.Н. Пчелин: заявитель Брест. гос. техн. ун-т. заявл. 16.01.12, опубл. 16.04.12 // Афіцыйны бюл. / Нац. цэнтр інтэлектуал. уласнасці. – 2012. – С. 5.



## ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ НА СДВИГ СОЕДИНЕНИЯ НА ВЫСОКОПРОЧНЫХ БОЛТАХ СОГЛАСНО СТБ EN

А. В. Баранчик, В. Г. Баранчик

### Белорусский национальный технический университет

Высокопрочные болты с регулируемым натяжением в настоящее время получили большое распространение.

Несущая способность соединения зависит от количества плоскостей сдвига, коэффициента трения, напряжения болтов и их числа. Для того чтобы болты можно было натянуть сильнее, их изготавливают из специальных сталей и подвергают соответствующей термической обработке. Прочность таких болтов при работе на растяжение заметно увеличивается. Эти болты называют высокопрочными.

К монтажным соединениям на высокопрочных болтах с контролируемым натяжением относятся: фрикционные, или сдвигоустойчивые соединения, в которых внешние усилия воспринимаются за счет сопротивления сил трения, возникающих по контактным плоскостям соединяемых элементов от предварительного натяжения болтов; фрикционно-срезные соединения, в которых внешние усилия воспринимаются, главным образом, за счет преодоления сопротивления сжатию фланцев от предварительного натяжения высокопрочных болтов.

В сдвигоустойчивых соединениях не происходит взаимного смещения соединяемых элементов, сдвигающие усилия воспринимаются только силами трения, а сами сильно натянутые болты непосредственного участия в передаче усилий не принимают. Цилиндрическая поверхность болта даже не касается внутренней поверхности отверстий в элементах узла. В этом главное отличие от соединений с болтами нормальной и повышенной точности.

В настоящей работе рассматриваются фрикционные соединения на болтах с контролируемым натяжением без подготовки поверхности, выполненные на болтах с контролируемым натяжением стальных элементов, имеющих цинковое покрытие. Необходимость устройства цинкового покрытия вызвана эксплуатацией конструкций в агрессивных средах.

Болтовые соединения при соответствующей предварительной затяжке болтов способны за счет сил трения, возникающих между плоскостями сдвига, передать определенное усилие,  $F$ :

$$F = f \times P \times n,$$

где  $F$  — сила трения, кН;

$f$  — коэффициент трения;

$P$  — усилие затяжки болта, кН;

$n$  — число болтов в соединении.

В сдвигоустойчивых соединениях расчетное усилие, которое может быть воспринято каждой поверхностью трения соединяемых элементов, стянутых одним высокопрочным болтом, определяется по формуле:

$$Q_{bh} = f_{ub} \times \gamma_b A_{bh} (\mu / \gamma_h).$$

где  $f_{ub}$  — номинальное значение временного сопротивления материала болта, МПа;

$A_s$  — площадь сечения болта, мм<sup>2</sup>;

$\mu$  — коэффициент трения;

$\gamma_h$  — коэффициент надежности (табл. 7.8);

$\gamma_b$  — коэффициент условий работы соединения, зависящий от числа болтов, необходимых для восприятия расчетного усилия.

Число  $n$  высокопрочных болтов в сдвигоустойчивом соединении, необходимых для восприятия действующего продольного усилия  $N$ , определяется по формуле

$$n > N / \gamma_c Q_{bh},$$

где  $\gamma_c$  — коэффициент условий работы при расчете на прочность.

Номинальное минимальное усилие предварительного натяжения  $F_{p.c}$  определялось согласно СТБ EN 1090-2-2013 по формуле

$$F_{p.c} = 0,7 f_{ub} A_s,$$

где  $f_{ub}$  — номинальное значение временного сопротивления материала болта;

$A_s$  — площадь сечения болта нетто.

Для соединения применялись стальные пластины толщиной 16 мм с цинковым покрытием толщиной 200 мкм, нанесенным методом горячего оцинкования.

Для болтов с контролируемым натяжением приняты болты класса 10.9 класса точности В, диаметром 16 мм. Номинальное минимальное усилие предварительного натяжения  $F_{p.c}$  принято 110 кН.

Количество болтов в соединении 4 шт.

Надежная работа соединений на высокопрочных болтах обеспечивается только при условии равномерного и стабильного натяжения всех болтов. При проведении исследований принята методика косвенной оценки этого усилия путем гарантированного обеспечения заданной величины крутящего момента  $M_{r,i}$ , который прикладывается при затяжке гайки.

Значения момента закручивания  $M_{r,i}$ , используемые для создания номинального минимального усилия предварительного натяжения  $F_{p.c}$ , определяют для каждого типа комплекта болта и гайки, основанные на классе, декларируемом изготовителем:

$$M_{r,i} = k_{md} \times F_{p.c} \text{ — при значении } k_{md} \text{ для соответствующего класса.}$$

Класс, соответствующий способу регулирования натяжения болтов по моменту закручивания  $K_2$ .

Болты затягивались динамометрическим ключом с соответствующим рабочим диапазоном. Использовался ручной динамометрический гаечный ключ.  $M_{r,i}$  равен 330 Н×м при  $k_{md}=0,175$ .

Натяжения болтов по моменту закручивания проводилось в два этапа:

а) первый этап натяжения: гаечный ключ устанавливался на значение момента закручивания, приблизительно равное  $0,75M_{r,i}$ ;

б) второй этап натяжения: гаечный ключ устанавливался на значение момента закручивания, равного  $1,10M_{r,i}$ .

Момент затяжки болтов перед испытаниями составил  $330 \div 350$  Н×м.

Образцы для испытаний представлены на рисунке 1.

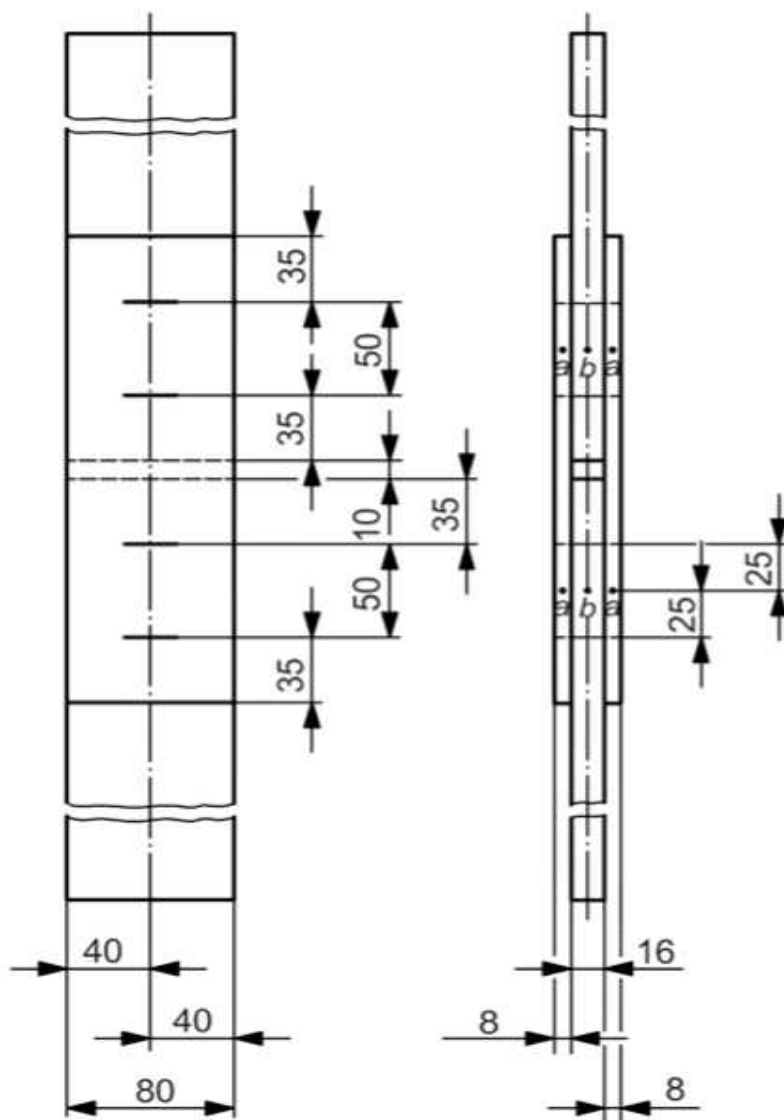


Рисунок 1 — Образцы для испытаний по определению коэффициента трения

Исследования образцов проводились на машине разрывной модернизированной для статических испытаний Р-100М. Машина была модернизирована для возможности построения диаграммы нагрузка-деформация, а также для возможности автоматического нагружения образцов по заранее заданной диаграмме с заданной скоростью. Диаграмма дает возможность длительного нагружения образца с заданным усилием.

Испытания проводились на восьми образцах. Четыре образца нагружались с нормальной скоростью (продолжительность испытаний – приблизительно от 10 до 15 мин). Пятый – восьмой образцы испытывались на ползучесть. Сдвигом считают относительное смещение смежных точек на внутренней и внешней пластинах в направлении приложения нагрузки. Сдвиг измерялся отдельно для каждого края образца. Для контроля сдвига в соединении на первых четырех образцах устанавливались 8 индикаторов часового типа ИЧ-10. Для каждого края величина сдвига принималась по среднему значению смещения пластин на обеих сторонах образца.

Жесткость соединения на сдвиг  $F_{si}$  характеризуется нагрузкой, при которой деформация сдвига составляла согласно СТБ EN 1090-2-2013 – 0,15 мм. По результатам испытаний первых четырех образцов рассчитывалась средняя сдвиговая нагрузка  $F_{sm}$ .

Пятый испытываемый образец нагружался до значения, равного 90 % средней сдвиговой нагрузки  $F_{sm}$  для первых четырех образцов.

Исследования проводились на машине разрывной модернизированной для статических испытаний Р-100М. Машина была модернизирована для возможности построения диаграммы нагрузка-деформация, а также для возможности автоматического нагружения образцов по заранее заданной диаграмме с заданной скоростью. Имеется возможность задания диаграммы для длительного нагружения образца с заданным усилием.

Испытания проводились на восьми образцах. Четыре образца нагружались с нормальной скоростью (продолжительность испытаний — приблизительно от 10 до 15 мин). Пятый – восьмой образцы испытывались на ползучесть. Сдвигом считают относительное смещение смежных точек на внутренней и внешней пластинах в направлении приложения нагрузки. Сдвиги измерялись отдельно для каждого края образца. Для контроля сдвига в соединении на первых четырех образцах устанавливались 8 индикаторов часового типа ИЧ-10. Для каждого края деформация сдвига принималась по среднему значению смещения пластин на обеих сторонах образца.

Жесткость соединения на сдвиг  $F_{si}$  характеризуется нагрузкой, при которой деформация сдвига составляла согласно СТБ EN 1090-2-2013 – 0,15 мм. По результатам испытаний первых четырех образцов рассчитывалась средняя сдвиговая нагрузка  $F_{sm}$ . Следует отметить, что сдвиг образцов происходил моментально со смещением более 0,5 мм.

Значения коэффициента трения  $\mu_i$  определялись по формуле

$$\mu_i = \frac{F_{si}}{4F_{p.c}}$$

Среднее значение сдвиговой нагрузки  $F_{sm}$  и ее стандартное отклонение  $S_{Fs}$  определялись по формуле:

$$F_{sm} = \frac{\sum F_{si}}{n}$$

Стандартное отклонение сдвиговой нагрузки составило

$$S_{Fs} = \frac{(F_{si} - F_{sm})^2}{(n - 1)}$$

Среднее значение коэффициента трения  $\mu_m$  и его стандартное отклонение  $S_{\mu}$  определялись по формулам:

$$\mu_{sm} = \frac{\sum \mu_{si}}{n}$$

$$S_{\mu s} = \frac{\sqrt{\sum (\mu_i - \mu_s)^2}}{(n - 1)}$$

По результатам испытаний получены следующие значения:

№п/п	$F_{Si}$ , кН	$F_{sm}$ , кН	$S_{FS}$ , кН	$\mu_i$	$\mu_{sm}$	$S_{\mu S}$
1	149,0	160,3	12,3	0.339	0,364	0,0289
2	176,2			0.400		
3	152,2			0.346		
4	163,8			0.372		

Характеристическое значение коэффициента трения для испытаний на ползучесть принималось равным среднему значению  $\mu_{sm}$  за вычетом стандартного отклонения, умноженного на 2,05. По данному значению вычислена сдвиговая нагрузка  $F_s$ , на которую проводились испытания пятого образца.

Нагрузка на пятый образец для испытания на ползучесть составила 135 кН. При нагружении пятого образца деформации сдвига фиксировались при помощи индикаторов многооборотных с ценой деления 0,001 мм. Показания по индикаторам снимались через 5 минут после нагружения (условный ноль) и далее через 15 минут. На 60-й минуте нагружения деформации сдвига составили 0,00375 мм и превысили 0,002 мм (предельное значение по СТБ EN 1090-2-2013).

Решено было уменьшить нагрузку на образец до 130 кН и повторить испытание на ползучесть. На 180 минуте деформации сдвига образца составили 0,0040 мм и превысили предельные 0,002 мм.

Седьмой и восьмой образцы нагружались сдвиговой нагрузкой 125 кН. После выдержки под сдвиговой нагрузкой в течение 180 минут деформации сдвига не превысили 0,002 мм, и данную нагрузку приняли за характеристическое значение сдвиговой нагрузки.

Для этой нагрузки был вычислен коэффициент трения  $\mu_i=0.284$ . Даная нагрузка принята как сдвиговая нагрузка  $F_s$ .

Но по СТБ EN 1090-2-2013 возможно назначить сдвиговую нагрузку по формуле  $F_s = 0,9 F_{sm}$ .

Как видно из результатов проведенных исследований, назначение данной нагрузки для соединений, выполненных на болтах с контролируемым натяжением стальных элементов, имеющих цинковое покрытие, является завышенным. Для назначения сдвиговой нагрузки  $F_s$  следует использовать статистический метод.

#### Список использованных источников

1. Возведение стальных и алюминиевых конструкций. Часть 2. Технические требования к стальным конструкциям: СТБ EN 1090-2-2013. – Минск., 2013.

## МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ ДРЕВЕСИНЫ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ ПОД УГЛОМ $\alpha$ К ВОЛОКНАМ

А. В. Бондарь

**Введение.** Древесина – природный материал, обладающий анизотропией характеристик механических и физических свойств. Изменение сопротивления древесины с течением времени, выражающееся в понижении прочности и нарастании деформаций при увеличении продолжительности действия нагрузки, положило начало исследованиям этого явления с начала XIX века.

### **Краткий обзор работ по длительному сопротивлению древесины**

Основательные исследования длительного сопротивления проводились в 1931 г. Ф. П. Белянкиным и В. Ф. Яценко и посвящены вопросам деформирования и сопротивления древесины с учетом ее упруговязких и пластических свойств. На основании экспоненциальных зависимостей деформации и прочности от времени рассмотрены деформирование и сопротивляемость древесины при постоянной нагрузке, ступенчатом нагружении, при машинных испытаниях древесины и в условиях релаксации напряжений. В дальнейших работах Ф. П. Белянкина рассмотрена несущая способность деревянных стержней при сжатии, изгибе и сложном сопротивлении, а также вопросы прочности и ползучести слоистых пластиков. Исследования Ф. П. Белянкина сыграли значительную роль в обосновании и развитии методов расчета элементов деревянных конструкций [1].

Большую роль сыграли исследования процессов деформирования и разрушения древесины при кратковременном и длительном действии нагрузок, проведенные под руководством Ю. М. Иванова в лаборатории деревянных конструкций Центрального научно-исследовательского института строительных конструкций им. В. А. Кучеренко [2].

Ю. М. Ивановым установлено, что существенное влияние на работу древесины в конструкциях оказывает повторное приложение нагрузок, а исследование деформаций при повторной статической нагрузке вызывает разрушение древесины в результате накопления остаточных деформаций при фиксированной величине напряжения. При напряжениях ниже этого предела древесина прочно сопротивляется действию повторных нагрузок. На основании данных исследования деформирования и разрушения древесины Ю. М. Иванов приходит к выводу, что существующие модели недостаточно хорошо отражают природу временной зависимости прочности и что при разрешении этой проблемы несомненно полезным является подход, учитывающий общие закономерности прочности и долговечности твердых тел под нагрузкой.

Развитие теории сопротивления древесины с учетом фактора времени и уточнение предложенных методов расчета должно основываться на новых данных о природе временной зависимости прочности. В этом отношении существенный интерес представляют экспериментальные исследования длительного



сопротивления древесины, выполненные Н. Л. Леонтьевым [3]. Для проведения длительных испытаний древесины на растяжение и сжатие вдоль волокон, на изгиб, а также на скалывание вдоль волокон и на растяжение поперек волокон были созданы специальные установки и проведены изыскания рационального способа заготовки образцов. Выдерживание образцов под постоянной нагрузкой показало, что предел длительной прочности при сжатии и изгибе составляет менее 60%, а при растяжении и скалывании – не более 50% от кратковременной прочности. При этом наблюдались значительные колебания времени до разрушения для отдельных образцов при одинаковых уровнях нагружения, что объясняется большей изменчивостью физико-механических свойств сравниваемых образцов. Исследование деформаций выявило существенную зависимость их от уровня напряжения, времени выдержки образцов под нагрузкой и влажности воздуха. Проведенный Н. Л. Леонтьевым анализ экспериментальных данных показал, что линия длительного сопротивления древесины в полулогарифмических координатах близка к прямой, на что указывают высокие абсолютные значения коэффициента корреляции (0,942–0,999). Статистическая обработка данных о зависимости предела прочности от скорости машинных испытаний, полученных Л. М. Перелыгиным, позволила установить, что предел прочности находится в линейной зависимости от логарифма скорости нагружения. После выражения скорости нагружения через продолжительность испытания временная зависимость прочности при машинных испытаниях древесины может быть также представлена в полулогарифмических координатах. Сопоставление корреляционных уравнений прочности, полученных по результатам испытаний на изгиб под постоянной нагрузкой и машинных испытаний при возрастающем напряжении, показало, что расхождение между вычисленными значениями прочности по тем и другим уровням не превышает 6% в диапазоне изменения продолжительности действия нагрузки от нескольких секунд до нескольких лет. Исходя из того можно сделать вывод, что так же расхождение не имеет практического значения и находится в пределах точности испытаний, Н. Л. Леонтьев предложил упрощенный метод построения прямой длительной прочности на основании результатов машинных испытаний двух групп образцов: одной при большой, а другой при малой скорости нагружения. С помощью указанного метода были найдены поправочные числа на продолжительность действия нагрузки, входящие в уравнение длительной прочности, и составлены таблицы длительного сопротивления основных древесных пород для продолжительности действия нагрузки до 30 лет. Большая изменчивость поправочных чисел, достигающая до 50—60% от их средних значений, существенно снижает надежность экстраполяции значений прочности на длительные периоды действия нагрузки. Следует иметь в виду также и то, что угловой коэффициент в уравнении длительной прочности для машинных испытаний древесины отличается от углового коэффициента для длительной выдержки образцов под постоянной нагрузкой, а это влечет за собой возможность получения различных оценок длительной прочности по результатам тех и других испытаний.

Данные, полученные А. Я. Найчуком и Р. Б. Орловичем [4-5], по влиянию ориентации растягивающей силы на длительную прочность древесины весьма

противоречивы. Так, исследования ориентационной зависимости характеристик прочности древесины [4, 5] при растяжении показали, что при углах наклона волокон минимальное время  $t_{\min}$  до разрушения характерно для угла  $90^\circ$ , а максимальное – для угла  $0^\circ$  при одном и том же уровне напряжений. Промежуточные значения времени до разрушения  $t_a$  были определены для угла наклона волокон  $\alpha = 45^\circ$  [5]. Данные результаты свидетельствуют о том, что анизотропия характеристик долговечности существенно зависит от угла  $\alpha$  наклона волокон. С повышением  $\alpha$  степень анизотропии характеристик кратковременной и длительной прочности увеличивается [4, 5, 6, 7].

Из приведенного обзора работ по длительному сопротивлению древесины можно сделать вывод, что некоторые вопросы еще недостаточно выяснены. К их числу следует отнести вопрос о соотношении показателей прочности древесины при действии постоянной нагрузки и при испытании с постоянной скоростью деформирования, заданной скоростью роста напряжения, а также при ступенчато-возрастающих и повторных нагрузках.

Недостаточно исследован вопрос о влиянии на длительное сопротивление переменной влажности древесины.

Следует отметить, что на анизотропию характеристик длительной прочности и ползучести древесины будут оказывать влияние такие факторы, как плотность, влажность, а также ориентация годичных слоев.

Таким образом, анизотропия характеристик длительной прочности древесины зависит как от внешних, так и внутренних факторов, где в качестве основных можно выделить: влажность, угол наклона волокон  $\alpha$ , плотность и структуру древесины (порода), условия внешнего температурно-влажностного и силового воздействия.

Целью данной работы являлось определение длительной прочности древесины сосны при растяжении под углами  $\alpha = 30^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$  к волокнам в зависимости от уровня напряжений.

### **Методика проведения экспериментальных исследований**

Методика проведения экспериментальных исследований по испытанию четырех групп образцов с углами наклона  $\alpha = 30^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$  (в каждой группе около 120 образцов) складывается из трех основных этапов:

- изготовление образцов;
- кратковременные испытания;
- испытания на действие постоянной длительной нагрузки.

### ***Изготовление образцов***

Образцы для испытания изготавливались из древесины сосны, произрастающей вблизи деревни Рогозно Брестского района. Возраст деревьев составлял 90-110 лет. Бревна раскряжывались длиной по 6 метров, а затем распиливались на необрезные доски толщиной 40 мм. После распила доска прошла 4-летний период естественной сушки в штабеле под навесом, на момент изготовления образцов влажность древесины составляла около 10-12%. Для образцов каждой из четырех групп выбиралась одна доска длиной 6 м тангенциального распила без трещин, и все образцы одной группы выпиливались из неё. Доска обрезалась с одной стороны и фуговалась до толщины 32 мм, после чего на

доске прорисовывались будущие образцы под углом  $\alpha = 30^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$  к волокнам (на каждой доске свой угол наклона). После чего из доски выпиливались заготовки с сечением  $32 \times 32$  мм и торцевались в размер по длине 215 мм. Заготовки образцов обрабатывались при помощи высокоскоростного фрезера (со скоростью вращения фрезы 30000 об. мин.). Заготовки фрезеровались с четырёх сторон путем пропуска их через фрезерный стол с упором (упор строго параллелен фрезе) для получения размеров в сечении  $30 \times 30$  мм.

Рабочая часть образцов выпиливалась при помощи фрезы диаметром 22 мм, при этом сама заготовка жестко фиксировалась в кондукторе путем расклинивания, чтобы избежать даже малейших вибраций заготовки в процессе работы фрезы. Так как образцы очень хрупкие (из за угла наклона волокон), выбор древесины фрезой производится последовательно с каждой стороны заготовки, примерно 1 мм за проход.

Толщина рабочей части образцов принималась равной 10 мм (для угла наклона  $30^\circ$ –5 мм), а не 4 мм, как это установлено для стандартных образцов при определении прочности древесины на растяжение вдоль волокон. Необходимость принятия такой толщины была продиктована увеличением количества годичных слоев в рабочей части поперечного сечения испытываемых образцов, что способствовало уменьшению рассеивания значений разрушающей  $F_{\max}$  нагрузки испытанных образцов.

Образцы с поперечным сечением рабочей зоны, в которых имело место наличие свилей и смолистых включений, сучков, браковались.

В образцах, предназначенных для длительных испытаний, в предварительно просверленные отверстия по направлению продольной оси образца длиной 50 мм были вклеены стальные винты с кольцом. В качестве клея использовался эпоксидный компаунд. Нагрузка на образец передавалась через стальной винт с кольцом, к которому прикладывалось усилие. Такая схема приложения нагрузки к образцу позволяла обеспечивать ее центральное приложение относительно поперечного сечения в рабочей зоне на всем этапе длительных испытаний. Данное обстоятельство является очень важным, поскольку деформирование образца под действием постоянной центрально приложенной нагрузки по отношению к поперечному сечению, вызывающей растяжение древесины под углом  $\alpha$  к волокнам, как известно, происходит неравномерно.

Перед испытаниями для каждого образца определялась влажность древесины, выполнялись измерения размеров, осуществлялось их кондиционирование (выдержка в стандартных температурно-влажностных условиях). Все измерения проводились после кондиционирования испытываемых образцов. Что же касается плотности древесины, то она определялась после разрушения образца путем отбора проб из цельного поперечного сечения испытанного образца, расположенного на минимально возможном расстоянии от места

#### ***Кратковременные испытания***

Кратковременные испытания образцов четырех групп с углами наклона  $\alpha = 30^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$  к волокнам проводились с целью определения прочности древесины от кратковременного действия нагрузки (рисунок 1).

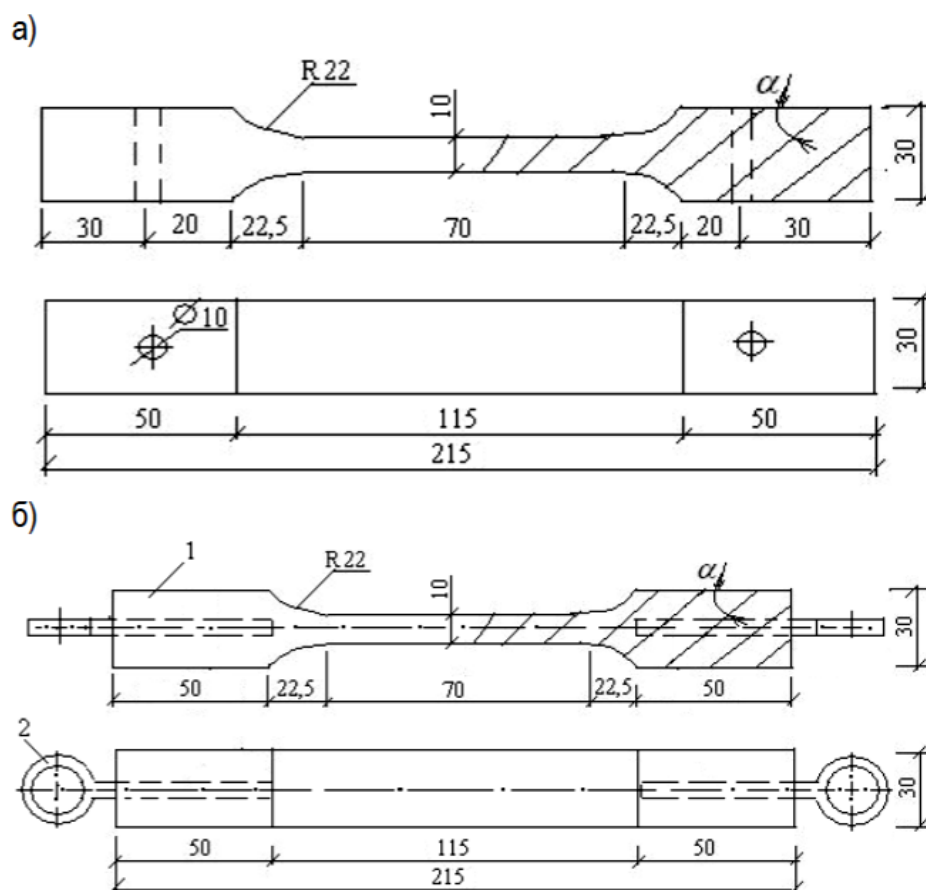


Рисунок 1 – Схемы образцов для кратковременных (а) и длительных испытаний (б)

Нагружение образцов осуществлялось ступенями с использованием испытательной машины Quasar 25. На каждой ступени нагружения фиксировались время и величины деформаций в рабочей зоне образца.

#### **Испытания на действие постоянной длительной нагрузки**

Образцы, предназначенные для длительных испытаний, перед началом опыта вскрывались парафином, что позволяет исключить изменение влажности образцов. Кондиционирование образцов проводилось при стандартной температуре окружающей среды  $(20 \pm 2)^\circ\text{C}$  и относительной влажности воздуха  $(65 \pm 5)\%$ . Образец считался кондиционированным, когда он достигал постоянной массы. Считалось, что постоянство массы достигнуто, если результаты двух последовательных взвешиваний испытываемого образца, проводимых с интервалом в 6 ч, не отличались более чем на 0,1 %. Все результаты измерений заносились в соответствующие протоколы.

Нагружение образцов с углом наклона  $\alpha = 30^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$  к волокнам, при длительном действии нагрузки, осуществлялось путем подвешивания к ним грузов необходимой массы. Предварительно все испытываемые образцы были шарнирно закреплены в силовой раме. Масса подвешиваемых к образцам грузов устанавливалась исходя из необходимого уровня напряжений. Всего было принято четыре уровня напряжений:  $0,87f_{t,30(60,75,90),\text{mean}}$ ,  $0,79f_{t,30(60,75,90),\text{mean}}$ ,  $0,7f_{t,30(60,75,90),\text{mean}}$ ,  $0,54f_{t,30(60,75,90),\text{mean}}$

Влажность и температура воздуха в помещении, где проводились длительные испытания, определялись по психрометру, установленному возле ис-

пытательных рам. Кроме того, с целью учета деформаций, возникающих в результате колебаний влажности и температуры воздуха, осуществлялось измерение деформаций по трем ненагруженным контрольным образцам.

#### **Список использованных источников**

1. Белянкин, Ф. П. Деформативность и сопротивляемость древесины / Ф. П. Белянкин, В. Ф. Яценко. - К. : Из-во АН УССР, 1957. – 86 с.
2. Иванов, Ю. М. Длительная прочность древесины // Лесн. журн. – 1972. – № 4. – С. 76-82.
3. Леонтьев, Н. Л. Длительное сопротивление древесины. – М.-Л. : Гослесбумиздат, 1957. – 132 с.
4. Орлович, Р. Б. О применении критериев длительной прочности в расчетах деревянных конструкций / Р. Б. Орлович, А. Я. Найчук // Изв. вузов. Строительство и архитектура. – 1986. – № 5. – С. 15-19.
5. Найчук, А. Я. Теория и практика дальнейшего развития деревянных конструкций. Часть 1. О нагрузках, расчетных сопротивлениях и длительной прочности древесины / А. Я. Найчук, А. А. Погорельцев, Е. Н. Серов // Промышленное и гражданское строительство. 2018. – № 6 – С. 38-44.
6. Иванов, Ю. М. Длительная прочность древесины при растяжении поперек волокон / Ю. М. Иванов, Ю. Ю. Славик // Изв. вузов. Строительство и архитектура. – 1986. – № 10. – С. 22-26.

## РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ РАСЧЕТА СИСТЕМЫ ПЕРЕКРЕСТНЫХ ЛЕНТ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ ВИНКЛЕРА. СОЗДАНИЕ ТАБЛИЦ МЕТОДА ПЕРЕМЕЩЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ СРЕДЫ «MATHEMATICA»

С. В. Босаков, О. В. Козунова, К. Шер Мохаммад

***Аннотация.** В работе получила дальнейшее развитие методика расчета системы перекрестных лент на упругом основании Винклера под действием единичных кинематических воздействий и внешней нагрузки, которая основана на решении системы линейных алгебраических уравнений методами строительной механики. В свою очередь напряженно-деформированное состояние в каждой из однопролетных или консольных балок, из которых состоит система перекрестных балок, на различные воздействия определяется методом перемещений.*

*Показана последовательность определения реактивных усилий на примере балки с двумя заземленными концами, один из которых получает единичное линейное перемещение. Рассмотрен пример расчета симметричной системы перекрестных балок на действие симметрично приложенной сосредоточенной силы.*

*Составлена базовая таблица метода перемещений для расчета однопролетных балок на упругом основании Винклера с различными опорными закреплениями на действие единичных линейных и угловых смещений опор и внешней нагрузки в компьютерной среде «Mathematica».*

***Ключевые слова:** методика расчета системы перекрестных лент, метод перемещений, кинематические воздействия, опорные закрепления, упругое основание Винклера, компьютерная среда «Mathematica».*

***Annotation.** The work further developed the calculation of the system of cross tapes on Winkler's elastic base under the action of single kinematic effects and external load, which is based on solving a system of linear algebraic equations of the methods of structural mechanics. In turn, the stress-strain state in each of the single-span or cantilever beams that make up the cross-beam system, for various effects is determined by the displacement method.*

*The sequence of determining reactive forces is shown by the example of a beam with two pinched ends, one of which receives a single linear displacement. An example of calculating a symmetric system of cross beams on the action of a symmetrically applied concentrated force is considered.*

*A basic table of the displacement method has been compiled for calculating single-span beams on Winkler's elastic base with various support fixations on the action of unit linear and angular displacements of supports and external load in the Mathematica computer environment.*

***Key words:** methodology for calculating the system of cross tapes, displacement method, kinematic effects, support fastenings, Winkler elastic base, Mathematica computer environment.*



**Введение.** Широко распространённые ленточные фундаменты как фундаменты мелкого заложения под многоэтажные здания и сооружения на естественном грунтовом основании проектируются и моделируются в виде системы из перекрестных лент на различных моделях упругого основания. В этом случае система перекрестных лент заменяется на систему перекрестных балок на упругом основании, которая и является расчетной моделью.

Исследования Л. И. Манвелова, Э. С. Барташевича [1], И. И. Черкасова [2], М. И. Горбунова-Посадова [3] свидетельствуют о том, что модель Винклера даёт хорошее первое приближение к действительности при проектировании фундаментных конструкций на упругом основании (рис.1) [4]. Эта простая модель, которая, кроме практического применения, имеет и методическое преимущество – на примере модели Винклера легко объяснить многие сложные решения, которые при моделировании другими моделями теряются в громоздких математических соотношениях.

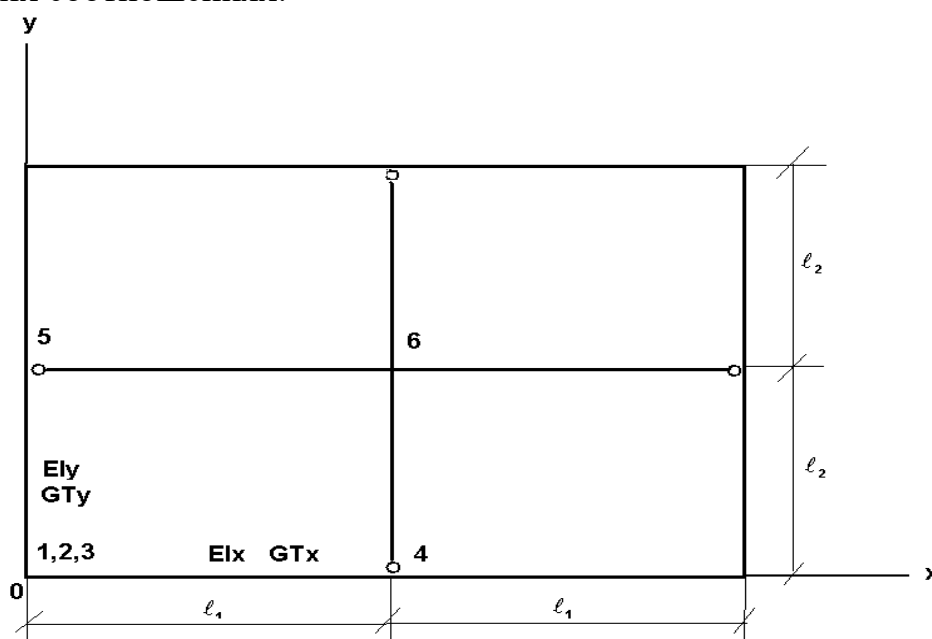


Рисунок 1 – Система перекрестных балок на основании Винклера

Метод перемещений для расчета балки на упругом основании предложил Д. С. Пащевский [5]. Этот метод в классической постановке называется методом деформаций, и используется им для расчета однопролётных балок на основании Винклера без учета трения на контакте балки с упругим основанием.

В основной системе метода перемещений для системы перекрестных балок на упругом основании ее элементом также является горизонтальная однопролётная балка на основании Винклера с различными опорными закреплениями под действием вертикальной нагрузки.

**Постановка краевых задач.** При исследовании напряженно-деформированного состояния (НДС) однопролётных балок на упругом основании Винклера от действия единичных угловых и линейных смещений опор рассматриваются следующие опорные закрепления: «заделка-заделка», «заделка-шарнир». Исходные данные рассматриваемых задач: коэффициент постели  $k$ , жесткость балки  $EI$  и её длина  $L$ .

Решение дифференциального уравнения (ДУ) изгиба балки на упругом основании Винклера на единичное перемещение [6]

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} - ky = 0, \quad (1)$$

известно из [7] и использовано авторами в работе [4]

$$y(x) = C_1 \cos\left(\lambda \frac{x}{L}\right) + C_2 \sin\left(\lambda \frac{x}{L}\right) + C_3 \operatorname{ch}\left(\lambda \frac{x}{L}\right) + C_4 \operatorname{sh}\left(\lambda \frac{x}{L}\right), \quad (2)$$

где  $\lambda = \sqrt[4]{kL^4/EI}$  – безразмерный упругий параметр.

При единичном *угловом* смещении жёсткой опоры (левая опора) граничные условия задачи следующие:

- 1) «заделка-шарнир» при  $x = 0: y = 0; y' = 1$ ; при  $x = L: y = y'' = 0$ ;
- 2) «заделка-заделка» при  $x = 0: y = 0; y' = 1$ ; при  $x = L: y = y' = 0$ .

При единичном *линейном* смещении жёсткой опоры (правая опора) граничные условия задачи следующие:

$$\text{«заделка-заделка» при } x = 0: y = y' = 0; \text{ при } x = L: y = 1; y' = 0. \quad (4)$$

Выполняя граничные условия (3,4) для поставленной задачи. Из решения ДУ изгиба балки (2) находим постоянные интегрирования  $C_i, i = 1, \dots, 4$ , а по ним – реакции опор. Для построения окончательных эпюр внутренних усилий в системе *перекрестных балок* (см. рис. 1) необходимо найти выражения изгибающих моментов и поперечных сил в рассматриваемой однопролетной балке с различными опорными закреплениями на действие единичных линейных и угловых смещений опор и внешней нагрузки, что возможно и реализовано в компьютерной среде «Mathematica».

**Решение задачи для однопролётной балки «заделка-заделка» от единичного линейного смещения.** Рассмотрим однопролетную балку с защемленными концами на упругом основании Винклера с упругим параметром  $\lambda$ , значение которого зависит от длины  $l$ , жесткости  $EI$  и коэффициента постели  $k$ . Правый конец этой балки получает единичное *линейное* смещение (рис.2).

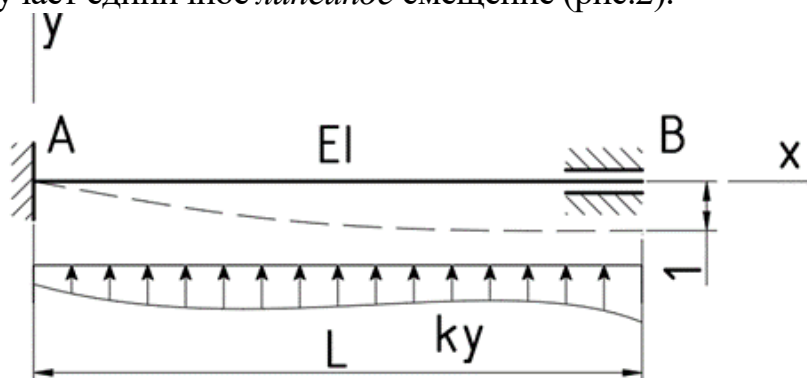


Рисунок 2 – Однопролётная балка «заделка-заделка» с единичным линейным смещением правой опоры

Для решения этой статически неопределимой задачи из решения уравнения (2) находят выражения для внутренних усилий  $Q(x)$  и  $M(x)$ , а по ним – опорные реакции (рис. 3), необходимые для построения окончательных эпюр в системе перекрёстных балок.

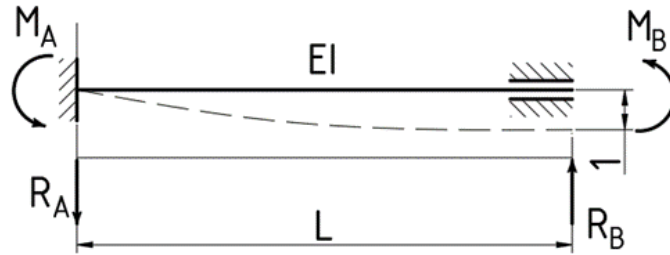


Рисунок 3 – Опорные реакции в однопролётной балке «заделка-заделка» от единичного линейного смещения

Выражения для изгибающих моментов и поперечных сил в рассматриваемой балке от единичного линейного смещения правого защемления при выполнении условий (4) имеют следующий вид

$$Q(x) = \frac{-EI\lambda^3}{2L^3} \left[ \begin{array}{cc} \frac{\cos \lambda - \operatorname{ch} \lambda}{1 - \cos \lambda \operatorname{ch} \lambda} \sin \frac{x\lambda}{L} - \frac{\sin \lambda + \operatorname{sh} \lambda}{1 - \cos \lambda \operatorname{ch} \lambda} \cos \frac{x\lambda}{L} & - \\ - \frac{\cos \lambda - \operatorname{ch} \lambda}{1 - \cos \lambda \operatorname{ch} \lambda} \operatorname{sh} \frac{x\lambda}{L} - \frac{\sin \lambda + \operatorname{sh} \lambda}{1 - \cos \lambda \operatorname{ch} \lambda} \operatorname{ch} \frac{x\lambda}{L} & \end{array} \right]; \quad (5)$$

$$M(x) = \frac{-EI\lambda^2}{2L^2} \left[ \begin{array}{cc} \frac{\cos \lambda - \operatorname{ch} \lambda}{1 - \cos \lambda \operatorname{ch} \lambda} \cos \frac{x\lambda}{L} + \frac{\cos \lambda - \operatorname{ch} \lambda}{1 - \cos \lambda \operatorname{ch} \lambda} \operatorname{ch} \frac{x\lambda}{L} & + \\ + \frac{\sin \lambda + \operatorname{sh} \lambda}{1 - \cos \lambda \operatorname{ch} \lambda} \sin \frac{x\lambda}{L} + \frac{\sin \lambda + \operatorname{sh} \lambda}{1 - \cos \lambda \operatorname{ch} \lambda} \operatorname{sh} \frac{x\lambda}{L} & \end{array} \right].$$

Опорные реакции в однопролётной балке от единичного линейного смещения (рис. 3) при выполнении условий (4) имеют следующий вид:

$$R_A = \frac{EI\lambda^3}{L^3} \frac{\sin \lambda + \operatorname{sh} \lambda}{1 - \cos \lambda \operatorname{ch} \lambda}; \quad M_A = \frac{EI\lambda^2}{L^2} \frac{\cos \lambda - \operatorname{ch} \lambda}{1 - \cos \lambda \operatorname{ch} \lambda}; \quad (6)$$

$$R_B = \frac{EI\lambda^3}{L^3} \frac{\operatorname{ch} \lambda \sin \lambda + \cos \lambda \operatorname{sh} \lambda}{1 - \cos \lambda \operatorname{ch} \lambda}; \quad M_B = \frac{EI\lambda^2}{L^2} \frac{\sin \lambda + \operatorname{sh} \lambda}{1 - \cos \lambda \operatorname{ch} \lambda}.$$

Хотелось бы отметить, что в формулах внутренних усилий  $Q(x)$  и  $M(x)$  и опорных реакций (5,6) в знаменателе получено выражение  $1 - \cos \lambda \operatorname{ch} \lambda$ , которое уже известно ранее из теории линейных колебаний балок [8] в трансцендентном уравнении

$$\cos \lambda \operatorname{ch} \lambda - 1 = 0, \quad (7)$$

решая которое, можно получить критические значения упругого параметра  $\lambda$ , при которых выражения (5,6) скачкообразно меняют знак.

В доказательство этому на рис.4 приведен график изменения реактивного момента в левом защемлении балки  $M_A$  при изменении параметра  $\lambda$ .

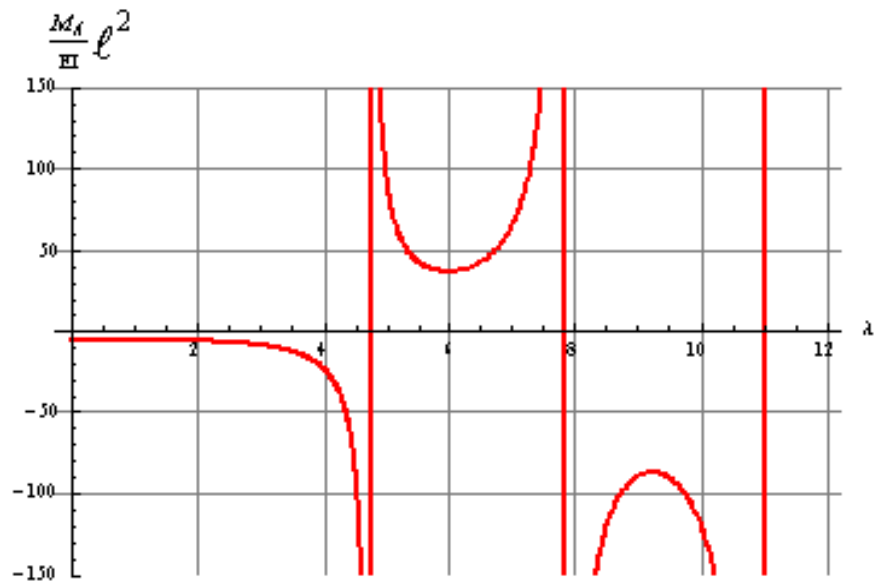


Рисунок 4 – Изменение реактивного момента в левом закреплении балки  $M_A$  при изменении упругого параметра  $\lambda$

На рисунке 5 приведен график изменения изгибающего момента по длине балки при различных значениях упругого параметра  $\lambda$ .

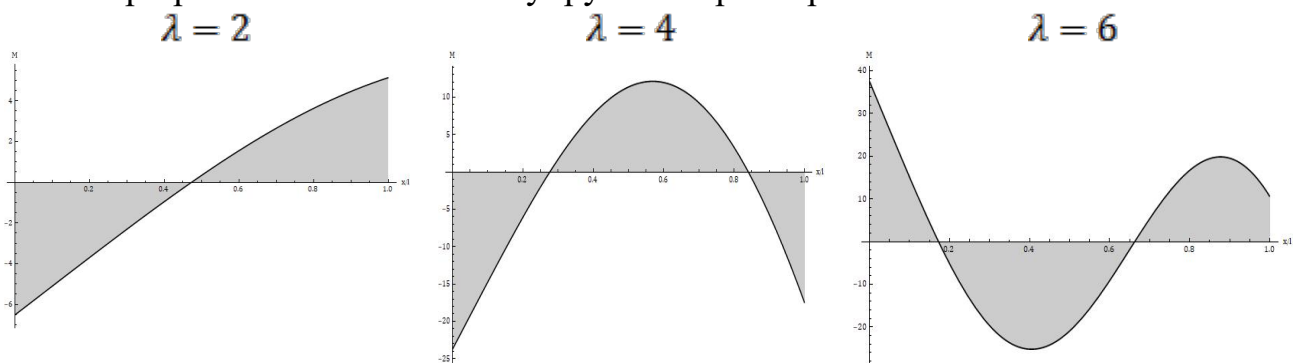


Рисунок 5 – Изменение изгибающего момента по длине балки при различных значениях упругого параметра  $\lambda$

### Об особенностях упругого параметра $\lambda$ и его критических значениях.

Перед построением графиков  $M \frac{L}{EI}$  и  $Q \frac{L^2}{EI}$  определим первый ноль знаменателя выражений для изгибающих моментов и поперечных сил и опорных реакций в однопролетной балке от единичного смещения (первое критическое значение  $\lambda$ ), при котором в балке начинают растягиваться верхние волокна.

Расчет реализуем в компьютерном пакете «Mathematica» через решение ДУ изгиба (2) для однопролетной балки с опорными закреплениями «заделка-шарнир» по аналогичному алгоритму, приведенному выше. При единичном угловом смещении жёсткой опоры (левая опора) граничные условия задачи принимаются согласно (3).

На рисунке 6 построен график зависимости  $f(\lambda) = 1 - \cos \lambda ch \lambda$  от упругого параметра  $\lambda$  и первое критическое значение ( $\lambda_{кр} = 3.9266$ ) для данного опорного закрепления и кинематического воздействия.

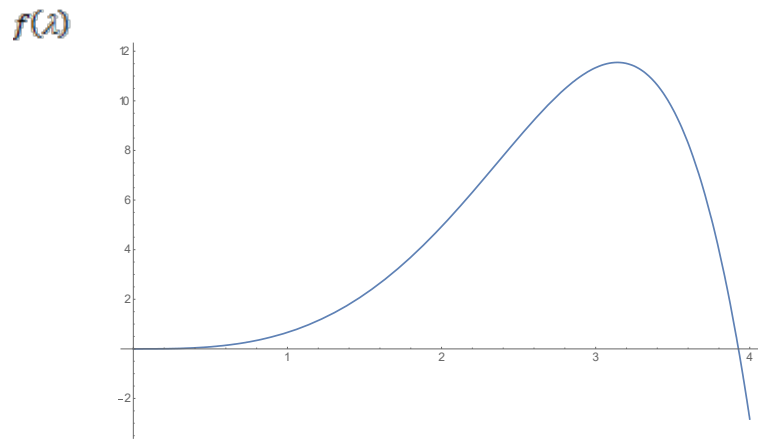


Рисунок 6 – График зависимости  $f(\lambda) = 1 - \cos \lambda \operatorname{ch} \lambda$  от упругого параметра  $\lambda$  ( $\lambda_{кр} = 3.9266$ )

При любом значении упругого параметра  $\lambda < \lambda_{кр}$  строим эпюры внутренних усилий по длине балки  $M \frac{L}{EJ}$  и  $Q \frac{L^2}{EJ}$  (рис. 7 и 8).

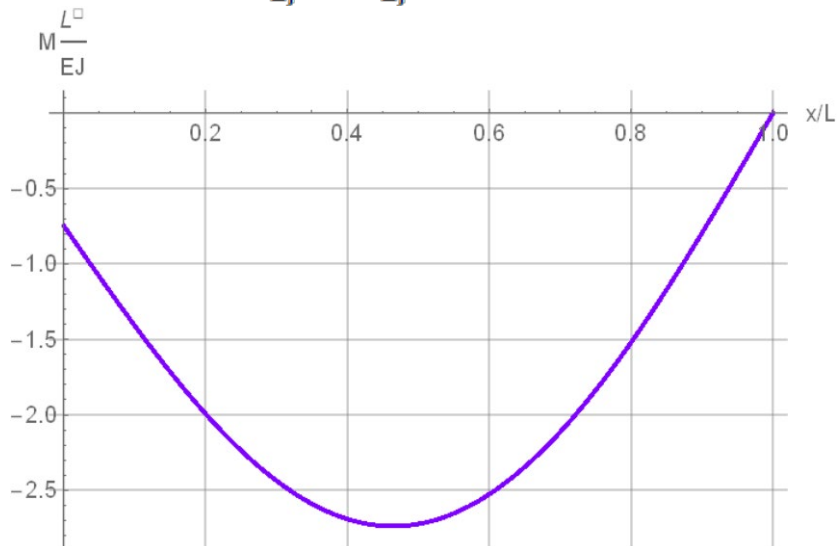


Рисунок 7 – График зависимости  $M \frac{L}{EJ}$

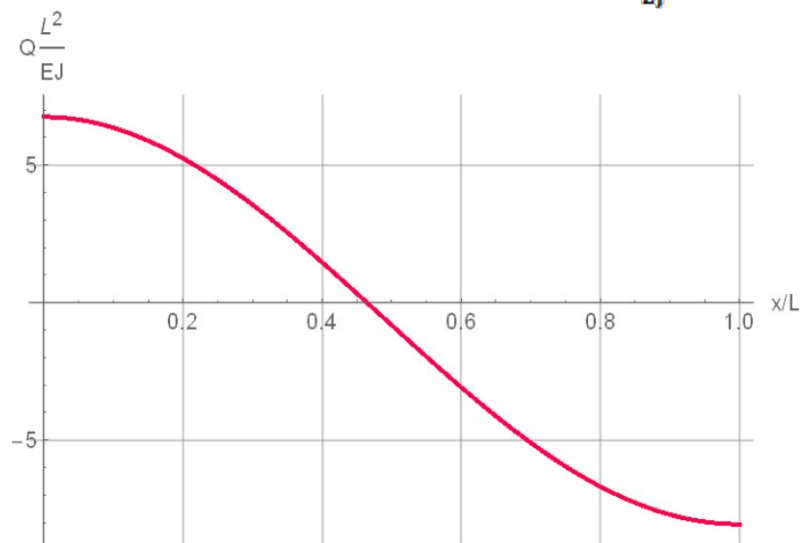


Рисунок 8 – График зависимости  $Q \frac{L^2}{EJ}$

### **Расчет системы перекрестных балок на упругом основании Винклера.**

Рассмотрим симметричную систему перекрестных балок на упругом основании Винклера (см. рис.1) от действия симметричной нагрузки. Число неизвестных метода перемещений уменьшится до шести, а именно: 1,4,5,6 – линейные неизвестные (вертикальные перемещения), 2,3 – угловые неизвестные (углы поворота сечений во введенной заделке относительно осей  $X$  и  $Y$  соответственно). Задача решается с учетом действия крутящих моментов при определении коэффициентов канонических уравнений метода перемещений в перекрестных лентах (балках), как это было рассмотрено ранее в работе авторов [4].

Основная система метода перемещений образуется постановкой пространственного защемления и вертикальной связи в жесткие узлы и вертикальной связи в шарнирные. Строятся эпюры изгибающих моментов и поперечных сил в основной системе от единичных угловых и линейных смещений каждого группового неизвестного метода перемещений по таблицам. Определяются коэффициенты при неизвестных и свободные члены системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) метода перемещений. В результате решения СЛАУ находятся перемещения узлов системы, по которым известными методами строительной механики строятся окончательные эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

В качестве примера рассмотрим следующие *исходные данные для системы из перекрестных балок на упругом основании Винклера* (см. рис.1): внешняя нагрузка в виде сосредоточенной силы  $P = 1000 \text{ кН}$  приложена к центральному узлу; геометрические параметры  $\ell_1 = \ell_2 = 6 \text{ м}$ ;  $b = 0,6 \text{ м}$ ; жесткости  $EJ_x = EJ_y = 10000 \text{ кНм}^2$ ;  $GT_x = GT_y = 1000 \text{ кНм}^2$ ; коэффициент постели  $k = 5000 \text{ кН / м}^2$ ; упругий параметр  $\lambda_1 = \lambda_2 = 5.0454$ .

Матрица коэффициентов  $r$  при неизвестных перемещениях и вектор внешних нагрузок  $R$  имеют вид:

$$r = \begin{matrix} & \begin{matrix} 2341.4577 & 2128.1083 & 2128.1083 & -1870.4850 & -1870.4850 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2128.1083 \\ 2128.1083 \\ -1870.4850 \\ -1870.4850 \\ 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 3422.9489 & 0 & 3422.9489 & 0 & 2242.5086 & 0 \\ 0 & 3422.9489 & 0 & 2182.6299 & 0 & -469.4557 \\ 2242.5086 & 0 & 2242.5086 & 0 & 2182.6299 & -469.4557 \\ 0 & 0 & 0 & -469.4557 & -469.4557 & 1222.4615 \end{matrix} \end{matrix}$$

$$R^T = \{0, 0, 0, 0, 0, -1000\} \quad .$$

В результате решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) матрица коэффициентов при неизвестных и вектор свободных членов, которые приведены выше, получены вертикальные перемещения узлов и углы поворота соответственно:

$$Z_1 = -0.0117 \text{ м}; \quad Z_2 = Z_3 = 0.00692 \text{ рад}; \quad Z_4 = Z_5 = 0.0005 \text{ м};$$

$$Z_6 = 0.08224 \text{ м}$$

**Выводы.** В работе предложена в развитии новая нетрадиционная математически несложная методика статического расчета системы перекрестных балок (фундаментных лент) на упругом основании Винклера на вертикальную нагрузку. Эта методика основана на классическом методе перемещений для расчета плоских рам на пространственную нагрузку, только в однопролетных балках при определении реакций от внешней нагрузки и единичных смещений учитываются реактивные давления, возникающие на контакте подошвы балки с основанием Винклера.

С использованием компьютерной программы «Mathematica» составлены таблицы расчета методом перемещений однопролетных балок на упругом основании Винклера от единичных кинематических воздействий, которые могут быть использованы в инженерных расчетах.

#### **Список использованных источников**

1. Манвелов, Л. И. О выборе расчетной модели упругого основания / Л. И. Манвелов, Э. С. Барташевич // Строительная механика и расчет сооружений. – 1961. – № 4. – С. 9-12.
2. Черкасов, И. И. Механические свойства грунтовых оснований : учеб. пособие для транспортных и инженерно-строительных вузов / И. И. Черкасов. – М. : Аэротрансиздат, 1966. – 248 с.
3. Горбунов-Посадов, М. И. Расчет конструкции на упругом основании / М. И. Горбунов-Посадов, Т. А. Маликова, В. И. Соломин. – Изд. 3-е, перераб. и доп. – М. : Стройиздат, 1984. – 679 с.
4. Босаков, С.В. Метод перемещений в расчетах системы перекрестных балок на упругом основании Винклера / С.В. Босаков, О.В. Козунова // Строительная механика и расчёт сооружений – Москва, 2019. – № 2. – С. 12-16.
5. Пащевский, Д. П. Применение метода деформаций к расчету балки на упругом основании // Д. П. Пащевский // Исследование по теории сооружений. – 1954. – VI. – С. 249-256.
6. Александров, А.В. Соппротивление материалов / А. В. Александров, В. Д. Потапов. – М. : Высшая школа, 1990. – 400 с.
7. Тимошенко, С.П. Теория упругости /С.П. Тимошенко, Дж. М Гудьер. – М: ФМ «Наука». – 1975. – 576с.
8. Тимошенко, С.П. Колебания в инженерном деле / С.П. Тимошенко. – М.: ФМ «Наука». – 1959. – 439 с.

## КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ПЛАСТИНКИ ПРИ УСЛОВИИ РАВЕНСТВА ЕЕ НЕКОТОРЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

С. В. Босаков

*Аннотация.* Рассматривается контактная задача для пластинки на упругом основании под действием вертикальной нагрузки. Считается, что некоторые точки пластинки при ее изгибе лежат в одной плоскости. Такие перемещения пластинки вызываются неизвестными силами, приложенными к этим точкам пластинки. Т. е. неизвестными являются контактные напряжения между пластинкой и упругим основанием и неизвестные силы, приложенные к пластинке.

Поставленная задача решается способом Жемочкина. Система разрешающих уравнений состоит из нескольких блоков, которые включают уравнения способа Жемочкина, условия равенства перемещений в отдельных точках пластинки и уравнение равновесия для неизвестных сил. В результате решения определяются усилия в связях Жемочкина, неизвестные силы, вызывающие заданные перемещения пластинки. Далее находятся перемещения пластинки, усилия в ней.

Приводится пример расчета металлической базы центрально сжатой металлической колонны двутаврового поперечного сечения, лежащей на бетонном основании. Приведены изолинии равных контактных напряжений и перемещений, графики напряжений, перемещений и неизвестных сил по характерным сечениям базы.

**Ключевые слова:** пластинка, база колонны, упругое основание, контактные напряжения, способ Жемочкина.

### Постановка задачи

Рассматривается пластинка на упругом основании под действием неизвестной симметричной вертикальной нагрузки с равнодействующей  $R$ . Принимается, что на контакте между пластинкой и основанием возникают только нормальные напряжения, для пластинки справедливы гипотезы технической теории изгиба [1]. Также будем считать, что некоторые точки пластинки имеют одинаковые вертикальные перемещения (рис.1). Необходимость рассмотрения такой задачи может возникнуть при расчете плитного фундамента высотного здания на стадии эксплуатации, металлической базы колонны.

Ставится задача определения контактных напряжений между пластинкой и основанием, ее перемещений и усилий в ней.

### Решение

Поставленную задачу будем решать способом Жемочкина [2]. С этой целью пластинку разобьем на одинаковые прямоугольные участки размерами  $\Delta x$  и  $\Delta y$ . В центре каждого участка поставим вертикальную жесткую связь, через которую осуществляется контакт пластинки с упругим основанием. Бу-



дем считать, что усилия в связи вызывают равномерно распределенные контактные напряжения в пределах каждого прямоугольного участка. Очевидно, в точках с одинаковыми вертикальными перемещениями должны быть приложены неизвестные вертикальные силы  $P_i$ , которые обеспечивают равенство этих перемещений. Для решения используем смешанный метод строительной механики [3]. С этой целью в начале координат (рис.1) вводим защемление.

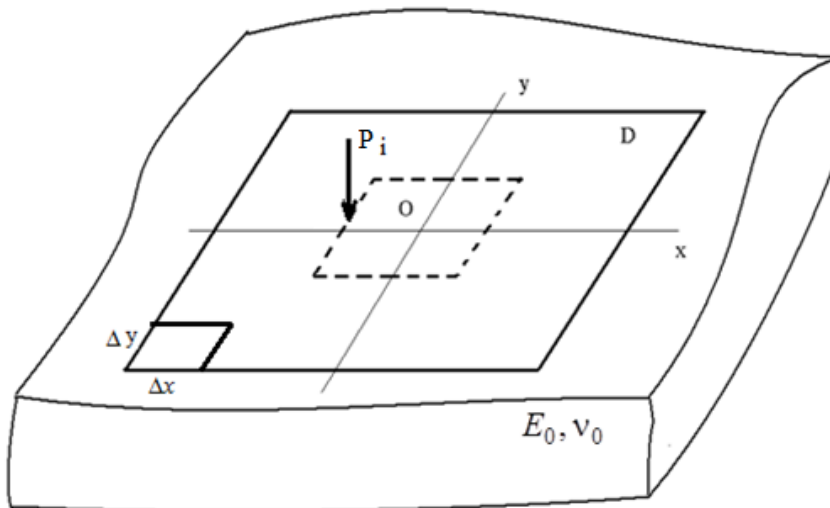


Рисунок 1 – Пластика на упругом основании

(показаны пунктиром точки пластинки с одинаковыми вертикальными перемещениями)

Система уравнений для определения неизвестных сил в связях Жемочкина, неизвестных внешних сил и перемещений введенного защемления отличается от стандартной способа Жемочкина [2] и имеет блочный вид

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \delta_{1,1}X_1 + \dots + \delta_{1,n}X_n + W_0 - \varphi_x y_1 - \varphi_y x_1 - w_{1,n+1}P_1 + \dots - w_{1,n+m}P_m = 0 \\
 \dots \\
 \delta_{n,1}X_1 + \dots + \delta_{n,n}X_n + W_0 - \varphi_x y_n - \varphi_y x_n - w_{n,n+1}P_1 + \dots - w_{n,n+m}P_m = 0 \\
 -X_1 - \dots - X_n + R = 0 \\
 X_1 y_1 + \dots + X_n y_n - P_1 y_{P1} - \dots - P_m y_{Pm} = 0 \\
 X_1 x_1 + \dots + X_n x_n - P_1 x_{P1} - \dots - P_m x_{Pm} = 0 \\
 \sum_{k=1}^n (F_{i+1,k} - F_{i,k})X_k = 0 \\
 \dots \\
 \sum_{k=1}^n (F_{m,k} - F_{i,k})X_k = 0 \\
 \sum_{k=1}^m P_m - R = 0,
 \end{array} \right. \quad (1)$$

$n$  – число участков Жемочкина на пластинке;

$m$  – число неизвестных сил, приложенных к точкам пластинки с одинаковыми перемещениями;

$i = 1, \dots, m$  – номера участков, где приложены сосредоточенные неизвестные силы;

$X_k$  – неизвестное усилие в связи Жемочкина на участке с номером  $k$ ;

$W_0, \varphi_x, \varphi_y$  – неизвестные линейное и угловые перемещения введенного в начале координат пластинки защемления;

$\delta_{i,k}$  – вертикальное перемещение центра участка Жемочкина с номером  $i$  упругого основания от единичной силы, распределенной равномерно по участку с номером  $k$  ( $i = 1, \dots, n$ ), ( $k = 1, \dots, n$ ). Определяется для упругого полупространства [4] по формуле  $\delta_{i,k} = \frac{1-\nu_0^2}{\pi E_0 \Delta x} F_{i,k} + w_{i,k}$ , где выражение для  $F_{i,k}$

приводится в [4]. Для некоторых иных моделей упругого основания выражения для  $F_{i,k}$  можно также найти в [4];

$P_k$  – неизвестная сила, приложенная к центру участка на пластинке с номером  $k$  ( $k = 1, \dots, m$ );

$x_{Pk}, y_{Pk}$  – координаты точки приложения неизвестных сил;

$w_{i,k}$  – вертикальное перемещение (прогиб) центра участка Жемочкина с номером  $i$  на пластинке с защемленной нормалью от единичной силы, приложенной к центру участка пластинки с защемленной нормалью с номером  $k$  ( $i = 1, \dots, n$ ), ( $k = 1, \dots, n$ ). Определяется по формуле, приведенной в [4];

$\Delta x, \Delta y$  – размеры прямоугольного участка Жемочкина;

$E_0, \nu_0$  – упругие постоянные полупространства;

$R$  – равнодействующая внешних сил.

После решения системы (1) определяются вертикальные перемещения центров участков Жемочкина

$$W_i = \frac{1-\nu_0^2}{\pi E_0 \Delta x} \sum_{k=1}^n F_{i,k} X_k, \quad (2)$$

по которым по известным формулам [1] находят внутренние усилия в пластинке.

## Результаты

Рассмотрим металлическую базу размерами 640 мм x 520 мм x 40 мм на бетонном фундаменте  $E_0 = 30600 \text{ МПа}$ ,  $\nu_0 = 0.17$ . На базу симметрично опирается сварной двутавр 40 мм x 27 мм. Пластика разбивалась на 16 x 13 прямоугольных участков Жемочкина. Контактная зона двутавра составила 22 участка с одинаковыми перемещениями центров участков. Система разрешающих уравнений получилась 233-го порядка.

На рис. 2, 3 приводятся линии равных контактных напряжений и вертикальных перемещений базы. Явно выделяется область, соответствующая области контакта двутавра с базой. Также можно отметить, что наибольшие контактные напряжения возникают в местах контакта краев полки двутавра с базой.

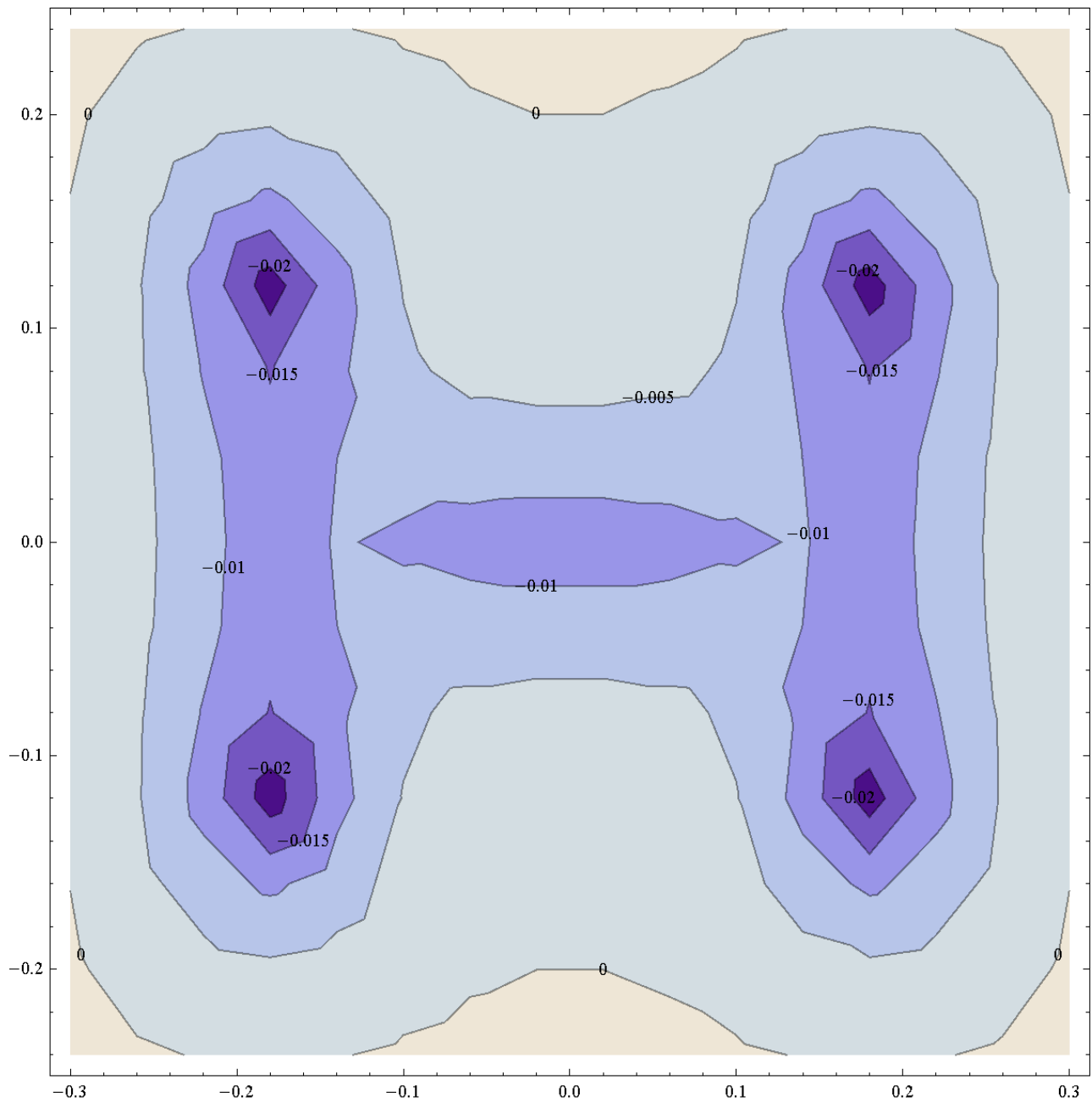


Рисунок 2 – Изолинии равных контактных напряжений под базой в долях от  $\frac{R}{\Delta x \Delta y}$

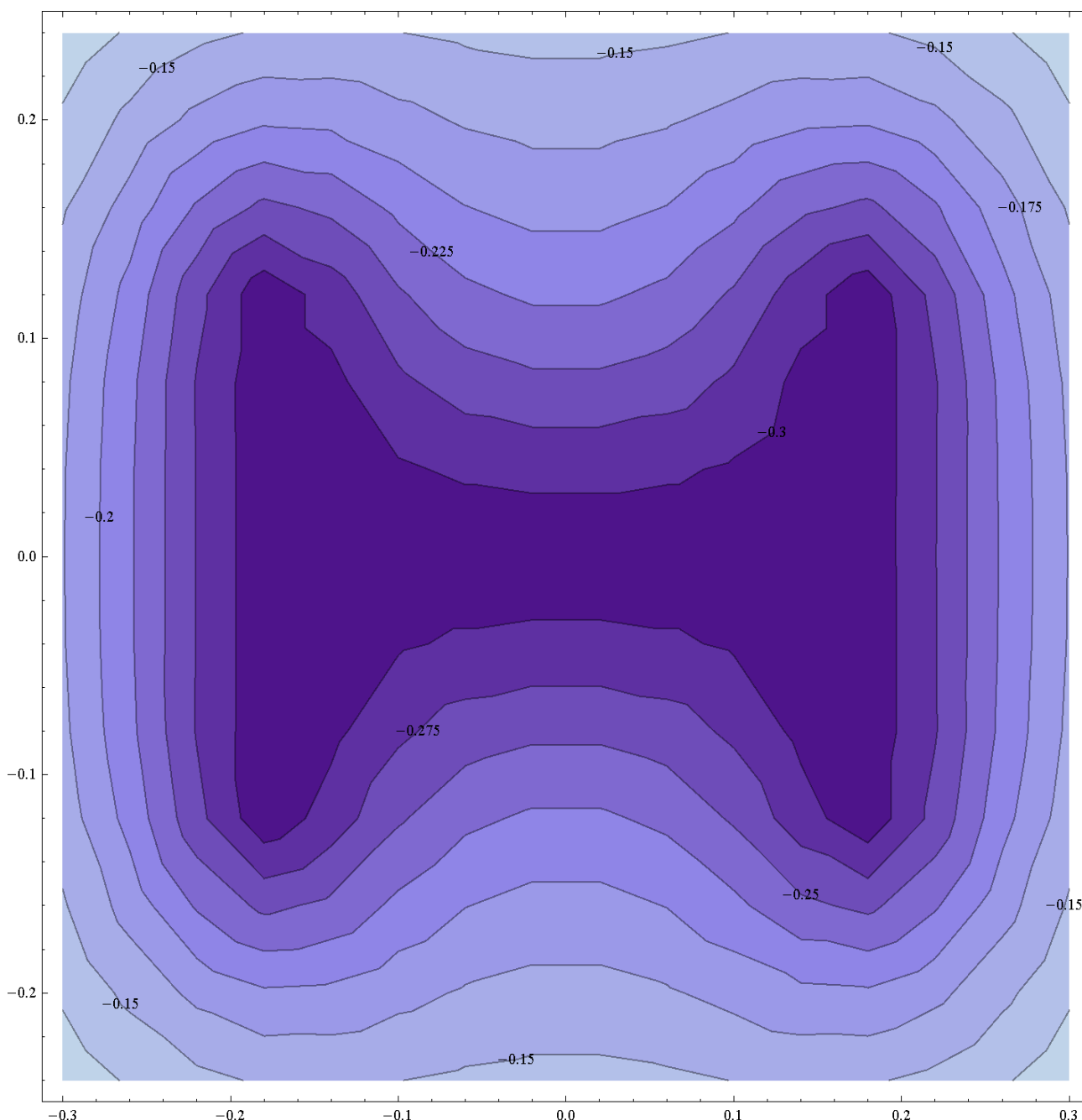


Рисунок 3 – Изолинии равных вертикальных перемещений в долях от  $\frac{R(1 - \nu_0^2)}{\pi E_0 \Delta x}$

На рис. 4, 5, 6 приводятся графики напряжений и перемещений, изгибающих моментов по характерным сечениям базы, соответствующие стенке и полкам двутавра.

На рис. 7 показаны вертикальные силы, возникающие на контакте двутавра и базы в долях от величины  $R$  центрально приложенной равнодействующей внешних сил. Также опять следует отметить, что максимальные силы возникают у краев полок двутавра. Близкие к нулю силы возникают в стенке двутавра вблизи полок двутавра. Расчеты показали явную неравномерность распределения давления двутавра на базу.

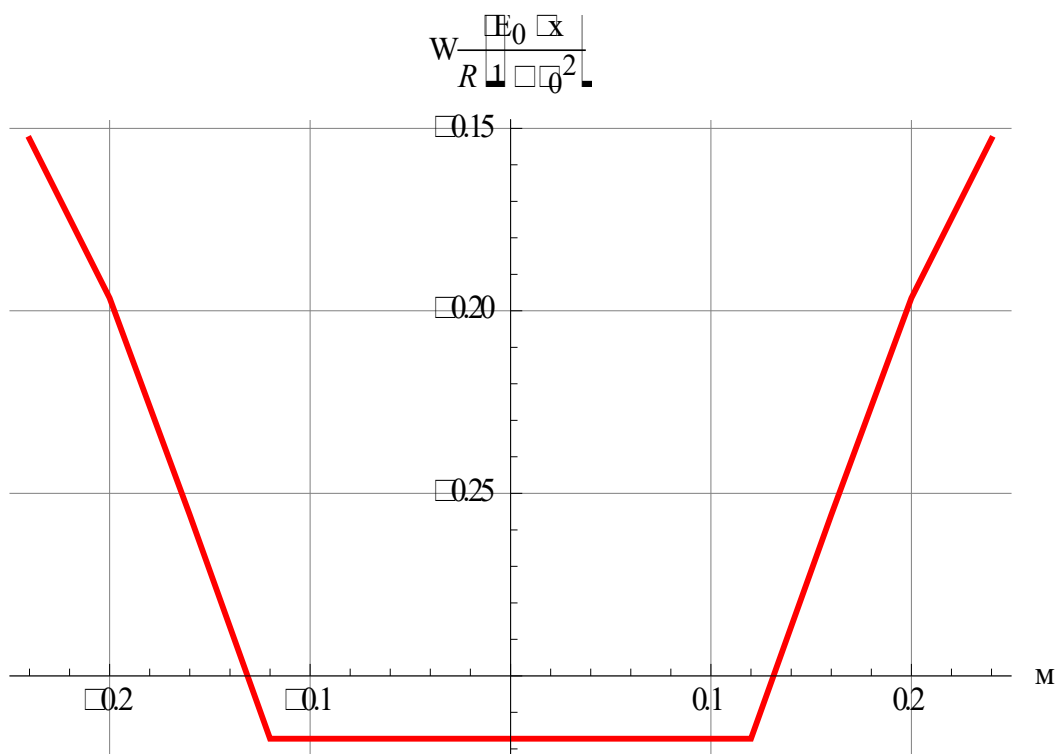
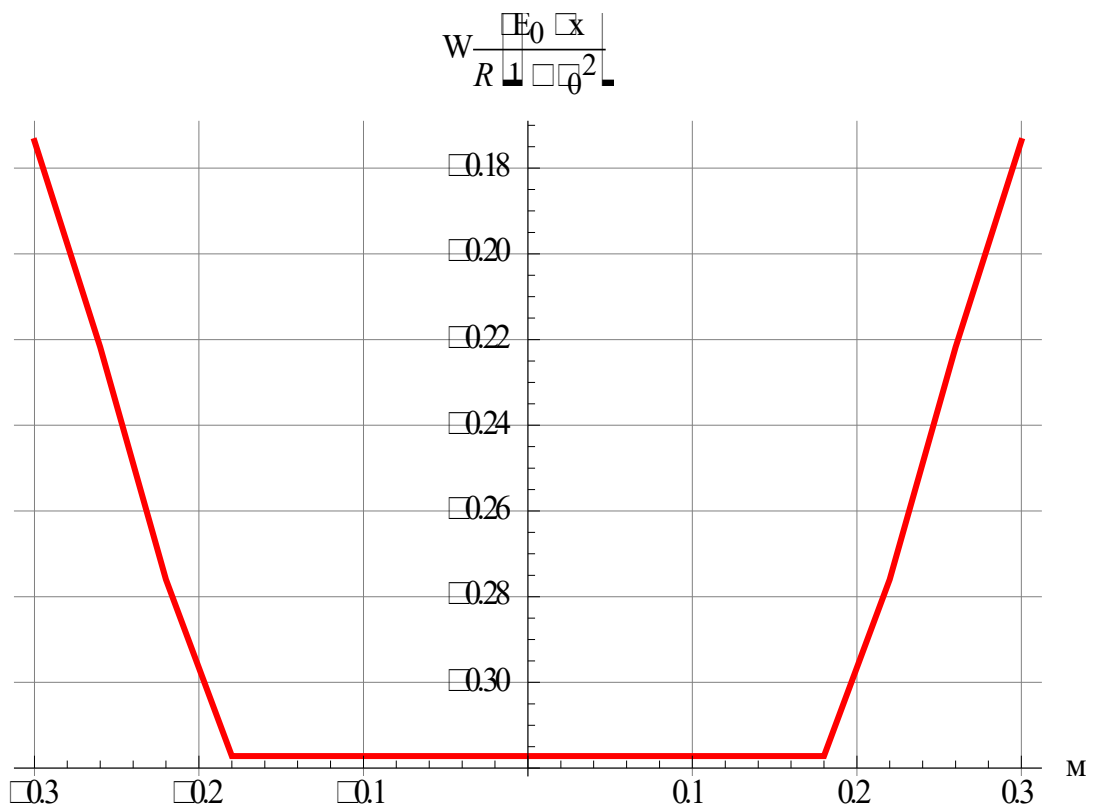


Рисунок 4 – Перемещения узлов базы по стенке двутавра и по вертикальной оси, совпадающей с полкой двутавра

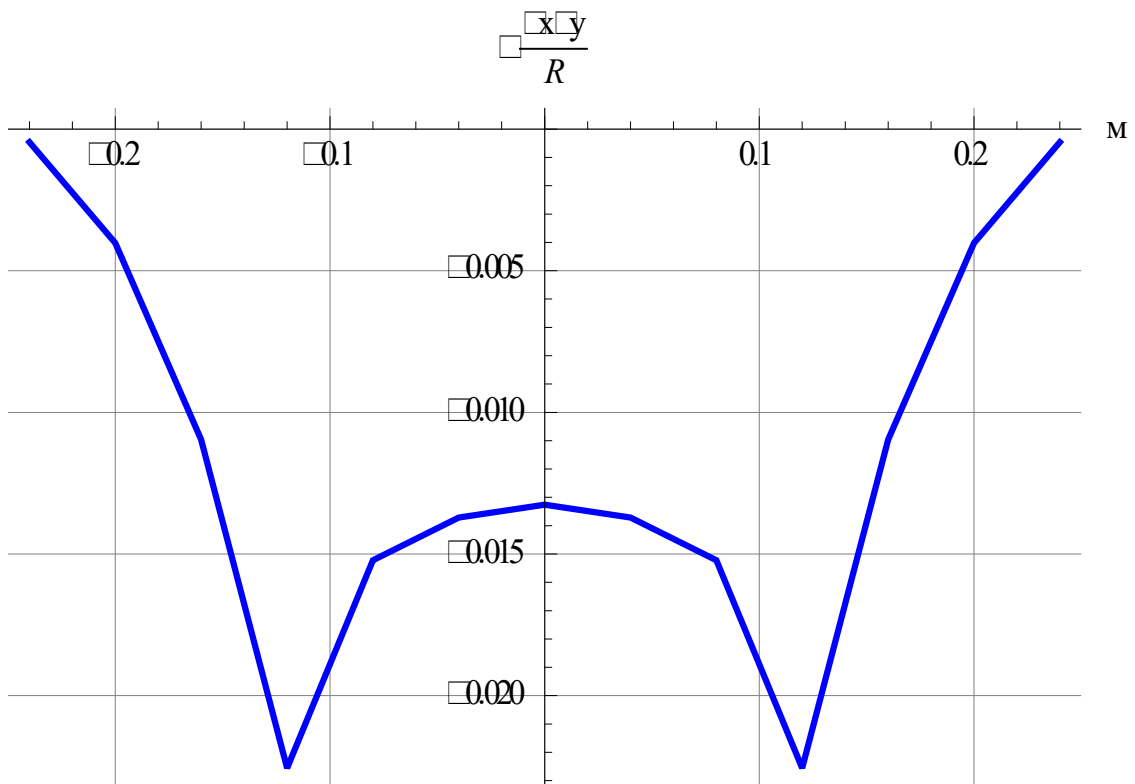
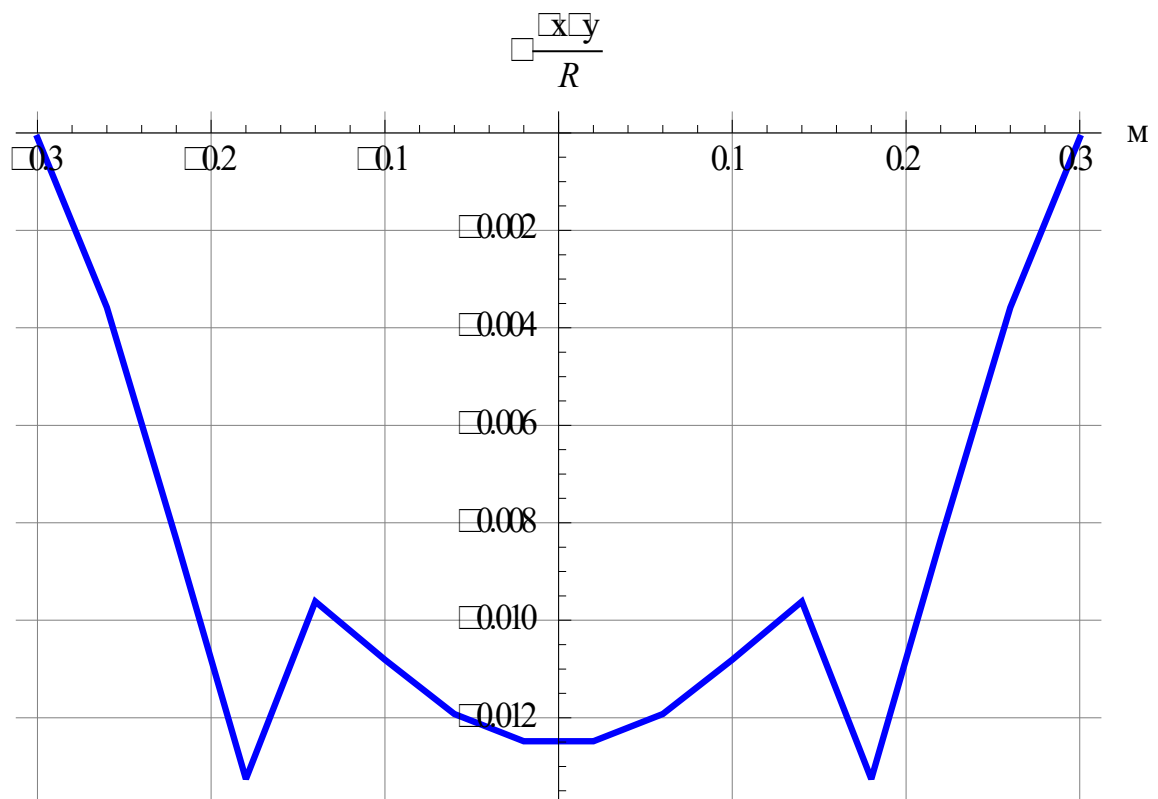


Рисунок 5 – Распределение контактных напряжений по стенке двутавра и по вертикальной оси, совпадающей с полкой двутавра

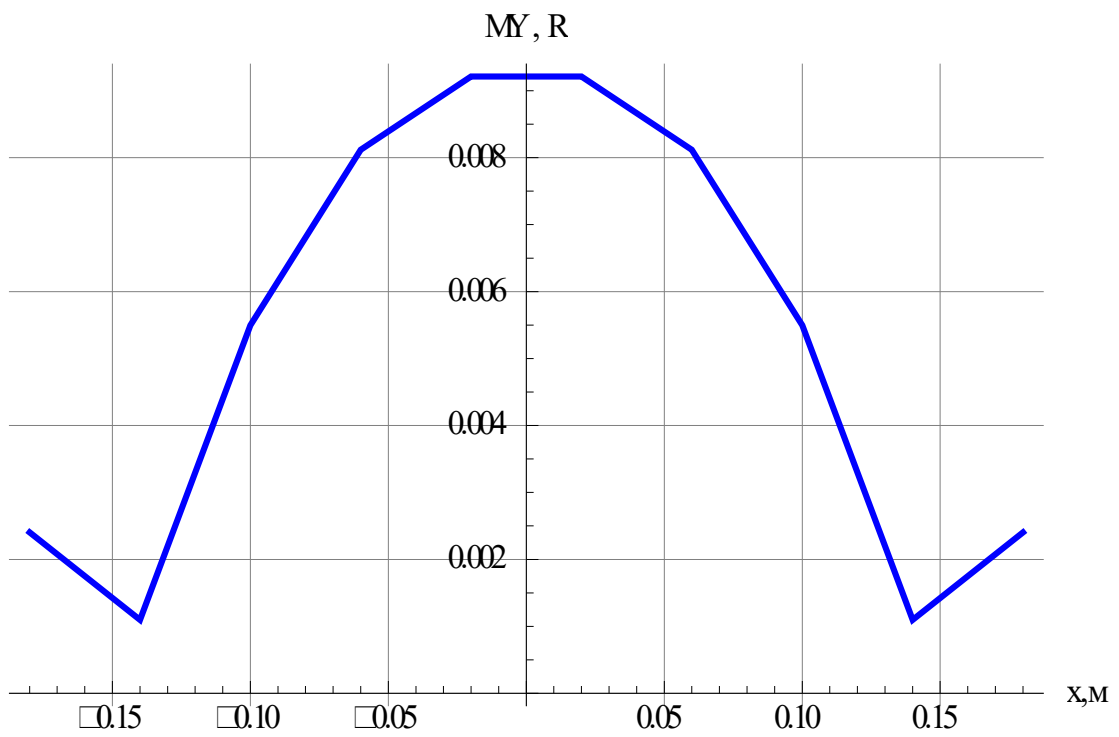
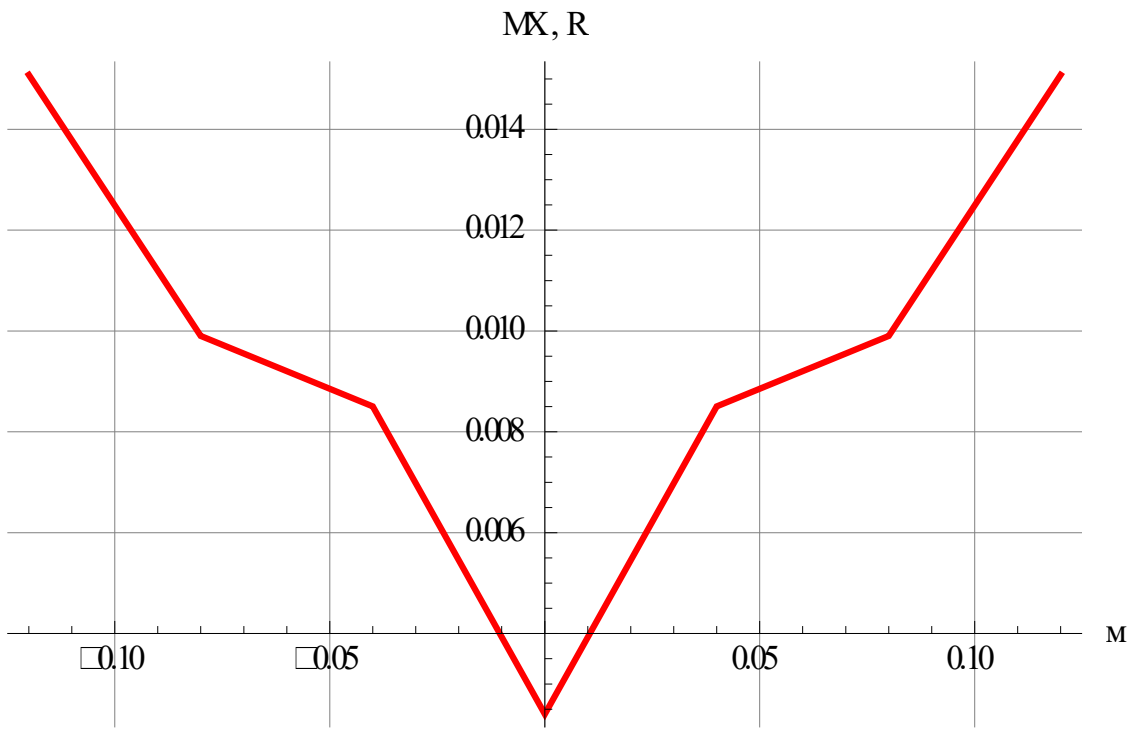


Рисунок 6 – Распределение изгибающих моментов под полкой и стенкой двутавра в пластинке

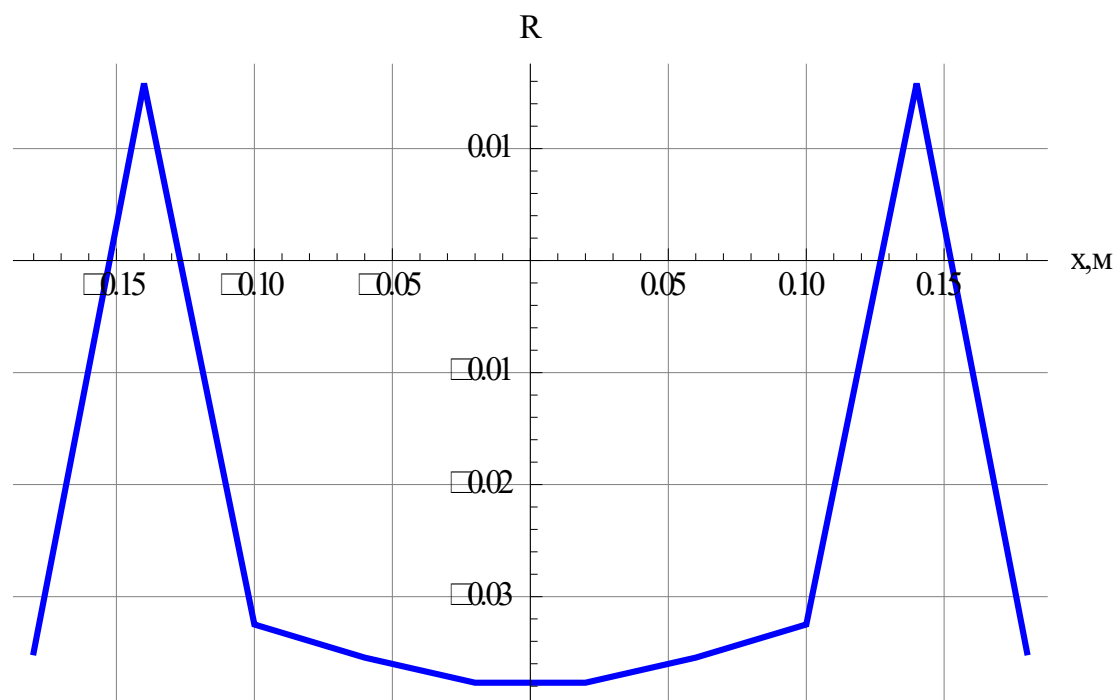
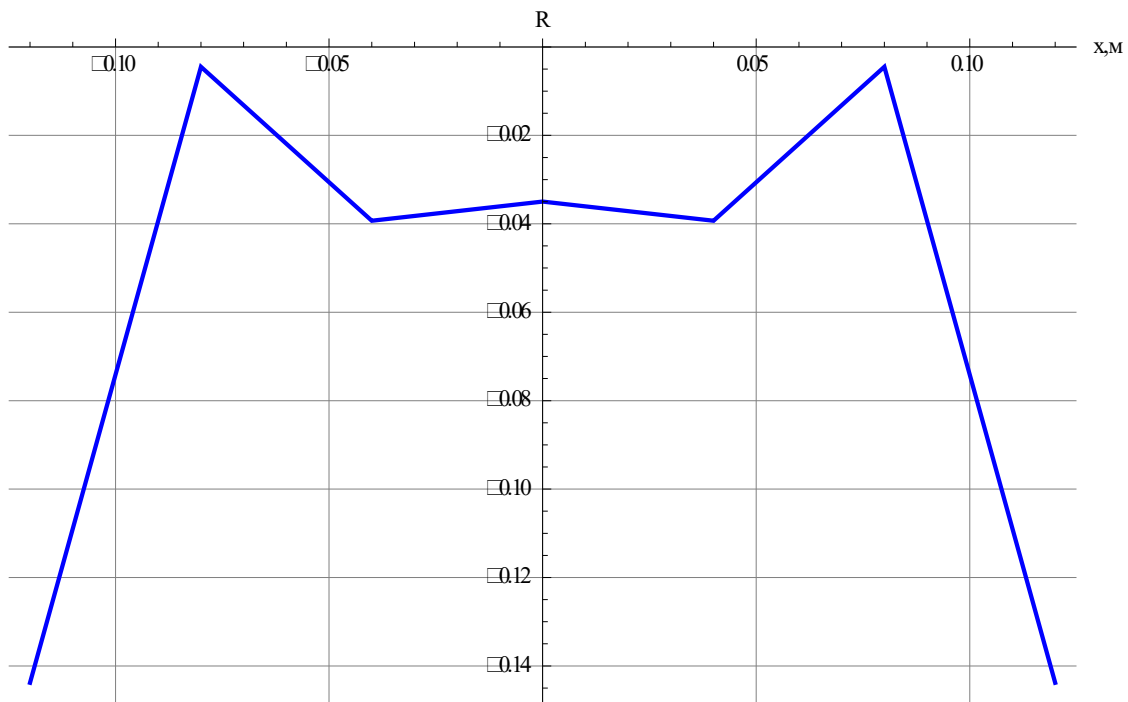


Рисунок 7 – Распределение сил давления двутавра на пластинку по характерным сечениям пластинки (в долях от  $R$ )

### Выводы

- Изложен несложный подход, основанный на способе Жемочкина для решения контактных задач для пластинки на упругом основании при условии нахождения части пластинки в горизонтальной плоскости.
- Этот подход легко обобщается для пластинки на упругом основании, часть которой находится в наклонной плоскости. Это выполняется, например,



при внецентренном сжатии металлической колонны или расчетах плитных фундаментов высотных сооружений на ветровую нагрузку [5].

- Предлагаемый подход позволяет найти вертикальные перемещения пластинки, распределение контактных напряжений и силы, возникающие на контакте между пластинкой и опираемой на нее конструкцией.

#### **Список использованных источников**

1. Александров, А. В. Основы теории упругости и пластичности: учеб. для строит. спец. вузов / А. В. Александров, В. Д. Потапов. – М.: Высшая школа, 1990. – 400.

2. Жемочкин, Б. Н. Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании / Б. Н. Жемочкин, А. П. Сеницын. – 2-е издание, перераб. и дополн. – М.: Стройиздат, 1962. – 239 с.

3. Ржаницын, А. Р. Строительная механика: учебное пособие для строит. спец. вузов. – 2 изд., перераб. – М.: Высшая школа, 1991. – 439 с.

4. Босаков, С. В. Статические расчеты плит на упругом основании. – Минск, БНТУ, 2002. – 128 с.

5. Маликова, Т. А. Анализ натуральных осадок плитных и коробчатых фундаментов многоэтажных зданий // Основания, фундаменты и механика грунтов. – № 2. – 1972. – С. 17-21.

## ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ЦЕНТРАЛЬНО СЖАТЫХ СТАЛЬНЫХ ВИНТОВ В ДЕРЕВЯННЫХ КОНСТРУКЦИЯХ

К. К. Глушко, Е. В. Маркечко

**Введение.** В ряде случаев в местах передачи сосредоточенных нагрузок на элементы деревянных конструкций используются различные способы повышения их несущей способности. Одним из способов является использование ввинченных стальных стержней [1], поскольку за счёт механического зацепления волокон древесины и резьбы обеспечивается наиболее полная передача усилий. Это позволяет вовлечь в работу под нагрузкой даже наиболее удалённые волокна от места приложения нагрузки. При этом, применительно к такому способу усиления деревянных элементов конструкций, существуют три вида предельных состояний: вдавливание винта с нарушением целостности волокон, исчерпание прочностных характеристик винта и потеря его устойчивости. При этом для первых двух описанных случаев существуют расчётные модели [2], а расчётные модели оценки устойчивости сжатых винтов отсутствуют в нормах проектирования деревянных конструкций.

Существуют немногочисленные работы, посвящённые этому вопросу, в которых применены решения [1, 3 – 5]. Следует отметить, что в указанных работах отсутствует учёт неравномерного сжатия винтов по длине и ступенчатого изменения их изгибной жёсткости и различные способы закрепления их головок, что ограничивает их применение.

В представленной работе предложено решение задачи устойчивости винтов в массиве древесины с учётом перечисленных выше условий.

**Основная часть.** Впервые задача об устойчивости прямых центрально сжатых стержней, связанных с упругим основанием, была решена Ф. Энгессером [3] и развита в [6, 9, 10]. Величина критической силы была получена, исходя из решения дифференциального уравнения четвёртого порядка:

$$EI \frac{d^4 v}{dx^4} + P \frac{d^2 v}{dx^2} + cv = 0, \quad (1)$$

где  $EI$  – изгибная жёсткость стержня,  $\text{Нм}^2$ ,  $y$  – поперечные перемещение оси стержня,  $x$  – текущая координата в продольном направлении, м,  $P$  – усилие сжатия в стержне,  $\text{Н}$ ,  $c$  – коэффициент постели винклеровского основания,  $\text{Н/м}^2$ .

В основе решения полагалось, что величина продольной силы не изменится по длине стержня, сам же стержень опёрт по концам на неподвижные шарнирные опоры.

Несмотря на то, что упомянутые выше решения задачи устойчивости стержня, связанного с упругим основанием, и другие, основанные на численно-аналитическом, численном и вариационном решении, дают однозначный результат вычисления критической силы, однако в них не учтено неравномерное распределение продольной силы по длине стержня и изменение его изгибной жёсткости по длине.

При сжатии винта, расположенного в массиве древесины, величина продольной силы численно равна внешней сосредоточенной сжимающей силе лишь в точке её приложения. При удалении вдоль оси винта от этой точки величина продольной силы изменяется, поскольку внешняя нагрузка частично либо полностью передаётся посредством резьбы на окружающий массив древесины. Описанное ниже решение устойчивости прямого центрально сжатого стержня получено с применением метода конечных разностей.

Основные допущения, принятые при расчёте:

- 1) жёсткость упругого основания постоянна по длине и не зависит от величины поперечных деформаций стержня;
- 2) соблюдается упругое деформирование материала стержня;
- 3) влиянием поворота поперечных сечений стержня на закон распределения продольной силы в нём можно пренебречь.

Представляя функцию изогнутой оси стержня в общем случае неизвестной, можно произвести аппроксимацию её второй и четвёртой производных для средних точек, используя метод конечных разностей, принимая второй порядок точности [7, 8]:

$$v_i'' = v_{\max} \frac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2}; \quad (2)$$

$$v_i^{IV} = v_{\max} \frac{y_{i-2} - 4y_{i-1} + 6y_i - 4y_{i+1} + y_{i+2}}{h^4}, \quad (3)$$

где  $h$  – расстояние между соседними точками по длине стержня, м;  $v_{\max}$  – максимальное значение ординаты функции изогнутой оси, м;  $y_i$  – безразмерное значение ординаты функции изогнутой оси.

При разбиении стержня на  $n$  участков следует вычислить производные, входящие в уравнение (1), для  $n+1$  точки, в то время как производные по формуле (3) могут быть вычислены для  $n-3$  точек. Остальные четыре уравнения следует составлять из граничных условий. Чтобы применять численные производные в начальной и конечной точке на оси стержня одного порядка точности, следует использовать интерполяционный полином Лагранжа для вычисления значений функции изогнутой оси в безразмерных ординатах по трём точкам и записать его производные в этих точках:

$$L(x) = v_{\max} \sum_{i=0}^n y_i l_i(x), \quad (4)$$

где

$$l(x) = \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \cdot \frac{x - x_{j+1}}{x_i - x_{j+1}} \cdot \frac{x - x_{j+2}}{x_i - x_{j+2}} \cdot \dots \cdot \frac{x - x_n}{x_i - x_n}; \quad (5)$$

$$y_0'' = \frac{1}{12h^2} (45y_0 - 154y_1 + 214y_2 - 156y_3 + 61y_4 - 10y_5); \quad (6)$$

$$y_n^I = \frac{1}{h} \left( \frac{137}{60} y_n - 5y_{n-1} + 5y_{n-2} - \frac{10}{3} y_{n-3} + \frac{5}{4} y_{n-4} - \frac{1}{5} y_{n-5} \right); \quad (7)$$

$$y_n'' = \frac{1}{12h^2} (45y_n - 154y_{n-1} + 214y_{n-2} - 156y_{n-3} + 61y_{n-4} - 10y_{n-5}); \quad (8)$$

$$y_n^{IV} = \frac{1}{h^4}(3y_n - 14y_{n-1} + 26y_{n-2} - 24y_{n-3} + 11y_{n-4} - 2y_{n-5}). \quad (9)$$

Процедуру определения величины критической нагрузки можно описать на следующем примере. Для этого следует принять разбиение стержня на десять равных по длине отрезков. Также функцию изогнутой оси  $v_{max}y(x)$  следует заменить формой изогнутой оси  $v_{max}Y(x)$ . Для дальнейших вычислений нужно записать следующее приближённое равенство на основе уравнения (1):

$$y^{IV}(x_i) + ry(x_i) \approx -k_i^2 Y''(x_i), \quad (10)$$

где

$$k_i^2 = \frac{-N_i}{EI_i}; \quad (11)$$

$$r_i = \frac{c}{EI_i}, \quad (12)$$

$N_i$  – величина продольной силы при сжатии стержня, Н.

Для средних точек уравнение (10) можно записать в конечных разностях, приведя подобные и вводя обозначения  $u^2 = k^2 L^2$ ,  $R = rL^4$ :

$$y_{i-2} - 4y_{i-1} + \left(6 + \frac{R}{n^4}\right)y_i - 4y_{i+1} + y_{i+2} = -\frac{u_i^2}{n^2}(Y_{i-1} - 2Y_i + Y_{i+1}). \quad (13)$$

В качестве граничных условий приняты следующие условия закрепления концов:

а) оба конца имеют шарнирные опоры, подвижные в поперечном направлении к оси стержня,

$$EI_0 y_0'' = 0; \quad (14)$$

$$EI_n y_n'' = 0; \quad (15)$$

$$y_0 = 0; \quad (16)$$

$$EI_n y_n^{IV} - N_n y_n'' + c y_n = 0. \quad (17)$$

В уравнениях (14) и (15) следует применять выражения для численного определения вторых производных функции изогнутой оси в крайних точках (6) и (8) соответственно, а в уравнении (17) – выражения (8) и (9);

б) один из концов закреплён шарнирно и неподвижно в поперечном направлении к оси стержня (граничное условие (16)), а второй защемлён, при этом заделка также подвижна по отношению к оси стержня в поперечном направлении (граничное условие (17) в этом случае является общим):

$$EI_0 y_0'' = 0; \quad (18)$$

$$EI_n y_n^I = 0. \quad (19)$$

Составляя уравнения (13) для средних точек и граничные условия (14) – (17) или (18), (19), (16) и (17) для крайних, можно сформулировать следующее равенство:

$$[A] \cdot [y] = u^2 [Z], \quad (20)$$

где  $[A]$  – матрица из коэффициентов при неизвестных значениях безразмерных ординат  $y_i$ , которая принимает вид при отсутствии защемления на концах:

$$[A]=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 45 & -154 & 214 & -156 & 61 & -10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_2 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_3 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_4 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_5 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_6 & -4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_7 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_8 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10 & 61 & -156 & 214 & -156 & 45 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 11 & -24 & 26 & -14 & 3+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_{10} \end{bmatrix}, \quad (21)$$

при наличии скользящей заделки на конце, неподвижное закрепление на котором отсутствует:

$$[A]=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 45 & -154 & 214 & -156 & 61 & -10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_2 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_3 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_4 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_5 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_6 & -4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_7 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & 6+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_8 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{5} & \frac{5}{4} & -\frac{10}{3} & 5 & -5 & \frac{137}{60} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 11 & -24 & 26 & -14 & 3+\frac{R}{n^4}\cdot\rho_{10} \end{bmatrix}, \quad (22)$$

$[y]$ – вектор неизвестных безразмерных ординат функции изогнутой оси в каждой точке,  $[Z]$ – вектор значений вторых производных формы  $Y_i=Y(x_i)$  изогнутой оси в тех же точках:

$$[y] = \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \\ y_8 \\ y_9 \\ y_{10} \end{bmatrix} \text{ и } [Z] = -\frac{1}{n^2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (Y_1 - 2Y_2 + Y_3) \cdot \rho_2 v_2 \\ (Y_2 - 2Y_3 + Y_4) \cdot \rho_3 v_3 \\ (Y_3 - 2Y_4 + Y_5) \cdot \rho_4 v_4 \\ (Y_4 - 2Y_5 + Y_6) \cdot \rho_5 v_5 \\ (Y_5 - 2Y_6 + Y_7) \cdot \rho_6 v_6 \\ (Y_6 - 2Y_7 + Y_8) \cdot \rho_7 v_7 \\ (Y_7 - 2Y_8 + Y_9) \cdot \rho_8 v_8 \\ 0 \\ \frac{\rho_{10} v_{10}}{12} \cdot (45Y_{10} - 154Y_9 + 214Y_8 - 156Y_7 + 61Y_6 - 10Y_5) \end{bmatrix}, \text{ где } [Y] = \begin{bmatrix} Y_0 \\ Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \\ Y_5 \\ Y_6 \\ Y_7 \\ Y_8 \\ Y_9 \\ Y_{10} \end{bmatrix}. \quad (23)$$

где  $\rho$  – коэффициент, учитывающий изменение изгибной жёсткости любой последующей точки относительно начальной;

$v$  – коэффициент, учитывающий изменение продольной силы по длине стержня.

Следует также отметить, что представление исходного уравнения (1) в разностном виде (20) обладает свойством консервативности.

Определение вектора значений функции изогнутой оси стержня  $[y]$  осуществляется при решении системы линейных уравнений в матричном виде (20):

$$[y] = u^2 [A]^{-1} [Z]. \quad (24)$$

При решении этого уравнения удобно принять  $u^2 = 1$  с последующей нормализацией вектора  $[y]$  для подстановки его значений на место аналогичного вектора  $[Y]$  – процесс вычисления вектора  $[y]$  является итерационным. Равенство (20) только в том случае будет справедливым, когда вектор значений формы  $[Y]$  совпадёт с нормализованным вектором значений функции  $[y]$ . Производя итерационный процесс решения уравнения (20) и заменяя вектор  $[Y]$  на нормализованный вектор  $[y]$ , можно в итоге построить график формы изогнутой оси стержня при продольном изгибе. Величина коэффициента расчётной длины стержня в этом случае может быть определена из следующего выражения:

$$\mu = \pi \sqrt{|y_i|}, \quad (25)$$

где  $|y_i|$  – максимальное по модулю значение элемента *ненормализованного* вектора безразмерных ординат  $[y]$ .

Решение задачи устойчивости винта в массиве древесины произведено при следующих способах закрепления его концов:

- 1) наружный конец опёрт шарнирно и подвижно в направлении, перпендикулярном исходному состоянию, другой конец шарнирно неподвижен;
- 2) наружный конец подвижно заделан, другой конец шарнирно неподвижен.

Как было отмечено выше, случай подвижной заделки следует рассматривать в том случае, если нагрузка на рассматриваемую часть деревянной кон-

струкции, содержащей винты, передаётся посредством стальной пластины значительной толщины. При этом наружные части винтов проходят сквозь отверстия в ней и возможность поворота их концов отсутствует.

Также рассмотрены следующие случаи:

а) изменения продольной силы в винтах по длине:

1а) эпюра продольной силы является прямоугольной;

2а) эпюра продольной силы трапециевидна – величина продольной силы на наружном конце вдвое превосходит значение продольной силы на неподвижном конце;

3а) эпюра продольной силы является треугольной, причём максимальное значение продольной силы находится на наружном конце и нулевое – на неподвижном;

б) ступенчатого изменения изгибной жёсткости винта и неравномерного изменения продольной силы по его длине:

1б) длины участков с внешним диаметром винта и внутренним равны, эпюра продольной силы является прямоугольной;

2б) длины участков с внешним диаметром винта и внутренним равны, эпюра продольной силы является трапециевидной – на участке длины, диаметр которого равен внешнему диаметру резьбы, эпюра продольной силы является прямоугольной, на участке длины, диаметр которого равен внутреннему диаметру резьбы, эпюра продольной силы является треугольной.

На рисунке 1 изображены описанные случаи изменения продольных сил и изгибных жесткостей по длине сжатого винта.

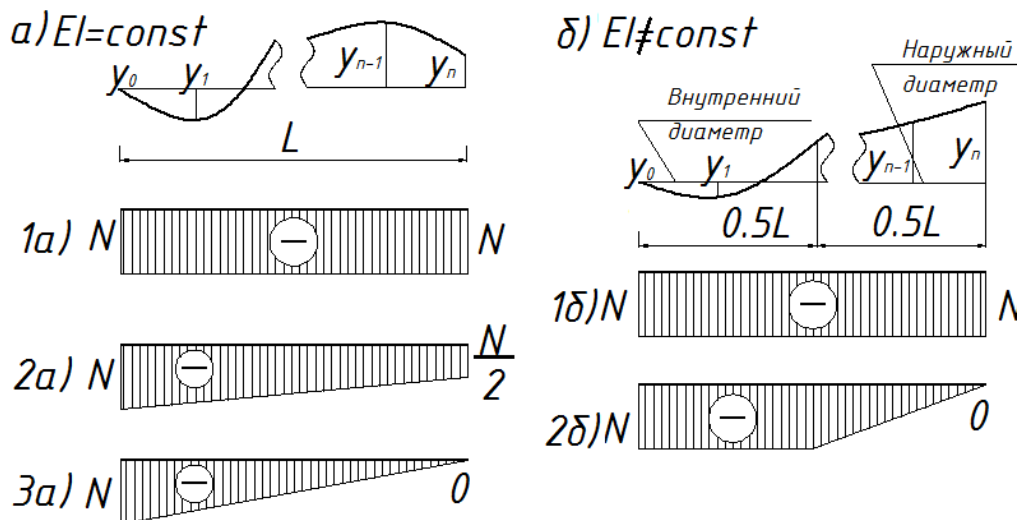


Рисунок 1 – Рассматриваемые случаи распределения продольной силы и изгибной жёсткости по длине винта

Было произведено решение задачи потери устойчивости сжатого винта в массиве древесины с применением рассмотренного выше подхода. При вычислении ординат формы потери устойчивости и коэффициента расчётной длины сжатого винта было произведено его разбиение по длине на  $n=20$  частей. На рисунке 2 показаны графики изменения расчётных длин сжатых винтов постоянного диаметра с различными формами эпюр продольных сил.



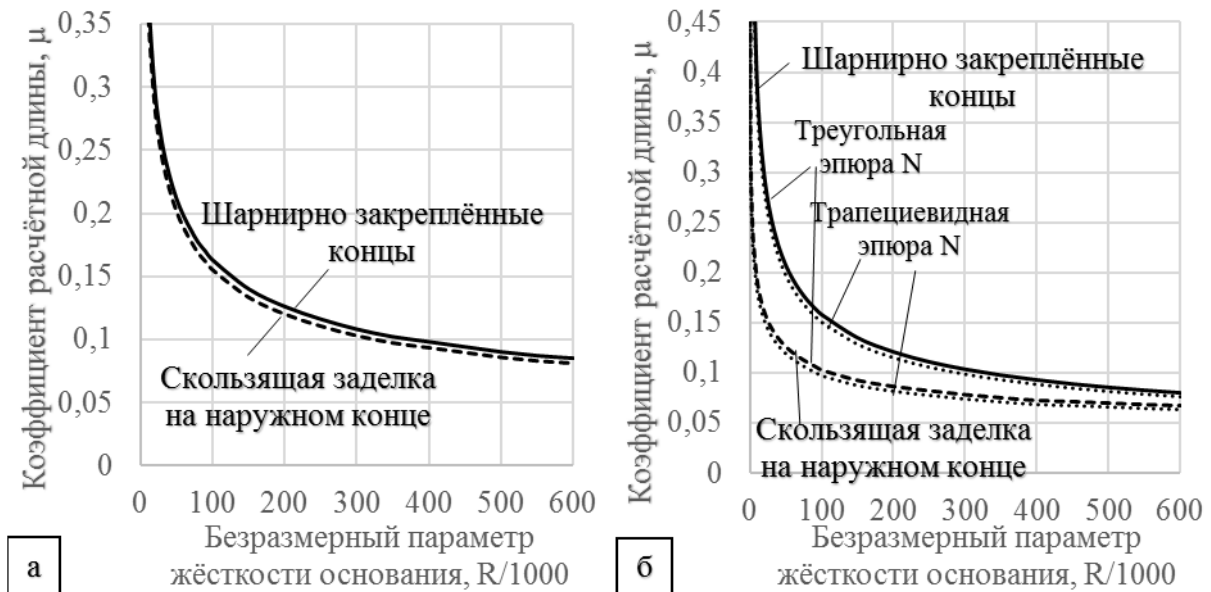
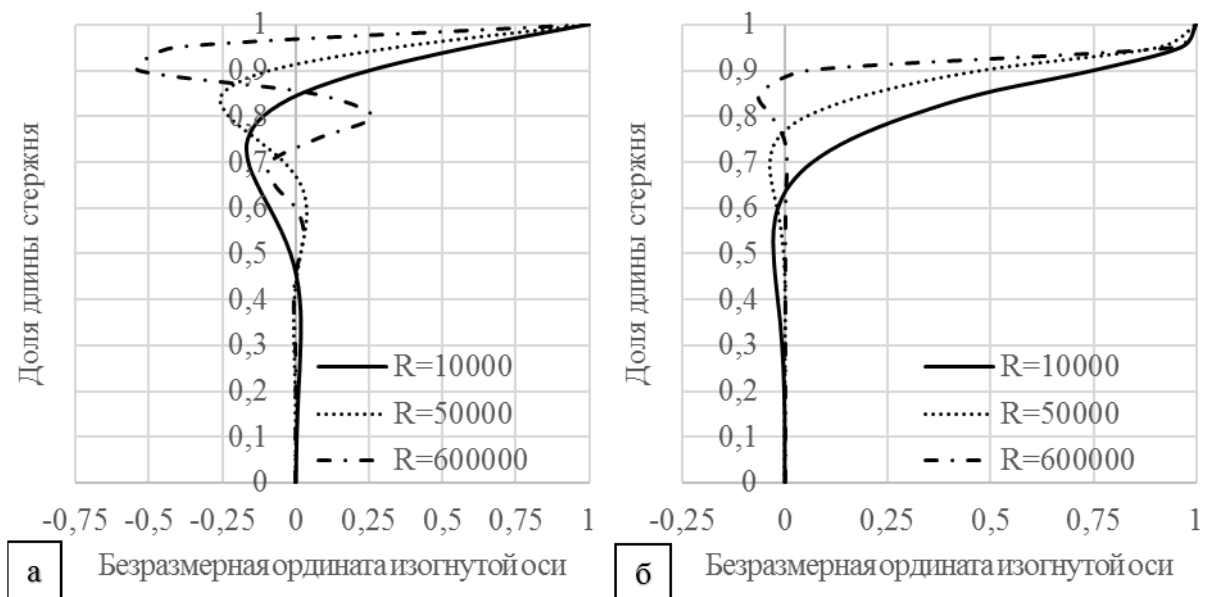


Рисунок 2 – Графики изменения коэффициентов расчётных длин сжатых винтов в случае равномерного (а) и неравномерного (б) распределения продольных сил по длине

Ординаты графиков, изображённых на рисунке 2(а), различаются не более чем на 3%. Следует проанализировать формы потери устойчивости винта с постоянной изгибной жёсткостью, которые изображены на рисунке 3.



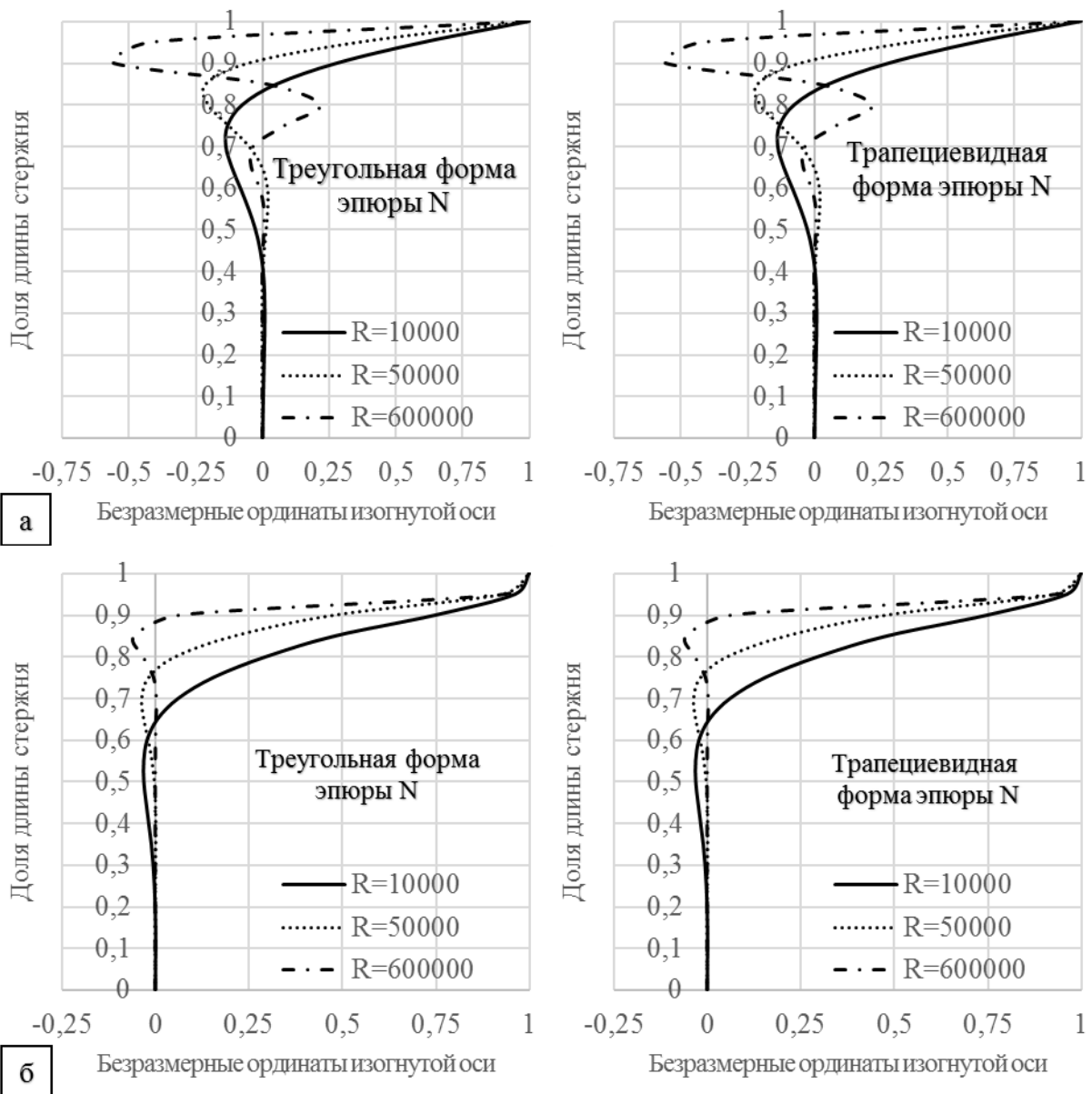
а – шарнирно-подвижное закрепление наружного конца,  
б – скользящая заделка на наружном конце

Рисунок 3 – Графики безразмерных ординат формы изогнутой оси сжатого винта при прямоугольной форме эпюры продольной силы

Из графиков, изображённых на рисунке 2(а), можно сделать вывод о том, что при прямоугольной форме эпюры продольных сил величины коэффициентов определяются в основном не способом закрепления наружного конца, а величиной безразмерного параметра жёсткости упругого основания. Характеры форм изогнутых осей сжатых винтов на рисунках 3(а) и 3(б) различаются, од-

нако величины наиболее значимых отклонений от начального положения начинаются на  $(0,3-0,4)L$  в зависимости от безразмерного параметра жёсткости упругого основания.

Ординаты графиков изменения коэффициентов расчётных длин винтов, имеющих шарнирное закрепление наружного конца и закрепление в виде скользящей заделки, нагруженных неравномерно по длине, изображённых на рисунке 2(б), напротив, различаются довольно значительно. При этом можно видеть, что форма эпюры продольной силы (треугольная либо трапециевидная) мало влияет на величину коэффициента расчётной длины. Для подробного анализа полученных результатов следует сравнить графики форм изогнутых осей сжатых винтов, изображённых на рисунке 4.



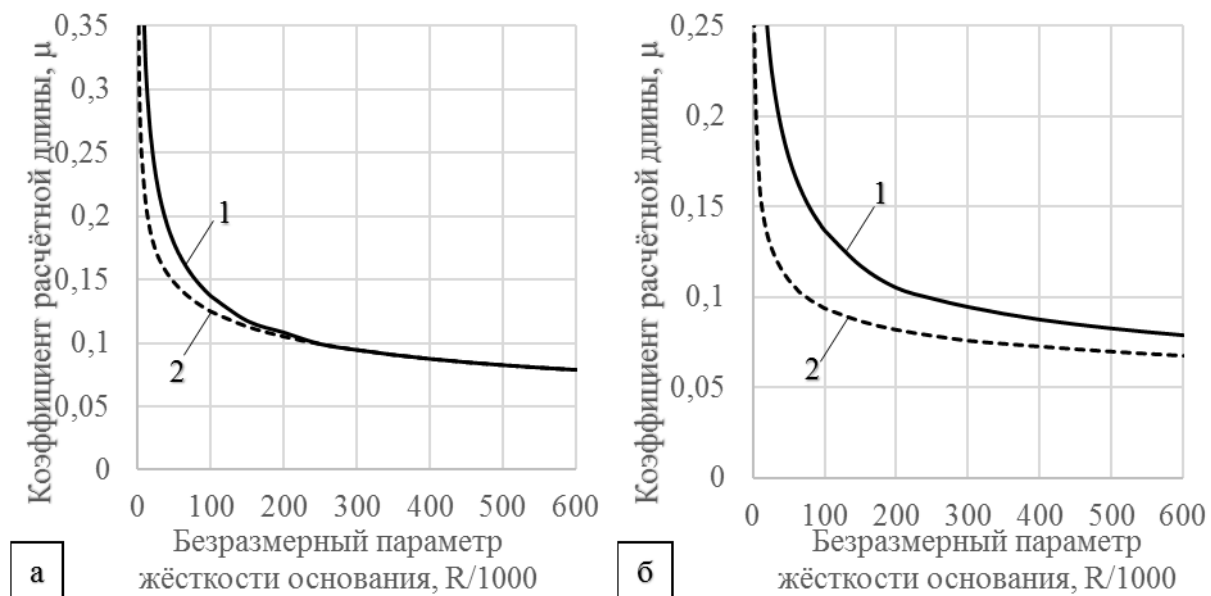
*а – шарнирно-подвижное закрепление наружного конца,  
б – скользящая заделка на наружном конце*

*Рисунок 4 – Графики безразмерных ординат формы изогнутой оси сжатого винта*

Сравнивая попарно ординаты графиков форм потери устойчивости, изображённых на рисунках 4(а) и 4(б), при треугольных и трапециевидных формах эпюр продольных сил, можно отметить практически полное их сходство. Ординаты одноимённых графиков отличаются не более чем на 0,5%, что объясняет малость расхождений ординат графиков изменений коэффициентов расчётных длин, изображённых на рисунке 2(б), при треугольном и трапециевидном виде эпюр продольных сил.

Также можно произвести сравнение полученных ординат форм изогнутых осей сжатых равномерно и неравномерно нагруженных по длине винтов с различным закреплением концов (рисунки 3(а) и 4(а), 3(б) и 4(б) соответственно). Ординаты функций изогнутых осей, изображённых на рисунках 3(а) и 4(а), различаются не более чем на 2%, что объясняет малое отличие графиков изменения коэффициентов расчётных длин сжатых винтов, закреплённых шарнирно с одним подвижным в поперечном направлении концом. Наиболее значимый рост ординат форм изогнутых осей наблюдается с тех же абсцисс  $(0,3-0,4)L$  в зависимости от безразмерного параметра жёсткости упругого основания. При закреплении наружного конца винтов в виде скользящей заделки можно заметить, что развитие поперечных перемещений их изогнутых осей более смещено к верхней части (рисунки 3(б) и 4(б)), в том случае треугольной формы эпюры продольных сил. Это объясняет значительную разницу между графиками коэффициентов расчётных длин винтов, имеющих подвижное защемление наружного конца, которые изображены на рисунках 2(а) и 2(б) соответственно.

Описанные результаты вычисления коэффициентов расчётных длин в зависимости от величин безразмерных параметров жёсткости упругого основания применимы для случая сжатых винтов, изгибная жёсткость которых неизменна по длине. В том случае, если винт имеет участки с резьбой и без резьбы, то диаметры тела винта будут различны – внутренний диаметр нарезанной части составляет 0,7 от диаметра той части, резьба на котором отсутствует. Было произведено решение задачи устойчивости сжатых винтов с однократным ступенчатым изменением изгибной жёсткости по длине. При этом полагалось, что участок с резьбой в винте имеет равную длину с участком без резьбы. Было рассмотрено как равномерное его нагружение, так и неравномерное (рисунок 1(б)). При этом очевидно, что величина критической силы, вызывающей потерю устойчивости стержня со ступенчатым изменением изгибной жёсткости, является равной по значению для участков с меньшим и большим диаметрами. Решение произведено при подстановке в формулы (11) и (12) наименьшего диаметра винта. Результаты определения коэффициентов расчётных длин винтов со ступенчатым изменением изгибной жёсткости в зависимости от безразмерного параметра изгибной жёсткости приведены на рисунке 5.



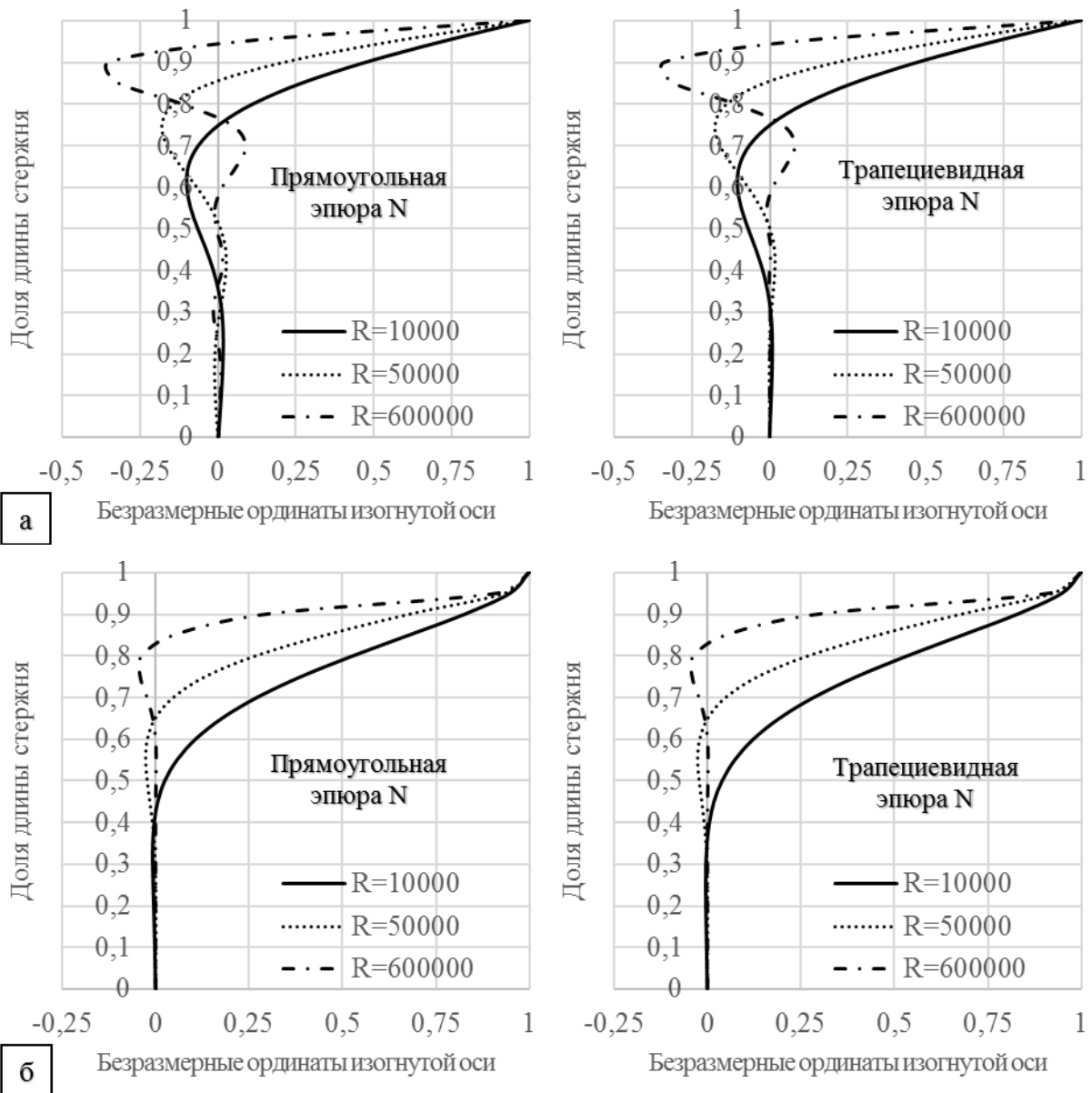
1 – шарнирно-подвижное закрепление наружного конца, 2 – скользящая заделка на наружном конце

Рисунок 5 – Графики изменения коэффициентов расчётных длин сжатых винтов со ступенчатым изменением диаметра в случае прямоугольной (а) и трапецевидной (б) эпюр продольных сил

Формы изогнутых осей приведены на рисунке 6. Сравнивая попарно графики форм изогнутых осей 6(а) при различных очертаниях эпюры продольных сил, можно отметить их практически полное сходство, что объясняет малое различие ординат графиков изменения коэффициентов расчётных длин сжатых винтов с шарнирным опиранием наружного конца, изображённых на рисунке 5(а) и 5(б) № 1. В случае закрепления наружного конца в виде скользящей заделки различие ординат аналогичных графиков под № 2 более значительное. Это можно объяснить различием ординат форм изогнутых осей преимущественно в нижней зоне с резьбой, где продольная сила изменяется нелинейно по длине. Несмотря на малость, их величины различаются в 8 – 12 раз, что влечёт за собой разницу в углах поворота поперечных сечений.

В случае иных соотношений длин участков с резьбой и без резьбы следует воспользоваться линейной интерполяцией между ординатами графиков 5(а) и 2(а) и 5(б) и 2(б) соответственно при одинаковых условиях опирания наружного конца, одинаковых величинах безразмерного параметра жёсткости упругого основания.

Проверку устойчивости сжатого стального винта в массиве древесины следует производить, используя предложенные выше графические зависимости изменения коэффициентов расчётных длин от величины безразмерного параметра упругого основания и принимая также диаметр тела винта равным 0,7 от внешнего.



*а – шарнирно-подвижное закрепление наружного конца,  
б – скользящая заделка на наружном конце*

*Рисунок 6 – Графики безразмерных ординат формы изогнутой оси сжатого винта*

**Выводы.** 1. При анализе устойчивости сжатых винтов с подвижным шарнирным закреплением наружного конца выявлено, что наибольшее влияние на величину коэффициента расчётной длины оказывает не характер распределения продольной силы по длине, а величина безразмерного параметра жёсткости упругого основания. Это можно объяснить тем, что в рассмотренных случаях максимальные величины ординат форм изогнутых осей сжатых винтов находятся на наружном конце стержня, где величины продольных сил максимальны.

2. При анализе устойчивости сжатых винтов с подвижным защемлением наружного конца выявлено, что на величину коэффициента расчётной длины оказывает влияние не только величина безразмерного параметра жёсткости упругого основания, но и формы эпюр продольных сил. Это можно объяснить тем, что рост ординат форм изогнутых осей в случае треугольной

эпюры продольной силы наблюдается ближе к наружному концу, чем в случае прямоугольной эпюры продольной силы для винта с аналогичным закреплением концов.

3. При определении величин коэффициентов расчётных длин при иных формах эпюр продольных сил в сжатых винтах и неравных по длине участках с резьбой и без резьбы следует воспользоваться линейной интерполяцией между ординатами одноимённых графиков изменения коэффициентов расчётных длин при одинаковых условиях закрепления концов.

#### **Список использованных источников**

1. Bejtka, I. Self-tapping screws as reinforcement in beam supports / I. Bejtka, H. J. Blass. – Karlsruhe, 2011. – 25 s.

2. Еврокод 5. Деревянные конструкции : ТКП EN 1995-1-1-(2004). – Минск : Минстройархитектуры, 2009. – 63 с.

3. Engesser, F. Die Sicherung offener Brücken gegen Ausknicken / F. Engesser // Zentralblatt der Bauverwaltung. – 1884. – № 40. – S. 415–417.

4. Skruvarmering som förstärkning i trä vid belastning vinkelrätt fiberriktningen : en försöksstudie, Examensarbete / Lunds Tekniska Högskola ; Avdelningen för Konstruktionsteknik ; K. Nilsson. – Lund, 2002. – Rapport TVBK- 5112.

5. Piazza, M. Strutture in legno – Materiale, calcolo e progetto secondo le nuovenormativeeuropee / M. Piazza, R. Tomasi, R. Modena. – Milano : Hoepli, 2005.

6. Блейх, Ф. Устойчивость металлических конструкций : пер. с англ. / Ф. Блейх – М. : ФИЗМАТГИЗ, 1959. – 544 с. : ил.

7. Гончаров, В. Л. Интерполяционные процессы и целые функции / В. Л. Гончаров. – Успехи математических наук. – 1937. – № 3. – С. 113–143.

8. Лазаров, Р. Д. О построении и исследовании однородных разностных схем // Р. Д. Лазаров, В. Л. Макаров, А. А. Самарский. – Математический сборник. – 1982. – Т. 117(159), № 4. – С. 469–480.

9. Bygg : Handbok för hus-, väg- och vattenbyggnad. Allmänna grunder. – Stockholm : АВ Byggmästarens förlag, 1971. – Huvuddel 1A.

10. Лейтес, С. Д. Устойчивость сжатых стальных стержней / С. Д. Лейтес. – М. : Госстройиздат, 1954. – 312 с.



## **ПРОБЛЕМЫ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ МОСТОВЫХ СООРУЖЕНИЙ В СОВРЕМЕННЫХ УСЛОВИЯХ ЭКСПЛУАТАЦИИ**

В. Н. Дедок, А. Н. Тарасевич

### **Введение**

Протяженность автомобильных дорог общего пользования Республики Беларусь составляет 87 тысяч км. На долю республиканских автомобильных дорог приходится 18,4% (16.0 тыс. км) и 81,6% (71.0 тыс. км) приходится на долю местных автомобильных дорог.

Парк мостовых сооружений составляет 5171 сооружение общей длиной свыше 165 тысяч погонных метров. Из них 2149 (83.997 погонных метров) — на республиканских автомобильных дорогах и 3022 (81003 погонных метров) — на местных автомобильных дорогах.

Государственной Программой по развитию и содержанию автомобильных дорог в Республике Беларусь на 2017-2020 г.г. на местных дорогах предусмотрено выполнить капитальный ремонт 627,6 пог. метра мостов и путепроводов, текущий соответственно 1589 пог. метров, предусматривается реконструировать и возвести 718,3 пог. метра мостов и путепроводов.

В настоящее время практикуется увеличение сроков службы дорожно-мостовых сооружений без капитального ремонта, что увеличивает старение материалов элементов их конструкций и увеличивает затраты на ремонт. Особую тревогу вызывает состояние мостовых сооружений. На каждые 20,6 км местных дорог приходится один мост и 19 водопроводных труб. Из 3034 мостовых сооружений на местных автомобильных дорогах не соответствуют нормативным требованиям 1954 моста, или более 64 %.

В связи с ростом транспортных нагрузок более 90% всех мостов и путепроводов не соответствуют требованиям нормативов по выносливости. Любой мост при больших нагрузках, вызывающих дефекты элементов конструкций, требует постоянного осмотра и своевременного ремонта. Основное количество мостовых сооружений в республике возведено в 60-70-е годы прошлого века по нормативным документам, действовавшим в то время. Если рассматривать такие основные эксплуатационные характеристики сооружений, как грузоподъемность, габарит и допустимая скорость движения, то в настоящее время не соответствуют нормативным требованиям 45% мостов на местных автомобильных дорогах, в том числе с несоответствием по габариту — 21%.

### **1 Дефекты и повреждения конструктивных элементов мостовых переходов**

Систематизация данных по дефектам исследованных мостовых сооружений и подходов к ним показала, что в соответствии с действующими нормами [1] основными дефектами, снижающими долговечность, безопасность эксплуатации и грузоподъемность мостов, являются:

### ***Мостовое полотно:***

- несоответствие ширины проезжей части на мосту требованиям современных норм;
- отсутствие дорожного ограждения на мосту и ограждения на подходах;
- разрушения в конструкции ограждений в результате наездов автотранспортом;
- отсутствие конструкции тротуаров на мостах или их недостаточная ширина;
- отсутствует сопряжение тротуаров с подходами к мостам;
- недостаточная ширина земляного полотна на подходах к мосту, как правило, полотно выполнено без требуемого его уширения в сопряжении с мостом;
- ямочность, продольные и поперечные трещины в конструкции ездового полотна и подходов, в т. ч. и в зоне закрытых деформационных швов;
- колейность в асфальтобетонном покрытии ездового полотна на мосту и в покрытии дорожной одежды на подходах;
- повышенная толщина слоёв ездового полотна до 350 мм;
- большой перелом продольного профиля на сопряжении подходов с сооружением;
- отсутствие или разрушение конструкции крепления конусов и откосов насыпей. Размыв откосов.



*Рисунок 1 – Отсутствует сопряжение подходов с тротуарами*



*Рисунок 2 – Отсутствие дорожного ограждения на мосту, перелом профиля на сопряжении*

### ***Опоры мостов:***

- просадки и крен опор;
- отклонение свай от вертикальной оси и от оси свайного ряда в пределах опор;
- деструкция бетона с коррозионным повреждением арматуры в уровне колебания меженичных вод;
- сколы бетона в головах свай, образовавшиеся в период строительства и в процессе эксплуатации;
- продольные коррозионные трещины в сваях опор, коррозия продольной арматуры;

- отслоение бетона защитного слоя поперечной арматуры свай, коррозия поперечной арматуры;
- сколы бетона без и с оголением арматуры, образованные на стадии строительства;
- замокание, выщелачивание и замшелость бетона свай и насадок;
- деструкция бетона насадок с оголением продольной арматуры, в особенности консольных краевых участков;
- продольные коррозионные трещины в насадках;
- «светит», т. е. имеет коррозионные повреждения поперечная арматура насадок;
- силовые вертикальные и наклонные трещины в насадках;
- раковины, каверны в бетоне образовавшиеся в процессе строительства.



*Рисунок 3 – Размораживание бетона свай, коррозия арматуры*



*Рисунок 4 – Деструкция бетона насадок, коррозия и выключение арматуры из работы*

### ***Пролётные строения:***

- деструкция бетона в нижней части плоских плит и в ребрах П-образных плит с оголением и коррозией арматуры;
- продольные коррозионные трещины;
- коррозионные повреждения продольной рабочей арматуры плит с потерей до 50% площади сечения. Выключение арматуры из работы вследствие потери сцепления арматуры с бетоном;
- интенсивные коррозионные процессы в местах стыков крайних плит пролётных строений и, в особенности, П-образных тротуарных блоков;
- отслоение защитного слоя бетона поперечной арматуры сеток плоских плит и сеток полок П-образных плит, коррозия арматуры;
- отслоение защитного слоя бетона и коррозия поперечной арматуры ребер П-образных плит;
- нарушение (или отсутствие) объединения стыков между плитами пролетных строений;
- отсутствие конструктивной связи между плитами пролётногo строения и П-образными тротуарными блоками. Блоки не включены в совместную работу с плитами пролётногo строения.



Рисунок 5 – Замокание и размораживание бетона плит, коррозия арматуры



Рисунок 6 – Продольные коррозионные трещины в рёбрах П-образных плит

### ***Тротуарные блоки:***

- размораживание бетона без и с оголением арматуры;
- замокание и размораживание бетона П-образных блоков в местах устройства в их конструкции водоотводных отверстий;
- замокание, размораживание бетона и сквозное разрушение плит накладных тротуарных блоков пониженного типа;
- отсутствие или разрушение покрытия на тротуарах.

## **2 Причины возникновения дефектов и повреждений**

Проведенный анализ показал следующие основные причины возникновения дефектов, снижающих безопасность эксплуатации, грузоподъемность и долговечность мостовых сооружений.

### ***Увеличение нагрузки:***

- превышение расчетных нагрузок по причине увеличения транспортного потока и массы современных транспортных средств;
- увеличение толщины мостового полотна за счет укладки дополнительных слоёв покрытия без фрезирования существующих.

### ***Ошибки при проектировании:***

- отсутствие проектного решения по водоотводу с поверхности проезжей части подходов;
- неудачная компоновка пролётного строения, которая не предусматривает объединение тротуарных блоков в совместную работу с плитами пролётного строения;
- несовершенная система водоотвода с моста по тротуарным плитам на фасад моста или через водоотводные отверстия в ребрах П-образных тротуарных блоков;
- несовершенная конструкция гидроизоляции мостового полотна, неудачное решение примыкания гидроизоляции к тротуарным плитам и блокам и отсутствие гидроизоляции в конструкции тротуаров.

### ***Дефекты строительства:***

- нарушение технологии выполнения работ при забивке свай, приводящее к отклонению свай от вертикального положения, и отклонения от проектного положения в плане;
- строительный брак в конструкции омоноличивании свай с насадкой;

- нарушение технологического процесса при укладке и уплотнении бетонной смеси монолитных насадок свайных фундаментов, образование в них раковин, каверн, «щебенистости» поверхности;

- механические разрушения в конструкциях, сколы углов и граней конструкций;

- отклонения конструктивных элементов от проектного положения, смещения элементов относительно проектных осей.

#### ***Дефекты изготовления конструкций:***

- недостаточная толщина бетона защитного слоя;

- смещение арматурных стержней и каркасов относительно проектного положения;

- несоответствие деформативно-прочностных характеристик бетона проектным значениям.

#### ***Воздействия среды:***

- воздействие физических, химических и биологических факторов на конструкции мостов;

- временное, сезонное но периодическое воздействие противогололёдных смесей, применяемых в зимнее время;

- постоянное воздействие агрессивных стоков с мостового полотна.

#### ***Недостаточный уход при эксплуатации:***

- не выполняются плановые текущие ремонты сооружений;

- не выполняются рекомендации по ремонту сооружений и устранению причин выявленных дефектов, выдаваемые по результатам их обследования [2];

- отсутствует проектная и техническая документация на сооружения, а также документация по результатам плановых текущих осмотров и обследований.

#### ***Выводы***

1. В результате многочисленных исследований, выполненных разными организациями, установлено, что срок службы малых мостов составляет от 17 до 25 лет, реже – 35...36 лет. Этот срок в 2...2,5 раза меньше, чем для больших мостов. В силу низкой долговечности малые мосты чаще всего становятся барьерными объектами в сети автомобильных дорог.

2. Для продления срока службы эксплуатации малых мостовых сооружений требуется обеспечить своевременное устранение дефектов, снижающих грузоподъёмность сооружений, для чего необходимо уменьшить срок периодических обязательных обследований малых мостов до 5 лет.

#### **Список использованных источников**

1. Мосты автодорожные. Правила выполнения диагностики: ТКП 227-2018 (33200). – Минск, 2018.

2. Мосты и трубы. Правила обследований и испытаний: ТКП 45-3.03-60-2009 (02250). – Минск, 2009 .



## ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ ДЕРЕВЯННЫХ СОСТАВНЫХ БАЛОК ИЗ ЦЕЛЬНОЙ ДРЕВЕСИНЫ НА НАГЕЛЬНЫХ ПЛАСТИНАХ

В. В. Жук, В. Л. Шевчук, И. П. Коцюра, А. В. Антипович

### Введение

Вследствие ограниченного сортамента пиломатериалов при значительных нагрузках, когда несущая способность балок цельного сечения оказывается недостаточной, применяются балки, составленные по высоте из нескольких элементов, соединенных дискретными связями. Средствами соединения между отдельными элементами могут служить дубовые пластинчатые нагели, колодки, призматические и гладкие кольцевые шпонки [1,2]. Наибольший пролет балок из чистообрезных брусьев может быть не более 6,2 м, что ограничивает их применение в строительстве.

В ЦНИИСК им. В. А. Кучеренко разработаны составные балки с ветвями из клееной древесины, соединенными наклонно клееными металлическими стержнями [3], и составные балки из окантованных бревен, совместная работа которых в балке обеспечивается наклонными стержнями с комбинированными шайбами, установленными под углом  $45^\circ$  к направлению волокон древесины [4]. При изготовлении таких балок возрастает их стоимость и металлоемкость.

Известны конструкции с соединениями на нагельных пластинах, устанавливаемых в зазор между соединяемыми по высоте брусьями [5]. Нагельные пластины имеют основу из материалов различной жесткости и конструктивной формы, к которой прикреплены цилиндрические нагели различного диаметра и длины.

Анализ литературных источников показал, что работа соединений на нагельных пластинах изучена недостаточно. Так, в [6] утверждается, что по своей работе нагельные пластины могут быть сравнены с работой гвоздевых соединений, что, очевидно, не учитывает то обстоятельство, что нагели имеют плотную посадку (нагель закрепляется на основе путем продавливания, контактной или электродуговой сваркой). В [7], при определении расчетного сопротивления нагеля изгибу, рекомендуется учитывать стесненность развития пластических деформаций при изгибе в зависимости от способа закрепления нагеля путем введения коэффициента  $K_H$ : при плотной посадке  $K_H = 1.1$ ; при закреплении на сварке  $K_H = 1.2$ . По данным [8], относительная прочность соединения на нагельных пластинах близка к расчетному сопротивлению цельной древесины на скалывание при изгибе (1.6–1.8 МПа), а относительная сдвиговая прочность еще более высока, так как несущая способность на один срез нагеля увеличивается до 40%.

В настоящей статье приводятся результаты экспериментальных исследований деревянной балки составного сечения на нагельных пластинах.

### Характеристика объекта исследования

Работа выполнялась в два этапа. На первом этапе, с целью изучения несущей способности и деформативности соединений деревянных элементов на

металлических нагельных пластинах, были изготовлены и испытаны на воздействие кратковременной статической нагрузкой при сжатии две серии образцов (5 образцов одной серии): серия С-1 – соединения на нагельных пластинах, установленных с зазорами между крайними и средним деревянными элементами (зазоры равны толщине основы нагельной пластины); серия С-2 – соединения на проволочных гвоздях (контрольные образцы) [9].

Нагельные пластины были изготовлены из полосовой стали толщиной 3 мм (жесткая основа) и цилиндрических нагелей – отрезков проволочных гвоздей диаметром 3 мм и длиной 38 мм. В пластине рассверливались отверстия диаметром 3 мм, в которые вставлялись четыре цилиндрических нагеля. Объединение элементов нагельных пластин выполнено с помощью точечной электродуговой сварки. Для соединения деревянных элементов серии С-2 использовались проволочные гвозди длиной 70 мм и диаметром 3 мм (по 4 с каждой стороны).

Назначение размеров образцов и нагельных пластин производилось с учетом действующих норм по расстановке нагелей [10] и требований [7]. В результате образцы всех серий имели следующие размеры: крайние элементы  $t_1 \times b \times h = 25 \times 50 \times 150$  мм; средние элементы  $t_2 \times b \times h = 50 \times 50 \times 150$  мм. Основа нагельных пластин  $b \times h \times \delta = 50 \times 60 \times 3$  мм. Глубина заделки цилиндрических нагелей  $a = 17$  мм, что находится в рекомендуемых [7] пределах. Заостренная часть цилиндрических нагелей равна 4.5 мм.

Полученные данные использовались для определения числа нагельных пластин при изготовлении опытных образцов балок. На втором этапе определялось напряженно-деформированное состояние деревянных балок составного сечения. Для испытания были изготовлены две балки из древесины 2-го сорта с влажностью 12-16%. Контрольный образец (Б1) имел размеры  $b \times h \times l = 47.9 \times 100.8 \times 2000$  мм. Балка (Б2) изготовлена из двух брусков  $b \times h \times l = 48.3 \times (46 \div 48.2) \times 2000$  мм. Для соединения деревянных элементов балки Б2 между собой использовались нагельные пластины с жесткой основой с размерами  $b \times l \times \delta = 50 \times 60 \times 3$  мм (рисунок 1).

Запрессовку нагельных пластин выполняли с использованием универсальной испытательной машины Р-10. Конструктивное решение балок приведено на рисунке 2.

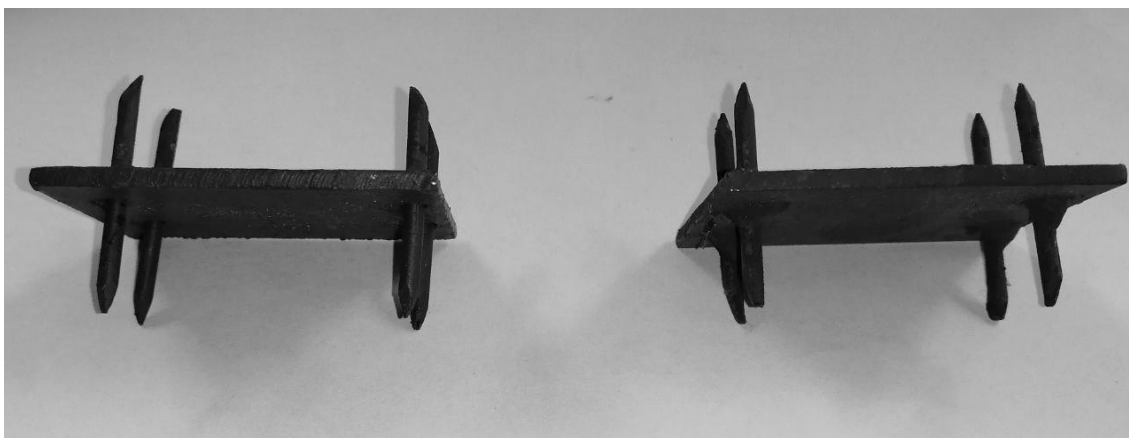


Рисунок 1 – Нагельные пластины



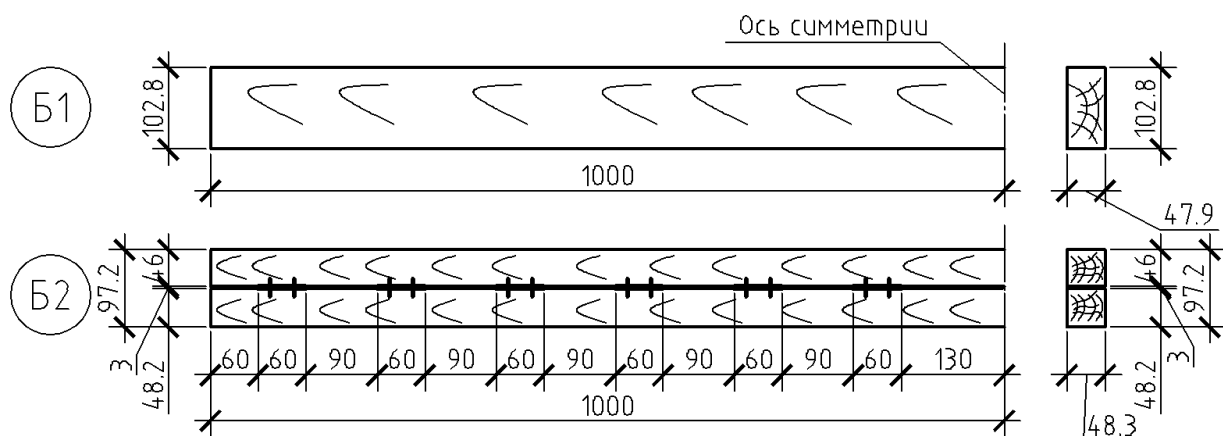


Рисунок 2 – Общий вид испытываемых балок

### Методика экспериментальных исследований

Испытания балок кратковременной нагрузкой проводили на специально оборудованном стенде. Две балки опирались на опоры, не препятствующие перемещению их вдоль оси и обеспечивающие свободу угловых перемещений. Нагрузку прикладывали в третях пролета и передавали на балки через распределительные траверсы. Усилия в балках создавали путем приложения к ним нагрузки ступенями  $F = 0.2 \text{ кН}$  и доводили ее до величины  $F = 1.0 \text{ кН}$ , что соответствует упругой области работы обеих балок. Общий вид установки приведен на рисунке 3.

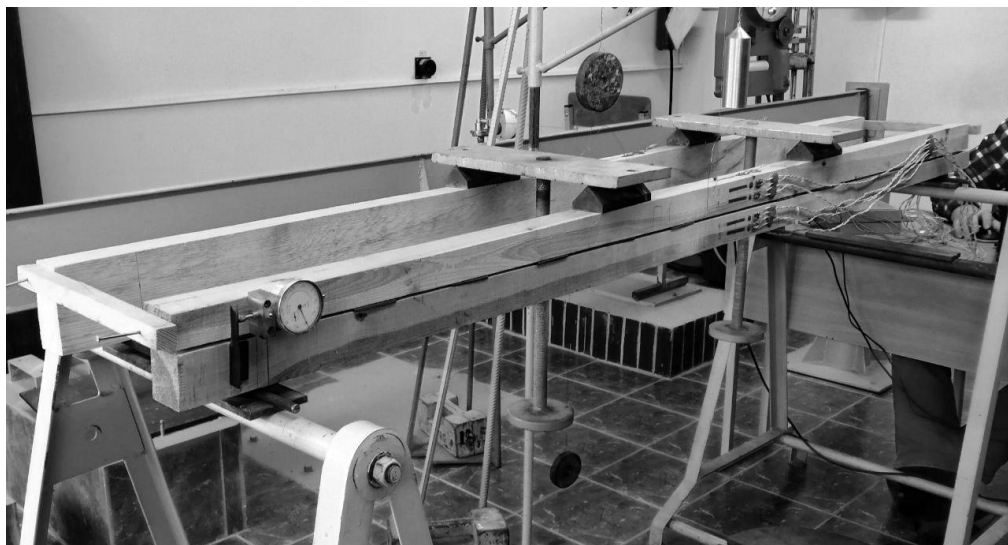


Рисунок 3 – Общий вид испытательной установки

В процессе испытаний проводили измерения прогибов балок в середине пролета с помощью прогибомеров 6-ПАО с ценой деления 0.01 мм. На опорных участках балки (Б2) были установлены индикаторы часового типа ИЧ-10 с ценой деления 0.01 мм для измерения сдвига брусков относительно друг друга. Оценку напряженного состояния проводили тензометрическим способом при помощи тензорезисторов с базой 50 мм. Отчеты по тензорезисторам осуществлялись в автоматическом режиме при помощи тензометрического комплекса «Горизонт» TSG-S01. Схема расстановки тензорезисторов приведена на рисунке 4(а).

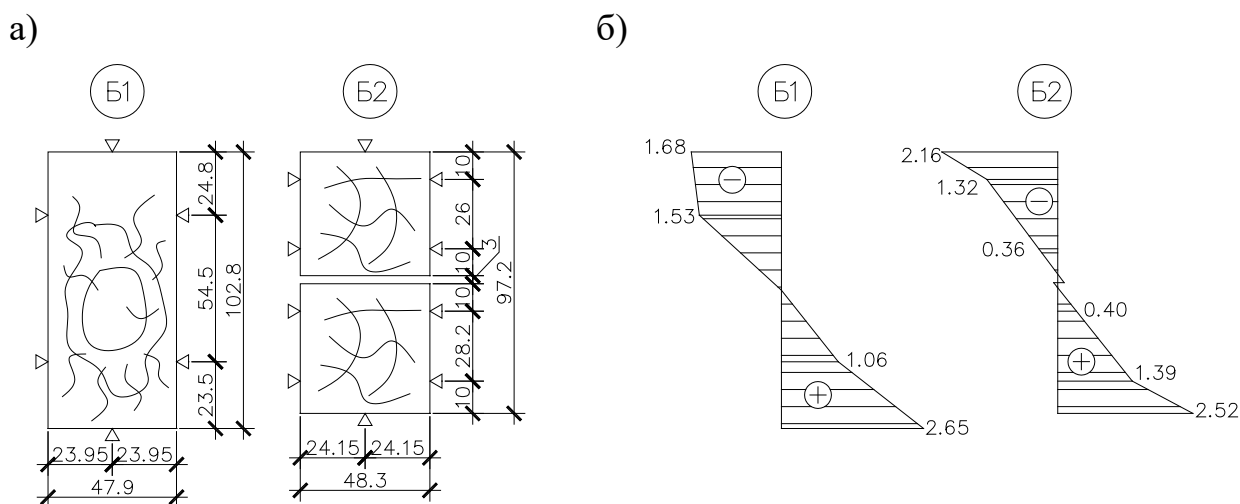


Рисунок 4 – Схема расстановки тензорезисторов (а), распределение нормальных напряжений (в МПа) по высоте поперечного сечения при нагрузке  $F = 1.0\text{кН}$  (б)

Величину нормальных напряжений по высоте поперечного сечения балок определяли по формуле:

$$\sigma = \varepsilon \times E_0, \quad (1)$$

где  $\varepsilon$  – относительные деформации;

$E_0$  – модуль упругости древесины вдоль волокон.

Модуль упругости древесины вдоль волокон определялся по результатам испытания балки цельного сечения (Б1) по формуле:

$$E_0 = \frac{23 \times \Delta F \times l_d^3}{108 \times b \times h^3 \times \Delta u_{\text{ср}}}, \quad (2)$$

где  $\Delta F$  – приращение нагрузки, кН;

$l_d$  – расстояние между центрами опор, см;

$b$  и  $h$  – ширина и высота балки соответственно, см;

$\Delta u_{\text{ср}}$  – среднее арифметическое значение приращения прогиба в середине пролета, см.

### Анализ результатов экспериментальных исследований

Распределение нормальных напряжений по высоте поперечного сечения испытанных балок показывает, что на первой ступени приложения нагрузки балка Б2 работает как элемент цельного сечения. На последующих этапах в балке Б2 в крайних волокнах верхнего бруска, близких к нейтральной оси, появляются растягивающие напряжения, т. е. балка работает как составной элемент. Характер распределения нормальных напряжений по высоте сечения балок на последней ступени нагружения представлен на рисунке 4(б).

Значение коэффициента  $K_w$ , учитывающего уменьшения момента сопротивления поперечного сечения за счет податливости нагельных пластин, определяли по формуле:

$$K_w = \sigma / \sigma_{\text{ef}}, \quad (3)$$

где  $\sigma = (|\sigma_o| + |\sigma_t|) / 2$  – среднее арифметическое максимальных напряжений сжатия и растяжения в сечении цельного элемента;

$\sigma_{ef} = (|\sigma_o| + |\sigma_t|) / 2$  – среднее арифметическое максимальных напряжений сжатия и растяжения в сечении составного элемента.

Используя данные (рисунок 4,б), получаем значения  $K_w = 0.93$ , что больше нормируемой величины  $K_w = 0.70$  (таблица 7.3 [10]).

Из графиков на рисунке 5 следует, что нарастание прогибов происходило практически равномерно в прямой зависимости от нагрузки.

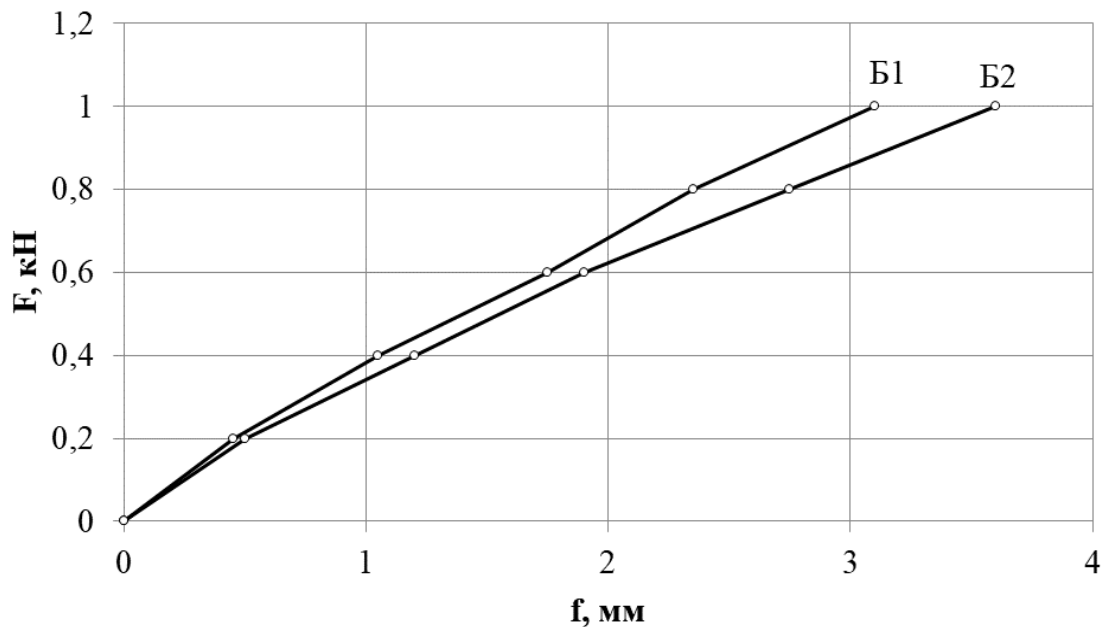


Рисунок 5 – Зависимость деформаций балок в середине пролета от нагрузки

Значение коэффициента  $K_i$ , учитывающего уменьшение момента инерции поперечного сечения за счет податливости нагельных пластин, определяли по формуле:

$$K_i = f / f_{ef}, \quad (4)$$

где  $f$  и  $f_{ef}$  – максимальные прогибы в середине пролета балки цельного и составного сечения соответственно.

Значение сечения  $K_i = 0.86$ , что значительно больше нормируемой величины (таблица 7.3 [10]).

Сравнительный анализ графика зависимости деформаций от нагрузки балки Б2 и балок составного сечения с соединениями, например, на гвоздях и винтах [11], показал, что конструкции с соединениями на нагельных пластинах имеют большую жесткость, очевидно, из-за увеличения количества связей на сдвиг на одной и той же площади крепления.

Деформации сдвига брусков относительно друг друга для балки составного сечения составили 0.05 мм, что значительно ниже нормируемой величины 1.5 мм [12].

### Заключение

Проведенные испытания показали, что деревянные балки составного по высоте сечения на нагельных пластинах могут конкурировать с составными балками на других видах дискретных связей. Полученные величины коэффициента  $K_w$  к моменту сопротивления поперечного сечения и  $K_i$  к моменту инерции поперечного сечения значительно больше нормируемых величин. Выпол-

ненные экспериментальные исследования поставили ряд задач для дальнейшей работы, а именно:

- изучение влияния шага расстановки нагельных пластин по длине балки на ее несущую способность и деформативность;
- проведение испытаний балок на действие кратковременных нагрузок до их разрушения;
- проведение испытаний балок на действие длительных нагрузок.

#### **Список цитированных источников**

1. Гётц, К.-Г. Атлас деревянных конструкций / К.-Г. Гётц, Д. Хоор, К. Мёлер, Ю. Наттерер; пер. с нем. Н.И. Александровой; под ред. В.В. Ермолова. – М.: Стройиздат, 1985. – 272 с.
2. Римшин, В.И. Соединения элементов деревянных конструкций на шпонках и шайбах / В.И. Римшин [и др.] // Вестник МГСУ, 2016. – С. 35 – 50.
3. Зотова, И.М. Жестокость и прочность деревянных клееных балок с наклонно вклеенными стержнями / И.М. Зотова // Исследования в области деревянных конструкций: сб. науч. тр. / ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко: под ред. Л.М. Ковальчука. – М., 1985. – С. 74-82.
4. Линьков, В.И. Исследование конструкции составной балки их цельной древесины / В.И. Линьков // Разработка и совершенствование деревянных конструкций: сб. науч. тр. / ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко: под ред. С.Б. Турковского. – М., 1989. – С. 54-59.
5. Пискунов, Ю.В. Несущие деревянные конструкции с соединениями на нагельных пластинах и элементах / Ю.В. Пискунов // Изв. вузов. Строительство и архитектура. – 1988. – № 6. – С. 13–17.
6. Конструкции из дерева и пластмасс: учеб. для вузов / Ю.В. Слицкоухов [и др.]; под ред. Г.Г. Карлсена и Ю.В. Слицкоухова. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1986. – 543 с.
7. Рекомендации по проектированию и изготовлению деревянных конструкций с соединениями на пластинах с цилиндрическими нагельями (системы КирПИ – ЦНИИСК) / ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко. – М.: 1988. – 77 с.
8. Соединения на зубчатых и нагельных пластинах // [электронный ресурс]. – 2015. – Режим доступа: <http://gardenweb.ru/soedineniya-na-zubchatykh-i-nagelnykh-plastinakh> – Дата доступа: 06.03.2019.
9. Жук, В.В. Исследование соединений деревянных элементов на нагельных пластинах при кратковременном действии нагрузки / В.В. Жук, А.В. Антипорович // Вестник БрГТУ. – 2019. – N1<sub>(114)</sub>: Строительство и архитектура. – С. 63-66.
10. Технический кодекс установившейся практики. Деревянные конструкции. Строительные нормы проектирования. ТКП 45–5.05–146-2009(02250). – Введ. 01.01.2010. – Минск: Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь, 2009. – 63 с.
11. Жук, В.В. Способы повышения несущей способности деревянных чердачных перекрытий / В.В. Жук // Актуальные проблемы инновационной подготовки инженерных кадров при переходе строительной отрасли на европейские стандарты: сб. Междунар. науч.-техн. статей (матер. науч.-метод. конф.), Минск, 26-27 мая 2015 г. / БНТУ; редкол.: В.Ф. Зверев, С.М. Коледа. – Минск: БНТУ, 2015. – С. 89-95.
12. Рекомендации по испытанию соединений деревянных конструкций. – М.: Стройиздат, 1980. – 40 с.

## МКЭ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ИЗ ОЦИНКОВАННЫХ ХОЛОДНОГНУТЫХ ПРОФИЛЕЙ ОТКРЫТОГО СЕЧЕНИЯ ТИПА «СИГМА»

И. В. Зинкевич, А. Ю. Юзвенко

### Аннотация

Проектирование тонкостенных стальных конструкций в соответствии с ТКП EN 1993-1 предполагает возможность использования конечно-элементного анализа. При этом модели и средства для анализа должны давать результаты, адекватно отражающие работу конструкции.

В статье приводится описание конечно-элементных моделей для изгибаемых элементов из тонкостенных профилей типа «Сигма» и дано сопоставление основных результатов с другими методиками и экспериментальными данными.

### Abstract

The design of thin-walled steel structures in accordance with ТКП EN 1993-1 suggests the possibility of using finite element analysis. At the same time, models and tools for analysis should give results that adequately reflect the work of the structure.

The article describes the finite-element models for bending elements from thin-walled «Sigma» profiles and compares the main results with other methods and experimental data.

**Введение.** Для многих типов сечений тонкостенных холодногнутох профилей отсутствуют или недостаточно проработаны упрощенные модели для проверки их прочности и устойчивости. В этих случаях нормами [2] рекомендуется производить проектирование на основе испытаний, что требует достаточно длительного промежутка времени и средств. Альтернативой проектированию на основе испытаний представляется моделирование и расчет элементов таких профилей на основе метода конечных элементов (МКЭ). В то же время подчеркивается, например, в [1], что адекватность таких моделей должна быть проверена экспериментально. Такие задачи должны решаться в геометрически нелинейной постановке и, если требуется, с учетом физической нелинейности работы материала и несовершенств.

**Моделирование тонкостенных изгибаемых элементов.** Для моделирования и статического анализа использовался NxNASTRAN с графической оболочкой Femap v.11.4.1 [3]. Рассматривалась задача устойчивости плоской формы изгиба трехпролетного ригеля из профиля  $\Sigma$  145x50x3. Граничные условия моделировались приближенно к действительным условиям работы ригеля в конструкции. Это имеет важное значение не только с точки зрения напряженно-деформированного состояния элемента в целом, но и в случае решения задачи в физически нелинейной постановке крепление конструкции в одном узле приводит к высокой концентрации напряжений в локальной зоне и раннему выходу из строя всей модели.

Моделирование ригеля производилось оболочечными конечными элементами типа «plate», этот тип элементов является предпочтительным для моделирования тонкостенных конструкций, так как позволяет автоматически учитывать все проявления потери местной устойчивости пластин ригеля и формы сечения. Задачи решались в нелинейной постановке. На рисунке 1 показана конечно-элементная модель части ригеля с имитацией крепления его болтами. Граничные условия создавались ограничением перемещений по узлам сетки конечных элементов на границе отверстий для крепежных болтов. Расчеты производились в несколько этапов. На первом этапе расчет производился в линейной упругой постановке. Нагрузка принималась равной расчетной и моделировалась системой сосредоточенных сил в местах ее приложения.

Анализ результатов расчета показал, что ригель изначально испытывает при изгибе деформации закручивания. Это объясняется несовпадением точки приложения равнодействующих сил от внешней нагрузки с центром изгиба сечения.

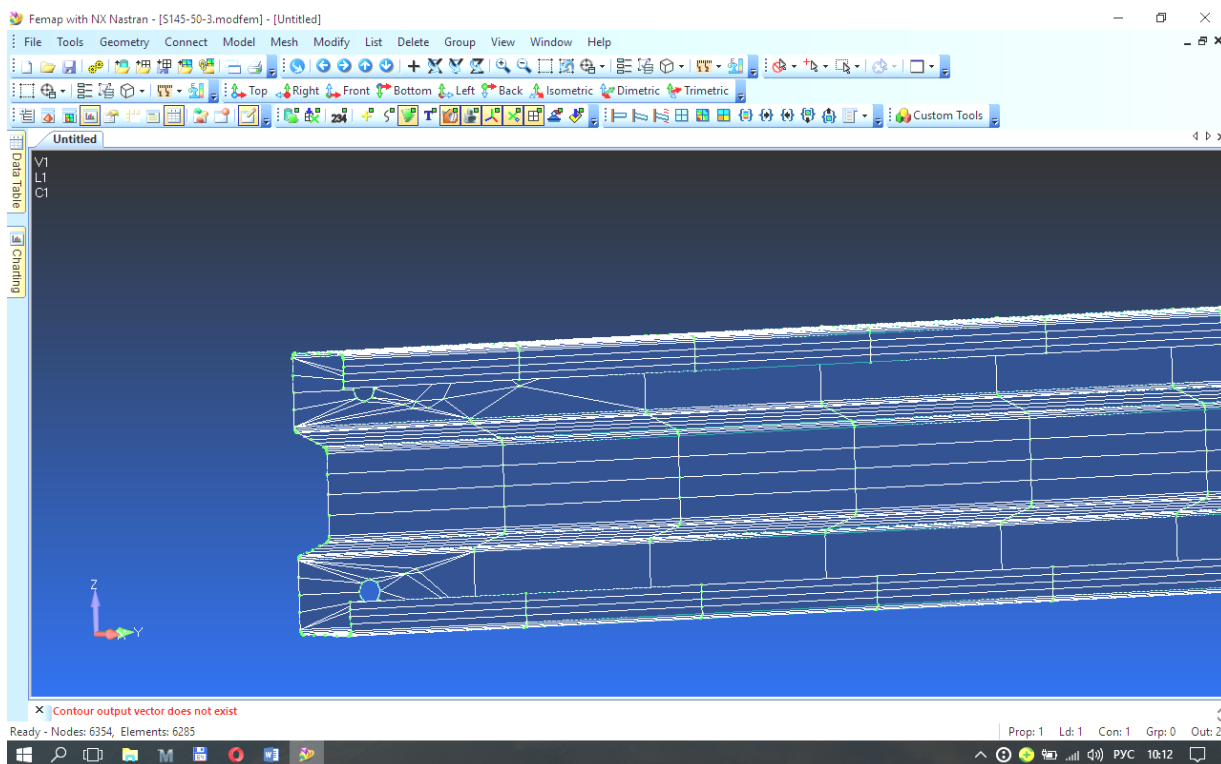


Рисунок 1 – Конечно-элементная модель ригеля с имитацией крепления его болтами

На втором этапе производился анализ упругой устойчивости ригеля (buckling). На рисунке 2. показана первая форма потери устойчивости.

Из рисунка видно, что потеря устойчивости происходит по изгибно-крутильной форме, как и следовало ожидать.

Практический интерес представляет нижняя, первая форма потери устойчивости. Как видно из рисунка 2, она происходит при величине коэффициента к внешней нагрузке (Eigenvalue), равном 1.11, при удвоенном значении нагрузки. Что соответствует изгибающему моменту в крайнем пролете ригеля, равному  $M_{cr}=10.834 \text{ кН/м}$ .

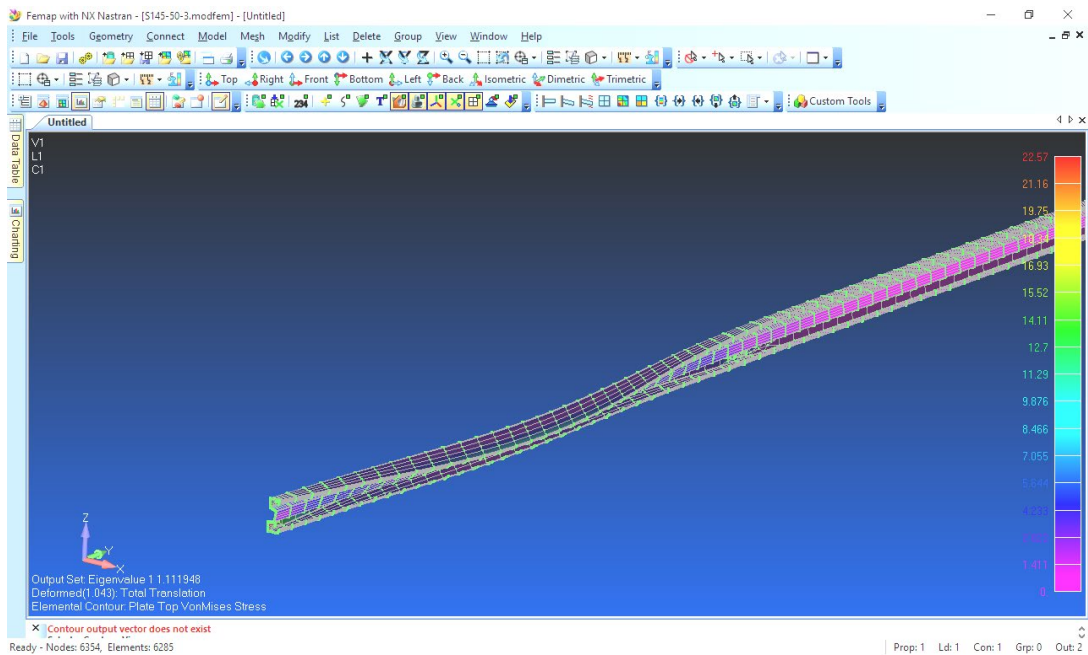


Рисунок 2 – Первая форма потери устойчивости ригеля

Отметим, что рекомендованная в [1] методика определения упругого критического момента дает величину критического изгибающего момента при условии шарнирных промежуточных опор  $M_{cr}=7.69кН/м$ , при ограничении поворота на первой промежуточной опоре -  $M_{cr}=12.31кН/м$ .

На третьем этапе производился расчет модели ригеля с учетом геометрической и физической нелинейности.

На рисунке 3 приведены графики перемещений нижнего узла в середине крайнего пролета ригеля в вертикальной и горизонтальной плоскостях, полученные в Femap.

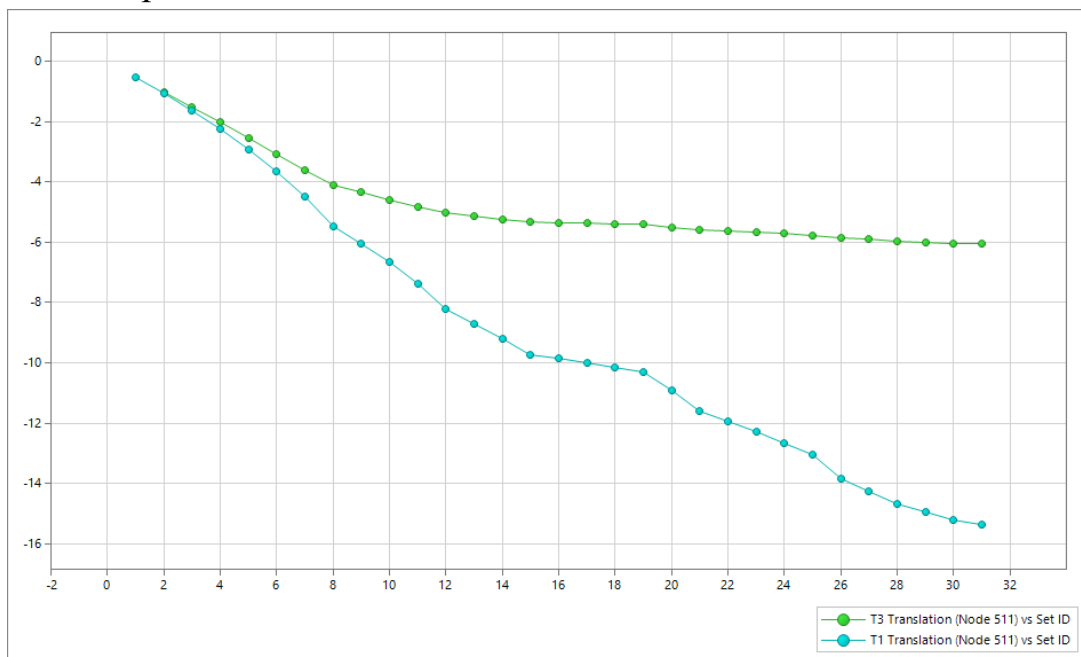


Рисунок 3 – Перемещения нижнего узла в середине крайнего пролета при нелинейном расчете (T3 – вертикальные; T1- горизонтальные)

Исчерпание несущей способности ригеля наступило при коэффициенте 0.633 к удвоенной нагрузке. Это соответствует изгибающему моменту в крайнем пролете ригеля, равному  $M_b=6.18 \text{ кН/м}$ .

### Исследование изгибно-крутильной формы потери устойчивости

Для определения предельного изгибающего момента при изгибно-крутильной форме потери устойчивости используется методика, изложенная в EN1993-1-1[1]. При этом для вычисления понижающего коэффициента  $c_{LT}$  необходимо определить упругий критический момент. Обычно для этого используются уточненные методики, приведенные в британских документах SN003a и SN030a [4].

Отметим, что первый документ используется для балок с двумя осями симметрии, а второй с одной вертикальной осью симметрии. Рассматриваемые в работе профили таким условиям не удовлетворяют.

Для проверки устойчивости балок были созданы две конечно-элементные однопролетные модели. Для профилей  $\Sigma 145 \times 50 \times 3$  и  $\Sigma 180 \times 70 \times 2.5$  (рисунок 4).

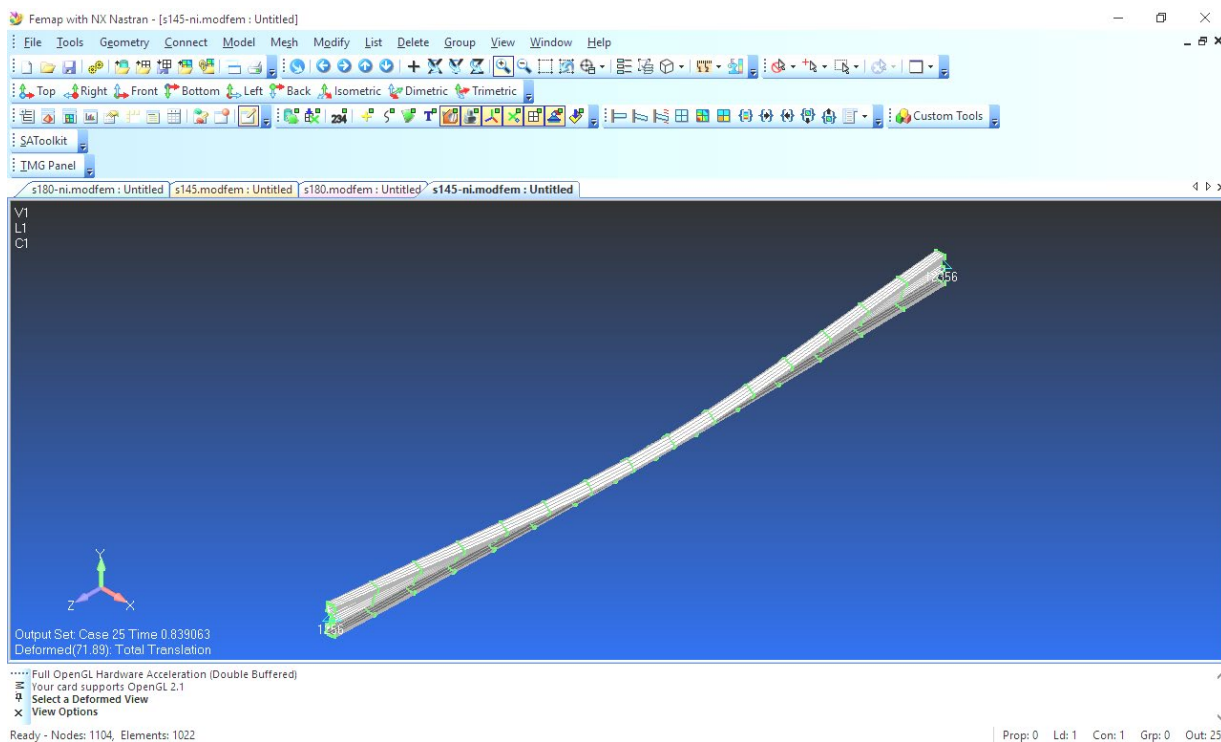


Рисунок 4 – Модель для профиля  $S145 \times 50 \times 3$

Для создания идеальных граничных условий использовались конечные элементы типа «rigid», которые объединяли узлы по торцам ригелей с мастер – узлами. Полученные значения упругих критических моментов составили соответственно 6.47 кН\*м и 7.36 кН\*м.

Для уточнения расчета были разработаны модели ригелей с учетом погиби их из плоскости изгиба. Величина погиби принималась по действующим документам, учитывающим максимальные искривления стальных балок, равной 1/750 пролета. Продольная ось элемента принималась по дуге окружности. Полученные значения предельных моментов составили соответственно 5.43 кН\*м и 6.42 кН\*м.



Полученные результаты численного моделирования сопоставлялись с результатами экспериментальных исследований, проведенных в испытательном корпусе БрГТУ, и расчетов по другим методикам. Основные результаты показаны в таблице 1.

ТАБЛИЦА 1 – АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ ИЗГИБНО-КРУТИЛЬНОЙ ФОРМЫ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ

Обозн.	Изм.	$\Sigma 140 \times 50 \times 3$	$\Sigma 180 \times 70 \times 2.5$	Примечание
$F_y$	МПа	360	360	Предел текучести
$M_{Rd,e}$	кН*м	12.11	17.89	Предельный упругий момент
$M_{Rd,pl}$	кН*м	15.08	21.56	Предельный пластический момент
$M_{cr}$	кН*м	6.13	7.45	Упругий критический момент по SN003a
$\lambda_{LT}$		1.5	1.55	Приведенная гибкость по EN 1993-1-1
$c_{LT}$		0.315	0.3	К-т снижения прочности по EN 1993-1-1
$M_{LT,Rd}$	кН*м	3.81	5.35	Предельный момент
<b>Численное моделирование Femap - Nastran</b>				
$M_{cr}$	кН*м	6.47	7.36	Упругий критический момент
a	мм	4.29	5.17	Погиб из плоскости в середине L/750
$M_{LT,Rd}$	кН*м	5.43	6.42	Предельный момент
<b>Эксперимент</b>				
$M_{Rd}$	кН*м	-	24.86	Предельный момент

**Выводы.** Разработаны конечноэлементные модели применительно к Femap (Nastran) с учетом геометрической, физической нелинейности и начальных несовершенств, позволяющие численно исследовать изгиб тонкостенных холодногнутой стержней.

Упругий критический момент, определенный по методике SN003a, для симметричных сечений достаточно хорошо совпадает с результатами численных моделей.

Теоретические предельные моменты при потере устойчивости по изгибно-крутильной форме на 20-40% ниже моментов, определенных при численном моделировании с учетом нелинейностей и несовершенств.

Экспериментальный момент сильно отличается от теоретических. Это может быть объяснено удерживающим влиянием приспособлений для нагружения за счет сил трения.

#### Список использованных источников

1. Технический кодекс установившейся практики. Еврокод 3. Проектирование стальных конструкций Ч. 1-1. Общие правила и правила для зданий : ТКП EN 1993-1-1-2009\*. – Минск : Министерство архитектуры и строительства РБ, 2015. – 88 с
2. Технический кодекс установившейся практики. Еврокод 3. Проектирование стальных конструкций Ч. 1-3. Общие правила. Дополнительные правила для холодноформованных элементов и профилированных листов: ТКП EN 1993-1-3-2009. – Минск: Министерство архитектуры и строительства РБ, 2010. – 114 с.
3. FEMAP user guide. Version 10.3. – Siemens PLM Inc., 2011 – 337 p.
4. NCCI: Elastic critical moment for lateral torsional buckling. SN003a-EN-EU.

## К ВОПРОСУ МОДЕЛИРОВАНИЯ МОНОЛИТНОГО ЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО РЕБРИСТОГО ПЕРЕКРЫТИЯ С БАЛОЧНЫМИ ПЛИТАМИ

И. В. Зинкевич, П. В. Кривицкий, Д. Н. Кузьмич, А. А. Невдах

**Введение.** Впервые в 1892 г. французским инженером Ф. Геннебиком (F. Hennebique) была предложена новая система конструкций – монолитное ребристое перекрытие. В отличие от других систем (Меллера, Кенена, Хербста, Сейгварта, Визинтини) [1] перекрытие Ф. Геннебика представляло собой плиту, жестко связанную с системой перекрестных балок (второстепенных и главных), опирающихся на колонны. Продольное рабочее армирование балок осуществлялось отдельными стержнями круглого профиля с отгибами под  $45^\circ$ , выполненными с приближением от пролета к опорам. В качестве поперечного распределительного армирования использовались хомуты из плоского листа (полосы), охватывавшие один или несколько стержней рабочего армирования. Применение в балках хомутов для восприятия поперечных усилий впервые в практику ввел Ф. Геннебик.

**Основные расчетные положения.** В СССР в конце 1950-х гг. широкое распространение для расчета статически неопределимых изгибаемых элементов (балок и плит) получил метод предельного равновесия. В рамках данного метода учитывается перераспределение внутренних усилий за счет образования в конструкциях пластических шарниров.

Традиционно расчет монолитного ребристого перекрытия с балочными плитами производится путем деления его на отдельные элементы – многопролётные неразрезные балки (балочные плиты, второстепенные и главные балки). Применение метода предельного равновесия для расчета элементов перекрытия регламентируется требованиями его компоновки:

- пролеты балочных плит не должны отличаться друг от друга более чем на 20%;

- пролеты второстепенных и главных балок не должны отличаться друг от друга более чем на 10%;

- к балочным относятся плиты при соотношении длинной стороны к короткой  $l_1/l_2 \geq 2$ .

Распределение внутренних усилий (изгибающих моментов) в конструктивных элементах ребристого перекрытия зависит от расположения пролета по длине конструкции и вида закрепления опор:

- в крайнем пролете и на первой промежуточной опоре (при шарнирном опирании балки на крайнюю опору):

$$M = \pm \frac{q \cdot l_{кр}^2}{11},$$

где  $l_{кр}$  – расчетная длина крайнего пролета;

- в средних промежуточных пролетах и опорах:

$$M = \pm \frac{q \cdot l_{cp}^2}{16},$$

где  $l_{cp}$  – расчетная длина среднего пролета;

При этом для балочных плит, «окамененных» по периметру балками, допускается уменьшать величину изгибающих моментов на 20% (метод предельного равновесия без учета распора) при условии  $h_{пл.}/l_{расч.пл.} \geq 1/30$ .

Следует отметить, что второстепенные балки для балочных плит, а главные балки для второстепенных, в расчетах рассматриваются как несмещаемые опоры, и учет пространственной работы не производится. По мнению исследователей [2], данный факт в полной мере не учитывает совместную работу элементов перекрытия и работу его в целом.

**Расчетные модели перекрытия.** В качестве объекта исследования было рассмотрено монолитное ребристое перекрытие с балочными плитами с размерами в плане 16,2x36 м с сеткой осей 5,4x7,2 м. Плита перекрытия принималась толщиной 70 мм. Второстепенные балки располагались поперек перекрытия с шагом 1,8 м с размерами поперечного сечения 20x40(h) см. Вдоль перекрытия с шагом 5,4 м рассматривались главные балки прямоугольного поперечного сечения 30x70(h) см. По периметру здания опорами перекрытия выступали стены, а качестве промежуточных опор – колонны квадратного сечения с размерами 40x40 см. Расчет перекрытия производился на равномерное загрузение плиты распределённой нагрузкой величиной 10 кПа.

Расчет элементов перекрытия производился при помощи вычислительных комплексов «Sofistik» и «Robot Structural Analysis» («RSA»).

В комплексе Sofistik моделирование второстепенных и главных балок производилось при помощи специальных «T-Beam» элементов, которые, согласно предположению разработчиков комплекса, должны способствовать наиболее адекватному моделированию ребристых железобетонных перекрытий. Плита перекрытия моделировалась конечными элементами типа «оболочка». Разбивка сетки конечных элементов производилась автоматически с наибольшим размером конечных элементов -0.3 м. Стены и промежуточные колонны моделировались в виде жестких опор. Конечно-элементная модель представлена на рисунке 1.

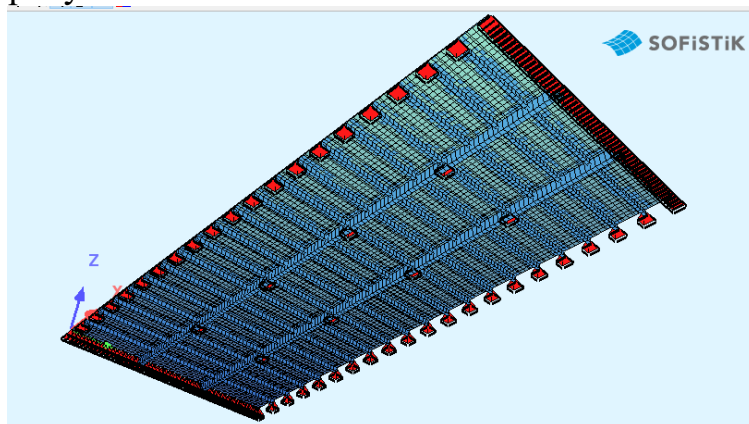


Рисунок 1 – Конечно-элементная модель перекрытия (БК «Sofistik»)

Распределение изгибающих моментов в плите по результатам статического расчета в ВК «Sofistik» представлено на рисунке 2. Эпюры изгибающих моментов главных и второстепенных балок показаны на рисунке 3.

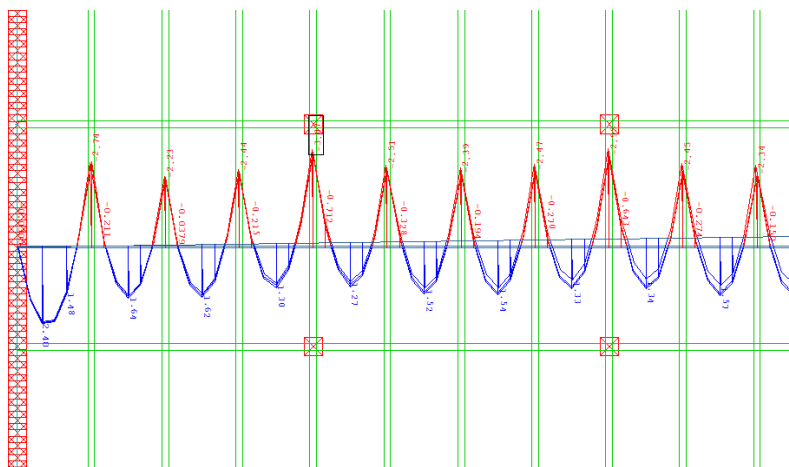


Рисунок 2 – Распределение изгибающих моментов в балочной плите

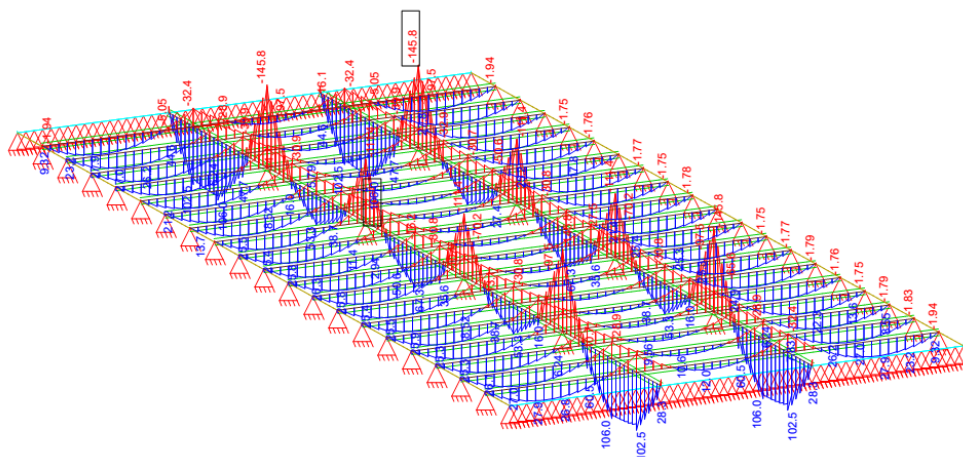


Рисунок 3 – Эпюры изгибающих моментов в балках (ВК «Sofistik»)

Следует отметить, что принятая модель с привязкой центра плиты к центру полки «T-Beam» элементов приводит к появлению в балках продольных сил.

В ВК «Robot Structural Analysis» («RSA») рассматривались две модели. В первой модели плита располагалась по осям балок, во второй – со смещением и выравниванием по верхней грани балок. Балки моделировались стержневыми элементами прямоугольного сечения. Изгибающие моменты в сечениях плиты и в балках представлены на рисунке 4 и 5 соответственно.

Необходимо обратить внимание, что модель 1 более близка к классическому представлению распределения усилий в перекрытии. Продольные силы в балках при этом отсутствуют. В модели № 2 распределение моментов качественно схоже. Однако имеет место уменьшение и моментов в балках и появление в них продольных сил.

Также следует отметить неодинаковые значения моментов в пролетах плиты с увеличением у второстепенных балок, приходящихся на колонны. А также во второстепенных балках с увеличением у балок, приходящихся на колонны.

Рисунок 4 – Изгибающие моменты в плите модель 1 (RSA)

Рисунок 5 – Изгибающие моменты в балках, модель 1 (RSA)

В таблицах 1, 2, 3 приведены результаты сравнительного анализа изгибающих моментов, вычисленных теоретически в упругой стадии и с распределением и при помощи программных комплексов в упругой стадии.

Таблица 1 – Значения изгибающих моментов в плите перекрытия

Значения изгибающих моментов	В крайнем пролете	На крайней опоре	В среднем пролете	На средней опоре
Теоретические в упругой стадии	2.527	-3.402	1.35	-2.7
Теоретические с перераспределением	2.945	-2.945	2.025	-2.025
Sofistik	2.48	-2.74	1.30 (1.62)	-3.01 (-2.39)
Robot	2.81	-1.75	1.96 (1.03)	-2.29 (-3.40)
Robot с выравниванием балок по плите	2.52	-2.64	1.66 (1.47)	-2.29 (-3.24)

Примечание: значения в скобках соответствуют плитам у второстепенных балок, проходящих на колонны

Таблица 2 – Значения изгибающих моментов во второстепенной балке

Значения изгибающих моментов	В крайнем пролете	На первой опоре	В среднем пролете
Теоретические в упругой стадии	41.99	-52.49	13.12
Теоретические с перераспределением	47.72	-47.72	17.9
Sofistik	25.3	-30.8	8.7
Robot	40.11	-49.8	15.21
Robot с выравниванием балок по плите	16.3	-23.6	8.6

Таблица 3 – Значения изгибающих моментов в главной балке

Значения изгибающих моментов	В крайнем пролете	На крайней опоре	В среднем пролете	На средней опоре
Теоретические в упругой стадии	218.35	-293.9	92.37 (128.8)	-221.15
Теоретические с перераспределением	254.2	-254.2	174.9	-174.9
Sofistik	102.5	-145.8	53.3 (67.3)	-111.4
Robot	226.06	-303.5	112.3 (148.7)	-226
Robot с выравниванием балок по плите	105.2	-188.7	68.25 (75.3)	-140.3

*Примечание: значения в скобках приведены для 3 и 4 пролетов главной балки*

### Выводы

1. По результатам сравнительного анализа выявлено значительное расхождение в значениях изгибающих моментов, полученных по вычислительным комплексам и теоретически: в балочных плитах – 8÷94%, во второстепенных балках – 2÷59%, в главных балках – 7÷52%.

2. Модели, наиболее визуально близкие к конструкции перекрытия, могут не всегда адекватно соответствовать действительной работе конструкции.

3. В моделях со смещением плиты с верхней гранью балок и использованием «Т-Beam» элементов наблюдается существенное снижение изгибающих моментов в балках и возникновение в них продольных усилий

4. Вопрос моделирования балочных железобетонных перекрытий требует дальнейшего изучения.

### Список использованных источников

1. Альберт, Ф. Железобетонные сооружения. Краткое общедоступное руководство / Ф. Альберт // Издание Г.В. Гольстена. – СПб, 1910. – С. 128.

2. Карабанов, Б.В. Пространственный расчет монолитных ребристых перекрытий / Б.В. Карабанов // Стройиздат . – 1992. – № 3 : Бетон и железобетон. – С. 25-27.

## ОСОБЕННОСТИ ИНЖЕНЕРНО-ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗЫСКАНИЙ ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ В СТРОИТЕЛЬСТВЕ

С. Н. Кандыбо, Л. Ф. Зуева

BIM (building Information Modeling) is a new approach to the design, construction, upkeep of buildings. The article substantiates the necessity of implementing BIM technology integrated with software and up-to-date survey techniques and digital terrain models development.

Key words: IT modeling, computer-aided designing, building, digital terrain model, topographic survey, laser scanning, CREDO.

**Введение.** BIM (Building Information Modeling / Информационное моделирование) – это подход к полному комплексу работ по созданию любого объекта строительства и дальнейшего его сопровождения в едином информационном поле (модели). Информационное моделирование управляет жизненным циклом объекта на всех этапах его существования. Основным отличием BIM от прочих видов проектирования является сбор и комплексная обработка всей архитектурно-конструкторской, технологической, экономической, эксплуатационной и прочей информации об объекте строительства в единой среде (BIM-модели). При этом все элементы модели являются взаимосвязанными и взаимозависимыми, что, по сути, наделяет модель фактором реалистичности (приближенности реальной ситуации). В основе технологии информационного моделирования лежат разработка и использование информационной модели объекта, которая возникает на ранних этапах инвестиционно-строительного проекта, развивается по ходу реализации проекта, пополняется информацией, которая используется различными участниками проекта в зависимости от их ролей и решаемых задач.

Активное внедрение BIM-технологий в крупные инновационные проекты в Российской Федерации началось с подписания Минстроем России приказа об утверждении плана поэтапного внедрения технологий информационного моделирования в области промышленного и гражданского строительства от 29 декабря 2014 года и разработки ряда нормативных документов (свода правил СП), регламентирующих требования к информационным моделям объектов массового строительства и их разработке на различных стадиях жизненного цикла [1].

В Республике Беларусь переход на технологии цифрового моделирования в строительстве только начался. Разработаны нормативные документы, определяющие технические условия для внедрения информационного моделирования зданий [2], создается государственная информационная система «Госстройпортал» [4]. Так, специалисты РУП «Белстройцентр» разрабатывают подсистему «Библиотека базовых элементов», которая будет поддерживать многоплатформенность программных продуктов, т. е. позволит размещать базовые элементы, разработанные в BIM-программах различных разработчиков (Autodesk, Graphisoft, Нанософт, Tekla и др.), а также базовые элементы в IFC формате.

Основой для BIM-технологий является качественная цифровая модель местности (ЦММ), включающая цифровую модель ситуации (ЦМС) и цифровую модель рельефа (ЦМР), которые создают в процессе инженерно-геодезических изысканий.

Однако в зарубежной идеологии информационного моделирования этап инженерных изысканий скрыт в этапе «Проектирование» и, как правило, не освещается в литературе и нормативных документах. Хотя в последних зарубежных публикациях и материалах подчеркивается важность инженерных изысканий на этапе проектирования, геодезического обеспечения строительно-монтажных работ и эксплуатации зданий и сооружений [4,5].

Таким образом, цифровая модель местности (ЦММ) инженерного назначения является одной из важных составляющих информационной модели объекта и проходит сквозь весь жизненный цикл:

1. ЦММ (либо ее фрагменты) являются основой для проектирования объекта строительства (начальный этап жизненного цикла);
2. ЦММ активно актуализируется на стадии инженерных изысканий;
3. ЦММ непрерывно изменяется в процессе строительства объекта, что должно оперативно фиксироваться исполнительными геодезическими съемками;
4. В процессе эксплуатации объекта ЦММ регулярно актуализируется.

**Требования к точности создания геодезической съемочной основы и ЦММ.** При использовании BIM технологий в строительстве созданная на этапе изысканий ЦММ актуализируется в процессе всего жизненного цикла здания. Точность ее создания зависит от используемого метода топографической съемки (тахеометрическая съемка электронными тахеометрами, лазерное сканирование, гибридные технологии), а также от точности и метода создания геодезической планово-высотной основы.

Как правило, планово-высотное съемочное обоснование, создаваемое на этапе инженерно-геодезических изысканий, ниже по точности и плотности, чем геодезическая разбивочная основа, создаваемая для строительства. Поэтому на этапе строительства геодезическая разбивочная основа создается заново как с использованием традиционных методов построения (триангуляция, линейно-угловые сети в виде рядов и типовых фигур, полигонометрические ходы и полигоны, в том числе с включением пунктов красных линий застройки и др.), так и с применением спутниковых технологий. Проанализируем требования, изложенные в нормативных документах, к точности создания планово-высотной съемочной основы при выполнении инженерно-геодезических изысканий и разбивочной основы строительной площадки.

В настоящее время выполнение инженерных изысканий в строительстве регламентируется устаревшим СНБ 1.02.01–96 «Инженерные изыскания для строительства» [6], согласно которому средняя погрешность положения точек плановой съемочной сети относительно пунктов опорной геодезической сети не должна превышать 0,1 мм в масштабе создаваемых планов на открытой местности и на застроенной территории и 0,15 мм - на местности, закрытой древесной и кустарниковой растительностью. Таким образом, для топографического плана масштаба 1:500 с учетом коэффициента перехода от средних погрешностей к сред-



ним квадратическим погрешностям (СКП) имеем: для застроенной территории  $m = 1,25\sigma = 1,25 * 0,05 = 0,06$  м, для незастроенной территории  $m = 1,25\sigma = 1,25 * 0,075 = 0,09$  м. В тексте проекта ТКП «Инженерные изыскания для строительства. Основные требования» разработанного взамен [6] (в настоящее время находится на утверждении в Министерстве архитектуры и строительства Республики Беларусь), требования к точности плановой съемочной основы не изменились, но сформулированы более четко. Так, согласно табл. 5.9, СКП планового положения пунктов съемочной сети составляют: для плана масштаба 1:500 - 0,08 м и 0,10 м; для плана масштаба 1:200 - 0,05 м и 0,05 м для застроенной территории и незастроенной территории соответственно. Согласно табл. 5.11 СКП определения высот пунктов съемочной сети относительно исходных пунктов не должны превышать: 0,12 м, 0,06 м и 0,03 м для топографических съемок с высотой сечения рельефа  $h=1$  м (и более),  $h=0,5$  м и  $h=0,25$  м соответственно.

Развитие съемочных сетей выполняется спутниковыми методами, а также теодолитными ходами (или заменяющими их по точности микротриангуляцией, трилатерацией, прямыми, обратными и комбинированными засечками, а также, сочетанием различных методов) и ходов геометрического и тригонометрического нивелирования. Наиболее часто координаты и высоты пунктов съемочной геодезической сети определяются методом спутниковых геодезических определений от постоянно действующих пунктов (ПДП) системы точного позиционирования Республики Беларусь (ССТП) в статическом режиме или в режиме реального времени (RTK). СКП определения координат точек с использованием ССТП в режиме постобработки составляет  $\pm 1$  см в плане и  $\pm 2$  см по высоте при времени наблюдений 1 час в статическом режиме; в режиме RTK –  $\pm 2$  см в плане и  $\pm 3$  см по высоте, что соответствует требованиям [6], для создания инженерных топографических планов масштаба 1:500 с высотой сечения рельефа 0,5 м.

Основное требование при создании разбивочных сетей – необходимая точность для выноса сооружения на местность.

При развитии геодезических разбивочных сетей для исключения влияния погрешностей существующей государственной или местной геодезической сети следует использовать свободные построения, сохраняя при этом имеющуюся в данном районе систему координат и высот. Таким образом, при оценке точности разбивочных сетей используют не значения СКП относительно пунктов исходной сети, а СКП взаимного положения пунктов.

Допустимые средние квадратические погрешности измерений при создании разбивочной сети строительной площадки в зависимости от применяемых средств измерений принимают в соответствии с таблицей 1 [7].

Тогда согласно табл. 1 СКП взаимного положения пунктов разбивочной сети в плане не должны превышать  $\pm 10$  мм и  $\pm 25$  мм при расстоянии между пунктами 250 м и точности линейных измерений 1/25000 при точности линейных измерений 1/10000 соответственно. Точность взаимного положения пунктов плановых геодезических сетей на строительных площадках определяется с учетом допусков на разбивочные и строительные-монтажные работы и приводится в проекте производства геодезических работ (ППГР). Согласно требований [8] при строительстве зданий выше девяти этажей, а также других техниче-

ски сложных и крупных объектов составляется ППГР, в котором содержатся: схемы плановых и высотных геодезических сетей; схемы закрепления главных, основных и монтажных осей сооружений; краткое описание технологии выполнения геодезических работ с расчетами необходимой точности измерений при создании геодезических сетей и при детальном разбивочных работах, с обоснованием требуемого количества производственного персонала и приборов.

Таблица 1 - Допустимые СКП измерений при создании разбивочной сети

Объекты строительства	Допустимая средняя квадратическая погрешность		
	Угловые измерения	Линейные измерения	Превышения на 1 км хода, мм
Здания на участках площадью более 1 км <sup>2</sup> ; отдельно стоящие здания с площадью застройки более 100 000 м <sup>2</sup>	3"	1/25 000	4
Здания на участках площадью менее 1 км <sup>2</sup> ; отдельно стоящие здания (сооружения) с площадью застройки от 10 000 до 100 000 м <sup>2</sup>	5"	1/10 000	6
Отдельно стоящие здания (сооружения) с площадью застройки менее 10 000 м <sup>2</sup> ; дороги, инженерные сети в пределах застраиваемых территорий	10"	1/5 000	10
Дороги, инженерные сети вне застраиваемых территорий; земляные сооружения, в том числе вертикальная планировка	30"	1/2 000	15

Для расчета точности геодезических сетей используется формула, которая предусматривает двухэтапный переход от геодезической сети к детальным разбивкам:

$$\left(\frac{m_l}{L_r}\right)^2 = \frac{1}{8l^2} \left[ \delta^2 - 4 \left(1 - \frac{1}{n}\right) m_l^2 \right], \quad (1)$$

где  $\frac{m_l}{L_r}$  – относительная погрешность стороны геодезической сети;  $l$  – расстояние между смежными монтажными осями;  $\delta$  – допуск на межосевой размер;  $m_l$  – СКП (отложения) межосевого размера;  $n$  – количество пролетов между основными осями здания или вспомогательными пунктами.

Таким образом, при использовании ВМ технологий для уменьшения погрешностей при актуализации созданной на этапе изысканий ЦММ инженерного назначения рекомендуется следующее:

1. На этапе инженерно-геодезических изысканий согласовывать с организацией, создающей разбивочную основу на строительной площадке (заказчиком, застройщиком), методы создания сети планово-высотного обоснования, ее точность и методы закрепления пунктов, с целью использования их в дальнейшем для создания разбивочной основы строительной площадки.

2. Учитывая разные требования к точности съемочной и разбивочных сетей и невозможность их полного совмещения, необходимо предусмотреть на этапе изысканий закреплением нескольких (не менее двух пунктов) постоянными знаками (при условии их взаимной видимости) в соответствии с требованиями ТКП 45-1.03-313–2018 (02250) «Геодезические работы в строительстве. Основные положения». При создании свободной геодезической разбивочной сети использовать эти пункты в качестве исходных, с сохранением заданной системы координат и высот.

3. При использовании цифрового моделирования обязательно разрабатывать ППГР.

4. Требования к точности создания ЦММ различаются в зависимости от строящегося объекта, например, для площадного (здание или сооружение), линейного (автомобильные, железные дороги, путепроводы и др.).

Основной метод съемки для построения ЦММ инженерного назначения сегодня – топографическая съемка с использованием электронных тахеометров. За рубежом активно внедряются в практику инженерно-геодезических изысканий современные дистанционные технологии сбора и обработки пространственных данных: лазерное сканирование (воздушное, мобильное, наземное); различные виды аэросъемки с беспилотных летательных аппаратов (БПЛА); интегрированное (ГНСС+ Инерциальные Навигационные Системы (ИНС)). Анализ зарубежных публикаций показывает, что при использовании BIM-технологий лазерное сканирование является основным методом создания 3D-моделей объектов на этапах изысканий, строительства и эксплуатации зданий и сооружений [4, 5]. Особенно эффективно применение лазерного сканирования при выполнении исполнительных съемок (рис.1, 2). Актуализация исходной (проектной) BIM-модели объекта строительства также выполняется в программном обеспечении для BIM по фактическим данным лазерного сканирования. В Республике Беларусь сложность массового внедрения технологий лазерного сканирования в практику инженерно-геодезических работ связана с высокой стоимостью оборудования, большим периодом его окупаемости и недостаточной квалификацией исполнителей.

Для создания ЦММ используют различные программные продукты на пример, MicroSurvey CAD, AutoCAD Civil 3D, программы геодезической линейки комплекса КРЕДО и др. В настоящее время более 12000 производственных организаций, а также более 300 учебных заведений на территории СНГ используют программный комплекс КРЕДО (разработчик - компания Кредо-Диалог), состоящий из нескольких крупных систем и ряда дополнительных задач. Все системы объединены в единую технологическую цепочку обработки информации - от производства изысканий и проектирования до последующей эксплуатации объекта. Каждая из систем комплекса позволяет не только автоматизировать обработку информации в различных областях (инженерно-геодезические, инженерно-геологические изыскания, проектирование и другие), но и сформировать единое информационное пространство, описывающее исходное состояние территории (модели рельефа, ситуации, геологического строения) и проектные решения создаваемого объекта [8]. Использование различных модулей из состава комплекса КРЕДО позволяет оптимизировать процесс обработки инженерных изысканий и создания цифровых моделей для различных объектов промышленного, транспортного и гражданского строительства.



Рисунок 1 – Исполнительная съемка свайного поля

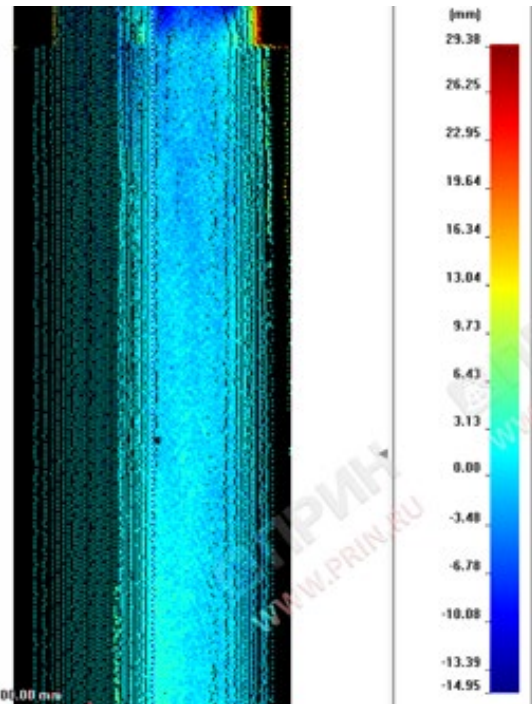


Рисунок 2 – Отклонение колонны от вертикали, мм

В программном комплексе КРЕДО работа с цифровыми моделями местности и проекта полностью соответствует идеологии, заложенной в технологии информационного моделирования. Все работы ведутся в единой информационной среде с обработкой данных, полученных при комплексных инженерных изысканиях (инженерно-геодезических, инженерно-геологических и экологических изысканиях, а также кадастровых и землеустроительных работах), и на их основе формируется цифровая модель проекта (рис. 3). Для оценки построенной цифровой модели местности можно использовать просмотр 3D-вида модели в различных режимах. Адекватное отображение рельефа достигается за счет подбора текстур, 3D-моделей и 3D-объектов из поставляемых библиотек [8, 9].



Рисунок 3 – Структура комплекса КРЕДО

Принципиальное отличие цифрового моделирования в комплексе КРЕДО - это создание полноценной единой ЦММ, представленной в виде специальных объектов рельефа, ситуации, геологии и коммуникаций, обладающих индивидуальными геометрическими параметрами с соответствующим атрибутивным описанием, а не картографической подосновы со стилевыми точками, линиями, полигонами и подписями к ним.

**Заключение.** При использовании BIM-технологий для уменьшения погрешностей при актуализации созданной на этапе изысканий ЦММ инженерного назначения необходим комплексный подход к созданию геодезических сетей съемочного обоснования и разбивочной сети строительной площадки. Единая цифровая модель местности, созданная в комплексе КРЕДО, является основой для дальнейшего проектирования объектов промышленного и гражданского строительства, может быть интегрирована и внедрена в технологические цепочки жизненного цикла объектов, построенных на платформах других производителей.

#### **Список использованных источников**

1. Информационное моделирование в строительстве. Правила формирования информационной модели объектов на различных стадиях жизненного цикла: СП 333.1325800.2017. – М.: Минстрой России, 2017. – 33 с.

2. Основные положения руководства по информационному моделированию зданий: СТБ ISO/TS 12911-2015. – Введ. 01.03.2016. – 36 с.

3. О приоритетных направлениях развития строительной отрасли [Электронный ресурс]: Директива Президента Респ. Беларусь 4 марта 2019 г. № 8: / Нац. центр правовой информ. Респ. Беларусь. – Минск, 2019.

4. GIM International [Electronic resource]: The Role of Surveyors in the Evolution of BIM /Andrew Evans. 02.10.2019. – <https://www.gim-international.com/content/article/the-role-of-surveyors-in-the-evolution-of-bim-3>. – Date of access: 10.03.2020.

5. Vercator software [Electronic resource]: The Ultimate Guide to BIM in 2019.- Date of access: 10.03.2020.

6. Инженерные изыскания для строительства: СНБ 1.02.01–96 Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь. – Минск, 1996. – 110 с.

7. Геодезические работы в строительстве. Основные положения: ТКП 45-1.03-313–2018 (02250). – Минск: Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь, 2018. – 13 с.

8. Официальный сайт Кредо-Диалог. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://credo-dialogue.ru/>. – Дата доступа: 05.03.2020.

9. Технология информационного моделирования (BIM) в Кредо // Электронный журнал по геодезии и картографии «Геопрофи». – 2019. – №1. – С.20-23. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.geoprofi.ru/technology/tekhnologiya-informacionnogo-modelirovaniya-bim-v-kredo/>. – Дата доступа: 05.03.2020.

**К ОЦЕНКЕ ВЛИЯНИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ СТРУКТУРЫ И СТРОИТЕЛЬНЫХ СВОЙСТВ ГРУНТОВЫХ ОСНОВАНИЙ, УПЛОТНЕННЫХ ТЯЖЕЛЫМИ ТРАМБОВКАМИ, НА УРОВЕНЬ ЭКСПЛУАТАЦИОННОЙ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМЫ «ОСНОВАНИЕ-ФУНДАМЕНТ-ЗДАНИЕ»**

Д. Н. Клебанюк, П. С. Пойта, П. В. Шведовский, Д. Н. Сливка

**Аннотация.** В статье рассмотрены основные аспекты поиска решения проблемы влияния неопределенности и неоднородности формирования структуры и строительных свойств грунтовых оснований, уплотненных тяжелыми трамбовками, с позиции учета конструктивно-технологических факторов и геотехнических условий строительных площадок.

Выявлено, что наиболее перспективным в решении проблемы является использование теории нечетких множеств, мер и интегралов, базирующихся на моделях нечетких процессов.

**Ключевые слова:** оптимизация, грунтовые основания, уплотнение, неопределенность, нечеткие множества, меры и интегралы, модели нечетких процессов.

Илл. 2, табл. 3, библи. назв. 11.

**Annatation.** The article discusses the main aspects of finding a solution to the problem of the influence of uncertainty and heterogeneity in the formation of the structure and construction properties of soil foundations compacted by heavy rammers from the perspective of taking into account design and technological factors and geotechnical conditions of construction sites.

It has been revealed that the most promising solution to the problem is the use of the theory of fuzzy sets, measures, and integrals based on models of fuzzy processes.

**Keywords:** optimization, soil bases, compaction, uncertainty, fuzzy sets, measures and integrals, models of fuzzy processes.

Fig. 2, tab. 3, bibl. name. 11.

**Введение.** Имеющиеся исследования и производственный опыт [1-5] показывают, что при поверхностном уплотнении грунтовых оснований наиболее эффективным является применение тяжелых трамбовок, обуславливающих большую остаточную осадку грунта в отпечатке при одних и тех же энергетических затратах.

Выявлено также, что только полный и достоверный учет и знание основных закономерностей и особенностей формирования структуры и строительных свойств грунтового массива позволяют оптимизировать выбор варианта производства работ, обеспечивающий наибольший эффект и эксплуатационную надежность системы «основание-фундамент-здание».

Сегодня единственной основой для определения инженерно-геологического строения и деформационно-прочностных свойств грунтов основания являются данные изысканий, дающие относительно достоверные значения только в точках, где производился отбор грунтовых проб или в точках зондирования, где определялись

расчетные характеристики грунтов. В остальных точках грунтового полупространства свойства и строение обычно устанавливаются интуитивно или методами математической интерпретации.

Отсюда, учитывая, что для любого грунтового основания характерны не только стохастическая природа и пространственная неоднородность, но и неопределенность формирования свойств как в пространстве (по площади и глубине), так и во времени, для адекватного отражения и учета этих особенностей, при проектировании фундаментных конструкций и соответственно компенсации неполноты, сложности и искаженности инженерно-геологической информации, необходима разработка методики оценки их влияния на уровень эксплуатационной надежности системы «основание-фундамент-здание».

**Анализ традиционных методов.** На практике уровень эксплуатационной надежности системы «основание-фундамент-здание» обычно определяют через взаимосвязь меры надежности ( $H$ ) и вероятности ненаступления ни одного из возможных предельных состояний в заданных условиях в течение срока эксплуатации ( $P_n$ ), т.е.  $H=P_n$  [6] и сводится он к анализу двух неравенств:

$$V \geq V_2; \quad V = V_1 - V_2 \geq 0, \quad (1)$$

где  $V_1$  и  $V_2$  – соответственно факторы системы – внутренний, определяющий несущую способность (предельно допустимые деформации) и внешний – характеризующий действующие нагрузки при их наиболее невыгодном сочетании;  $V$  – совокупный фактор являющийся функцией случайных аргументов численных характеристик  $V_1$  и  $V_2$ . Это позволяет осуществлять определение уровня надёжности ( $H$ ) через плотность  $f_y(y)$  и функцию распределения  $F_y(y)$  случайной величины  $V$  при  $V = y = 0$ .

При известности интегральной функции распределения  $F_y(y)$  совокупного случайного фактора  $V$ , с учётом соответствующих преобразований, уровень надежности системы можно описать уравнением:

$$H = 1 - \int_{y=0}^{\infty} f_y(y) \cdot dy \quad (2)$$

и соответственно используя для распределения функций  $f_y(y)$  и  $F_y(y)$  ряды Шарлье –

$$H = \frac{1}{2} \left\{ \left[ 1 + \Phi_Z \cdot \left( \frac{m_y}{\sigma_y} \right) \right] + \frac{1}{6!} \cdot \frac{\mu_{3y}}{\sigma_y^3} \cdot \varphi^{(2)} \cdot \left( \frac{m_y}{\sigma_y} \right) + \frac{1}{24} \left( \frac{\mu_{4y}}{\sigma_y^4} - 3 \right) \cdot \varphi_0^{(3)} \cdot \left( \frac{1}{y_y} \right) \right\}, \quad (3)$$

$$\left[ m_y = m_{y1} - m_{y2}; \quad \mu_{3y} = \mu_{y1} - \mu_{y2}; \quad \mu_{4y} = \mu_{4y1} + \mu_{4y2} + 6D_{4y1} \cdot D_{4y2} \right]$$

Где  $m_{y1}, m_{y2}, \sigma_{y1}, \sigma_{y2}, D_{y1}, D_{y2}, \mu_{3y1}, \mu_{3y2}, \mu_{4y1}, \mu_{4y2}$  – соответственно математические ожидания, среднеквадратические отклонения дисперсии и центральные моменты третьего и четвертого порядка факторов  $V_1$  и  $V_2$  как случайных величин;  $\Phi_Z$  – функция Лапласа (интеграл вероятностей);  $\varphi_0^{(2)}, \varphi_0^{(3)}$  – вторая и третья производные для нормированной случайной величины  $Z = \frac{y - m_y}{\sigma_y}$ , соответствующей случайной величине  $V$ .



Применяемый в практике коэффициент надежности (запаса)  $k_n$ , при расчетах по любому предельному состоянию, определяют из соотношения [6]

$$k_n = \frac{m_{y1}}{m_{y2}} = \frac{m_y}{m_{y2}} - 1, \quad (4)$$

что позволяет для расчетного уровня надежности системы «основание-фундамент-здание» использовать следующую зависимость –

$$H = \frac{1}{2} [1 + \Phi(K)] + \frac{1}{6} \cdot \frac{M_{3y}}{\sigma_y^3} \cdot \varphi_0^2 \cdot K, \quad (5)$$

где

$$K = \left( \frac{k_n - 1}{\sqrt{V_{y1}^2 \cdot k_n^2 + V_{y2}^2}} \right); \quad k_n = \frac{1 - \sqrt{1 - (Z \cdot V_{y2}^2 - 1) \cdot (Z^2 \cdot V_{y1}^2 - 1)}}{1 - Z^2 \cdot V_{y1}^2}; \quad (6)$$

$V_{y1}$  и  $V_{y2}$  – коэффициенты вариации величин  $Y_1$  и  $Y_2$  и  $V_{y1} = \frac{\sigma_{y1}}{m_{y1}}$ ;  $V_{y2} = \frac{\sigma_{y2}}{m_{y2}}$ .

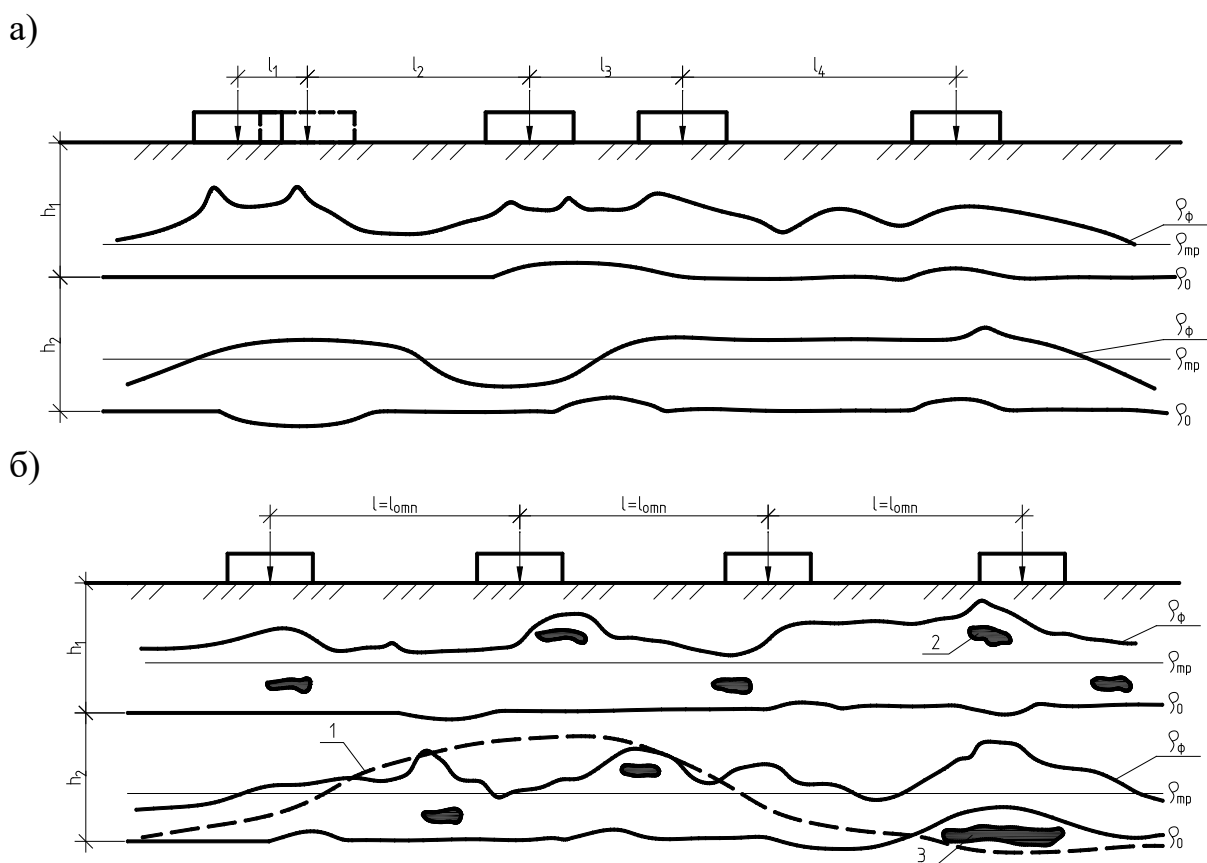
Следует также отметить, что при проектировании фундаментных конструкций наиболее существенен вопрос обеспечения требуемой эксплуатационной надежности при варьировании фактора  $V_1$ , определяющего совокупность деформационно-прочностных характеристик грунтов и напряженного состояния грунтового массива.

Проведенные экспериментальные исследования по влиянию неоднородности грунтовых условий на уровень надежности системы «основание-фундамент-здание» показали, что повышение  $Z$ , а следовательно, и уровня эксплуатационной надежности ( $H$ ), наиболее эффективно за счёт снижения коэффициента вариации  $V_{y1}$  «внутреннего» фактора, т. е. обеспечения однородности грунтового основания. При этом необходимо отметить, что даже незначительное повышение уровня эксплуатационной надёжности системы требует существенного увеличения коэффициента надёжности (запаса) и соответственно значительного ухудшения технико-экономических показателей принимаемых конструктивно-технологических решений.

В действующих нормативных документах по проектированию фундаментных конструкций не содержится конкретных рекомендаций по оценке как локальной и пространственной неоднородности инженерно-геологических условий строительных площадок и неопределенности деформационно-прочностных характеристик грунтов, так и динамики их изменений в процессе строительства и эксплуатации объекта.

На рис. 1 представлены типичные схемы формирования плотности сложения грунтов по глубине и площади в массиве, уплотненном тяжелыми трамбовками, в зависимости от влияния технологических и геотехнических факторов. В качестве технологических рассмотрены только расстояние между точками трамбования ( $l_i$ ), а в качестве геотехнических – инженерно-геологическое строение и локально-пространственная неоднородность сложения [7].





$\rho_{\phi}$ ,  $\rho_{тр}$  и  $\rho_0$  – соответственно фактическая, требуемая и естественная плотность грунтов; 1 – линия раздела слабо-, средне- и сильно сжимаемых грунтов; 2 – локальная неоднородность; 3 – макронеоднородность, связанная с напластованием грунтов различных типов

Рисунок 1 – Графики изменения  $\rho_d=f(h)$  уплотненного основания в зависимости от влияния технологических (а) и геотехнических (б) факторов

Анализ относительных эпюр плотностей грунтов по глубине в зоне уплотнения показывает, что как технологические ( $l_i$ ), так и геотехнические факторы (степень естественной неоднородности) определяют неоднородность степени уплотнения в значительном диапазоне  $\rho_{\phi} \geq \rho_{тр}$  до 30%.

Но даже если оптимизировать технологические факторы ( $l=l_{опт}$ ), то геотехнические факторы обуславливают неоднородность степени уплотнения до  $\pm 20\%$  и более. При этом степень неоднородности уплотнения по глубине (при  $h_2$ ) значительно увеличивается, и фактическая плотность может быть меньше проектной  $\rho_{\phi} < \rho_{тр}$ . А это усложняет проектировщику задачу выбора глубины заложения и типа фундамента с позиции однородности характеристик грунтов оснований, обеспечивающих равномерность осадки фундаментов.

Однако все эти особенности определяются только неоднородностью, т. е. исходят из условия достоверности знаний геотехнических условий и параметров, что для практики не характерно и малореально.

**Возможность учета факторов неопределенности.** Множественность факторов неопределенности в формировании структуры и свойств грунтовых оснований определяет необходимость анализа применимости известных математических теорий с точки зрения возможностей учета неопределенности основных факторов и характеристик (табл. 1) [2, 6, 7].

Таблица 1 – Возможности математических теорий учета факторов неопределенности

Учитываемая характеристика неопределенности	Возможности теорий по учету факторов неопределенности						
	Вероятности	Ошибок (интервальных моделей)	Интервальных с редких	Субъективных вероятностей	Многозначной логики	Нечетких множеств	Нечетких мер и интегралов
Фактическая числовая неопределенность	+	+	+	+		+	+
Фактическая нечисловая неопределенность	+		+	+	+	+	+
Противоречия между точностью и неопределенностью			+	+	+	+	+
Возможность количественной оценки неопределенности	+			+		+	+
Эффективность формализации полного незнания		+	+	+	+	+	+
Требования жесткого определения всех событий, факторов и характеристик		+	+		+	+	+
Возможность эффективного учета взаимовлияния неопределенности					+		+
Возможность получения оптимистических и пессимистических оценок и уровня доверия к ним	+		+	+		+	+
Единство подхода к представлению точных, неполных, неопределенных и нечетких знаний							+
Возможность работы с неопределенной информацией на базе малых статистических выборок		+	+		+	+	+

*Примечание:* (+) – возможен; (–) – невозможен учет факторов неопределенности.

Как видно из таблицы, наиболее полный учет большинства факторов и характеристик неопределенности позволяет использование теории нечетких множеств, мер и интегралов, базирующейся на моделях нечетких процессов.

Следует отметить, что нечеткая мера является обобщенным понятием вероятностной меры, свободной от ряда ограничений, а с математической точки зрения – однопараметрическим расширением вероятностной меры, удовлетворяющей условиям ограниченности и непрерывности.

Что касается нечеткого процесса, то под ним следует понимать процесс, состояние которого в каждый момент времени  $t=T$  может быть описано некоторым распределением нечеткости на пространстве его состояний [8, 9].

Все это позволяет состояние системы «основание-фундамент-здание» определять совокупностью динамических процессов, которые формируются действием совокупности внутренних и внешних факторов, при этом возможное состояние ограничивается некоторым нечетким процессом, описываемым нечетко-интегральным уравнением вида [10, 11].

$$\mu_{i+1}(\omega) = \int_{\Omega_i} h(\omega, \omega') \cdot \int_{\Omega} \mu_i(\omega) \cdot q(\bullet), \quad (7)$$

где  $\mu_i(\omega)$  – функция, описывающая состояние нечеткого процесса в  $i$ -й момент времени;  $q(\bullet)$  – нечеткая мера на пространстве состояний;  $h(\omega, \omega')$  – нечеткое отношение на расчетном временном интервале и  $h(\omega, \omega') = \mu_{i+1}(\omega') \cdot X_{H_{\mu_{i+1}}}(\omega)$ ;  $X_{H_{\mu_{i+1}}}(\omega)$  – характеристическая функция множества для фиксированного  $\omega' \in \Omega$ .

Задаваясь важностью влияния различных факторов  $p(x)$ , прогнозирование состояния системы сводится к нахождению такого нечеткого процесса, который бы агрегировал исходный процесс с учетом функции  $p(x)$ , т. е.

$$S_{i_{np}}(\omega) = F\left(\sigma_{x_k}(\omega, t_{np}), p(x)\right), \quad (8)$$

где  $F$  – оператор оперирования функции.

Таким операторам может выступать нечеткий интеграл на множестве  $x$  по некоторой нечеткой мере  $\bar{\omega}_x(\bullet)$ . А так как агрегирующие свойства нечеткого интеграла определяются распределением меры  $\bar{\omega}_x(\bullet)$ , то в зависимости от нее он может определяться как операцией со свойствами объединения, так и операцией со свойствами нечетких множеств со следующими мерами [9, 10]:

- для объединения множеств

$$q_F = \int_x \eta(x) \cdot \bar{\omega}(\bullet), \quad (9)$$

где  $\eta(x_j) = \frac{n-j}{n-1}$ ,  $x_j \in X$ ;

- для пересечения множеств

$$t_F = 1 - q_F. \quad (10)$$

Отсюда, основу решения любых проблем методами теории нечетких интегралов, множеств и мер составляет формализация нечетких данных и выбор модели приемлемости риска. Один из наиболее оптимальных вариантов формализации нечетких данных для оценки уровня риска  $d \in D$  формирования критического состояния (эксплуатационной надежности) системы «основание-фундамент-здание» представлен в таблице 2.

Таблица 2 – Формализация нечетких данных для оценки эксплуатационной надежности системы «основание–фундамент–здание»

Описание данных	Формализованное представление данных
Полная уверенность, что риска нет	$\mu(d) = \begin{cases} 0, d \in D \setminus \{6\} \\ 1, d = 6 \end{cases}$
Полная уверенность, что риск есть, но тяжело оценить его значение	$\mu(d) = \begin{cases} 1, & \mu(\cdot) = M_{\text{вз}}(\cdot), d \neq 6 \\ \lambda \in [0,1] \mu(\cdot) = M_n(\cdot), M_D(\cdot), d \neq 6 \\ 0, & \mu(\cdot) = M_H(\cdot), d = 6 \end{cases}$
Полная уверенность, что риск есть, однако известно, что его значение от минимального до допустимого	$\mu(d) = \begin{cases} 1, d \in [2,3] \\ 0, d \notin [2,3] \\ 0, d = 6 \end{cases}$
Полная уверенность, что риск есть, но значение его четко неизвестно	$\mu(d) = \begin{cases} \phi(d), d \in D \setminus \{6\} \\ 0, d = 6 \end{cases}, \phi(d) - \text{распределение нечеткости для риска низкого уровня}$
Полная уверенность, что риск допустимый	$\mu(d) = \begin{cases} 0, d \in D \setminus \{3\} \\ 1, d = 3 \end{cases}$
Вполне правдоподобно, что есть риск достаточно высокого уровня, но имеется и не нулевая возможность $\lambda$ , что риска нет	$\mu(d) = \begin{cases} M_n, d \in D \setminus \{6\} \\ \lambda, d = 6 \end{cases}, M_n - \text{распределение меры правдоподобия для риска высокого уровня}$
Неизвестно есть риск или нет, но если есть, то его величина вообще неизвестна	$\mu(d) = \begin{cases} 1, & \mu(\cdot) = M_{\text{вп}}(\cdot) \\ \lambda \in [0,1] \mu(\cdot) = M_n(\cdot), M_D(\cdot) \\ 0, & \mu(\cdot) = M_H(\cdot) \end{cases}$
Вполне возможно, что риска нет, но имеется и не нулевая возможность, что он есть и не выше критического	$\mu(d) = \begin{cases} \lambda, d < 3 \\ 0, d \geq 3 \\ 1, d = 6 \end{cases}$

*Примечание:* 1 – событие возможно; 2 – событие невозможно;  $M_n$  – мера правдоподобия;  $M$  – мера возможности;  $M_H$  – мера необходимости;  $M_D$  – мера доверия;  $M_{\text{вп}}$  – мера вероятности. Оценка риска:  $D = (1 - \text{отсутствует}; 2 - \text{минимальный}; 3 - \text{допустимый}; 4 - \text{критический}; 5 - \text{недопустимый}; 6 - \text{неизвестно, является ли это риском}); \mu - \text{функция принадлежности}; \lambda - \text{параметр нормировки}.$

При формализации использованы  $q$ -нечеткие меры, следующим образом зависящие от параметров нормировки:

$$\left. \begin{aligned} M_n \in 1 < \lambda < 0; & M_{\text{вз}} \in \lambda = -1; & M_n \in \lambda > 0; \\ M_q \in \lambda > 0; & M_{\text{вп}} \in \lambda = 0. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Отметим, что любые «четкие» данные в практике представимы примитивным классом мер Дирака и

$$\mu(d) = \left\{ \begin{aligned} & 1, x_o \in A \\ & 0, x_o \notin A > -\infty < \lambda < +\infty \end{aligned} \right\}, \quad (12)$$

где  $x_o$  – заданный элемент (носитель меры) в пространстве  $x$ .

Бесспорно, предложенная формализация нечетких данных не ограничивает всего спектра возможностей формализации. При необходимости можно использовать и другие варианты формализации, позволяющие более широко описать весь спектр разнородных и малодостоверных данных.

Что касается выбора модели динамики риска соответствующей категории ситуации уровня уязвимости системы «основание-фундамент-здание», то целесообразно базироваться на типовых моделях, учитывая особенности условий ее функционирования – устойчивое, неустойчивое, стабильное, квазистабильное, переходное и квазипереходное и динамику величин факторов в период функционирования системы – внутрисистемных ( $R_k$ ), прямого ( $R_p$ ) и косвенного ( $R_n$ ) воздействия и фоновых ( $R_c$ )(табл. 3).

Таблица 3 – Типовые модели приемлемости риска

Модели динамики рисков	Особенности условий функционирования системы	Уровень уязвимости системы
$R_k > R_n > R_p > R_c$ $R_n > R_n^\Gamma$	Факторы прямого воздействия переходят критическую границу и изменяют условия функционирования	низкий
$R_k > R_n > R_p > R_c$ $R_p > R_p^\Gamma$	Факторы косвенного воздействия переходят критическую границу, частично переходя в прямые, и изменяют условия функционирования	минимальный
$R_k > R_n > R_p > R_c$ $R_c > R_c^\Gamma$	Факторы фонового воздействия переходят критическую границу частично переходя в более низкие категории и изменяют условия функционирования	повышенный
$R_k > R_n > R_p > R_c$ $R_n > R_n^\Gamma$ $R_p > R_p^\Gamma$	Факторы прямого и косвенного воздействия переходят критическую границу, становятся трудноразличимыми и изменяют условия функционирования	средний
$R_k > R_n > R_p > R_c$ $R_p > R_p^\Gamma$ $R_c > R_c^\Gamma$	Факторы косвенного и фонового воздействия переходят критическую границу, становятся трудноразличимыми и изменяют условия функционирования	сильный
$R_k > R_n > R_p > R_c$ $R_n > R_n^\Gamma$ $R_p > R_p^\Gamma$ $R_c > R_c^\Gamma$	Факторы прямого, косвенного и фонового воздействия переходят критическую границу, становятся трудноразличимыми и изменяют условия функционирования	недопустимый
$R_k > R_n > R_p > R_c$ $R_k > R_n$	Факторы прямого воздействия становятся более значимы чем внутрисистемные	минимальный
$R_k > R_n > R_p > R_c$ $R_k > R_c$	Факторы прямого и косвенного воздействия становятся более значимы, чем внутрисистемные	средний
$R_k > R_n > R_p > R_c$	Факторы прямого, косвенного и фонового воздействия становятся более значимы, чем внутрисистемные	повышенный

Примечание:  $R_i^\Gamma$  – граничное значение рисков  $i$ -го воздействия

**Заключение.** На сегодня теория нечетких множеств, мер и интегралов в решении проблем прогнозирования процессов, рисков и соответственно эксплуатационного состояния сложных систем практически не используется. Имеющиеся комплексы программных продуктов *Fuzzy*-технология позволяют лишь дать анализ данных, рисков и оценку событий при наличии информации, не вызывающей должного доверия и недостаточной известности факторов будущего.

Отсюда поиск решения задач прогнозирования эксплуатационной надежности системы «основание–фундамент–здание» в условиях неопределенности на базе нечетких процессов в настоящее время весьма и весьма актуален, но бесспорно решение проблемы требует широкого использования компьютерных систем.

#### **Список использованных источников**

1. Пойта, П.С. Оптимизация технологических параметров уплотнения грунтов тяжелыми трамбовками / П. С. Пойта // Вестник БрГТУ. – 2003. – № 1: Строительство и архитектура. – С. 109-110.
2. Пойта, П.С. Влияние физико-механических свойств уплотняемого грунта на оптимальный диаметр трамбовки / П. С. Пойта // Строительство. – Минск. – 2003. – № 1-2. – С. 243-247.
3. Пойта, П.С. Влияние конструктивных параметров и особенностей формы подошвы тяжелых трамбовок на формирование свойств грунтов в зоне уплотнения / П. С. Пойта, П. В. Шведовский, Д. Н. Клебанюк // Вестник БрГТУ. – 2003. – № 1: Строительство и архитектура. – С. 72-77.
4. Клебанюк, Д.Н. Особенности методики выбора технологических параметров при уплотнении грунтовых оснований тяжелыми трамбовками / Д. Н. Клебанюк, П. С. Пойта, П. В. Шведовский // Вестник БрГТУ. – 2003. – № 1: Строительство и архитектура. – С. 77-81.
5. Клебанюк, Д.Н. Пути совершенствования конструктивно-технологических параметров процесса уплотнения грунтов тяжелыми трамбовками / Д. Н. Клебанюк, П. С. Пойта, П. В. Шведовский // Геотехника Беларуси: наука и практика: материалы Междунар. науч.-технич. конференции. – Минск, 2013. – Ч. II. – С. 109-120.
6. Бондарик, Г.К. Основы теории изменчивости инженерно-геологических свойств горных пород / Г. К. Бондарик. – М.: Недра, 1971. – 148 с.
7. Шведовский, П.В. Влияние и учет неоднородности уплотнения грунтовых массивов тяжелыми трамбовками на уровень надежности системы «основание-сооружение» / П. В. Шведовский, П. С. Пойта, Д. Н. Клебанюк // Вестник БрГТУ. – 2003. – № 1:6 Строительство и архитектура. – С. 68-72.
8. Зайченко, Ю.П. Исследование операций: нечеткая оптимизация / Ю. П. Зайченко. – Киев: Выща школа, 1991. – 191 с.
9. Бочарников, В.П. Модель управляемого непрерывного нечеткого процесса на основе нечетко-интегрального уравнения / В. П. Бочарников // Проблемы управления и информатики. – К.: КМУГА, 1998. – С. 72-77.
10. Прикладные нечеткие системы / под ред. Т. Терно; пер. с япон. – М.: Мир, 1993. – 386 с.
11. Райфа, Г. Анализ решений. Введение в проблему выбора в условиях неопределенности / Г. Райфа. – М.: Наука, 1970. – 402 с.

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ШАРНИРНО-СОЕДИНЕННЫХ ФИЗИЧЕСКИ-НЕЛИНЕЙНЫХ БАЛОК НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

О. В. Козунова

**Аннотация.** В работе предлагается универсальный подход для расчета системы шарнирно-соединенных железобетонных балок на упругом основании Винклера с учетом физической нелинейности материала балок, который основан на смешанном методе строительной механики и реализуется в разных основаниях методом Жемочкина с учетом функций влияния, вид которых зависит от моделирования упругой среды.

Физическая нелинейность материала балок учитывается через переменную жесткость участков Жемочкина. В результатах нелинейного расчета исследуется напряженно-деформированное состояние системы из шарнирно-соединенных балок на упругом основании: распределение контактных напряжений под балками, внутренние усилия в балках и шарнирных соединениях, а также осадки упругого основания.

Численная реализация предлагаемого подхода выполнена с использованием прикладной программы Mathematica 11. Приведен численный пример расчета системы из трех шарнирно-соединенных железобетонных балок на основании Винклера с учетом их физической нелинейности на внешнюю нагрузку.

**Ключевые слова:** шарнирно-соединенные балки, упругое основание Винклера, смешанный метод строительной механики, метод Жемочкина, нелинейный расчет, зависимость «момент-кривизна», физическая нелинейность, прогибы балки, осадки основания, контактные напряжения.

**Annotation.** A universal approach is proposed for calculating a system of articulated reinforced concrete beams on a Winkler elastic base, taking into account the physical nonlinearity of the material of the beams, which is based on the mixed method of structural mechanics and is implemented in different ways by Zhemochkina taking into account the influence functions, the form of which depends on the modeling of the elastic medium.

The physical nonlinearity of the material of the beams is taken into account through the variable stiffness of Zhemochkina. The results of a nonlinear calculation investigate the stress-strain state of a system of articulated beams on an elastic base: the distribution of contact stresses under the beams, the internal forces in the beams and articulated joints, as well as the settlement of the elastic base.

A numerical implementation of the proposed approach was performed using the Mathematica 11 application program. A numerical example of the calculation of a system of three articulated reinforced concrete beams based on Winkler based on their physical non-linearity to external load is given.

**Key words:** articulated beams, Winkler elastic base, mixed method of structural mechanics, Zhemochkin's method, nonlinear calculation, "moment-curvature" relationship, physical nonlinearity, beam deflections, base precipitation, contact stresses.

**Введение. Обзор литературы.** Из анализа научной литературы по расчету шарнирно-соединенных конструкций на упругом основании можно сделать вывод об отсутствии общего подхода к решению этой проблемы, справедливого для шарнирно-соединенных балок и плит, лежащих на любой модели упругого основания под действием произвольной внешней нагрузки.

Шарнирно-соединенные балки на упругом основании в СССР исследовали такие ученые, как Б. Г. Коренев [1], Г. Я. Попов [2], Н. И. Симвулиди [3]. Б. Г. Коренев предложил использовать угловую деформацию для описания скачка в деформациях между соседними балками. Г. Я. Попов использовал сложный математический аппарат для получения точного решения контактной задачи об изгибе шарнирно-соединенных балок на упругой полуплоскости. Н. И. Симвулиди предложил метод расчета составных (шарнирно-соединенных) балок на упругом основании, однако без учета взаимного влияния балок друг на друга. В приведенных выше работах шарнирно-соединенные балки рассматривались линейно-упругими.

В данной работе предлагается универсальный подход для расчета шарнирно-соединенных балок на упругом основании с учетом их физической нелинейности. Этот подход основан на смешанном методе строительной механики [4] с учетом функций влияния метода Жемочкина через связи в зоне контакта [5], которые в дальнейшем называются связями Жемочкина, и справедлив для балок различной длины и жесткости, на любой модели упругого основания, и действие произвольной внешней нагрузки.

**Постановка задачи и алгоритм линейного расчета.** Рассмотрим систему шарнирно-соединенных балок на упругом основании под действием внешней нагрузки (рисунок 1). Требуется: определить распределение контактных напряжений под балками, усилия в балках и осадки упругого основания. На контакте балки с основанием [6] действуют только нормальные напряжения, которые по ширине балки распределены равномерно. Для балок справедливы гипотезы теории изгиба, шарниры между балками являются цилиндрическими.

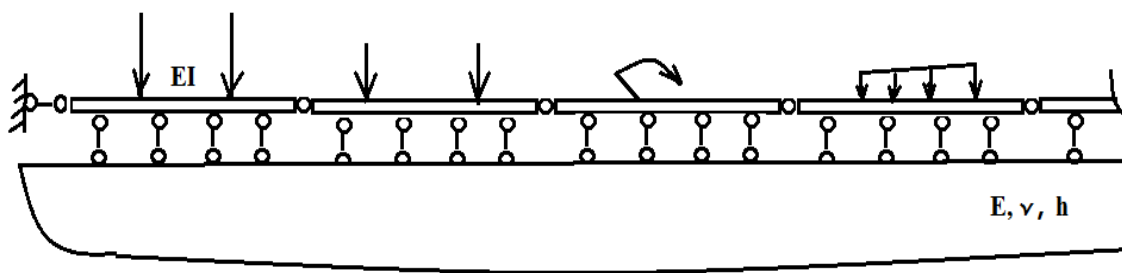


Рисунок 1 - Система шарнирно-соединенных балок на упругом основании.  
Связи Жемочкина

Разобьем каждую балку на участки равной длины и в центре каждого участка поставим вертикальную связь, через которую осуществляется контакт балки с упругим основанием (см. рисунок 1), в дальнейшем – связь Жемочкина. Полученную многократно статически неопределимую систему решаем смешанным методом [4], приняв за неизвестные усилия  $X_k$  в связях Жемочкина на контакте балок и основания, линейные и угловые перемещения  $u_k, \varphi_k$  во введенных на краях балок защемления и поперечные силы  $Q_k$  в разрезанных промежуточных шарнирах.



Основная система смешанного метода приведена на рисунке 2.

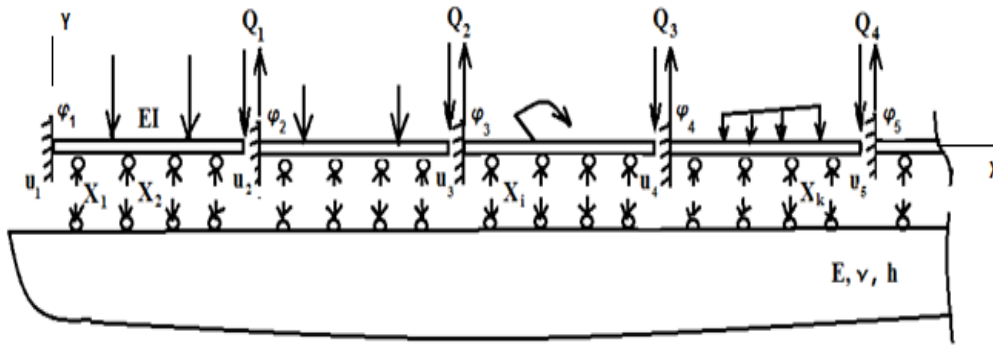


Рисунок 2 - Основная система смешанного метода

Система канонических уравнений смешанного метода для расчета одной балки с номером  $i$  имеет следующий вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_{11}X_1 + \dots + \delta_{1m}X_m + u_i - \phi_i x_1 - \delta_{1Q}Q_i + \Delta_{1p} = 0 \\ \dots \\ \delta_{m1}X_1 + \dots + \delta_{mm}X_m + u_i - \phi_i x_m - \delta_{mQ}Q_i + \Delta_{mp} = 0 \\ -\sum_{k=1}^m X_k + Q_{i,1} + R = 0 \\ \sum_{k=1}^m X_k x_k - \ell Q_{i,1} - M = 0 \\ \sum_{k=1}^m \delta_{k,Q}X_k - \delta_{i,Q}Q_i - u_i + \ell \phi + \Delta_{Q,p} + u_{i+1} = 0, \end{array} \right. \quad (1)$$

где  $m$  – число участков Жемочкина на одной балке;

$u_i, \phi_i$  – неизвестные линейное и угловое перемещения введенного защемления на балке с номером  $i$ ;

$R, M$  – равнодействующая внешних сил и момент равнодействующей относительно введенного защемления на балке с номером  $i$ ;

$Q_i$  – поперечная сила в разрезанном шарнире по правую сторону балки с номером  $i$ ;

$X_k$  – усилие в связи Жемочкина с номером  $k$ .

Коэффициенты при неизвестных системы канонических уравнений смешанного метода (1) имеют следующий вид (2,3):

1) для основания Винклера (2)

$$\begin{aligned} \delta_{i,k} &= \frac{1}{Kbc} + \frac{\ell^3}{3EJ} w_{i,k}, \quad i = k; \\ \delta_{i,k} &= \frac{\ell^3}{3EJ} w_{i,k}, \quad i \neq k, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $K$  – коэффициент постели упругого основания;  $EJ$  – изгибная жесткость изолированной балки;

2) для упругого полупространства, с модулем упругости  $E_0$  и коэффициентом Пуассона  $\nu_0$ , (3)

$$\delta_{i,k} = \frac{1-\nu_0^2}{\pi E_0 c} F_{i,k} + \frac{\ell^3}{3EJ} w_{i,k}, \quad (3)$$

где безразмерная функция  $F_{i,k}$  для определения коэффициентов при неизвестных по формуле (3) определяется следующими соотношениями (4) из [7]

$$F_{i,i} = 2 \frac{c}{b} \left[ \ln \frac{b}{c} + \frac{b}{c} \ln \left( \frac{c}{b} + \sqrt{\frac{c^2}{b^2} + 1} \right) + \ln \left( 1 + \sqrt{\frac{c^2}{b^2} + 1} \right) \right];$$

$$F_{i,k} = \frac{1}{|x_i - x_k|}, \quad (4)$$

где  $b$  и  $c$  – размеры участка Жемочкина на балке ( $b$ -ширина балки).

Безразмерные прогибы балки с защемлением на краю балки в основной системе смешанного метода для вычисления формул (2,3) определяются по формуле (5) из [7]

$$w_{i,k} = \frac{x_i^2}{\ell^2} \left( 3 \frac{x_k}{\ell} - \frac{x_i}{\ell} \right), \quad x_k > x_i;$$

$$w_{i,k} = \frac{x_k^2}{\ell^2} \left( 3 \frac{x_i}{\ell} - \frac{x_k}{\ell} \right), \quad x_k < x_i. \quad (5)$$

Свободные члены системы (1) зависят от вида внешней нагрузки и определяются с использованием формул (5). Отметим, что последнее уравнение в (1) выражает условие отсутствия взаимного вертикального перемещения в промежуточном шарнире между соседними балками.

Если для расчета системы составных (шарнирно-соединенных) балок обозначить число этих балок через  $N$ , то общее число неизвестных усилий  $N_{us}$  в связях Жемочкина, линейных и угловых перемещений введенных защемлений на балках и поперечных сил в промежуточных шарнирах (отметим, что индекс “ $us$ ” в переводе с англ. “*unknown solution*” – неизвестные решения) выразится формулой (6), а именно

$$N_{us} = N(m+2) + N - 1. \quad (6)$$

Структура системы разрешающих уравнений для системы балок представлена на рисунке 3. Блоки по главной диагонали  $D_{11}, \dots, D_{nn}$  образованы по системе (1), побочные блоки  $D_{12}, \dots, D_{1n}$  образуют ленточные горизонталы структуры системы разрешающих уравнений. Они являются нулевыми в случае основания Винклера; в случае упругого полупространства побочные блоки  $D_{12}, \dots, D_{1n}$  характеризуют взаимное влияние балок и определяются с использованием формул (4).

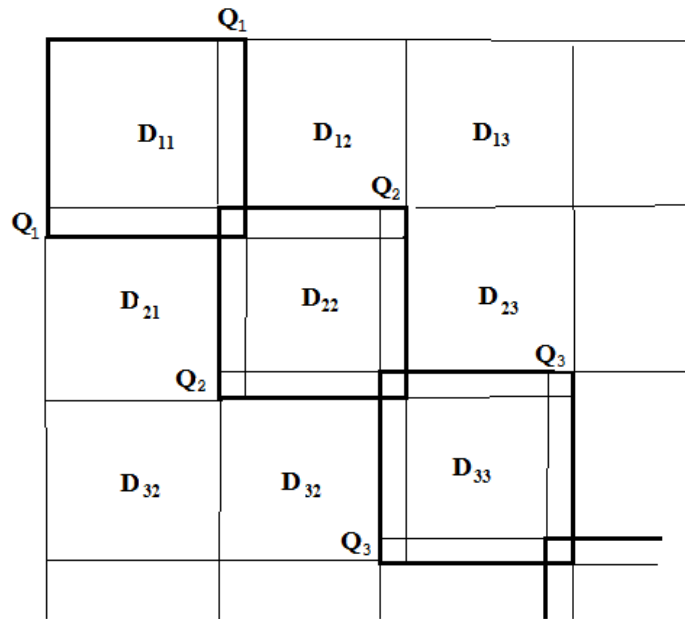


Рисунок 3 - Структура системы разрешающих уравнений

**Алгоритм нелинейного расчета.** После определения усилий в связях Жемочкина на контакте каждой балки с упругим основанием в результате линейного расчета определяются величины изгибающих моментов в каждом сечении каждой балки известными методами строительной механики [4]. По вычисленным значениям моментов определяется касательная жесткость для каждого участка Жемочкина на балках по формуле принятой зависимости «момент-кривизна» для сечений балки. В работе она принята в виде гиперболического тангенса [7]. Поэтому

$$B_i^{(1)} = \frac{B_0}{\text{Cosh}^2\left(\frac{B_0}{M \text{ lim}} \chi_i^{(0)}\right)}, \quad (7)$$

где  $B_0$  – начальная изгибная жесткость участка Жемочкина с номером  $i$  по упругому расчету (нулевая итерация);

$M \text{ lim}$  – предельный момент, воспринимаемый сечением балки. В работе определялся по программе Бета [8];

$\chi_i^{(0)}$  – кривизна на участке Жемочкина с номером  $i$ , определяемая после упругого расчета по формуле конечных разностей [6].

$$\chi_i^{(0)} = \frac{y_{i+1}^{(0)} - 2y_i^{(0)} + y_{i-1}^{(0)}}{c^2}, \quad (8)$$

где  $y_i^{(0)}$  – вертикальное перемещение в центре участка Жемочкина с номером  $i$  по упругому расчету. Определяется по известным усилиям в связях Жемочкина

$$y_i^{(0)} = \frac{X_i^{(0)}}{k} - \text{для упругого основания Винклера}; \quad (9)$$

$$y_i^{(0)} = \frac{1 - \nu_0^2}{\pi E_0 \Delta x} \sum_{n=1}^m \sum_{k=1}^N F_{i,n} X_n^{(0)} - \text{для упругого полупространства.}$$

В дальнейшем расчете необходимо определить коэффициенты канонических уравнений  $\delta_{i,k}^{(1)}$  и  $\Delta_{i,p}^{(1)}$  как для балки переменной жесткости. Для этого используем представление интеграла Мора [5] в виде суммы

$$\delta_{i,k}^{(1)} = \sum_{n=1}^m \frac{M_i^n M_k^n}{B_n^{(1)}} \Delta x. \quad (10)$$

Аналогичным образом определяются свободные члены  $\Delta_{i,p}^{(1)}$  системы (1). Перемножение эпюр для балки переменной жесткости приведено на рисунке 4.

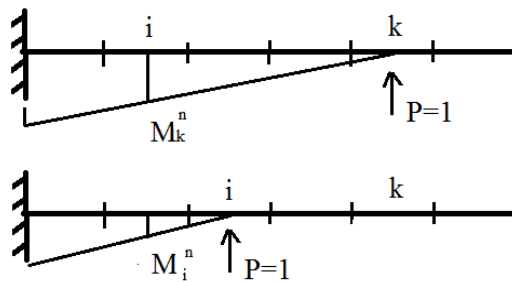


Рисунок 4 - Перемножение эпюр для балки переменной жесткости

По вычисленным значениям  $\delta_{i,k}^{(1)}$  и  $\Delta_{i,p}^{(1)}$  снова решается система (1) и определяются новые значения  $X_i^{(1)}$  в связях Жемочкина. Для определения скорректированных величин жесткости  $B_i^{(2)}$  на каждом участке Жемочкина повторяются вычисления (7)-(10). Далее снова определяются  $\delta_{i,k}^{(2)}$  и  $\Delta_{i,p}^{(2)}$ , решается система (1), определяются  $X_i^{(2)}$  и т. д. Итерационный процесс заканчивается, когда разность

$$\left| M_i^{(r)} - M_i^{(r-1)} \right| \leq \varepsilon, \quad (11)$$

где  $\varepsilon$  – заданная величина погрешности.

**Численные результаты.** Рассмотрим систему из 3 шарнирно-соединенных балок одинаковой длины  $\ell = 5$  м и сечением 1.2 м x 0.4 м из тяжелого бетона класса С<sup>20/25</sup> на упругом основании Винклера с коэффициентом постели  $K = 2000$  кН/м<sup>3</sup>.

Средняя балка нагружена равномерно-распределенной нагрузкой  $q=120$  кН/м. При расчете каждая балка разбивалась на 21 участок Жемочкина.

В таблице 1 приведены численные значения для контактного напряжения, осадки, момента и жесткости в середине средней балки для первых двух итераций. Поперечные силы в двух промежуточных шарнирах после последней итерации равны 97.04 кН.

Таблица 1 – Результаты нелинейного расчета

Номер итерации	0 (упругий расчет)	1 (первая итерация)	2 (вторая итерация)
Контактные напряжения, кПа	82.57	82.41	82.41
Осадка, мм	9.806	9.810	9.810
Максимальный изгибающий момент в средней балке, кН·м	118.959	118.897	118.894
Жесткость в середине средней балки, кН·м <sup>2</sup>	185920	182070	181171

*Анализ численных результатов* таблицы 1 подтверждает известный факт, что при расчете железобетонных изгибаемых балок с учетом физической нелинейности прогибы балок растут, а усилия в ней уменьшаются. Надо отметить, что в одиночной балке на основании Винклера под действием равномерно – распределенной нагрузки изгибающие моменты отсутствуют. В приведенном примере такого не наблюдается.

**Заключение.** В численных результатах нелинейного расчета исследуется напряженно-деформированное состояние системы из нескольких шарнирно-соединенных физически-нелинейных балок на линейно-упругом основании Винклера: распределение контактных напряжений под балками, внутренние усилия в железобетонных балках и шарнирных соединениях, а также осадки упругого основания.

Физическая нелинейность материала балок учитывается через переменную жесткость участков Жемочкина. Численная реализация предлагаемого подхода выполнена с использованием прикладной программы Mathematica 11.

#### Список использованных источников

1. Корнев, Б.Г. Вопросы расчета балок и плит на упругом основании / Б. Г. Корнев. – М.: Стройиздат, 1954. – 127 с.
2. Попов, Г.Я. О расчете неограниченной шарнирно-разрезной балочной плиты, лежащей на упругом полупространстве / Г.Я. Попов // Изв. Вузов, Строительство и архитектура. – № 3. – 1959. – С. 25-33.
3. Симвулиди, И.А. Составные балки на упругом основании / И.А. Симвулиди. – М.: Высшая школа, 1961. – 204 с.
4. Ржаницин, А.Р. Строительная механика / А.Р. Ржаницын. – М.: Высшая школа, 1991. – 439 с.
5. Жемочкин, Б.Н. Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании / Б.Н. Жемочкин, А.П. Сеницын. – М.: Стройиздат, 1962 – 239 с.
6. Горбунов–Посадов, М.И. Расчет конструкций на упругом основании / М.И. Горбунов-Посадов, Т.А Маликова, В.И. Соломин. – М.: Стройиздат, 1984. – 679 с.
7. Козунова, О.В. Применение МКР в нелинейных расчетах балок на однородном упругом слое / О.В. Козунова // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: міжнародний збірник наукових статей. – Ровно, Україна, 2008. – Вып.17. – 447 с. – С. 373–381.
8. ПК «Радуга». Версия 2. Руководство пользователя. Сост. О.Н. Лешкевич. – Новополюк: Изд. ПГУ.– 31 с.

## АЛГОРИТМ ОПТИМИЗАЦИИ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В AUTODESK REVIT С ПОМОЩЬЮ ПРИЛОЖЕНИЯ DYNAMO

О. В. Козунова, В. С. Тумарева

**Аннотация.** В статье рассмотрен метод оптимизации рутинных работ с информационными моделями зданий и сооружений с помощью надстройки Dynamo. Суть метода заключается в том, что с помощью надстройки Dynamo будут созданы специальные скрипты, с помощью которых можно быстро и качественно выполнять поставленные задачи, с которыми неэффективно справляются классические инструменты Autodesk Revit.

Также в статье рассмотрен функционал, основные возможности и принцип работы программы Dynamo.

В блок-схеме рассмотрен алгоритм оптимизации информационной модели зданий и сооружений с помощью приложения Dynamo в связке с Autodesk Revit.

**Ключевые слова:** BIM, оптимизация, визуальное программирование, Autodesk Revit, Dynamo.

**Annotation.** The article discusses a method for optimizing routine work with information models of buildings and structures using the Dynamo application. Special scripts will be created using the Dynamo application, with which you can quickly and efficiently perform tasks that are inefficiently handled by the classic Autodesk Revit tools.

The article also discusses the functionality, main features and the principle of the Dynamo program.

The flowchart describes the optimization algorithm for the information model of buildings and structures using the Dynamo application in conjunction with Autodesk Revit.

**Keywords:** BIM, optimization, visual programming, Autodesk Revit, Dynamo.

**Введение.** Радикальным инструментом для удовлетворения многочисленных потребностей в строительстве и архитектуре является концепция BIM-технологий. Она объединяет различные программные продукты и инструменты, которые значительно упрощают проектирование объектов. Но далеко не все инструменты программного обеспечения (например, в Autodesk Revit) являются достаточно гибкими. Иногда инженерам необходим дополнительный функционал для проектирования того или иного объекта или оптимизация определённых задач. И в этом случае многие архитекторы и проектировщики переходят от обычного проектирования к визуальному программированию (с помощью приложений Dynamo или Grasshopper), получая новые возможности для производственного процесса.

Оптимизация работы с помощью визуального программирования – это наглядная иллюстрация эволюции проектирования: большинство операций можно заложить в алгоритмы, что в несколько раз ускорит рабочие процессы. Однако такой метод проектирования является совершенно новым этапом развития BIM-технологий. Из этого следует, что информация о визуальном программировании практически отсутствует, особенно в русскоязычном сегменте.

**Роль программного продукта Autodesk Revit и приложения Dynamo в информационном моделировании.** Построение информационной модели – достаточно трудоемкий и длительный процесс, который можно обосновать в масштабных проектах. Главным инструментом, позволяющим осуществлять проектирование с помощью BIM-технологий, является высокотехнологичное программное обеспечение. С его помощью мы можем создавать полный комплекс подготовки строительной проектной документации, опираясь при этом на начальную виртуальную модель здания. Основным рассматриваемым инструментом является программа Autodesk Revit [1]. Главным преимуществом Revit является то, что при внесении изменения в каком-либо параметре элемента здания остальные изменяются автоматически. Это повышает скорость создания объектов, проектных документов и снижает возможность возникновения ошибки до минимума. Также Autodesk Revit отлично работает со спецификациями и ведомостями. Введение BIM-технологии позволяет значительно уменьшить сроки строительства и ввода объекта.

Процесс наполнения BIM-модели представляет собой следующую последовательность:

1. Создание элементов модели и размещение их в пространстве модели.
2. Заполнение текстовых параметров модели.
3. Создание спецификаций и чертежей.

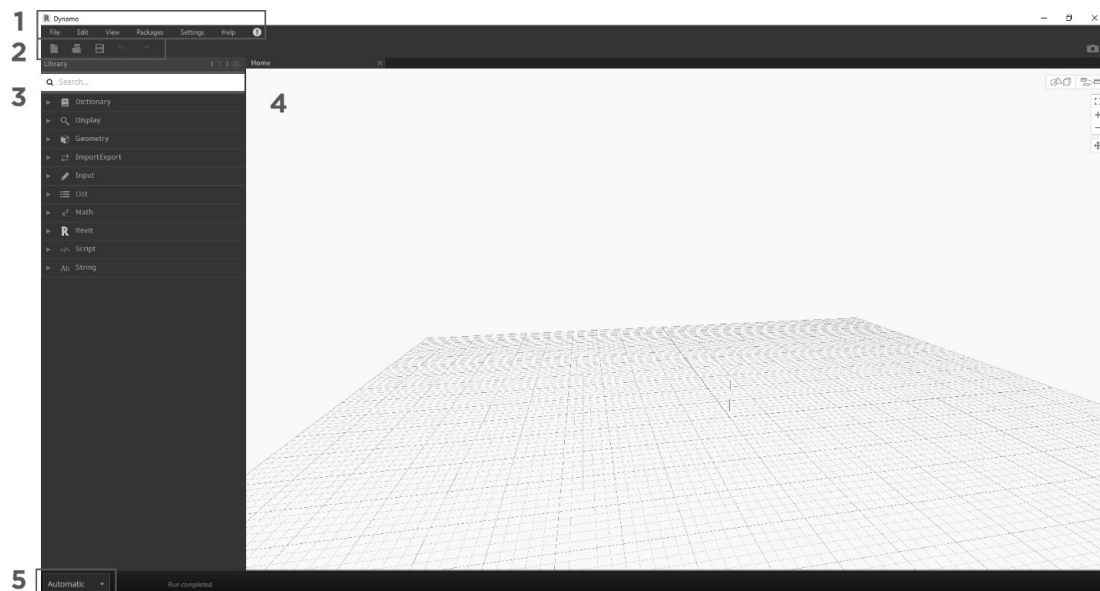
Для решения различных нестандартных задач, в том числе и выведение определенной информации определенного вида, не всегда может быть достаточно функций, заложенных разработчиками Autodesk, и именно поэтому предлагается использовать его в связке с программой Dynamo [2].

Dynamo – это специальная надстройка для Autodesk Revit, которая позволяет расширить возможности программы в следующих направлениях: построить сложную геометрию, обработать данные, обновить свойства и многое другое [3]. Вместо сложного кода Dynamo использует небольшие блоки, написанные простым языком, которые соединяются между собой в логические цепочки. Такой метод называется визуальным программированием. В надстройке есть возможность для написания программ на Design Script и Python Script, что наделяет пользователя большими возможностями. Например, изображение сложной геометрии по формуле, расположение компонентов по определенным правилам, подключение новых параметров ко многим объектам, различные инженерные расчеты [4].

Визуальное программирование – это такой тип программирования, в котором вам не обязательно писать код на каком-либо языке. Основная часть программы составляется из графических элементов. Процесс по сути одинаков как для программирования, так и для визуального программирования. Вместо того, чтобы вводить текст, связанный синтаксисом, мы соединяем предварительно упакованные узлы вместе.

**Интерфейс Dynamo.** Dynamo состоит из пяти основных областей, крупнейшей из которых является рабочая область, в которой мы создаем наши визуальные программы.

В Dynamo узлы (которые называются нодами) – это объекты, которые вы подключаете, чтобы сформировать визуальную программу. Поэтому нет необходимости тратить время на создание интерфейса. Суть нодов в том, что они интуитивно понятны и могут использоваться начинающими пользователями.



1 – меню, 2 – панель инструментов, 3 – библиотека, 4 – рабочее пространство,  
5 – панель выполнения

Рисунок 1 – Интерфейс Динамо

В Динамо каждый узел выполняет определенную задачу. Узлы имеют входы и выходы. Выходы одного узла подключаются ко входам другого с помощью «проводов». Программа или «график» течет от узла к узлу через сеть проводов. Результатом является графическое представление шагов, необходимых для достижения конечного дизайна.

**Возможности Динамо.** Проектировщики могут использовать Динамо на всех стадиях проектирования: при создании концептуальных форм; при разработке конструкций по заданной архитекторами геометрии здания; для формирования спецификаций. Важное преимущество программы в том, что пользователь или проектировщик могут получать необходимую информацию из Revit и передавать ее обратно. Есть возможность создавать новые элементы по необходимым параметрам: построить стену по заданным линиям, расставить колонны с заданным шагом. С помощью Динамо можно быстро создать теплотехнический расчет, расчет отделки помещений, расстановку светильников, подключить инженерное оборудование, оптимизировать путь инженерных сетей, рассчитать несущие конструкции. Кроме того, инженеры могут оформлять здесь необходимую документацию, формировать сметы. Динамо легко можно дорабатывать под свои задачи. Это отличная возможность писать Revit «под себя» [5].

**Оптимизация.** В самом общем случае, решить оптимизационную задачу – это значит найти наилучшее решение среди возможных вариантов решения.

Если оптимизация связана с расчетом оптимальных значений параметров при заданной структуре объекта, то она называется параметрической. Задача выбора оптимальной структуры является структурной оптимизацией.

Решение любой оптимизационной задачи основано на построении вычислительного эксперимента. Проведение вычислительного (компьютерного) эксперимента не с самим объектом, а с его моделью дает возможность эффективно исследовать его свойства в любых ситуациях.

Основу вычислительного эксперимента составляет триада «модель-алгоритм-программа». Схема вычислительного эксперимента приведена на рисунке.



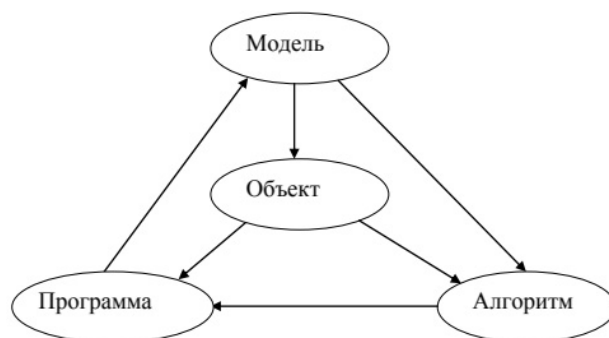


Рисунок 2 – Схема вычислительного эксперимента

На первом этапе эксперимента строится некий эквивалент объекта (его модель), отражающий в математической форме важнейшие свойства объекта. Второй этап — разработка алгоритма для реализации модели на компьютере. Модель представляется в форме, удобной для применения численных методов, определяется последовательность вычислительных и логических операций, которые нужно произвести, чтобы найти искомые величины с заданной точностью. На третьем этапе создаются программы, реализующие алгоритмы на доступном компьютере языке [6].

**Постановка задачи оптимизации.** В данном случае необходимо оптимизировать задачу для сокращения времени работы  $t(x_1, x_2, \dots, x_n)$  и получения большей прибыли  $s(x_1, x_2, \dots, x_n)$  с помощью скриптов/плагинов, разработанных в приложении Dynamo. Данные функции невозможно выразить через математическое выражение, так как оно зависит от множества факторов: опыта работы проектировщика, степень знания инструмента для проектирования объектов, объёмов проекта и сложности задачи.

В общем виде задача оптимизации имеет вид:

$$\begin{cases} \min |t(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)| \\ \max |s(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)| \end{cases}'$$

где  $n$  — это количество факторов, от которых зависит функция.

Исходные данные могут быть изменяемыми функциями, которые также зависят от других параметров  $x = f(y_1, y_2, \dots, y_n)$ .

**Алгоритм решения различных задач с помощью приложения Dynamo.** В ходе изучения возможностей программы Dynamo и методов оптимизации рутинных процессов в программе Autodesk Revit была разработана блок-схема алгоритма решения различных задач с помощью приложения Dynamo.

1. Для какой-либо задачи необходимо определить: можно ли её оптимизировать с помощью Dynamo.

1.1. В случае неэффективного использования Dynamo задачу решают с применением стандартных инструментов Revit или с использованием API (Application Programming Interface – интерфейс для программирования приложений).

2. В случае целесообразности применения Dynamo проводят экономическую оценку. Данная оценка зависит от времени, затраченного на создание скрипта, объёмов проекта и уровня владения программой проектировщика.

В случае экономической неэффективности см. пункт 1.1.

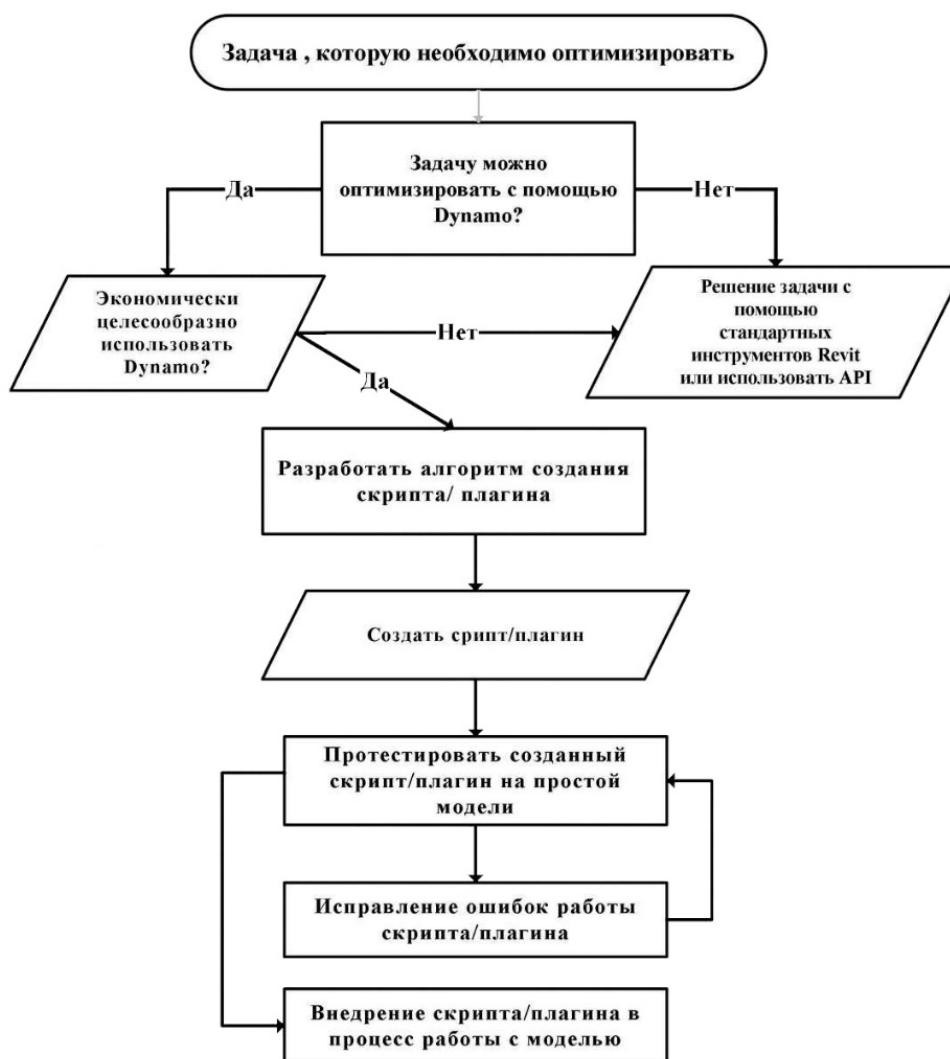


Рисунок 3 – Блок-схема алгоритма решения различных задач с помощью приложения Dynamo

3. При выявлении выгоды использования Dynamo разрабатывают алгоритм создания скрипта или плагина для решения определенной задачи.
4. Создаётся скрипт или плагин, который тестируют на простых моделях.
5. В случае обнаружения ошибок в работе скриптов / плагинов их исправляют и повторно тестируют.
6. При успешном прохождении тестов скрипт внедряют в процесс работы с моделью.

**Алгоритм создания скриптов в Dynamo на примере выдачи задания на отверстия.** Многие модели BIM являются достаточно сложными и трудоемкими (особенно многоэтажные здания). Они несут большой объем информации о проектируемом объекте. При таком подходе к проектированию встает проблема оптимизации и организации работы, цели которой – упростить и ускорить процесс проектирования, уменьшить затраты на производства, создать новые инструменты работы с проектом.

Оптимизация BIM-технологии разделяется на две основные группы: ускорение создания модели и создание новых инструментов работы с моделью. Плагины такого рода, как правило, выполняют за пользователя однообразную монотонную работу по определенному заданному алгоритму. Во время выпол-

нения команды, пользователь не может управлять проектом и просто ждет окончания работы плагина. Примером такого плагина является программа, которая создает отверстия на месте пересечения воздуховодов из проекта инженеров и стен из проекта архитекторов.

Выдача заданий инженерами архитекторам на отверстия во многих организациях, перешедших на технологии информационного моделирования, все еще часто производится через AutoCAD. Это значительно замедляет данный процесс, который необходимо переносить в среду Revit. Процесс создания отверстий в Revit в целом является трудоемким процессом, поскольку необходимо создать большое число типоразмеров отверстий, чтобы после их можно было корректно маркировать. После создания типоразмеров возникает проблема отображения отверстий на планах, так как они находятся на разных высотных отметках и часто не попадают в основную секущую плоскость плана, из-за чего не отображаются на них. Практически под каждое отверстие приходится создавать фрагмент плана со своим секущим диапазоном, чтобы отверстие отобразилось на плане.

Расстановка и маркировка отверстий в модели должна выполняться архитекторами, при этом инженеры могут выдавать задание только на двумерных видах в формате аннотационных примечаний. Учитывая особенности совместной работы, ввиду которой нельзя смотреть листы, созданные в проектах связанных файлов, инженеры вынуждены формировать задания на отверстия, работая в файлах архитектурных разделов.

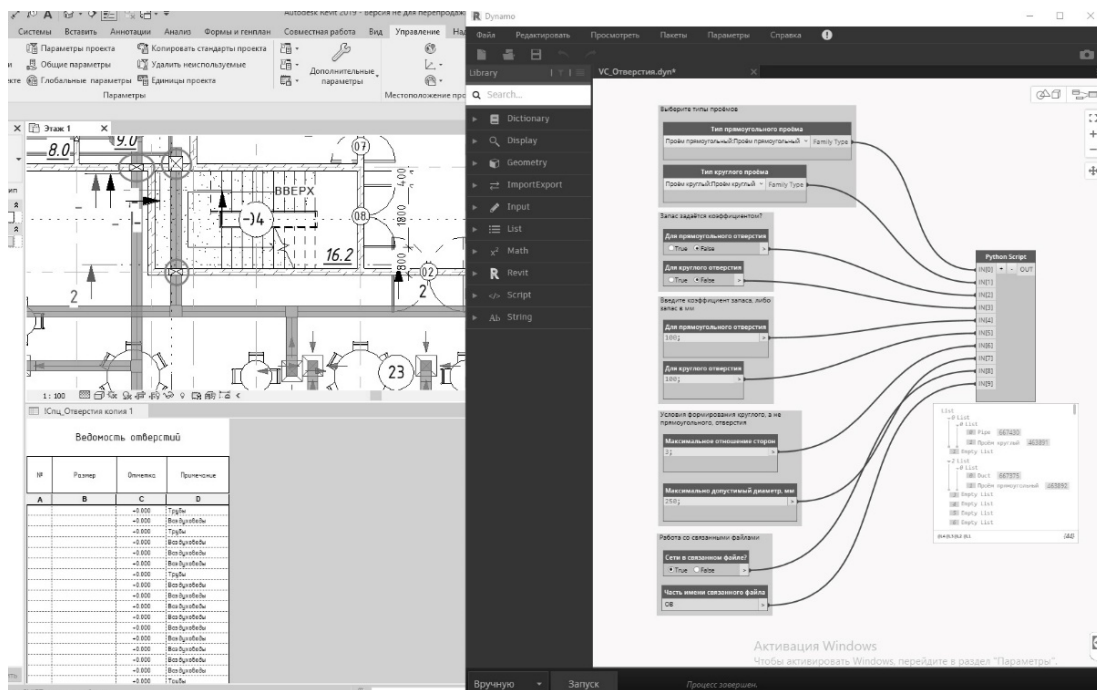


Рисунок 4 – Пример скрипта на создание отверстий

В ходе работы над исследованием было выявлено, что значительно ускорить процесс моделирования отверстий позволяет использование скриптов в Dynamo, которые можно найти в открытом доступе. Использование одного из таких скриптов значительно ускорило процесс создания отверстий в модели. Данное решение не исключает указанные ранее проблемы, связанные с маркировкой отверстий, при этом также переносит часть работы по проверки кор-

ректности расстановки отверстий с архитекторов на проектировщиков инженерных разделов, однако в общем случае снижает сроки проектирования. При использовании скриптов на создание отверстий алгоритм работы должен быть следующим:

1. Применение скрипта на создание отверстий проектировщиком инженерного раздела;
2. Проверка корректности автоматической расстановки отверстий в модели;
3. Формирование двухмерного задания на отверстия для проектировщиков архитектурного раздела;
4. Второй этап проверки расстановки отверстий и, при необходимости, объединение отверстий из заданий смежных разделов проектировщиками архитектурного раздела;
5. Маркировка отверстий на архитектурных планах.

**Вывод.** Из-за большого количества параметров (времени, объёмов проекта, сложности решения проблемы, подготовки проектировщика), от которых зависит степень эффективности применения Dynamo, сложно сделать однозначные выводы.

Если сравнивать задачу расстановки отверстий вручную в программе Revit и с помощью применения скрипта по автоматической расстановке отверстий в приложении Dynamo, то определенно можно сказать, что использование данного скрипта позволяет настроить удобную рабочую среду и повысить эффективность проектировщика при выполнении нестандартных, но рутинных задач. Расширение функционала программ для BIM позволяет проектировщику освободить время на выполнение более продуктивных задач.

В итоге мы приходим к выводу, что для наиболее эффективной работы с BIM процесс моделирования возможно и нужно оптимизировать: сделать его более простым, быстрым и удобным. Это поможет улучшить качество модели, а также избежать многих ошибок при ее построении и снизить затраты на производство.

#### **Список использованных источников**

1. Ланцов, А.Л. AutoDesk Revit 2015. Компьютерное проектирование зданий / А. Л. Ланцов. – М. : Издательский Центр РИОР, 2014. – 664 с.
2. Звонов, И. А. Принципы применения адаптируемых модульных проектов на базе информационного моделирования в рамках модернизации зданий образовательных учреждений / И. А. Звонов // BIM-моделирования в задачах строительства и архитектуры : материалы II Междунар. науч.-практич. конф., Санкт-Петербург, 15–17 мая 2019 г. / СПбГАСУ. – СПб, 2019. – 274 с.
3. Dynamo [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://dynamobim.org/>. – Дата доступа: 06.03.2020.
4. Dynamo: автоматизация рутинных и новые функции для Revit. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://bim.vc/dynamo/>. – Дата доступа: 06.03.2020.
5. Хацкевич, Е.: Эволюция проектирования с Dynamo [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://softline.by/>. – Дата доступа: 06.03.2020.
6. Кочегурова, Е. А. Теория и методы оптимизации : учеб. пособие / Е. А. Кочегурова – Томск : Томский политех. ун-т, 2012. – 157 с.

## К ВОПРОСУ О НЕКОТОРЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ПРОЧНОСТИ ГИПСОВОЛОКНИСТЫХ ЛИСТОВ

М. И. Кондратьев

В настоящее время широкое распространение в строительстве получило применение гипсоволокнистых листов в качестве как отделочного, так и конструкционного материала [1,2]. Вместе с тем до настоящего времени в нормативных документах [3] отсутствуют какие-либо данные, касающиеся прочностных и упругих характеристик материала. Поэтому целью данных исследований являлось определение прочностных характеристик гипсоволокнистых листов (далее ГВЛ) толщиной 12,5 мм при кратковременном действии нагрузки.

Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи:

1. Разработана методика по определению прочностных характеристик ГВЛ (изгиб из плоскости листа, растяжение в плоскости листа);
2. Экспериментально определены прочностные характеристики при изгибе, растяжении.

При разработке методики по определению прочностных характеристик ГВЛ были проанализированы существующие методики по определению аналогичных характеристик для плитных материалов в зависимости от вида напряженного состояния, режимов нагружения, используемого оборудования, средств измерения и приспособлений, позволяющих фиксировать измеряемые значения величин с заданной точностью. Разработанная методика включала в себя обоснование форм образцов, использование необходимого оборудования, изготовление образцов и их подготовку к испытаниям, а также некоторые требования [4].

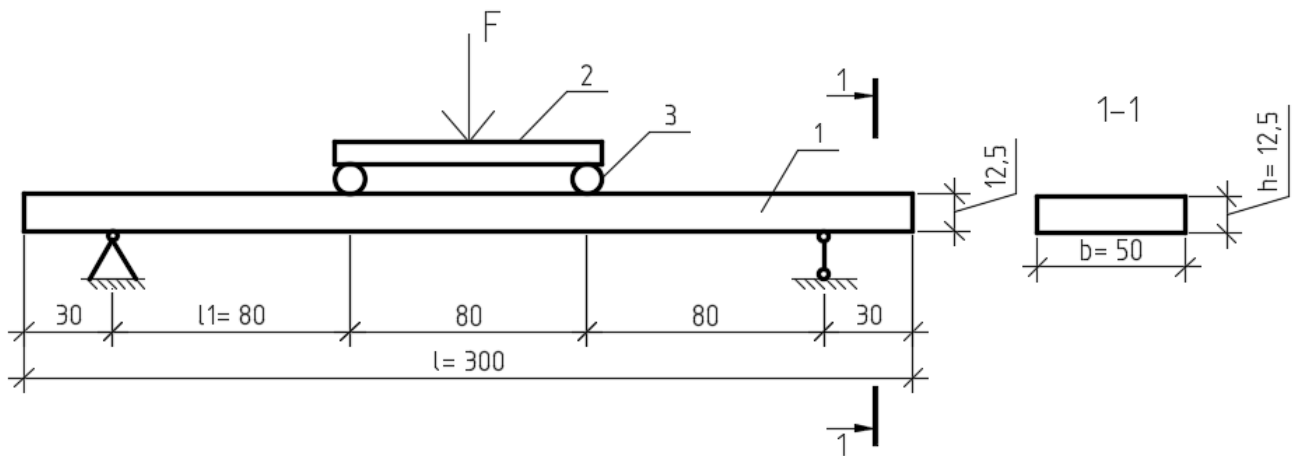
Для нагружения испытываемых образцов по определению прочностных характеристик ГВЛ использовалась испытательная машина Quasar 25, позволяющая контролировать режим нагружения и задавать скорость приложения нагрузки, а также фиксировать деформирование испытываемого образца в процессе нагружения.

Согласно разработанной методике для определения прочностных характеристик при изгибе из плоскости листа изготавливались образцы в форме прямоугольных призм  $L \times b \times h = 300 \times 50 \times 12,5$  мм. Испытания образцов ГВЛ при изгибе из плоскости проводятся по схеме, приведенной на рисунке 1. Всего было изготовлено и испытано 9 образцов, выпиленных вдоль листа и 5 образцов – поперек листа.

Каждый образец помещается в нагружающее устройство на две параллельные опоры диаметром 20 мм и длиной не менее ширины образца, расстояние между центрами опор 240 мм. Нагрузка прикладывается посередине траверсы 2 (рисунок 1).

Образцы загружались возрастающей нагрузкой до полного разрушения.

В процессе нагружения осуществлялась автоматическая запись нагрузки и соответствующих деформаций (прогибов) испытываемых образцов. Все показания записывались в файл испытательной машины. Испытания образцов проводились при температуре окружающего воздуха 200 С и относительной влажности 70%.



1 – испытываемый образец; 2 – траверса; 3 – валики

Рисунок 1 – Схема испытаний образцов ГВЛ при изгибе из плоскости листа

Значения прочности при изгибе ГВЛ из плоскости листа для каждого образца определялись по формуле

$$f_m = \frac{3F_{\max} l_1}{bh^2}, \quad (1)$$

где  $F_{\max}$  — величина нагрузки, при которой произошло разрушение образца, Н;  
 $l_1$  — расстояние от опоры до опоры распределительной балочки мм;  
 $b$  и  $h$  — ширина и высота поперечного сечения образца соответственно, мм.

Результаты испытаний при изгибе из плоскости ГВЛ приведены в таблицах 1 и 2.

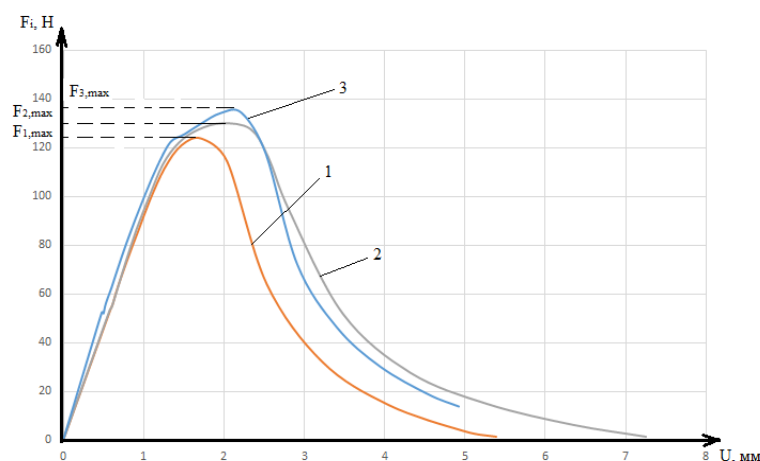
Таблица 1 – Результаты испытаний образцов ГВЛ, вырезанных вдоль листа при изгибе из его плоскости

№ образцов	Размеры поперечного сечения образца $b \times h$ , мм	Расстояние от опоры до точки приложения нагрузки $l_1$ , мм	Момент сопротивления $W = \frac{b \cdot h^2}{6}$ , мм <sup>3</sup>	Значение максимальной (разрушающей) нагрузки $F_{\max}$ , Н	Момент $M = \frac{F_{\max}}{2} \cdot l$ , Н*мм	Значение прочности $f_{m,0}$ , МПа	Среднее значение прочности $f_{m,mean}$ , МПа
1	2	3	4	5	6	7	8
1	56x12,5	80	1458	124,4	4976	3,41	3,56
2	56x12,5	80	1458	130,6	5224	3,58	
3	55x12,5	80	1432	134,4	5376	3,75	
4	55x12,5	80	1432	134,3	5372	3,75	3,56
5	55x12,5	80	1432	116,8	4672	3,26	
6	57x12,5	80	1484	116,2	4648	3,13	
7	54x12,5	80	1406	124,1	4964	3,53	
8	53x12,5	80	1380	130,3	5212	3,78	
9	53x12,5	80	1380	132,7	5308	3,85	

Таблица 2 – Результаты испытаний ГВЛ, вырезанные поперёк листа при изгибе из его плоскости

№ образцов	Размеры поперечного сечения образца $b \times h$ , мм	Расстояние от опоры до точки приложения нагрузки $l_1$ , мм	Момент сопротивления $W = \frac{b \cdot h^2}{6}$ , мм <sup>3</sup>	Значение максимальной (разрушающей) нагрузки $F_{\max}$ , Н	Момент $M = \frac{F_{\max}}{2}$ , Н*мм	Значение прочности $f_{m,90}$ , МПа	Среднее значение прочности $f_{m,mean}$ , МПа
1	2	3	4	5	6	7	8
1	55x12,5	80	1432	150,3	6012	4,20	4,17
2	55x12,5	80	1432	147,5	5900	4,12	
3	52x12,5	80	1354	139,2	5568	4,11	
4	53x12,5	80	1380	144,1	5764	4,18	
5	51x12,5	80	1328	140,8	5632	4,24	

По полученным данным были построены диаграммы деформирования образцов ГВЛ при изгибе из его плоскости. Некоторые диаграммы деформирования образцов приведены на рисунке 2, анализируя которые, можно отметить линейный (упругий) характер работы материала образцов при заданном режиме нагружения.



1 – для образца № 1; 2 – для образца № 2; 3 – для образца № 3

Рисунок 2 – Диаграмма деформирования образцов ГВЛ при изгибе из его плоскости

В процессе испытаний разрушение образцов имело хрупкий характер и происходило в результате разрыва ГВЛ в зоне действия максимального момента.

На основании испытаний было установлено, что образцы, вырезанные вдоль листа, при их изгибе из плоскости имеют меньшую прочность, чем образцы, вырезанные поперёк листа. Разрушение образцов происходило примерно по центру.

Для определения прочностных характеристик ГВЛ при растяжении в плоскости листа, в соответствии с разработанной методикой, было изготовлено и испытано 8 образцов, вырезанных вдоль листа, и 5 образцов – поперёк листа (рисунок 3).

Прочность при растяжении ГВЛ в плоскости листа определяется по формуле

$$f_t = \frac{F_{\max}}{bh}, \quad (2)$$

где  $F_{\max}$  — сила нагружения, действующая на образец в момент разрушения, Н;  $b$  и  $h$  — ширина и высота поперечного сечения образца, соответственно, мм.

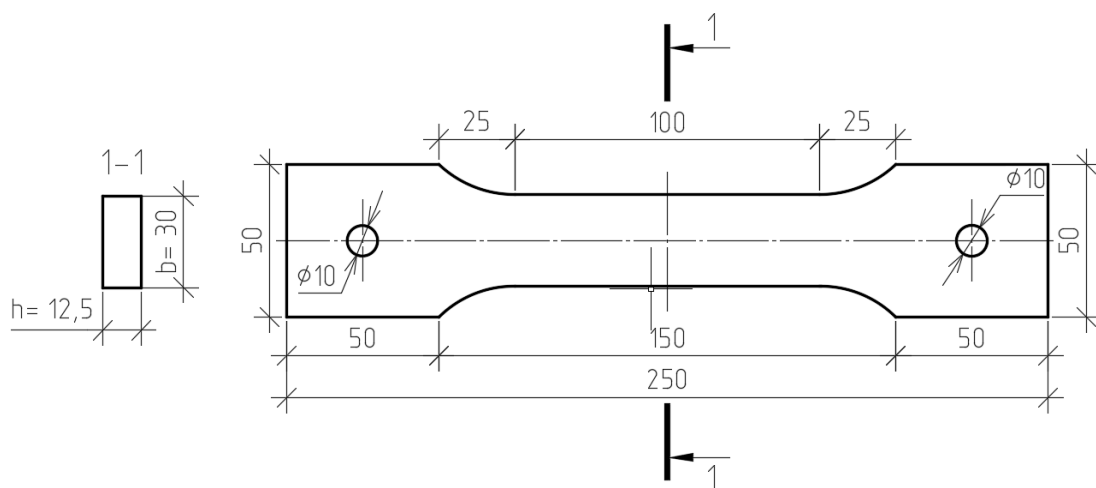


Рисунок 3 – Геометрические параметры образцов ГВЛ при испытании на действие растягивающего усилия

Результаты проведения испытаний при растяжении в плоскости ГВЛ приведены в таблицах 3 и 4.

Таблица 3 – Результаты испытаний образцов ГВЛ, вырезанные вдоль листа при растяжении в его плоскости

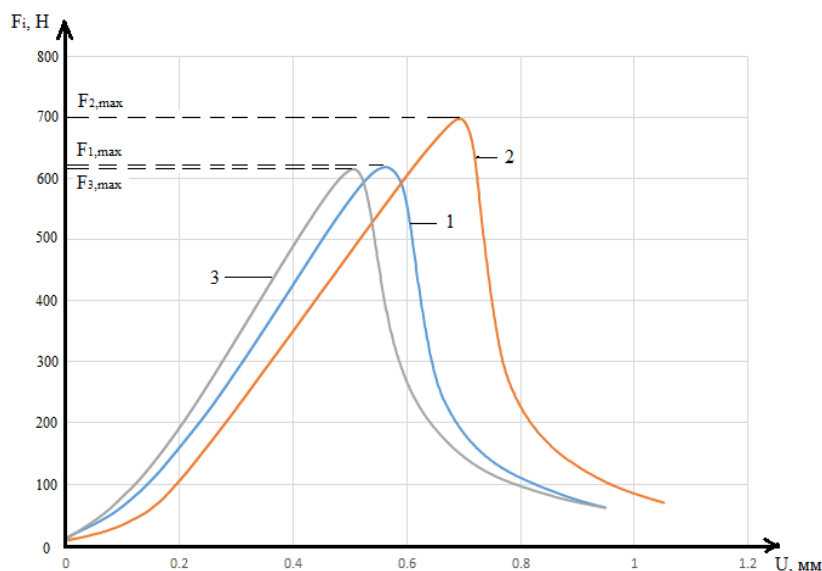
Образец №	Значение максимальной (разрушающей) нагрузки $F_{max}$ , Н	Размеры поперечного сечения образца $b \times h$ , мм	Значение прочности при растяжении $f_{t,0}$ , МПа	Среднее значение прочности при растяжении $f_{t,i,mean}$ , МПа
1	2	3	4	5
1	870	35x12,5	1,99	1,68
2	665	35x12,5	1,52	
3	703	31x12,5	1,81	1,68
4	698	36,5x12,5	1,53	
5	817	35x12,5	1,87	
6	643	31x12,5	1,66	
7	619	31,5x12,5	1,57	
8	615	33x12,5	1,49	

Таблица 4 – Результаты испытаний образцов ГВЛ, вырезанные поперёк листа при растяжении в его плоскости

Образец №	Значение максимальной (разрушающей) нагрузки $F_{max}$ , Н	Размеры поперечного сечения образца $b \times h$ , мм	Значение прочности при растяжении $f_{t,90}$ , МПа	Среднее значение прочности при растяжении $f_{t,i,mean}$ , МПа
1	2	3	4	5
1	678	30x12,5	1,81	1,71
2	752	34x12,5	1,77	
3	696	36x12,5	1,55	
4	776	35x12,5	1,77	
5	750	36x12,5	1,67	

Диаграммы деформирования при растяжении в плоскости для некоторых образцов ГВЛ представлены на рисунке 3.





1 – для образца № 1; 2 – для образца № 2; 3 – для образца № 3  
 Рисунок 3 – Диаграммы деформирования образцов ГВЛ при растяжении в их плоскости

Характеристические значения прочности ГВЛ определялись в соответствии с требованиями [5].

Согласно [5] характеристическое значение прочности  $f_{m(t),k}$  определялось по формуле

$$f_{m(t),k} = \exp(\overline{f_{m(t)}} - k_s \cdot s_f) \quad (3)$$

$\overline{f_{m(t)}}$  – логарифм от среднего значения прочности ГВЛ, Мпа:

$$\overline{f_{m(t)}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln f_{m(t)} \quad (4)$$

$s_f$  – стандартное отклонение, Мпа.

$$s_f = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\ln f_{m(t)} - \overline{f_{m(t)}})^2} \quad (5)$$

Коэффициент  $k_s$  – коэффициент, учитывающий ограниченность выборки и определяемый по таблице 5 [5] в зависимости от количества испытанных образцов, промежуточные значения определялись путём интерполяции.

Таблица 5 – Значение коэффициента  $k_s$  [5]

Количество образцов	$k_s$
3	3,15
5	2,46
10	2,10
15	1,99
20	1,93
30	1,87

Характеристические значения прочности ГВЛ при изгибе из плоскости листа представлены в таблице 6 и 7.

Таблица 6 – Характеристические значения прочности образцов ГВЛ, вырезанных вдоль листа, при изгибе из его плоскости

№ образца	Значение прочности при изгибе $f_{m,0}$ , МПа	Коэффициент $k_s$	Логарифм среднего значения прочности $\bar{f}_m$ , МПа	Стандартное отклонение $S_f$ , МПа	Характеристическое значение прочности $f_{m,k}$ , МПа
1	2	3	4	5	6
1	3,41	2,172	1,268	0,072	3,041
2	3,58				
3	3,75				
4	3,75				
5	3,26				
6	3,13				
7	3,53				
8	3,78				
9	3,85				

Таблица 7 – Характеристические значения прочности образцов ГВЛ, вырезанных поперёк листа, при изгибе из его плоскости

№ образца	Значение прочности при изгибе $f_{m,0}$ , МПа	Коэффициент $k_s$	Логарифм среднего значения прочности $\bar{f}_m$ , МПа	Стандартное отклонение $S_f$ , МПа	Характеристическое значение прочности $f_{m,k}$ , МПа
1	2	3	4	5	6
1	4,20	2,46	1,428	0,013	4,038
2	4,12				
3	4,11				
4	4,18				
5	4,24				

Характеристические значения прочности ГВЛ при растяжении в плоскости листа представлены в таблицах 8 и 9.

Таблица 8 – Характеристические значения прочности образцов ГВЛ, вырезанных вдоль листа, при растяжении в его плоскости

№ образца	Значение прочности при растяжении $f_{t,0}$ , МПа	Коэффициент $k_s$	Логарифм среднего значения прочности $\bar{f}_t$ , МПа	Стандартное отклонение $S_f$ , МПа	Характеристическое значение прочности $f_{t,k}$ , МПа
1	1,99	2,244	0,514	0,109	1,31
2	1,52				
3	1,81				
4	1,53				
5	1,87				
6	1,66				
7	1,57				
8	1,49				

Таблица 9 – Характеристические значения прочности образцов ГВЛ, вырезанных поперёк листа, при растяжении в его плоскости

№ образца	Значение прочности при растяжении $f_{t,90}$ , МПа	Коэффициент $k_s$	Логарифм среднего значения прочности $\bar{f}_t$ , МПа	Стандартное отклонение $S_f$ , МПа	Характеристическое значение прочности $f_{t,k}$ , МПа
1	1,81	2,46	0,537	0,063	1,47
2	1,77				
3	1,55				
4	1,77				
5	1,67				

В результате проведенных исследований установлено:

- при изгибе образцов ГВЛ из плоскости листа на четырёхточечный изгиб материал образца работал линейно вплоть до его разрушения, прочностные характеристики вдоль листа  $f_{m,mean} = 3,56$  МПа,  $f_{m,k} = 3,041$  МПа, поперёк листа –  $f_{m,mean} = 4,17$  МПа,  $f_{m,k} = 4,038$  МПа;

- при растяжении образцов ГВЛ в плоскости листа материал образца работал линейно вплоть до его разрушения, прочностные характеристики вдоль листа  $f_{m,mean} = 3,56$  МПа,  $f_{t,k} = 1,31$  МПа, поперёк листа –  $f_{t,mean} = 1,71$  МПа и  $f_{t,k} = 1,47$  МПа;

- значения прочности ГВЛ зависят от ориентации прикладываемого усилия по отношению к продольной (главной) оси листа.

#### Список использованных источников

1. Листы гипсоволокнистые. Технические условия: ГОСТ Р 51829-2001. – 26 с.
2. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://masterim.guru/strojmaterialy/gipsovoloknistyj-list-karakteristiki/>
3. Проектирование деревянных конструкций. Часть 1-1. Общие правила и правила для зданий: ТКП EN 1995-1-1-2009. – Минск: Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь, 2010. – 98 с.
4. Плиты гипсовые, армированные волокном определение, требования и методы испытания. Часть 2. Гипсоволокнистые плиты: СТБ EN – 15283-2-2009. – 89 с.
5. Конструкции деревянные. Расчёт значений характеристик 5 – перцентилля и критериев приемлемости образца: СТБ EN – 14358 – 2009. – 16 с.

## К ВОПРОСУ О НАИБОЛЕЕ ПРОГРЕССИВНЫХ СОВРЕМЕННЫХ РАСЧЕТНЫХ МОДЕЛЯХ СОПРОТИВЛЕНИЯ СРЕЗУ ПРИ ПРОДАВЛИВАНИИ ПЛОСКИХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПЛИТ

В. В. Молош, И. Г. Томашев

### Введение

Несмотря на многочисленные исследования, проведенные с целью изучения сопротивления железобетонных элементов срезу, к настоящему времени до конца не ясен механизм перераспределения внутренних усилий и деформаций, возникающий при этом виде деформации элементов, и не разработана точная и надежная расчетная модель, позволяющая предсказывать величину предельных сил сопротивления. В последние годы к этому вопросу все чаще обращаются ведущие зарубежные и отечественные исследователи. Разработано достаточно большое количество расчетных моделей, но вопрос сопротивления срезу по-прежнему остается дискуссионным, так как согласованность расчетных и экспериментальных значений сил сопротивления, полученных по предложенным расчетным моделям, часто по-прежнему оставляет желать лучшего.

К настоящему времени известны три метода моделирования трещин в железобетонных элементах, сопротивляющихся срезу: модели дискретных трещин, смазанных и встроенных [1]. Наиболее широкое применение получили первые два метода. Метод встроенных трещин начал развиваться сравнительно недавно.

Модели дискретных трещин основаны на гипотезе о делении железобетонного элемента образовавшимися трещинами на отдельные жесткие не изменяющиеся блоки. Сопротивление элемента внешним воздействиям возникает благодаря продольным и поперечным перемещениям блоков и контакту их между собой по поверхности трещин. К таким моделям можно отнести модели, в основу которых положена теория критической трещины среза (*англ. Critical Shear Crack Theory – CSCT*). На базе *CSCT* создана модель сопротивления срезу, принятая в prEN 1992-1-1 [3], которая являющаяся, как отмечено в [5], развитием концепции MCFT [6] и усовершенствованием модели *fib* MC2010 [4] применительно к расчету сопротивления срезу балок и плит без поперечного армирования.

Модель, вошедшая в последнюю версию *fib* MC2010 [4], базируется на положениях и уравнениях модифицированной теории полей сжатия (MCFT) [6]. В свою очередь модифицированная теория полей сжатия (MCFT) относится к моделям с размытыми трещинами, в которых материал с трещинами рассматривается как непрерывный, и разрыв материала, вызванный трещиной, размазывается по элементу путем изменения угла наклона трещины, определяемого соблюдением условий, записанных в базовых уравнениях теории.

Основной целью данного исследования является изучение и сравнительный анализ расчетных моделей сопротивления срезу при продавливании плоских железобетонных плит без поперечного армирования, представленных в

нормативных документах (СНБ 5.03.01-02 [2], prEN 1992-1-1:2018 [3], *fib Model Code 2010* [4]), а также разработанной собственной модели, базирующейся на положениях и уравнениях модифицированной теории полей сжатия (МСФТ) [6], представленной в замкнутой форме, для научно обоснованной оценки точности и надежности указанных моделей, обоснования и подтверждения правильности выбора принятой модели в новой редакции национального нормативного документа по расчету железобетонных конструкций.

### **1. Модели нормативных документов СНБ 5.03.01-02 [2], prEN 1992-1-1:2018 [3], *fib MC 2010* [4]**

Стоит подчеркнуть, что все модели сопротивления срезу при продавливании железобетонных плоских плит перекрытий и фундаментов можно считать эмпирическими. Об этом свидетельствуют результаты обширного исследования существующих в настоящее время подходов и моделей расчета сопротивлений срезу, которые приведены в монографии [7].

В конструктивных элементах согласно МСФТ, на которой базируется модель, принятая в *fib Model Code 2010* [4], бетон с трещинами выступает как ортотропный материал, а трещины среза не имеют изначально четкого положения. Они приняты гипотетически «размазанными» по объему элемента в зоне локализации напряжений. «Размазанные» трещины могут получать изменения в направлениях, оставаясь связанными с направлением основного поля напряжений. Их положение является гипотетически возможным (виртуальным) и определяется в зависимости от перераспределения внутренних сил и деформаций согласно записанным условиям механического взаимодействия. Достаточно полное описание положений МСФТ приведено в монографии [7]. Модель, принятая в *fib Model Code 2010* [4], представляет собой своего рода упрощенную версию МСФТ в замкнутом виде.

Положения теории критической трещины среза (*CSCT*), послужившей основой для расчетной модели сопротивления срезу, введенной в проект prEN 1992-1-1 [3], приведены в работе [5].

В основу расчетных моделей нормативных документов положено следующее условие:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c} \quad (1)$$

где  $V_{Ed}$  – обобщенная перерезывающая сила, вызванных внешними воздействиями на конструкцию;  $V_{Rd,c}$  – обобщенная внутренняя реакция конструкции на внешнее воздействие, направленная перпендикулярно нейтральной плоскости плиты.

Основные уравнения сопротивления срезу при продавливании плоских железобетонных плит без поперечной арматуры, вошедшие в расчетные модели нормативных документов СНБ 5.03.01-02 [2], prEN 1992-1-1:2018 [3], *fib MC 2010* [4], приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Модели сопротивления продавливанию, используемые в нормативных документах [2, 3, 4]

Норм. док.	Расчетные уравнения	
СНБ 5.03.01-02 [2]	$V_{Rd,c} = [0,15k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} - 0,1\sigma_{cd}] \cdot \frac{u \cdot d}{\beta};$ $V_{Rd,c} \geq [0,5f_{ctd} - 0,1\sigma_{cp}] \cdot \frac{u \cdot d}{\beta}.$	Основные
СНБ 5.03.01-02 [2]	$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2 \quad (d \text{ в мм}); \quad d = (d_x + d_y) / 2; \quad \sigma_{cd} = (\sigma_{cd,x} + \sigma_{cd,y}) / 2;$ $\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \cdot \rho_{ly}} \leq 0,02, \text{ где } 0,002 \leq \rho_l \leq 0,02;$ $l_s = 1,5d = d \cot(\theta); \quad \theta = 33,7^\circ; \quad \bar{\beta} = 1,15 \text{ для внутренних колонн}$	Дополнительные
prEN 1992-1-1:2002 [3]	$V_{Rd,c} = \frac{0,6}{\gamma_c} \cdot k_{pb} \cdot \left( 100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck} \cdot \frac{d_{dg}}{d_v} \right)^{1/3} \cdot \frac{b_0 d_v}{\beta_e}; \quad V_{Rd,c} \leq \frac{0,6}{\gamma_c} \sqrt{f_{ck}};$ $V_{Rd,c,min} \leq \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yd}} \cdot \frac{d_{dg}}{d_v}}.$	Основные
prEN 1992-1-1:2002 [3]	$k_{pb} = \sqrt{5\mu_p \frac{d_v}{b_0}} \leq 2,5; \quad \mu_p = 8 \text{ для внутренних колонн}$ $d_v = \frac{(d_{vx} + d_{vy})}{2} \text{ при } 0,5 \leq \frac{V_{Ed,y}}{V_{Ed,x}} \leq 2; \quad \rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \cdot \rho_{ly}};$ $d_{dg} = 16 + D_{lower} \leq 40 \text{ мм при } f_{ck} \leq 60 \text{ МПа};$ $d_{dg} = 16 + D_{lower} \left( \frac{60}{f_{ck}} \right)^2 \leq 40 \text{ мм при } f_{ck} > 60 \text{ МПа};$ $\beta_e = 1,15 \text{ для внутренних колонн}; \quad l_s = 0,5d; \quad \theta = 45^\circ$	Дополнительные
fib MC 2010 [4]	$V_{Rd,c} = k_{\psi} \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_0 d; \quad V_{Rd,max} = k_{sys} \cdot k_{\psi} \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_0 \cdot d \leq \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_0 \cdot d$	Основные
fib MC 2010 [4]	$k_{\psi} = \frac{1}{1,5 + 0,9\psi d k_{dg}} \leq 0,6; \quad k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0,75$ <p>Первый уровень: <math>\psi = 1,5 \frac{r_s}{d} \frac{f_{yd}}{E_s};</math></p> <p>Второй уровень: <math>\psi = 1,5 \frac{r_s}{d} \frac{f_{yd}}{E_s} \left( \frac{m_{Ed}}{m_{Rd}} \right)^{1,5};</math></p> $m_{Ed} \cong V_{Ed} / 8 - \text{ для внутренних колонн}; \quad l_s = 0,5d; \quad \theta = 45^\circ$	Дополнительные
<p><i>В таблице приняты следующие обозначения:</i></p> <p><math>\bar{\beta}, \beta_e</math> – коэффициент, учитывающий влияние внецентренного приложения нагрузки, принимается в соответствии с положениями [1, ];</p> <p><math>d, d_v</math> – эффективная рабочая высота плиты, определяемая расстоянием от верхней сжатой грани в сечении плиты до центра тяжести растянутой арматуры;</p>		

$d_{g0}$  – базовый размер зерна крупного заполнителя, равный 16 мм;  
 $d_g, D_{lower}$  – максимальный размер зерна крупного заполнителя, применяемого для приготовления бетонной смеси;  
 $d_{dg}$  – параметр, учитывающий шероховатость поверхности разрушения, принимаемый в зависимости от типа бетона и величины крупного заполнителя;  
 $u, b_0$  – длина критического периметра, расположенного на расстоянии  $l_s$  от наружных граней колонны;  
 $V_{Ed}$  – обобщенная предельная поперечная сила, вызванная внешним воздействием на конструктивный элемент в зоне среза;  
 $V_{Rd,c}$  – сопротивление срезу при продавливании;  
 $\rho_l$  – коэффициент продольного армирования;  
 $f_{ck}$  – нормативное сопротивление бетона осевому сжатию, МПа;  
 $f_c'$  – среднее сопротивление бетона осевому сжатию, МПа;  
 $\sigma_{cd}$  – средние напряжения обжатия в плите на уровне нейтральной плоскости, МПа;  
 $f_{ctd}$  – расчетное сопротивление бетона осевому растяжению, МПа;  
 $l_s$  – длина зоны среза в плите перекрытия;  
 $\theta$  – угол наклона граней пирамиды (конуса) продавливания;  
 $f_{yk}$  – нормативное сопротивление арматуры осевому растяжению, соответствующее пределу текучести, МПа;  
 $f_{yd}$  – расчетное сопротивление арматуры осевому растяжению, МПа;  
 $r_s$  – расстояние от оси колонны до сечения, в котором изгибающий радиальный момент равен нулю;  
 $\psi$  – угол поворота плоскости плиты в сечении у основания наклонной трещины;  
 $k_{dg}$  – коэффициент, зависящий от максимального размера зерна крупного заполнителя; если  $d_g \geq 16$  мм,  $k_{dg} = 1,0$ ;  
 $E_s$  – модуль упругости арматурной стали;  
 $m_{Ed}$  – среднее значение расчетного изгибающего момента на единицу длины опорной полосы в районе колонны;  
 $m_{Rd}$  – расчетный погонный изгибающий момент в сечении плиты в зоне соединения с колонной

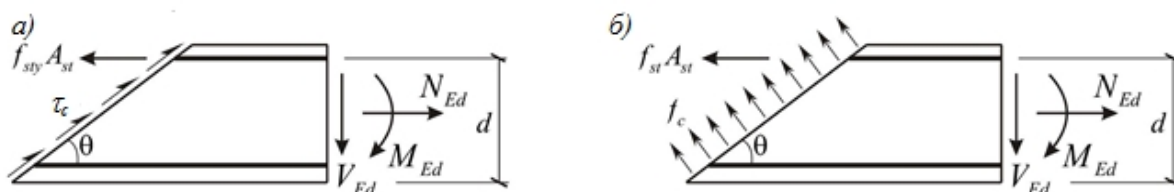
## 2. Упрощенная модель на основе MCFT в замкнутом виде (УМ MCFT)

В основу разработанной модели положены следующие положения и допущения:

- после образования наклонной трещины бетон за ее пределами испытывает сжатие по направлению вдоль наклонной трещины и растяжение поперёк наклонной трещины;
- в расчетах используют средние значения главных растягивающих напряжений как функцию соответствующих относительных деформаций; в сечении, проходящем по наклонной трещине, они равняются нулю;
- в сечении, проходящем по наклонной трещине, действуют касательные напряжения, которые вызванные зацеплением контактирующих поверхностей бетона в трещине и зависят от степени шероховатости поверхностей;
- в расчетах используют постоянный угол наклона диагональной трещины, равный  $\theta = 34,5^\circ$ ;
- горизонтальные усилия в арматуре и бетоне, возникающие в наклонной трещине и в теле бетона за её границами, уравниваются величиной  $V_{Ed} \cot \theta$ ;

- в предельном состоянии наклонная трещина пересекает всю высоту конструктивного элемента, и сопротивление срезу при продавливании воспринимается касательными напряжениями  $\tau_c$ , вызванными: зацеплением контактирующих поверхностей бетона в трещине; нагельным сопротивлением арматуры; сопротивлением бетона в сжатой зоне элемента.

Расчет выполняют непосредственно для предельной стадии сопротивления, минуя промежуточные этапы.



а) сечение, проведенное по наклонной трещине;  
 б) сечение, проведенное за пределами наклонной трещины

Рисунок 1 – К составлению уравнений равновесия для построения упрощённой расчетной модели на основе MCFT

Уравнения равновесия сил на оси X и Y для сечения за пределами наклонной трещины будут иметь вид:

$$\sum X = f_1 b_0 d + f_s A_s - V_{Ed,1} \cot \theta = 0; \quad (2)$$

$$\sum Y = f_1 b_0 d \cot \theta - V_{Ed,1} = 0; \quad (3)$$

в наклонной трещине:

$$\sum Y = V_{Ed,2} - \tau_c b_0 d = 0, \quad (4)$$

где  $f_1$  – главные растягивающие напряжения в бетоне;  $f_s$  – текущие напряжения в продольной арматуре;  $A_s$  – площадь продольной арматуры; остальные параметры те же, что и в таблице 1.

Из уравнения (3) получим:

$$V_{Ed,1} = f_1 b_0 d \cot \theta; \quad (5)$$

а из уравнения (4):

$$V_{Ed,2} = \tau_c b_0 d. \quad (6)$$

Учитывая, что  $V_{Ed,1}$  и  $V_{Ed,2}$ , должны быть эквивалентны, получим:

$$f_1 b_0 d \cot \theta = \tau_c b_0 d \Rightarrow f_1 = \tau_c \tan \theta. \quad (7)$$

Относительные продольные деформации в арматуре могут быть определены из выражения:

$$\varepsilon_x = \frac{f_s}{E_s} \Rightarrow f_s = \varepsilon_x E_s. \quad (8)$$



Подставив выражения (6), (7) и (8) в уравнение (2), получим:

$$\tau_c b_0 d \tan \theta + \varepsilon_x E_s A_s - \tau_c b_0 d \cot \theta = 0 \Rightarrow \tau_c = -\frac{\varepsilon_x E_s \rho_l}{(\tan \theta - \cot \theta)}, \quad (9)$$

где  $\rho_l = A_s / (b_0 \cdot d)$  – коэффициент продольного армирования.

С другой стороны, касательные напряжения  $\tau_c$  в соответствии с положениями МСФТ зависят от прочности бетона при осевом сжатии  $f_{cm}$  и ширины раскрытия наклонной трещины  $w$ . Представим эту эмпирическую зависимость в виде:

$$\tau_c = \frac{a \cdot \sqrt{f_{cm}}}{b + c \cdot w}, \quad (10)$$

где  $a$ ,  $b$  – поправочные эмпирические коэффициенты, которые следует принимать равными:  $a = 0,21$  и  $b = 0,307$ ; коэффициент  $c = 250$  учитывает шероховатость контактирующих поверхностей бетона в трещине.

Ширина раскрытия наклонной трещины  $w$  на уровне центра тяжести растянутой продольной арматуры может быть определена из выражения:

$$w = \psi d, \quad (11)$$

где величина угла поворота наклонного сечения может быть определена по упрощенной зависимости:

$$\psi = \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_s}{E_s} = \frac{r_s}{d} \cdot \varepsilon_x. \quad (12)$$

где  $f_s$  – текущие напряжения в продольной растянутой арматуре, которые для упрощения могут быть приняты равными пределу текучести арматуры  $f_y$ .

Подставив выражения (11) и (12) в уравнение (10), получим:

$$\tau_c = \frac{a \cdot \sqrt{f_{cm}}}{b + c \cdot r_s \cdot \varepsilon_x}. \quad (13)$$

Приравнивание выражений (9) и (13) и решение квадратного уравнения даст величину  $\varepsilon_x$  на уровне центра тяжести растянутой арматуры в виде:

$$\varepsilon_x = -\frac{b}{2 \cdot c \cdot r_s} + \frac{\sqrt{\rho_l E_s \cdot [b^2 \rho_l E_s - 4 \cdot a \cdot c \cdot r_s \cdot \sqrt{f_{cm}} \cdot (\operatorname{tg} \theta - \operatorname{ctg} \theta)]}}{2 \cdot \rho_l E_s \cdot c \cdot r_s}. \quad (14)$$

Расчет можно вести в следующей последовательности: определить  $\varepsilon_x$  по выражению (14); определить  $\tau_c$  по выражению (13); определить величину сопротивления срезу при продавливании по выражению (6).

### 3. Верификация расчетных моделей

Верификация моделей сопротивления продавливанию, принятых в нормативных документах СНБ 5.03.01-02 [2], prEN 1992-1-1:2018 [3], fib MC 2010 [4], и разработанной модели УМ MCFT выполнена на фоне доступной базы экспериментальных данных, которая включила результаты 250 испытаний опытных образцов плит на сопротивление срезу при продавливании, выполненных зарубежными и отечественными исследователями, а также результаты собственных исследований.

Статистические параметры ошибки моделирования были определены согласно процедуре, описанной в приложении Д к ТКП EN 1990 [8]. Качество модели определяли оценочными статистическими параметрами (оценочным средним, стандартным отклонением, коэффициентом вариаций), полученными для отношений экспериментальных и расчетных значений анализируемого сопротивления  $V_{exp} / V_{calc}$ , а также коэффициентом корреляции  $r_{ik}$  экспериментального и расчетного значений сопротивления срезу при продавливании (таблица 2). При этом среднее значение отношения  $V_{exp} / V_{calc}$  должно быть близко к единице при минимальном значении коэффициента вариаций. Использование указанных математических статистик в данном случае оправданно, так как распределение отношений  $V_{exp} / V_{calc}$  очень близко к нормальному распределению.

Таблица 2 – Сравнительные статистические параметры отношений  $V_{exp} / V_{calc}$  экспериментальных  $V_{exp}$  и расчетных  $V_{calc}$  сопротивлений срезу при продавливании

Нормативный документ	<i>Min</i>	Среднее	<i>Max</i>	$\sigma$	$C_v, \%$	<i>b</i>	$V_\delta, \%$	$r_{ik}$
СНБ 5.03.01 [2]	0,979	1,793	3,17	0,371	20,7	1,454	21	0,966
prEN1992-1-1:2018 [3]	0,603	1,183	2,125	0,244	20,6	1,3	20,8	0,967
Fib MC2010 [4]	0,507	0,888	1,647	0,201	22,6	0,842	23	0,964
Упрощенная модель MCFT	0,644	0,975	1,579	0,158	16,2	1,013	16,2	0,984

Сравнительные статистические параметры отношений  $V_{exp} / V_{calc}$ :

*Min*, среднее, *max* – соответственно минимальное, среднее и максимальное значения;

$\sigma$  – стандартное отклонение;  $C_v$  – коэффициент вариации; *b* – поправочный коэффициент для среднего значения;  $V_\delta$  – коэффициент вариации для вектора ошибок  $\delta$ ;  $r_{ik}$  – коэффициент корреляции экспериментальных  $V_{exp}$  и расчетных  $V_{calc}$  сопротивлений срезу при продавливании.

По своей структуре наиболее схожи модели СНБ 5.03.01-02 [2] и prEN 1992-1-1:2018 [3]. В них влияние прочности бетона при срезе, выраженной через среднюю прочность при осевом сжатии  $f_{cm}$ , и влияние коэффициента продольного армирования  $\rho_l$  учитывается как корень третьей степени из произведения этих параметров. В модели, принятой в fib MC 2010 [4] и в УМ MCFT, параметр прочности бетона при срезе соответствует корню квадратному из  $f_{cm}$ , что, как видно из рисунка 2б, является более точным, чем в моделях СНБ 5.03.01-02 [2] и prEN 1992-1-1:2018 [3].

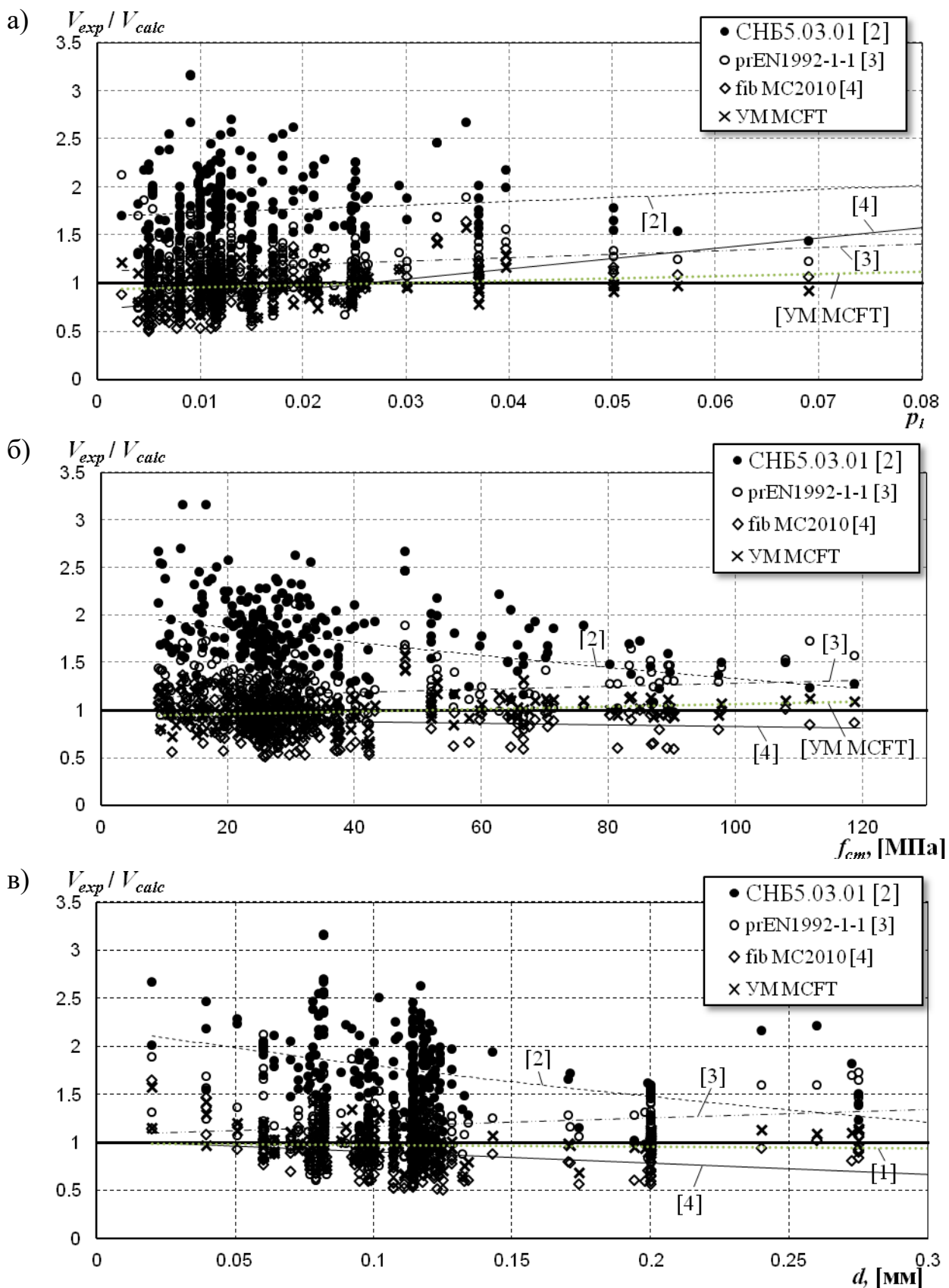


Рисунок 2 – Изменение распределения отношений экспериментальных и теоретических значений сопротивления срезу при продавливании

При этом наиболее точно влияние  $f_{cm}$  учитывает модель, принятая в *fib* MC 2010 [4], в которой практически во всем диапазоне изменения  $f_{cm}$  наблюдается устойчивое согласование экспериментальных и теоретических

значений сопротивления срезу. С увеличением  $f_{cm}$  от 20 МПа до 120 МПа значения отношений  $V_{exp} / V_{calc}$ , полученных при расчете по модели, принятой в СНБ 5.03.01-02 [2], снижаются в среднем на 25%, а при расчете по моделям, принятым в prEN 1992-1-1:2018 [3] и в УМ МСФТ, увеличиваются на 3%.

Таким образом, можно отметить, что прочность бетона при срезе является скорее функцией корня квадратного от прочности бетона при осевом сжатии  $f_{cm}$ , чем функцией корня третьей степени.

Влияние  $\rho_l$  на сопротивление срезу при продавливании наиболее точно учитывает модель, принятая в prEN 1992-1-1:2018 [3] и УМ МСФТ, в которых во всем диапазоне изменения  $\rho_l$  (от 0,024 до 0,069) наблюдается увеличение отношений экспериментальных и теоретических значений сопротивлений срезу в пределах до 3% (рисунок 2а). При этом для модели, принятой в СНБ 5.03.01-02 [2], увеличение составляет 17%, а для модели, принятой в *fib* МС 2010 [4], 50%.

Влияние масштабного фактора (эффективная высота плиты  $d$ ) наиболее точно учитывает УМ МСФТ, в которой во всем диапазоне изменения  $d$  значения отношений  $V_{exp} / V_{calc}$  стабильны. Наиболее сильная зависимость отношений  $V_{exp} / V_{calc}$  от изменения эффективной высоты плит  $d$  установлена при расчетах по модели, принятой в СНБ 5.03.01-02 [2], в которой при изменении  $0,02 \text{ м} \leq d \leq 0,275 \text{ м}$  значения отношений  $V_{exp} / V_{calc}$  снижаются на 50 %.

Из сравнительного анализа статистических параметров (таблица 2) следует, что наиболее точной можно считать разработанную УМ МСФТ, которая обладает наиболее близким к единице средним значением отношений  $V_{exp} / V_{calc}$  (0,975), наименьшими из анализируемых моделей: размахом данных, стандартным отклонением ( $\sigma = 0,158$ ), коэффициентом вариации отношений  $V_{exp} / V_{calc}$  ( $C_v = 16,2 \%$ ), коэффициентом вариации вектора ошибок  $\delta$  ( $V_\delta = 16,2 \%$ ), отклонение от единицы поправочного коэффициента для среднего значения отношений  $V_{exp} / V_{calc}$  (1,3 %). При этом коэффициент корреляции значений  $V_{exp}$  и  $V_{calc}$  наиболее близок к единице ( $r_{ik} = 0,984$ ). В целом перечисленные параметры для УМ МСФТ лучше в сравнении с остальными моделями в среднем на 2%-57%.

Касаясь вопроса надежности расчётных моделей, можно отметить, что наиболее надежной можно считать модель, принятую в СНБ 5.03.01-02 [2], так как всего 0,8 % значений  $V_{calc}$  были ниже значений  $V_{exp}$ . Для моделей, принятых в остальных исследованных нормативных документах этот показатель был получен следующим: prEN 1992-1-1:2018 [3] – 21,6 %; *fib* МС 2010 [4] – 73,6%; УМ МСФТ – 58,8 %. Следует отметить, что  $V_{calc}$  были получены при использовании средней прочности бетона при осевом сжатии  $f_{cm}$  (вместо нормативного сопротивления  $f_{ck}$ , как принято в нормах) и частного коэффициента безопасности по материалу, равного  $\gamma_c = 1,0$ . Если использовать частный коэффициент безопасности по материалу  $\gamma_c = 1,5$ , то количество значений  $V_{calc}$ , превышающих значения  $V_{exp}$ , составит соответственно для: СНБ 5.03.01-02 [2] – 0%, prEN 1992-1-1:2018 [3] – 0,4 %; *fib* МС 2010 [4] – 14,4%; УМ МСФТ – 4,8 %.

Следует отметить, что на основании проведенного исследования нельзя утверждать о достаточной надежности расчетных моделей. Для определения фактической надежности моделей и обеспечения их требуемой надежности необходимо провести дополнительные исследования и расчеты.

#### **Выводы:**

1. Наиболее точной в рамках исследования можно считать разработанную УМ МСФТ, имеющую наилучшие статистические параметры и отклик на изменение входных параметров ( $f_{cm}$ ,  $\rho_b$ ,  $d$ ).

2. Модели, принятые в СНБ 5.03.01-02 [2], prEN 1992-1-1:2018 [3] и *fib* MC 2010 [4], близки по своим статистическим характеристикам. Из них можно выделить модели, принятые в prEN 1992-1-1:2018 [3] и *fib* MC 2010 [4], как несколько более точные.

3. Для оценки фактической надежности и обеспечения требуемой надежности исследованных и разработанной моделей необходимо провести дополнительные исследования и расчетные процедуры.

#### **Список использованных источников.**

1. Menin, R.C.G. Smearred Crack Models for Reinforced Concrete Beams by Finite Element Method / R.C.G. Menin, L.M. Trautwein, T.N. Bittencourt // *Ibracon Structures Materials Journal*. – Volume 2, Number 2 (June, 2009). – P. 166 – 200.

2. Бетонные и железобетонные конструкции = Бятонныя і жалезабятонныя канструкцыі : СНБ 5.03.01-2003. – Введ. 20.06.2002. – Минск : РУП «Стройтех-норм» ; Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь, 2003. – 146 с.

3. Design of concrete structures – Part 1-1: General rules, rules for buildings, bridges and civil engineering structures : prEN 1992-1-1:2018 Eurocode 2. – Final draft of April 2018 by the Project Team SC2.T1 working on Phase 1 of the CEN/TC 250 work programme under Mandate M/515. – 293 p.

4. *fib* Model Code for Concrete Structures 2010. – Lausanne: International Federation for Structural Concrete (*fib*), Switzerland, 2013. – 432 p.

5. Тур, В.В. Новые подходы к определению сопротивления срезу балочных элементов без поперечного армирования: часть 1 – обзор расчетных моделей / В. В. Тур, А. П. Воробей // *Вестник БрГТУ*. – 2019. №1 : Строительство и архитектура. – С.15-22.

6. Vecchio, F. J. The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear / F. J. Vecchio, M. P. Collins // *ACI Journal Proceedings*. – 1986. – Vol. 83, iss. 2. – P. 219–231.

7. Тур, В.В. Расчет железобетонных конструкций при действии перерезывающих сил / В.В. Тур, А.А. Кондратчик. – Брест, БГТУ, 2000.– 400 с.

8. Основы проектирования строительных конструкций = Асновы праектавання будаўнічых канструкцый : ТКП EN 1990-2011. – Введ. 15.11.2012. – Минск : CEN/TC 250 «Конструкционные Еврокоды» ; Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь, 2011. – 70 с.

## АНАЛИЗ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ СИММЕТРИЧНЫХ ТОНКОСТЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С-ОБРАЗНОГО СЕЧЕНИЯ

В. В. Надольский, Ф. А. Верёвка

**Аннотация:** статья посвящена анализу форм потери устойчивости образцов вертикальных тонкостенных стальных элементов С-образного сечения с различными толщинами стенок, не имеющих промежуточных раскрепляющих элементов, подверженных центральному сжатию. В рамках статьи выполнен сбор и анализ экспериментальных данных, построены конечноэлементные модели исследуемых образцов с использованием программного комплекса ABAQUS, произведен анализ значений критических сил потери устойчивости, полученных экспериментально, аналитически и с применением численных методов.

**Abstract:** the article is devoted to the analysis of the buckling forms of vertical steel thin-walled "C" - section elements with different web thicknesses without lateral restraints that are subjected to axial compression. Within the framework of the article, experimental data was collected and analyzed, using the ABAQUS software package finite element models of the samples were created, and the analysis of the values of the critical forces obtained experimentally, analytically, and using numerical methods was made.

**Введение.** Модели сопротивления тонкостенных стальных элементов открытого сечения являются значительно более сложными, чем модели сопротивления стальных элементов аналогичной формы поперечного сечения, но имеющих толщину более 4 мм. Тонкостенные стальные элементы открытого поперечного сечения имеют тенденцию к локальному изгибу, приводящему к местной потере устойчивости сечения или же потере устойчивости формы сечения, при этом значения напряжений потери устойчивости имеют гораздо меньшие значения в сравнении с таковыми, возникающими при общей форме потери устойчивости [1, рисунок 5.5а]. Однако в случае с тонкостенными стержнями местная форма потери устойчивости часто может служить причиной отказа тонкостенного элемента, что вынуждает инженеров искать методы определения критической силы, соответствующей данной форме потери устойчивости, и применять полученные значения при анализе наступления предельного состояния несущей способности указанных элементов.

Основоположителем теории расчета тонкостенных стержней следует считать профессора С. П. Тимошенко, который занимался вопросом изгиба и кручения тонкостенных стержней, однако основная теория расчета тонкостенных стержней с открытыми сечениями была разработана В. З. Власовым [2, 3]. В последующем данное направление научных исследований было отражено в работах известных советских ученых: А. Р. Ржаницына, А. А. Уманского, Д. В. Бычкова, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Вольмира, В. В. Болотина и др. [4-7]. Среди иностранных ученых отдельно стоит выделить работы Ojalvo [8] и Murray [9].

В рамках представленной работы был выполнен сбор и анализ данных испытаний тонкостенных стальных элементов С-образного сечения, проведен-

ных на базе строительного факультета университета в Загребе, Хорватия [10]. Выполнен расчет устойчивости стальных тонкостенных стержней С-образного сечения (С 80/40/14/1.1 и С 80/40/14/3) аналитически с использованием теории тонкостенных стержней и с помощью компьютерного моделирования с использованием конечноэлементного программного комплекса ABAQUS, выполнен анализ и сравнение полученных значений критических сил потери устойчивости с экспериментальными данными.

**Экспериментальное исследование устойчивости.** Информация об испытываемых образцах и особенностях проведения экспериментов были получены на основании анализа данных проведенных испытаний на базе строительного факультета университета в Загребе, Хорватия [10].

Испытания проводились на двух образцах тонкостенных стержней С-образной формы сечения (С 80/40/14/1.1 и С 80/40/14/3) одинаковой длины с различными толщинами стенок:  $t=1.1$  мм и  $t=3.0$  мм соответственно. Образцы были изготовлены из одинаковой марки стали и имели одинаковые механические характеристики. Нагрузка прикладывалась центрально. Расчетная схема исследуемых стержней представляет собой стержень, жестко закрепленный у основания и шарнирно-подвижно — сверху. Контурные размеры поперечного сечения исследуемых стержней С-образного сечения С 80/40/14/1.1 и С 80/40/14/3, расчетная схема и схема расположения измерительных приборов приведены на рисунке 1.

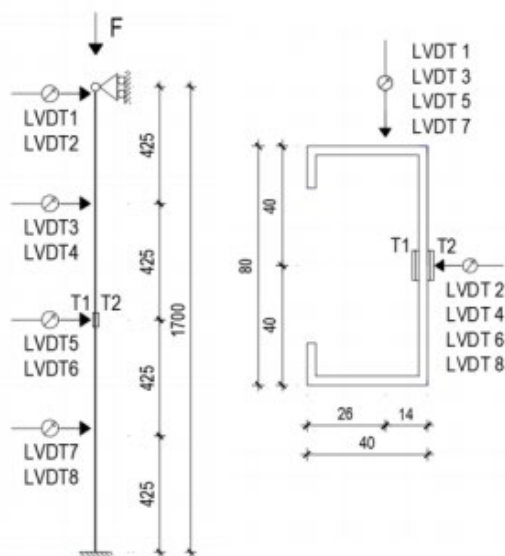


Рисунок 1 — Контурные размеры поперечного сечения исследуемых стержней С 80/40/14/1.1 и С 80/40/14/3; расчетная схема; схема расположения измерительных приборов [10, рисунок 2]

Механические свойства стали, используемой при изготовлении исследуемых стержней, были определены в лаборатории при исследовании серии из трех стандартных образцов с дополнительными датчиками деформации для определения модуля сдвига. Образцы были подготовлены для испытаний в соответствии с EN ISO 6892-1: 2009. Полученные значения механических характеристик представлены в таблице 1.

Таблица 1 — Механические характеристики стали тонкостенных стержней С 80/40/14/1.1 и С 80/40/14/3

Наименование характеристики	Обозначение	Ед. измерения	Значение
Предел текучести	$R_{y,02}$	МПа	321,2
Предел прочности	$R_u$	МПа	402,34
Модуль упругости	$E$	МПа	205300
Коэффициент Пуассона	$\nu$	—	0,29
Модуль сдвига	$G$	МПа	79600

Устойчивость тонкостенных С-образных стержней определялась с использованием статического пресса. К торцам испытываемых элементов были приварены стальные пластины, которые сверху вертикально расположенного стержня служили опорной площадкой для приложения сосредоточенной сжимающей нагрузки, снизу служили опорой, представляющей собой жесткую заделку. Стальные пластины и стержни были изготовлены из одного материала с одинаковыми механическими свойствами.

Во время лабораторных испытаний для измерения продольной деформации в стержнях были использованы тензометрические (тензорезисторные) датчики; для измерения боковых перемещений — датчики LVDT.

Приложение нагрузки на исследуемые образцы проводилось ступенчато в зависимости от толщин стенок испытываемых стержней: для образцов с толщиной стенки  $t = 1,1$  мм приращение составляло  $\Delta F = 10$  кН, для образцов, с толщиной стенки  $t = 3,0$  мм —  $\Delta F = 30$  кН.

Потеря устойчивости стержня С 80/40/14/1.1 была зафиксирована при значении продольной силы  $F_{cr} = 30,8$  кН из-за значительных локальных деформаций полотна стержня. На рисунке 2а представлена форма местной потери устойчивости стенки и полок стержня С 80/40/14/1.1. На рисунке 2б представлена форма потери устойчивости стержня С 80/40/14/3 при значении критической силы  $F_{cr} = 144,5$  кН.



а)



б)

Рисунок 2 — а) форма местной потери устойчивости стенки и полок стержня С 80/40/14/1.1 б) форма потери устойчивости стержня С 80/40/14/3 [10, рисунки 4, 5]



Очевидно, что именно из-за местного искривления полотна стержня С 80/40/14/1.1 не было достигнуто полное значение критической нагрузки, в то время как благодаря большей толщине стержня С 80/40/14/3 существенного местного искривления стержня зафиксировано не было, что, как следствие, явилось причиной значительного увеличения величины критической силы, обусловленного вовлечением всего стержня в сопротивление общей потере устойчивости стержня.

**Аналитическое определение значений критической силы.** Значения критических сил были определены с использованием теории тонкостенных стержней открытого сечения [4, 11, 12]. Геометрические характеристики тонкостенных стержней С 80/40/14/1.1, С 80/40/14/3 и их значения приведены в таблице 2.

Таблица 2 — Значения геометрических характеристик тонкостенных стержней С 80/40/14 /1.1, С 80/40/14/3

Характеристика	Обознач.	Ед. изм.	Числовое значение	
			С 80/40/14 /1.1	С 80/40/14 /3
Площадь поперечного сечения	A	мм <sup>2</sup>	201,96	528
Эксцентриситет	e	мм	24,95	32,25
Момент инерции	I <sub>y</sub>	мм <sup>4</sup>	210355,6	522340,5
	I <sub>z</sub>	мм <sup>4</sup>	48701,6	114510,5
Момент инерции кручения	I <sub>t</sub>	мм <sup>4</sup>	81,5	1584
Секториальный момент инерции	I <sub>□</sub>	мм <sup>6</sup>	74908776,7	166001490,1
Координаты центра сдвига	y <sub>A</sub>	мм	34,45	32,25
	z <sub>A</sub>	мм	0	0

Согласно теории тонкостенных стержней, критическая сила для стержня открытого поперечного сечения  $F_{cr}$  определяется в соответствии с уравнением 1:

$$(y_A^2 + z_A^2 - r^2) \cdot F^3 + [(F_y + F_z + F_\omega) \cdot r^2 - z_A^2 \cdot F_y - y_A^2 \cdot F_z] \cdot F^2 - r^2 \cdot (F_y \cdot F_z + F_y \cdot F_\omega + F_z \cdot F_\omega) \cdot F + F_y \cdot F_z \cdot F_\omega \cdot r^2 = 0 \quad (1)$$

Где величины  $F_z$ ,  $F_y$ ,  $F_\omega$  определяются согласно следующим выражениям:

$$F_z = \frac{\pi^2 EI_z}{(\mu l)^2}; \quad F_y = \frac{\pi^2 EI_y}{(\mu l)^2}; \quad F_\omega = \frac{1}{r^2} \cdot \left( \frac{\pi^2 EI_\omega}{(\nu l)^2} + GI_t \right). \quad (2)$$

Величина  $r^2$  определяются согласно выражению:

$$r^2 = \frac{I_y + I_z}{A} + y_A^2 + z_A^2. \quad (3)$$

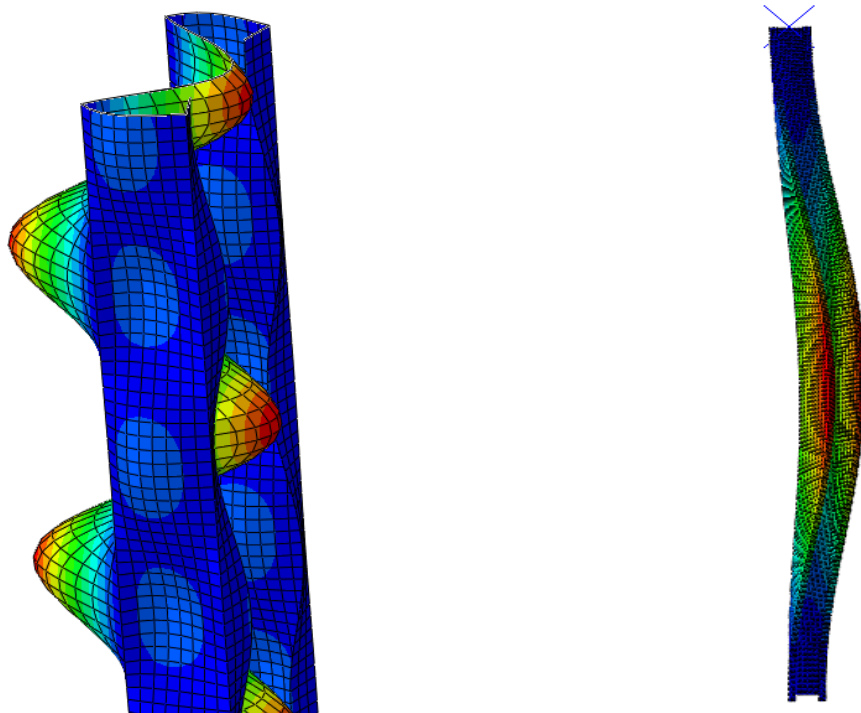
Для стержня, имеющего жесткое закрепление на одном конце и шарнирно-подвижное на другом,  $\mu = 0,7$ ;  $\nu = 0,7$ . Кубическое уравнение 1 имеет три действительных и положительных корня  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$ . При  $F_2 < F_3$ , соответствующая критическая сила равна меньшей из сил  $F_2$  или  $F_z$ . Если  $F_z < F_2$ , происходит потеря устойчивости (выпучивание) в плоскости стержня, при  $F_z > F_2$ , одновременно наблюдается изгибно-крутильная форма потери устойчивости, при этом критическая сила потери устойчивости стержня  $F_{cr} = F_{min}$ .

Таким образом, используя данные таблицы 1 и выражение 3, были получены значения  $r^2=2469,5 \text{ мм}^2$  и  $r^2=2246,2 \text{ мм}^2$  для стержней С 80/40/14/1.1 и С 80/40/14/3 соответственно. Используя уравнение 1 и формулы 2, получаем значения критических сил  $F_{cr}=F_{min}=42,6 \text{ кН}$  и  $F_{cr}=F_{min}=145,5 \text{ кН}$  для стержней С 80/40/14/1.1 и С 80/40/14/3 соответственно. В соответствии с расчетом для стержня С 80/40/14/1.1 характерной является изгибно-крутильная форма потери устойчивости, для стержня С 80/40/14/3 — общая форма потери устойчивости.

**Определение критической силы с применением конечноэлементного программного комплекса ABAQUS.** Программный комплекс ABAQUS CAE обладает обширной библиотекой конечных элементов. В библиотеке имеются как элементы тонких пластин, основанных на классической теории Кирхгофа, так и элементы толстых пластин, подчиняющиеся теории Рейсснера-Миндлена, которая учитывает деформацию поперечного сдвига. Кроме того, в программном комплексе ABAQUS CAE имеются пластинчатые элементы общего назначения (general purpose elements), которые позволяют моделировать оба типа пластин.

Для моделирования стержней был выбран элемент S4R (A 4-node doubly curved thin or thick shell, reduced integration, hourglass control, finite membrane strains – четырехузловой элемент тонкой или толстой пластины с криволинейным контуром, использованием редуцированной схемы интегрирования, конечными мембранными деформациями и контролем за деформациями формы с нулевой энергией. Сетка была сгенерирована и структурирована автоматически. Размер сетки составил 5 мм.

Для моделирования штампа, через который происходила передача сжимающего усилия, была предварительно создана отчетная точка в центре тяжести сечения, которая впоследствии была связана с верхним контуром поперечного сечения стержня как жесткое тело.



а) С-образный стержень С 80/40/14/1.1

б) С-образный стержень С 80/40/14/3

Рисунок 3 — Формы потери устойчивости тонкостенных стержней С-образного сечения при действии критической силы в ABAQUS

Для стержня С-образного сечения С 80/40/14/1.1 значение критической силы составило  $F_{cr} = 39,38$  кН. Возникновение локальных изгибных деформаций стержня С-образного сечения ( $t = 1,1$  мм) изображено на рисунке 3а. Для стержня С-образного сечения С 80/40/14/3 значение критической силы составило  $F_{cr} = 145,8$  кН. Форма потери устойчивости этого стержня изображена на рисунке 3б.

**Заключение.** Значения критических сил, полученных экспериментально, аналитически и с применением конечноэлементного программного комплекса ABAQUS, представлены в таблице 3.

Таблица 3 — Сравнение значений критических сил, полученных экспериментально, аналитически и с применением ABAQUS

$F_{cr}$	Ед. изм.	Сечение стержня	
		С 80/40/14/1.1	С 80/40/14/3
$F_{exp}$	кН	30,8	144,5
$F_{theory}$		42,6	145,5
$F_{FEM}$		39,38	270,08

При анализе экспериментальных данных исследования тонкостенных стержней на центральное сжатие было отмечено, что критическая сила потери устойчивости для стержня С 80/40/14/1.1 (стержня с меньшей толщиной стенки) не достигла своего истинного значения из-за местного выпучивания полотна стержня, обусловленного локальными изгибными деформациями.

Теория тонкостенных стержней апеллирует значением критической силы общей формы потери устойчивости и не учитывает возможность местной потери устойчивости полотна стержня.

Несмотря на то, что численные значения критических сил, полученных экспериментально и с использованием программного комплекса ABAQUS имеют расхождения, подход к оценке устойчивости центрально-сжатых тонкостенных стержней, основанный на применении метода конечных элементов, позволяет получить значение критической силы, учитывающей локальные изгибные деформации, также данный метод наглядно иллюстрирует область возможного возникновения локального (местного) выпучивания полотна стержня, что было подтверждено экспериментальными исследованиями. Однако стоит отметить актуальность исследований, направленных на совершенствование применяемых методик построения и расчета стальных элементов с использованием метода конечных элементов.

#### Список использованных источников

1. Еврокод 3. Проектирование стальных конструкций. Часть 1-3. Общие правила. Дополнительные правила для холодноформованных элементов и профилированных листов: ТКП EN 1993-1-3-2009. – М. : МАиС, 2014.
2. Соболевский Г.П. Тонкостенные стержни открытого профиля, усиленные бимоментными связями // Дис. д-ра техн. наук. – Тула, 1967. - 418 с.
3. Власов, В.З. Тонкостенные упругие стержни. – М.: Физматгиз, 1959. – 568 с.

4. Бычков, Д.В. Строительная механика стержневых тонкостенных конструкций. - М.: Стройиздат, 1962. – 476 с
5. Бычков, Д.В. Расчет балочных и рамных стержневых систем из тонкостенных элементов. – М.: Стройиздат, 1948. – 208 с.
6. Джанелидзе, Г.Ю. Вариационная формулировка теории тонкостенных упругих стержней В.З. Власова // Прикладная математика и механика. – 1943. – Т. VII., вып. 6. – С. 455-462.
7. Ржаницын, А.Р. Устойчивость тонкостенных стержней за пределом упругости. – М.: Стройиздат, 1941.
8. Ojalvo, M. Thin-walled bars with open profiles, The Olive Press, Estes Park. – Colorado, 1991.
9. Murray, N.W. Introduction to the Theory of Thin-Walled Structures / Oxford University Press. – New York, 1986.
10. Šimić, D. Critical Force Analysis of Thin-Walled Symmetrical Open-Section Beams, Applied Mechanics and Materials (Volume 827), Trans Tech Publications. – Switzerland, 2016. – P. 283-286.
11. Šimić, D. The Theory of Thin-Walled Rods with Open Cross Section, Faculty of Civil engineering, University of Zagreb, Manualia Universitatis studiorum Zagrabienis. – Zagreb, Croatia, 2008.
12. Plazibat, B. A Computer Program for Calculating Geometrical Properties of Symmetrical Thin-Walled Cross-Section / B. Plazibat, A. Matoković // Transactions of Famena. – 35 (2011) 4. – P. 65-84.

## ПРОВЕРКА УСТОЙЧИВОСТИ СТАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ СОГЛАСНО ТКП EN 1993-1-1

В. В. Надольский, Ф. А. Верёвка

***Аннотация:** в статье рассмотрены основные принципы и особенности проверки устойчивости стальных элементов согласно ТКП EN 1993-1-1. Затронуты вопросы учета эффектов второго порядка, моделирования узлов сопряжений, а также учета несовершенств.*

***Abstract:** in the article main principles and features of stability checks of steel elements according to ТКП EN 1993-1-1 are considered. Features of the account effects of the second order, modeling of joints and the account of imperfections are mentioned.*

**Введение.** В связи с имеющимися особенностями и наличием распространенных заблуждений среди инженеров-конструкторов относительно выполнения проверок устойчивости стальных элементов в рамках ТКП EN 1993-1-1 [1] авторами статьи рассмотрены основные принципы и некоторые особенности проверки устойчивости стальных элементов, требования к которой изложены в разделе 5 ТКП EN 1993-1-1 [1]. Также в статье отражен ряд вопросов, связанных с процедурой моделирования элементов конструкции, узлов сопряжений, методов выполнения статического расчета, а также затронут вопрос порядка учета несовершенств.

**Базовые положения проверки устойчивости отдельных элементов.** Согласно п. 5.2.2 (7) ТКП EN 1993-1-1 [1] устойчивость отдельных элементов должна быть проверена, учитывая следующие положения:

*а) если эффекты второго порядка в отдельных элементах и соответствующие несовершенства элемента (см. 5.3.4) полностью учитываются при статическом расчете конструкции, проверка устойчивости отдельных элементов согласно 6.3 не требуется;*

*б) если эффекты второго порядка в отдельных элементах или некоторые несовершенства отдельных элементов (например, отклонения элемента при потере устойчивости по изгибной и/или изгибно-крутильной форме, см. 5.3.4) не учитываются полностью в статическом расчете, должна быть проверена устойчивость отдельных элементов согласно соответствующим критериям по 6.3 на эффекты, не включенные в статический расчет. Эта проверка должна учитывать концевые моменты и силы, полученные из статического расчета конструкции, включая общие эффекты второго порядка и общие несовершенства (см. 5.3.2), если они имеют место, и ее допускается основывать на расчетной длине, равной конструктивной длине».*

На основании анализа положений п. 5.2.2(7а/б) [1] можно выделить два подхода к проверке устойчивости стальных элементов. Так, особенностью первого подхода, основанного на п. 5.2.2(7а) [1], является тот факт, что в случае учета в статическом расчете эффектов второго порядка и несовершенств, проверка устойчивости производится на основании проверки прочности сечения,

т. к. усилия, полученные в результате такого расчета, уже учитывают все возможные «накопления» внутренних усилий. Однако практическая реализация такого подхода при большом количестве рассчитываемых элементов является очень трудоемким процессом и требует больших вычислительных мощностей.

Второй подход, изложенный в п. 5.2.2(7b) [1], получает все большее распространение. Согласно данному подходу необходимо:

- выполнить статический расчет конструкции, учитывая общие эффекты второго порядка (P-Δ эффекты) и общие несовершенства (если они имеют место);

- выполнить проверку устойчивости отдельных элементов согласно соответствующим критериям, приведенным в подразделе 6.3 [1], на эффекты, которые не были учтены в статическом расчете, как правило, к данным «неучтенным» эффектам стоит отнести следующие: локальные эффекты второго порядка (P-δ эффекты) и локальные несовершенства элемента (искривления, сварочные напряжения и т. д.). При этом стоит обратить внимание на то, что согласно этому подходу расчетную длину элемента допускается принимать равной конструктивной длине.

Отдельным пунктом 5.2.2(8) [1] изложен еще один подход к проверке устойчивости элементов:

*«Если устойчивость каркаса оценена проверкой по методу эквивалентной колонны согласно 6.3, значения расчетных длин должны быть основаны на форме общей потери устойчивости каркаса с учетом жесткостей элементов и соединений, наличия пластических шарниров и распределения сжимающих усилий при действии расчетных нагрузок. В этом случае внутренние усилия, используемые при определении сопротивления, вычисляются согласно теории первого порядка без учета несовершенств».*

**Пример практической реализации проверки устойчивости элементов одноэтажной рамной конструкции.** Рассмотрим практический пример реализации описанных подходов. В качестве примера рассмотрим одноэтажную раму пролетом 20 м, высотой в карнизном узле 5,75 м, высота в коньковом узле 6,63 м. Для поперечного сечения ригеля и колонны принят прокатной двутавр 55Б2 по СТО АСЧМ 20-93, сталь С255. Приняты следующие значения нагрузок на поперечную раму:

- постоянные нагрузки на ригель рамы 4,0 кН/м;
- постоянные нагрузки на колонну рамы 3,0 кН/м;
- снеговая нагрузка 4,5 кН/м;
- ветровое воздействие на колонны для наветренной стороны 2,5 кН/м, для подветренной 1,6 кН/м, на ригель рамы -2,0 кН/м.

В статическом расчете было учтено влияние деформации узлов [1, 5.1.2(2)]. Карнизный узел был классифицирован как полужесткий [2, т. 5.1]. Согласно методам, изложенным в ТКП EN 1993-1-8 [2], была определена начальная жесткость узла  $S_{j,ini}$  (71536 кНм/рад), однако в расчете учитывалась текущая жесткость  $S_{j,ult}$  (35768 кНм/рад), так как предполагается, что действующий момент  $M_{j,Ed}$  будет превышать  $2/3 M_{j,Rd}$ . [2, п. 5.1.2(3) и п. 5.1.2(4)].

Сочетания составлены в соответствии с п. 6.4.3.2 [3], согласно правилам комбинаций 6.10a и 6.10b из таблицы A1.2(B) [3].

Таблица 1 – Рассматриваемые сочетания воздействий

CO1	1.35G
CO2	1.35G + 0.90Qs
CO3	1.35G + 0.90Qs + 0.90Qw
CO4	1.35G + 0.90Qw
CO5	1.15G + 1.50Qs
CO6	1.15G + 1.50Qs + 0.90Qw
CO7	1.15G + 1.50Qw
CO8	1.15G + 0.90Qs + 1.50Qw

На следующем этапе следует установить необходимость учета общих несовершенств и влияние эффектов второго порядка.

Согласно п. 5.2.1(3) [1] при упругом расчете конструкций допускается применять расчет первого порядка, если увеличением соответствующих внутренних усилий или любыми другими изменениями работы конструкции, вызванными деформациями, можно пренебречь. Выполнение этого условия достигается соблюдением следующего критерия:

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 10. \quad (1)$$

Значения  $\alpha_{cr}$  для основных сочетаний воздействий представлены в таблице 2. Так как для всех комбинаций выполняется условие, то допускается выполнять упругий расчет первого порядка.

Таблица 2 – Значения  $\alpha_{cr}$  для рассматриваемых сочетаний воздействий

№ сочетания	CO1	CO2	CO3	CO4	CO5	CO6	CO7	CO8
$\alpha_{cr}$	36,1	22,5	27,0	49,4	19,4	22,7	89,3	35,8

Согласно 5.3.2(3) [1] для каркасов, чувствительных к потере устойчивости, сопровождаемой поперечным отклонением, несовершенства следует учитывать расчетом каркаса с эквивалентным несовершенством в виде начального поперечного отклонения и локальными изгибными отклонениями элементов. При этом общие начальные несовершенства в виде отклонений от вертикали (поперечные отклонения) принимаются равными:

$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m = 0,005 \cdot 0,834 \cdot 0,886 = 0,0036 \quad (2)$$

где  $\phi_0 = 0,005$ ,  $\alpha_h = 0,834$ ,  $\alpha_m = 0,886$ .

Исходя из приведенных выше значений  $\alpha_{cr}$ , следует, что в рамках данного примера эффектами второго порядка и начальными общими несовершенствами можно пренебречь. Однако стоит обратить внимание на то, что для того чтобы установить этот факт, необходимо было выполнить расчет на устойчивость для каждого из рассматриваемых сочетаний, при этом большинство программных продуктов позволяет выполнить за один раз расчет только для одного сочетания. Поэтому значительно более оптимальным подходом видится всегда выполнять расчет с учетом эффектов второго порядка (Р-Δ эффектов) и общих несовершенств.

Ниже на рисунках 1, 2 представлены результаты статического расчета (значения изгибающих моментов, кН/м) одноэтажной плоской рамы без и с учетом эффектов второго порядка и общих несовершенств соответственно.

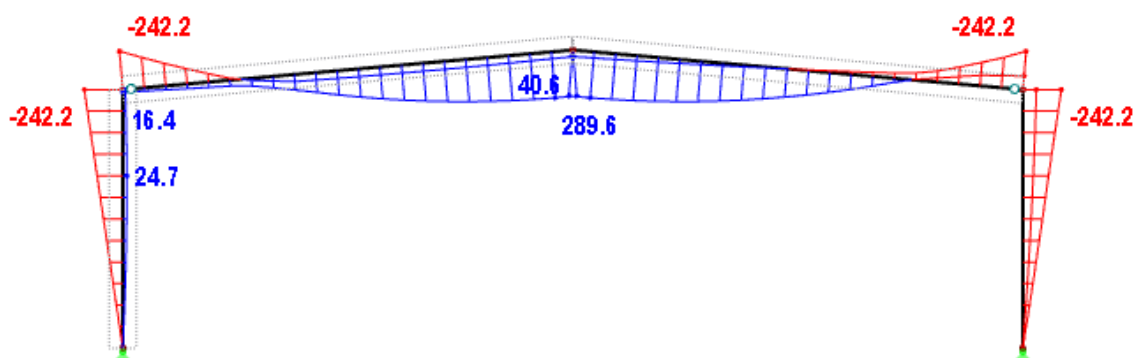


Рисунок 1 – Огибающие максимальных и минимальных значений изгибающих моментов, кН/м, без учета эффектов второго порядка и общих несовершенств

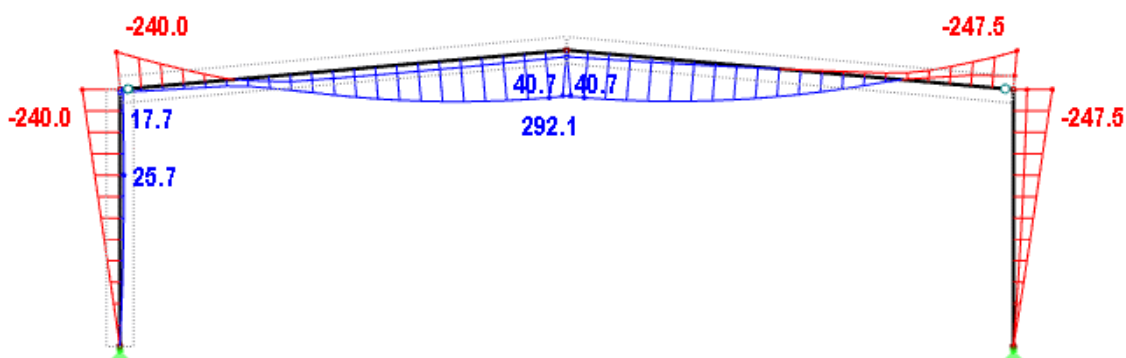


Рисунок 2 – Огибающие максимальных и минимальных значений изгибающих моментов, кН/м, с учетом эффектов второго порядка и общих несовершенств

На основании сравнения значений изгибающих моментов, представленных на рисунках 1, 2, можно отметить, что для рассматриваемого примера отсутствует существенное влияние эффектов второго порядка и общих несовершенств на значения внутренних усилий, возникающих в элементах конструкции. Однако в рамках ТКП EN 1993-1-1 [1] в зависимости от применения теории первого или же теории второго порядка для дальнейшей проверки устойчивости возникает принципиальное различие в назначении расчетных длин элементов. Так, при статическом расчете по теории первого порядка без учета несовершенств согласно п. 5.2.2(8) [1] «значения расчетных длин должны быть основаны на форме общей потери устойчивости каркаса с учетом жесткостей элементов и соединений, наличия пластических шарниров и распределения сжимающих усилий при действии расчетных нагрузок», а при статическом расчете по теории второго порядка с учетом несовершенств согласно п. 5.2.2(7b) «...допускается основывать на расчетной длине, равной конструктивной длине».

Для сравнения выполним проверку устойчивости по двум указанным выше вариантам учета расчетных длин элементов, результаты расчетов приведены в таблице 3.



Таблица 3 – Результаты проверки устойчивости колонн одноэтажной плоской рамы с различными расчетными длинами (с использованием теории первого и второго порядка соответственно)

Применяемая теория	$L_{cr,y}, м$	$\lambda_y$	$\chi_y$	$K_{Ny}$	$L_{cr,z}, м$	$\lambda_z$	$\chi_z$	$K_{Nz}$	-
Без уч. Р-Δ	23,0	1,127	0,578	0,06	5,75	1,34	0,407	0,09	-
С уч. Р-Δ	5,75	0,282	0,982	0,04	5,75	1,343	0,407	0,09	-
Применяемая теория	$M_{cr}, кНм$	$\lambda_{LT}$	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT,mod}$	$K_{My}$	$k_{yy}$	$k_{zy}$	$K_1$	$K_2$
Без уч. Р-Δ	1030,9	0,791	0,769	0,878	0,43	0,945	0,974	0,47	0,51
С уч Р-Δ	1025,6	0,793	0,768	0,877	0,44	0,903	0,974	0,43	0,52

В таблице 3 приняты следующие обозначения:

$$K_{Ny} = N_{Ed} / (\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}) \quad (3)$$

$$K_{Nz} = N_{Ed} / (\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}) \quad (4)$$

$$K_1 = N_{Ed} / (\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}) + k_{yy} M_{y,Ed} / (\chi_{LT} M_{y,Rk} / \gamma_{M1}) \quad (5)$$

$$K_2 = N_{Ed} / (\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}) + k_{zy} M_{y,Ed} / (\chi_{LT} M_{y,Rk} / \gamma_{M1}) \quad (6)$$

Как видно в данном примере, существенных различий в конечном результате нет, однако более простым и практичным способом следует считать метод расчета с учетом общих несовершенств (Ф-несовершенства) и общих эффектов второго порядка (Р-Δ эффекты).

**Пример практической реализации проверки устойчивости элементов трехэтажной рамной конструкции.** Рассмотрим еще один пример реализации подходов статического расчета и проверки устойчивости элементов. В качестве примера рассмотрим рамное трехэтажное здание пролетом 20 м, высотой в карнизном узле 17,25 м, высота в коньковом узле 18.13 м, высота первых двух этажей 5,75 м. Для поперечного сечения ригелей и колонн принят прокатной двутавр 55Б2 по СТО АСЧМ 20-93, сталь С255.

Приняты следующие значения нагрузок на поперечную раму:

- постоянные нагрузки на ригель покрытия и перекрытия 4,0 кН/м;
- постоянные нагрузки на колонны рамы 3,0 кН/м;
- снеговая нагрузка на покрытие 4,5 кН/м
- ветровое воздействие на колонны для наветренной стороны 2,5 кН/м, для подветренной 1,6 кН/м, на ригель рамы -2,0 кН/м.

Руководствуясь положением п. 5.1.2(2) [1], в статическом расчете было учтено влияние деформации узлов. Карнизный узел был классифицирован как полужесткий [2, т. 5.1], в расчете учитывалась секущая жесткость  $S_{j,ult}$  (35768 кНм/рад).

Сочетания составлены в соответствии с 6.4.3.2 [3], согласно правилам комбинаций 6.10а и 6.10б из таблицы А1.2(В) [3].

Значения  $\alpha_{cr}$  для сочетаний воздействий представлены в таблице 4. В рассматриваемом случае есть сочетания, для которых  $\alpha_{cr}$  получилось меньше 10, следовательно, необходимо учитывать эффекты второго порядка и несовершенства.

Таблица 4 – Значения  $\alpha_{cr}$  для рассматриваемых сочетаний воздействий

Сочетание	CO1	CO 2	CO 3	CO 4	CO 5	CO 6	CO 7	CO 8
$\alpha_{cr}$	13,3	8,6	9,1	14,6	7,5	7,9	19,1	10,6

Ниже на рисунках 3, 4 приставлены результаты расчета без и с учетом эффектов второго порядка и общих несовершенств соответственно.

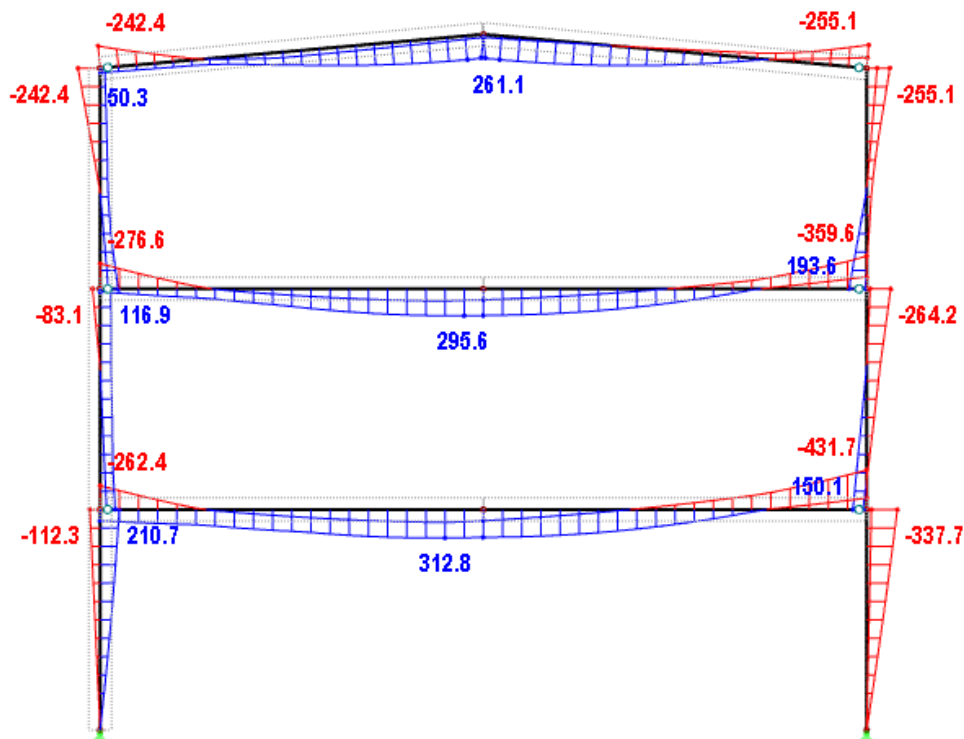


Рисунок 3 – Огибающие максимальных и минимальных значений изгибающих моментов, кН/м, без учета эффектов второго порядка и общих несовершенств

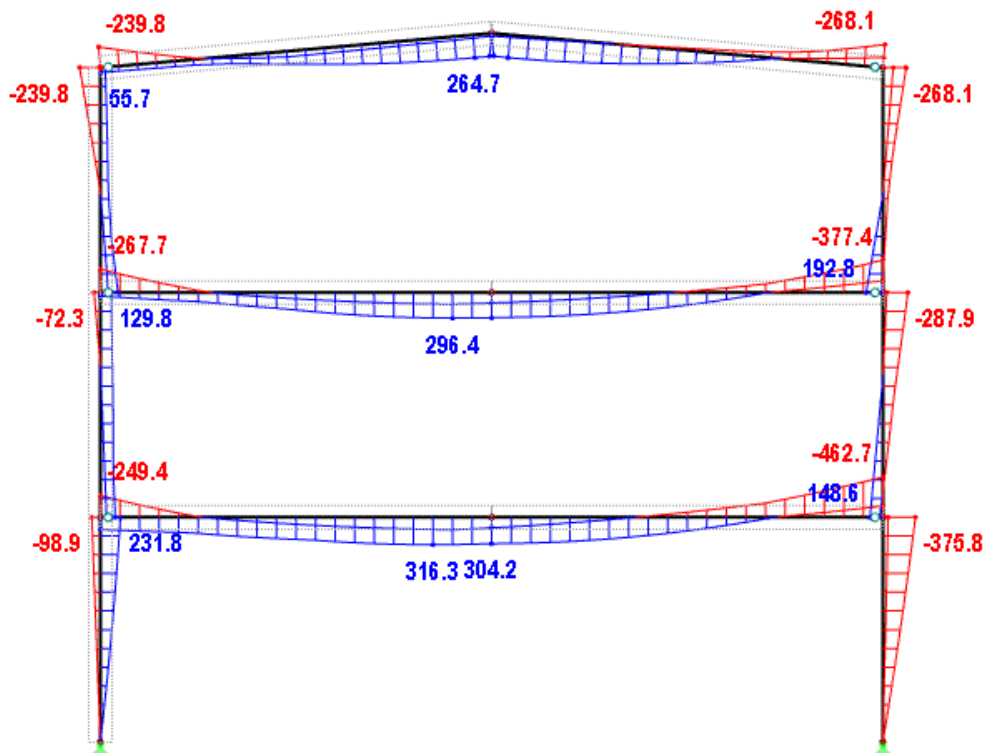


Рисунок 4 – Огибающие максимальных и минимальных значений изгибающих моментов, кН/м, с учетом эффектов второго порядка и общих несовершенств

Результаты проверок устойчивости по двум описанным выше подходам сведем в таблицу 4. Следует обратить внимание, что в общем случае расчетные длины колонн для каждого сочетания могут быть разными. Обычно рекомендуется принимать расчетную длину элемента по тому сочетанию, при котором в элементе возникает наибольшее сжатие.

Таблица 4 – Результаты проверок устойчивости с учетом эффектов первого и второго порядка

Сочетание	Результаты проверки для соответствующих эффектов	
	Первого порядка	Второго порядка
CO1	0,28	0,30
CO2	0,45	0,48
CO3	0,75	0,82
CO4	0,58	0,63
CO5	0,53	0,56
CO6	0,82	0,90
CO7	0,74	0,79
CO8	0,91	0,99

Интересным является тот факт, что наихудшим сочетанием для проверки колонн на устойчивость получилось CO8: сочетание с наибольшим значением изгибающего момента в колонне, при этом наименьшее значение  $\alpha_{cr}$  получилось для сочетания CO5.

**Заключение.** Значительный интерес представляет механизм учета начальных несовершенств в виде поперечных отклонений каркаса сооружения от вертикали и в виде местных изгибных отклонений элементов каркаса, а также порядок учета эффектов второго порядка (влияния деформаций элементов каркаса под нагрузкой).

Также значительный интерес представляют подходы к учету таких локальных несовершенств элемента, как искривления, сварочные напряжения и т. д. Одним из таких подходов можно назвать способ, основанный на применении эквивалентных геометрических несовершенств, особенности которого изложены в приложении С ТКП EN 1993-1-5 [4].

Важно отметить, что при выполнении статических расчетов строгие требования предъявляются к последующей практической реализации узлов с точки зрения соответствия их заданным в расчете жесткостям, вращательной и несущей способности.

#### Список использованных источников

1. КП EN 1993-1-1:2010. Еврокод 3. Проектирование стальных конструкций. Часть 1-1. Общие правила и правила для зданий.
2. ТКП EN 1993-1-8:2010. Еврокод 3. Проектирование стальных конструкций. Часть 1-8. Расчет соединений.
3. Еврокод. Основы проектирования конструкций: ТКП EN 1990-2011. Введ. 01.07.12. – Минск: Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь, 2012. – 94 с.
4. ТКП EN 1993-1-5:2010. Еврокод 3. Проектирование стальных конструкций. Часть 1-5. Пластинчатые элементы.

## МОНИТОРИНГ ДЛИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ В БЕТОНЕ НА НАПРЯГАЮЩЕМ ЦЕМЕНТЕ В РАННЕМ ВОЗРАСТЕ

А. И. Пикула

### *Аннотация*

*Приведен вариант алгоритма определения ползучести расширяющихся бетонов в раннем возрасте (до 28 суток). Описано выбранное и разработанное аппаратное обеспечение в плане его возможностей. Приведены примеры получаемых необработанных данных и их особенностей при данном виде контроля.*

### *Abstract*

*A variant of the algorithm for determining the creep of expanding concrete at an early age (up to 28 days) is given. The selected and developed hardware is described in terms of its capabilities. Examples of the obtained raw data and their features with this type of control are given.*

### *Введение*

В настоящее время в практике различных видов строительства (в том числе высотного) начинают находить всё более широкое применение самонапряжённые бетоны, а также бетоны с компенсированной усадкой на напрягающем цементе. Они могут использоваться как для вертикальных несущих конструкций зданий (колонн, ядер жёсткости), что позволяет уменьшить размеры и процент армирования сечений конструкций и тем самым увеличить полезную площадь сооружения, так и для горизонтальных длинномерных несущих и ограждающих конструкций, повышая их трещиностойкость, водонепроницаемость и другие значимые эксплуатационные характеристики.

Бетон на напрягающем цементе также применяем для:

- сборно-монолитных каркасов жилых зданий при замоноличивании стыков между сборными элементами каркаса;
- изготовления монолитных несущих ригелей перекрытия;
- полов из напрягающего бетона;
- восстановления эксплуатационной пригодности строительных конструкций методом инъектирования;
- в любых строительных изделиях и конструкциях, где необходимо предотвратить развитие напряжений, вызванных усадкой, и (или) создать предварительное напряжение.

В мире бетонные расширяющиеся композитные системы являются приоритетным направлением изучения, так как предполагаемый потенциал их обоснованного (изученного) применения может дать значимый экономический и экологический эффект в масштабах всей планеты. Данное направление совпадает с основной концепцией экологического менеджмента бетона и бетонных конструкций [1] и требует значительных научных исследований и квалифицированного подхода.

Также в настоящее время, благодаря расширению исследовательской составляющей и успешной практике применения бетонов на напрягающем цементе

те, увеличилось количество видов выпускаемых добавок и модифицираторов, превращающих обычный бетон в расширяющийся. Обратной стороной данного процесса являются попытки переноса свойств одних модификаторов на другие, объединение несовместимых результатов применения, что в купе с многофакторной составляющей конкурирующих процессов формирования структуры приводит не к улучшению свойств бетона, а порой к значительному ухудшению (повышенному трещинообразованию, снижению модуля упругости бетона и т. д.).

В настоящее время наименее изученными и при этом определяющими с точки зрения качества и долговечности расширяющихся бетонов являются длительные процессы усадки и ползучести данных композитов. В принципе изучение данных процессов и для обычных бетонов является достаточно трудоёмким и затратным, а при добавлении в систему ещё одной неопределённости в виде распределённой расширяющейся субстанции ещё более повышает вариабельность и соответственно трудоёмкость изучения этих процессов.

Развитие технологии и оборудования для строительных работ позволило значительно ускорить возведение зданий и сооружений, в результате чего нагружение железобетонных конструкций происходит в «молодом» возрасте бетона. Однако физико-механические и реологические (усадка, ползучесть) характеристики таких бетонов в различном возрасте нагружения остаются ещё слабо исследованными и, соответственно, методы их компенсации (при негативном влиянии) недостаточно проработанными.

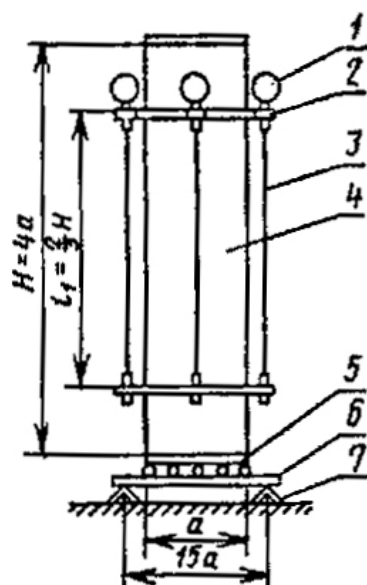
Перечисленные аспекты требуют постоянного совершенствования и разработки методик испытаний, которые бы позволили с наименьшими затратами получать необходимую информацию для обоснованного применения таких специальных бетонов, как напрягающие, требующих особого внимания и культуры производства.

Расширяющиеся бетоны (особенно при наличии внешних ограничений) подвергаются нагружению и включаются в работу с первых суток своего твердения. Вопрос корректного определения и правильного учёта деформаций усадки и ползучести расширяющихся бетонов в настоящее время является актуальным, но в силу ряда причин остаётся открытым и малоизученным. Отдельным вопросом расширяющихся бетонов является ползучесть в раннем возрасте (до 28 суток), методическому обеспечению контроля которой и уделено внимание в данной статье.

### ***Основная часть***

В общем виде определение ползучести любого бетона нормируется ГОСТ 24544 [2], который распространяется на все виды цементных, а также силикатных бетонов, применяемых в промышленном, энергетическом, транспортном, водохозяйственном, жилищно-гражданском и сельскохозяйственном строительстве, в том числе на бетоны, подвергающиеся в процессе эксплуатации нагреву, насыщению водой или нефтепродуктами.

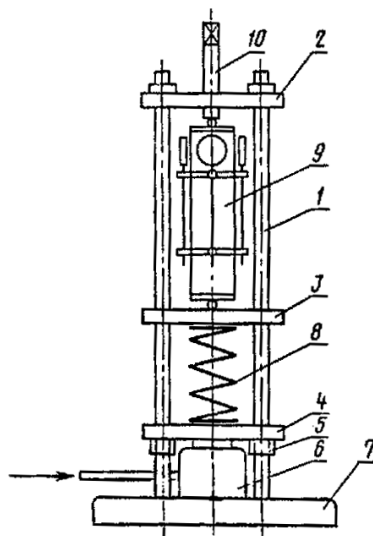
В соответствии с данным нормативным документом деформации ползучести определяют одновременно с определением деформаций усадки, при этом перед испытаниями определяют прочность бетона на сжатие по ГОСТ 10180 и призмную прочность по ГОСТ 24452. Схема установки для определения деформаций усадки по [2] приведена на рисунке 1.



- 1 – индикатор часового типа; 2 – рамка для крепления индикаторов; 3 – качающаяся штанга;  
4 – образец; 5 – металлические пластинки по торцам образца;  
6 – плоская сварная сетка; 7 – опора

Рисунок 1 – Схема устройства для определения деформаций усадки образцов с размерами поперечного сечения более 40x40 мм

Вариант установки для определения деформаций ползучести по [2] приведён на рисунке 2.



- 1 – стойки; 2 – верхняя траверса; 3 – средняя траверса; 4 – нижняя траверса; 5 – гайки;  
7. – гидравлический домкрат; 7 – постамент; 8 – спиральная пружина; 9 – бетонный образец; 10 – установочный винт

Рисунок 2 – Схема пружинного устройства для определения деформаций ползучести

Очевидно, что такой метод контроля не подходит для определения деформаций ползучести бетонов (особенно расширяющихся) в раннем возрасте, так как предполагает постоянный режим нагружения образцов фиксированной нагрузкой, соответствующей напряжению в образце  $0,3 \pm 0,005$  от призменной прочности бетона, установленной перед началом испытаний. Установка для контроля таких видов деформаций должна обеспечивать переменный (возрастающий, либо другой в соответствии с условиями эксплуатации бетона) авто-

матически создаваемый режим нагружения в зависимости от моделируемой или экспериментально контролируемой прочности бетона. Создание такой установки возможно, однако дорого и сложно с точки зрения определения необходимого уровня напряжений в каждый промежуток времени.

В случае же с расширяющимися бетонами и другими аналогичными композитами возможен более простой и менее затратный вариант за счёт самонагружения бетона при расширении через ограничивающие связи достаточной жёсткости, которые можно подбирать в зависимости от условий эксплуатации бетона, либо целей исследования.

Для изучения ползучести расширяющихся бетонов особенно в раннем возрасте предлагается контроль деформирования образцов осуществлять в аналогичных условиях, но за счёт самонагружения образца через приложенное внешнее ограничение в виде тяжа(ей). То есть испытываемый образец устанавливается между траверсами 2 и 4, без средней траверсы 3 и пружины 8 в установку, показанную на рис. 2. В этом случае стойки 1 и будут играть роль внешнего ограничения, через которое будет происходить самонагружение расширяющегося бетона образца. Характеристики внешнего ограничения необходимо определять с учётом будущих условий эксплуатации данного бетона. При этом на образцах без ограничения будут определяться деформации свободного расширения и усадки, а на образцах с внешним ограничением деформации – связанного расширения и ползучести. Параллельно с этим за счёт определения модуля упругости бетона становится возможным выделение упругих и пластических деформаций бетона, что является основополагающим для проектирования железобетонных конструкций.

В связи с тем, что ползучесть бетонов в раннем возрасте характеризуется небольшими уровнями нагружения бетона и, соответственно, небольшими приращениями деформаций, аппаратное обеспечение процессов контроля развития деформирования должно обеспечивать прецизионный (микронный) контроль точности перемещений. Так же при данном контроле деформаций необходимо обеспечить их непрерывный мониторинг с целью повышения точности измерений в  $\sqrt{n}$  раз, исключить вибрации и перемещения образцов.

Для обеспечения микронной точности измерений был проанализирован ряд датчиков перемещений, использующих различные методы и подходы к измерению деформаций: ёмкостные, оптические, индуктивные, вихретоковые, ультразвуковые, магниторезистивные, потенциометрические, тензометрические, магнитострикционные, на основе эффекта Холла и др.

Наиболее подходящими по ряду параметров и применяемыми в настоящее время являются датчики перемещений, использующие следующие методы:

- ёмкостные;
- оптические;
- индуктивные;
- потенциометрические;
- тензометрические.

Из вышеперечисленных 5 видов датчиков с точки зрения доступности, точности и стабильности показаний, а также энергопотребления, были выбраны

ёмкостные датчики перемещений SYNS2-QK-V66 с индикаторами, которые были модифицированы аппаратным и программным путем для повышения температурной и механической стабильности показаний в пределах  $\pm 1$  мкм. Принцип действия данного датчика в соответствии с [3] приведён на рисунке 3.

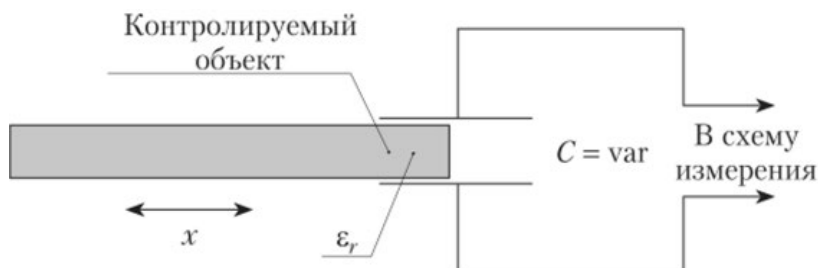


Рисунок 3 – Принцип действия ёмкостного датчика

Внешний вид многоканальной, изготовленной и апробированной установки для непрерывного мониторинга деформаций бетонных образцов приведён на рисунке 4. Данная установка имеет блочный принцип организации и позволяет подключить до 135 цифровых датчиков перемещений, при этом располагая образцы в стойках по 9 штук. Таким образом, одновременно может быть получен значительный массив данных для полной либо частичной оценки.



Рисунок 4 – Вид изготовленной и апробированной установки для контроля деформаций усадки и ползучести

Пример получаемых диаграмм при автоматическом непрерывном мониторинге деформирования образцов с разными ограничениями в возрасте от 12 часов до 6 суток приведён на рисунке 5. На данном графике показаны результаты более 71 тысячи единичных измерений, произведенных в автоматическом режиме при помощи разработанной системы мониторинга и логирования любых данных [4].



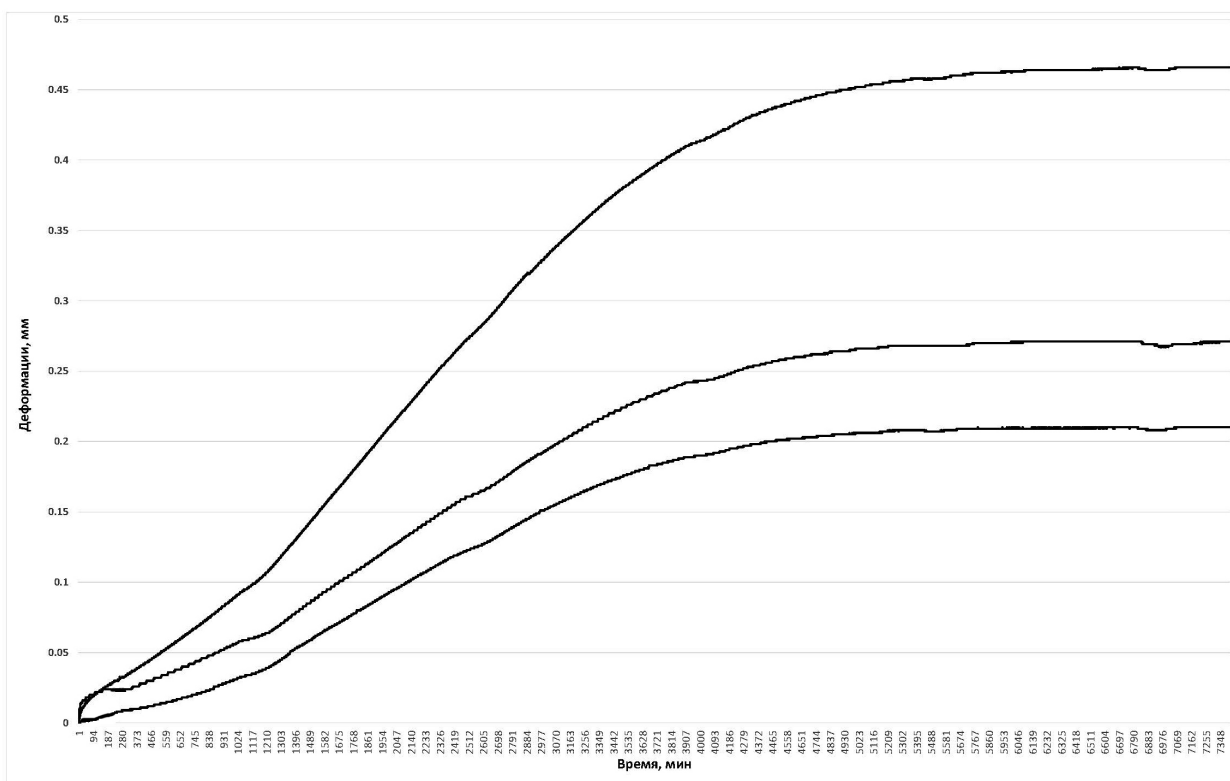


Рисунок 5 – Пример получаемых данных при автоматическом непрерывном мониторинге деформирования образцов за 6 суток (верхняя кривая - свободные образцы, нижние кривые - образцы с ограничением)

При данном виде аппаратного обеспечения испытаний (при дискретности наблюдений в 1мкм и отсутствии процедуры установки и снятия образцов) становится возможным отслеживание релаксационных перераспределений напряжений, микротрещинообразований и т. д., которые выражаются в значительном изменении угла наклона касательной к оси в некоторые промежутки времени (рис.6).

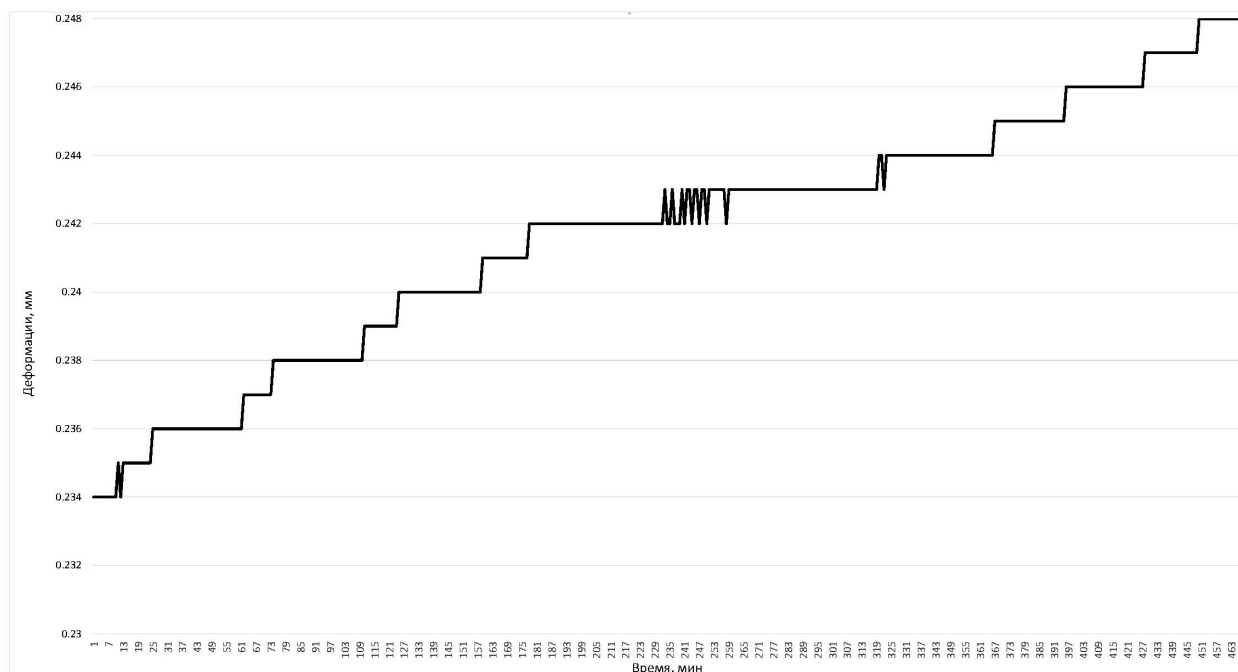


Рисунок 6 – Релаксационная ступенька на увеличенном участке диаграммы образца с ограничением

Так же значительно повышается точность и достоверность получаемых данных при расширении количества возможных видов математических моделей для их анализа.

### ***Заключение***

В результате выполненной работы был проработан вариант методики контроля ползучести расширяющихся бетонов в раннем возрасте. Проработаны основные методические аспекты необходимых экспериментальных исследований, подобраны аппаратные средства и изготовлена экспериментальная установка, которая проходит апробацию. Интерпретация полученных таким образом результатов требует дополнительной проработки и должна осуществляться в совокупности с остальными характеристиками данного вида бетонов, что значительно сложнее по сравнению с обычным методом контроля по [2]. Однако несомненен факт её высокой практической ценности для эффективного проектирования составов, а также строительных конструкций с применением расширяющихся бетонов.

### **Список использованных источников**

1. ISO 13315-1:2012 Environmental management for concrete and concrete structures -- Part 1: General principles
2. Бетоны. Методы определения деформаций усадки и ползучести: ГОСТ24544.
3. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://studopedia.info/5-80109.html> – Дата доступа: 10.01.2020 г.
4. Сайт кафедры ТБиСМ УО БрГТУ [Электронный ресурс]. – Брест, 2019. – Режим доступа : [http://tbsm.bstu.by/?page\\_id=320](http://tbsm.bstu.by/?page_id=320) – Дата доступа: 10.01.2020 г.

## О РАЦИОНАЛЬНОМ ПРИМЕНЕНИИ КРУПНОГО ЗАПОЛНИТЕЛЯ В ТЕХНОЛОГИИ БЕТОНА

Н. Л. Полейко, С. Н. Леонович

### Аннотация

В данной работе приводятся результаты исследований влияния различных видов крупного заполнителя (щебень из гравия и гравий) в бетонах класса до С12/15 при изготовлении железобетонных конструкций. Отказ предприятиями-производителями строительной индустрии от применения в качестве крупного заполнителя в бетонной смеси щебня из гравия является неоправданным и экономически нецелесообразным. В результате проведенных сравнительных исследований установлено, что применение гравия в качестве крупного заполнителя в бетонах оправдано в низкомарочных, с прочностью на сжатие до класса С12/15, где не предъявляются требования по морозостойкости и водонепроницаемости. Допустимо использование гравия в бетонах классов С18/22,5 ÷ С20/25 с требованиями к бетону марок F100 и W4.

**Ключевые слова:** щебень гранитный, щебень из гравия, гравий, морозостойкость, бетон, класс бетона, водонепроницаемость.

### Экспериментальные исследования. Анализ результатов

Ранее действовавшие нормативно-технические документы рекомендовали применять в качестве крупного заполнителя для бетонов классов до С12/15 щебень из гравия и гравий, особенно в жилищном строительстве.

В последние годы в качестве крупного заполнителя для тяжелого бетона используется преимущественно гранитный щебень, это ведет к неостребованности более дешевых и доступных гравия и щебня из гравия, к увеличению транспортных расходов и повышению себестоимости продукции.

В ОАО «Нерудпром» производится крупный заполнитель для строительных работ, осуществляется добыча и фракционирование гравия, дробление гравия, фракционирование щебня из гравия. Крупный заполнитель выпускается в виде гравия из смеси фракций 5-20 мм, 20-70 мм, щебня из гравия фракций 5-10 мм и смеси фракций 5-20 мм. Щебень из гравия и гравий удовлетворяют требованиям ГОСТ 8267-93 «Щебень и гравий из плотных горных пород для строительных работ. Технические условия» – введен 01.07.1995 и СТБ 1544-2005 «Бетоны конструкционные тяжелые. Технические условия» – введен 01.07.2005. Объем производства гравия составляет 120-130 тыс. м<sup>3</sup> в год, щебня из гравия – 110-130 тыс. м<sup>3</sup> в год, что является достаточным для восполнения потребностей предприятий строительной отрасли Минского региона.

В связи с вышеизложенным на кафедре «Технология строительного производства» Белорусского национального технического университета проведен комплекс исследований щебня из гравия и гравия карьеров «Крапужино» и

«Волма» на предмет экономического применения их в производстве сборного железобетона и монолитном строительстве. Требования к бетонам по их эксплуатационным качествам, области применения, физико-техническим свойствам, условиям долговечности расширяют область экономического использования различных видов заполнителей. Если учесть, что заполнители занимают в бетоне до 80% объема, а стоимость их достигает 50% стоимости бетонных и железобетонных конструкций, то становится понятным, что правильный выбор заполнителей, наиболее рациональное их применение имеют большое влияние на свойства бетонной смеси, бетонных и железобетонных конструкций, технико-экономическую эффективность производства строительных изделий из сборного, монолитного бетона и железобетона в целом.

При проектировании составов бетонной смеси исходят из необходимости получения бетона заданной прочности, консистенции и долговечности при минимальном расходе цемента. Для тяжелых бетонов минимальный расход цемента обеспечивается максимальным насыщением объема бетона заполнителями и минимальной пустотностью смеси заполнителей.

Удельная поверхность гравия, зерна которого имеют округлую, окатанную форму, меньше удельной поверхности щебня с шероховатыми зернами угловатой формы. При одинаковой крупности гравий, поскольку зерна его укладываются более компактно, отличается от щебня несколько меньшей пустотностью. Удобоукладываемость бетонной смеси, при прочих равных условиях, лучше на гравии, чем на щебне. Это позволяет несколько снизить водоцементное отношение при сохранении заданной подвижности. Благодаря этому в бетонах на гравии (с прочностью на сжатие не выше класса С20/25) наблюдается даже экономия цемента (до 15-20%) по сравнению с бетоном на щебеночном заполнителе, в том числе и гранитном щебне [1, 2, 3].

Качество заполнителей для бетона определяется прочностью сцепления цементного камня с поверхностью зерен заполнителей, собственной прочностью заполнителей, формой зерен и чистотой поверхности [3, 4, 5, 6]. Установлено, что на конечную прочность бетона помимо качества заполнителей решающее значение оказывает и расход составляющих бетонной смеси, количество крупного заполнителя и соотношение мелкого и крупного заполнителя.

Для определения области применения щебня из гравия и гравия, выпускаемого ОАО «Нерудпром», в качестве крупного заполнителя для производства бетонных и железобетонных сборных и монолитных изделий и конструкций проведены исследования с целью подтверждения возможности и технико-экономической целесообразности получения бетонов с нормируемыми показателями качества. Были испытаны составы бетона с различным содержанием цемента и крупного заполнителя. В качестве крупного заполнителя применялся щебень из гравия ДСЗ «Крапужино» и для сравнения – гранитный щебень РУП «Гранит» фракции 5-20 мм.

Составы бетона, по которым оценивалось рациональное применение заполнителей, приведены в табл. 1.

Таблица 1 – Подобранные составы бетона

Номер состава	Расход составляющих на 1 м <sup>3</sup> бетона, кг						Класс бетона
	Цемент	Песок	Вода	Щебень гранитный	Щебень из гравия	Гравий	
1	2	3	4	5	6	7	8
1	230	870	140	1170	–	–	C12/15
2	230	870	140	–	1170	–	C12/15
3	230	870	140	–	–	1170	C12/15
4	350	750	180	1120	–	–	C20/25
5	350	750	180	–	1120	–	C20/25
6	350	750	180	–	–	1120	C16/20
7	460	710	200	1050	–	–	C25/30
8	460	710	200	–	1050	–	C22/27,5
9	460	710	200	–	–	1050	C20/25
10	350	860	180	1020	–	–	C20/25
11	350	860	180	–	1020	–	C20/25
12	350	860	180	–	–	1020	C18/22,5
13	350	750	180	1120	–	–	C20/25
14	370	740	185	–	1110	–	C20/25
15	395	730	190	–	–	1080	C20/25

Физико-технические характеристики бетона определялись на составах № 4-6. Результаты испытаний, приведенные в табл. 2, показывают, что применяемые заполнители удовлетворяют требованиям ГОСТ 8267-93 и СТБ 1544-2005.

Таблица 2 – Физико-технические характеристики бетона

Характеристики качества	Номер состава		
	Состав 4	Состав 5	Состав 6
1	2	3	4
Плотность бетона, кг/м <sup>3</sup>	2448	2403	2387
Водопоглощение, % по массе	4,40	4,45	5,02
Прочность на сжатие, МПа	34,5	32,4	27,8
Прочность на растяжение при изгибе, МПа	4,66	4,48	4,35
Морозостойкость	F150	F100	F100
Водонепроницаемость	W4	W4	W4

Одной из основных характеристик бетона является его морозостойкость. С этой целью были проведены испытания на морозостойкость бетона, содержащего крупный заполнитель указанных предприятий (составы 1-9, табл. 1).

Подбор состава бетона осуществляли исходя из класса бетона по прочности на сжатие C12/15 (составы 1-3), C20/25 (составы 4-6) и C25/30 (составы 7-9) [подвижность бетонной смеси ОК 1-4 см]. Доля песка в смеси заполнителей составляла 40%. В качестве вяжущего применялся цемент М500 Д0 производства ОАО «Красносельскстройматериалы».

Результаты испытаний на морозостойкость и прочность бетона составов 1-9 приведены в табл. 3 и показывают, что прочность бетонных образцов составов 1-3 отличается незначительно и находится в пределах 17,7÷18,3 МПа. Это подтверждает, что на низкомарочных бетонах (С10/12,5÷С12/15) прочность крупного заполнителя не оказывает большого влияния на их свойства.

Таблица 3 – Морозостойкость бетона на различных видах крупного заполнителя

Номер состава	Прочность на сжатие, МПа	Марка по морозостойкости
1	2	3
1	18,3	F75
2	18,8	F75
3	17,7	F75
4	34,5	F150
5	32,4	F100
6	27,8	F100
7	44,2	F250
8	37,1	F150
9	33,7	F150

Разрушение бетонных образцов при испытании происходило по зоне контакта: цементный камень – заполнитель. Бетон разрушался от поперечного растяжения.

По результатам испытаний на прочность при сжатии составов 4-6 можно сделать вывод, что в составах, где в качестве крупного заполнителя использовался гранитный щебень и щебень из гравия, класс бетона соответствует классу С20/25. На крупном заполнителе из гравия класс бетона приближается к классу С18/22,5. Отличие в прочности бетонных образцов составов 7-9 значительно. Если прочность бетона состава 7 соответствует классу С25/30÷С28/35, то в составах 8 и 9 – С22/27,5 и С20/25 соответственно. Бетон разрушался от сквозных трещин, пронизывающих как цементный камень, так и заполнители.

Морозостойкость бетона составов 1-3 соответствует марке F75. Морозостойкость для состава 4 соответствует марке F150, а для составов 5-6 – F100, что значительно расширяет возможность использования гравия и щебня из гравия для бетонов, где предъявляются требования по морозостойкости от F25 до F100 включительно. Морозостойкость состава 7 (F250) выше морозостойкости составов 8 и 9 на две марки F150 (табл. 3).

Снижение морозостойкости бетона на гравии в первую очередь связано с наличием слабых зерен в гравии и окатанной формой зерен гравия, что «облегчает» прохождение воды сквозь тело бетона в зоне контакта заполнителя и растворной части и в конечном итоге приводит к разрушению бетонных образцов.

Учитывая различную стоимость щебня из гравия и гравия производства ОАО «Нерудпром» и гранитного щебня производства РУП «Гранит», использование их в строительстве является экономически целесообразным. Расчет себестоимости бетонной смеси составов 1-15 (табл. 1) проводился исходя из отпу-

ской стоимости «франко-склад» материалов. Проведя анализ различных составов бетонной смеси, можно сделать заключение, что себестоимость на всех составах бетона (с низким расходом – 230 кг цемента на 1 м<sup>3</sup> бетонной смеси и с высоким расходом – 460 кг цемента на 1 м<sup>3</sup> бетонной смеси) на щебне из гравия на 10÷18% ниже, чем себестоимость бетонной смеси на гранитном щебне. Себестоимость бетонной смеси на гравии на 20÷28% ниже, чем себестоимость бетонной смеси на гранитном щебне. При повышении расхода мелкого заполнителя в бетонной смеси уменьшается расход щебня и гравия. Соответственно уменьшается и разница в себестоимости бетонной смеси. И, тем не менее, на щебне из гравия стоимость ниже на 12%, а на гравии – на 32% ниже, чем на гранитном щебне (составы 10-12).

Для достижения одинаковой прочности бетона на различных видах крупного заполнителя были запроектированы составы бетонной смеси 13-15 (табл. 1). При этом увеличение расхода цемента составило на щебне из гравия 20 кг/м<sup>3</sup>, а на гравии – 45 кг/м<sup>3</sup> в сравнении с гранитным щебнем. Себестоимость бетонной смеси оказалась ниже на щебне из гравия на 8,7%, а на гравии – на 9,3%. Из этого следует, что для достижения одинаковой проектной прочности бетона за счет увеличения расхода цемента можно получить экономию себестоимости продукции до 10%. Учитывая в расчетах себестоимость бетонной смеси затраты на транспортные расходы, экономические показатели увеличиваются на 5÷20% в зависимости от расстояния перевозки.

Отказ предприятиями-производителями строительной индустрии от применения в качестве крупного заполнителя в бетонной смеси щебня из гравия и гравия является неоправданным и экономически нецелесообразным.

## **Выводы**

На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Щебень из гравия и гравий удовлетворяют требованиям ГОСТ 8267-93 и соответствуют СТБ 1544-2005 для применения его в качестве крупного заполнителя для производства тяжелого бетона.

2. Применение гравия в качестве крупного заполнителя оправдано в низкомарочных бетонах с прочностью на сжатие до класса С12/15, где не предъявляются требования по морозостойкости и водонепроницаемости. Допустимо использование гравия в бетонах классов С18/22÷С20/25 с требованиями к бетону марок F100 и W4.

3. В качестве крупного заполнителя щебень из гравия целесообразно применять в бетонах с прочностью до класса С20/25 с требованиями к бетону марок F100 и W4, допустимо использование в бетонах с прочностью на сжатие до класса С20/25÷С22/27,5 с требованиями к бетону F150 и W6.

4. Себестоимость 1 м<sup>3</sup> бетонной смеси на щебне из гравия на 10÷18%, а на гравии – на 20÷32% ниже, чем себестоимость бетонной смеси на гранитном щебне.

### Список использованных источников

1. Ицкович, С.М. Технология заполнителей для бетона / С.М. Ицкович, Л.Д. Чумаков, Ю.М. Баженов. – М.: Высшая школа. 1991. – 271 с.
2. Бабкин, Л.Н. Влияние однородности зернового состава крупных заполнителей на прочность бетона // Бетон и железобетон. – 1991. – № 1. – с. 32-33.
3. Гордон, С.С. Структура и свойства тяжелых бетонов на различных заполнителях. – М.: Стройиздат, 1969. – 95 с.
4. Добшиц, Л.М. Определение морозостойкости крупного заполнителя для тяжелых бетонов / Л.М. Добшиц, И.И. Магомедэминов // Бетон и железобетон. – 2012. – № 4. – С. 16-19.
5. Загер, И.Ю. Сравнительная оценка продуктов дробления горных пород месторождения нерудных строительных материалов Ямало-Ненецкого автономного округа / И.Ю. Загер, А.А. Яшинькина, Л.Н. Андропова // Строительные материалы. – 2011. – № 5. – С. 84-86.
6. Старчуков, Д.С. Бетоны ускоренного твердения с добавками твердых веществ неорганической природы // Бетон и железобетон. – 2011. – № 14. – С. 22-24.
7. Леонович, С.Н. Применение крупного заполнителя производства ОАО «Нерудпром» для приготовления бетона / С.Н. Леонович, Н.Л. Полейко, Л.С. Кураш // Строительные материалы. – 2014. – № 6. – С. 63-65.



## ИННОВАЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ В ДОРОЖНОЙ ОТРАСЛИ

К. С. Разводов, П. В. Ковтун, П. Ю. Этин

В условиях развития современного общества, повышения скоростей движения транспортных средств большое внимание уделяется повышению безопасности движения на автомобильных дорогах. Постоянно внедряются инновационные проекты, применяются новые материалы, позволяющие заранее информировать водителей об участках дорог, на которых необходимо повышенное внимание и наиболее полно дать представление водителю об опасных факторах, угрожающих жизни водителя и пешехода.

Одним из таких материалов может стать светопроводящий бетон (*литракон*). Разработанный венгерским архитектором Ароном Лосконши как декоративный материал, он имеет прочностные характеристики, позволяющие применять его в конструкциях зданий и сооружений.

Свойство светопроводимости бетон приобретает за счет включения в состав бетонной смеси ориентированно направленных оптических волокон диаметром 0,25 – 1 мм и применением заполнителя размером до 5 мм (крупный песок, отсеб дробления). Оптическое волокно пропускает поток света с малыми потерями. Ориентированность оптических волокон в одном направлении и их равномерное распределение в объеме позволяет передать поток рассеянного света через достаточно большой по толщине слой материала. Ограничение максимальной крупности зерен в 5 мм необходимо для непрерывности потока в теле бетона.

Высокая стоимость материала пока не позволяет довольно широко применять его в строительстве зданий в промышленных масштабах, однако с увеличением производства оптического волокна (самого дорогого компонента светопроводящего бетона) и поиском новых технологий, снижающих стоимость его производства, ожидается падение цен на данный вид сырья.

Перспективность светопроводящего бетона в дорожном строительстве связана с повышением в последние годы интереса к устройству цементобетонных покрытий автомобильных дорог. Материал делает возможным дублирование в темное время суток элементов дорожной разметки на опасных участках дорог с жестким покрытием без разрыва среды материала, что облегчит уход за ним в зимнее время.

При создании инновационных пешеходных переходов (оборудованных интерактивными полосами, дублирующими сигнал светофора для пешеходов) применение светопроводящего бетона позволит повысить антивандальность инженерного обустройства. В отличие от полимерных материалов, литракон не изменяет своих свойств под действием высоких температур, не подвержен мгновенному нарушению целостности и потере свойств поверхности при механических воздействиях.

Для повышения архитектурной привлекательности и снижения травматичности светопроводящий бетон можно применять на кромках ступеней лестничных маршей.

На въездах на мосты и путепроводы, а также на нижних уровнях развязок элементы вертикальной разметки из светопроводящего бетона составят конкуренцию элементам вертикальной разметки из металла, которые для предотвращения воздействия агрессивной среды необходимо подвергать горячему цинкованию или окрашиванию эмалями. При нарушении защитного покрытия элементы вертикальной разметки из металла и их крепления корродируют, передавая коррозию вглубь бетонных балок, колонн, на которых они закреплены.

Для определения вида используемого оптического волокна было закуплено оптическое волокно торцевого и бокового свечения. Разность распределения светового потока обусловлена разными химическими составами оптического волокна. Так, оптическое волокно торцевого свечения проводит световой поток без потерь на расстояние до нескольких десятков метров, в то время как оптическое волокно бокового свечения теряет значительную часть светового потока уже на расстоянии в несколько метров от источника света.

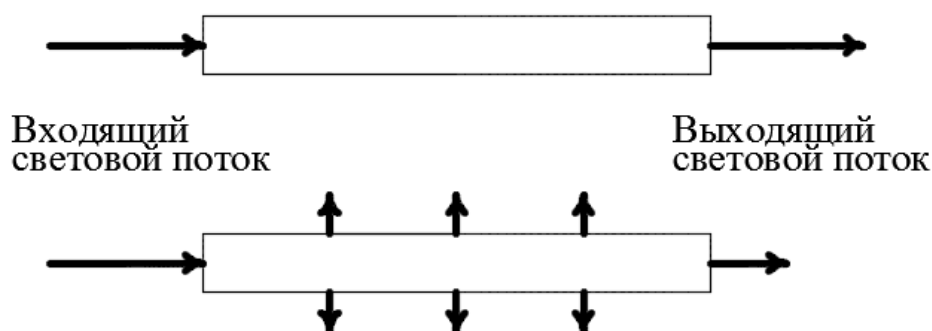


Рисунок 1 – Схема распределения светового потока в оптическом волокне торцевого и бокового свечения

Однако, в условиях бетонных изделий для дорожного и мостового строительства, где максимальная толщина слоя светопроводящего бетона составит 15 см (для камня бортового БР 100.30.15, выпускаемого по СТБ 1097-2012) и отсутствии потерь светового потока в теле бетона у волокна бокового свечения, для производства допустимо использовать оба вида оптического волокна.

Поскольку химический состав оптического волокна неизвестен – будет проведен анализ химического взаимодействия с химическими компонентами планируемой бетонной смеси: добавкой-пластификатором Хидетал ГП-9а (альфа) на основе поликарбоксилатов и пропиткой для поверхности бетонов Сифтор Б.

При температуре производственной среды 20°C время воздействия химической добавки на оптическое волокно (до завершения процесса схватывания бетонной смеси) не превысит 12 часов. При обработке концентратом пропитки время полного высыхания составляет 4 часа. В связи с этим оптическое волокно каждого вида было помещено в раствор добавки-пластификатора и концентрата пропитки для бетонов на 12 часов и выявлено полное отсутствие химического взаимодействия оптического волокна с данными химическими веществами. На боковой и торцевой поверхности отсутствуют разрушение целостности поверхностного слоя, цвет не изменен.

Таким образом, данные химические вещества можно использовать для производства светопроводящего бетона.

Для производства светопроводящего бетона в соответствии с СТБ 1182-99 подобраны три состава бетонной смеси и на их основе проведены опытные лабораторные замесы для получения наилучших свойств при наименьшей стоимости.

Для бетонной смеси использовались следующие инертные материалы:

- песок крупнозернистый (Карьер Боруны);
- песок мелкозернистый (Карьер УПТК Гомельского горисполкома);
- щебень фракции 5-10 мм (РУПП «Гранит»).

Для получения марок бетона по прочности на сжатие 300-400 наиболее рационально использовать бездобавочный портландцемент марки ПЦ500 Д0.

Таблица 1 – Расход материалов на 1 м<sup>3</sup> бетонной смеси

Материал	Расход материалов по составу, кг		
	1	2	3
Цемент	595	730	405
Песок (Боруны)	1425	-	-
Песок (УПТК)	-	1290	765
Щебень фр. 5-10 мм	-	-	1045
Вода	180	200	150
Химическая добавка	3,85	4,75	2,45
Оптическое волокно	8,6	8,6	8,6

Для изготовления светопроводящего бетона щебень фракции крупнее 10 мм не применяется в связи с небольшой прослойкой бетона между слоями оптического волокна. Оптическое волокно будет располагаться послойно на расстоянии 1,5-2 см. Также неприменимость щебня крупнее 10 мм связана с тем, что при вибрации в процессе изготовления изделий он будет оседать (стремиться к дну формы), попутно продавливая и изменяя положение и рядность оптического волокна, тем самым нарушая его ориентированность, что повлияет на распределение света на рабочей грани изделия и прочностные свойства.

Для исследования прочности на сжатие светопроводящего бетона с послойным расположением оптического волокна в теле бетона используются образцы-кубы размером 100x100x100 мм, изготовленные по каждому из трех составов. В связи с тем, что применение оптического волокна является аналогом армирования, а разрушающая нагрузка ожидаемо должна быть выше, – принимаются схемы армирования образцов.

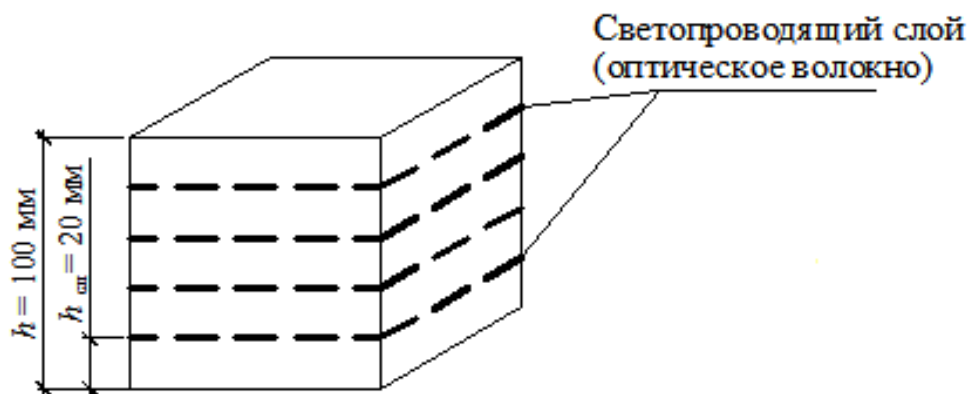


Рисунок 2 – Схема армирования образцов-кубов 100x100x100 мм

Производятся лабораторные замесы по разработанным составам. Объем лабораторного замеса принимается равным объему изготавливаемых образцов с коэффициентом 1,2 в соответствии с ГОСТ 10180-2012. Количество образцов в серии принимается равным 6. По каждому составу изготавливается серия образцов, армированных оптическим волокном, и серия образцов без оптического волокна.

Для исключения налипания бетонной смеси на поверхности формы используется смазка для форм или машинное масло, нанесенное на поверхность тонким слоем. В подготовленную смазанную форму укладывается и распределяется бетонная смесь толщиной 20 мм. Смесь тщательно штыкуется 10 раз, после чего на поверхность уплотненной бетонной смеси раскладывается оптическое волокно с интервалом 4-5 мм. Слегка утапливаются волокна в выступившем цементом молоке во избежание их смещения при укладке следующих 20 мм бетонной смеси. Схема раскладки оптического волокна приведена на рисунке 3.

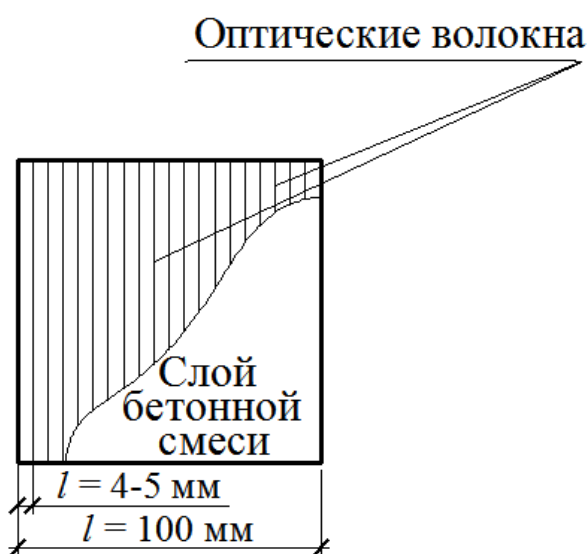


Рисунок 3 – Схема раскладки оптического волокна в светопроводящем слое (вид сверху) образцов-кубов 100x100x100 мм

Далее форма снова заполняется бетонной смесью на толщину 20 мм. Смесь тщательно штыкуется 10 раз, но только на толщину чуть менее толщины слоя уложенной бетонной смеси, поскольку при проникновении штыковки сквозь ряд оптического волокна и в ранее уложенный слой ориентированность волокон может быть нарушена. Далее процесс повторяется. После четвертого светопроводящего слоя форма заполняется полностью, штыкуется на толщину слоя до выступления цементного молока и выравнивания поверхности.

Изготовленные образцы помещаются в нормальные условия: с температурой воздуха в помещении  $t = 20^{\circ}\text{C}$  и относительной влажностью  $W_{\text{отн}} = 95\%$ . Образцы распалубливаются через двое суток. Испытание по показателям прочности на сжатие проводится на 7-е сутки.

В ходе проведения лабораторных замесов была выявлена низкая технологичность состава № 2. В связи с отсутствием зерен крупнее 2,5 мм бетонная смесь практически не уплотняется, оптические волокна не удерживаются на поверхности ранее уложенного и уплотненного слоя бетонной смеси и смещаются при заполнении формы следующим слоем бетонной смеси.

Испытания по прочности бетона проводятся по способу приложения нагрузки в двух направлениях (нормальном уложенным слоям волокон и параллельном уложенным слоям волокон) для оценки влияния направления волокон на прочность.

Результаты испытания бетона по показателям прочности на сжатие и прочности на растяжение при изгибе представлены в таблице 2.

Таблица 2 - Результаты испытания бетона по показателям прочности на сжатие (В) на 7-е сутки, МПа

Показатель	Номер пробного состава					
	1		2		3	
	С оптическим волоконном	Без оптического волокна	С оптическим волоконном	Без оптического волокна	С оптическим волоконном	Без оптического волокна
<i>В (при приложении нагрузки нормально уложенным слоям)</i>	43,5	40,4	34,8	32,4	31,5	29,6
<i>В (при приложении нагрузки параллельно уложенным слоям)</i>	23,4	37,1	21,4	26,8	20,9	25,1

По результатам испытаний прочности бетона на сжатие, представленным в таблице 2, можно сделать вывод, что расположение волокон параллельно прикладываемой нагрузке недопустимо в связи со снижением прочности на 30-40%. Поэтому для конструкций из светопроводящего бетона необходимо предусматривать направление волокон под углом как можно более близким к 90° по отношению к направлению прикладываемой нагрузки, что повышает прочность на сжатие на 7,1%.

Графики темпа набора прочности бетоном при расположении оптических волокон нормально и параллельно прилагаемой нагрузке представлены на рисунке 4.

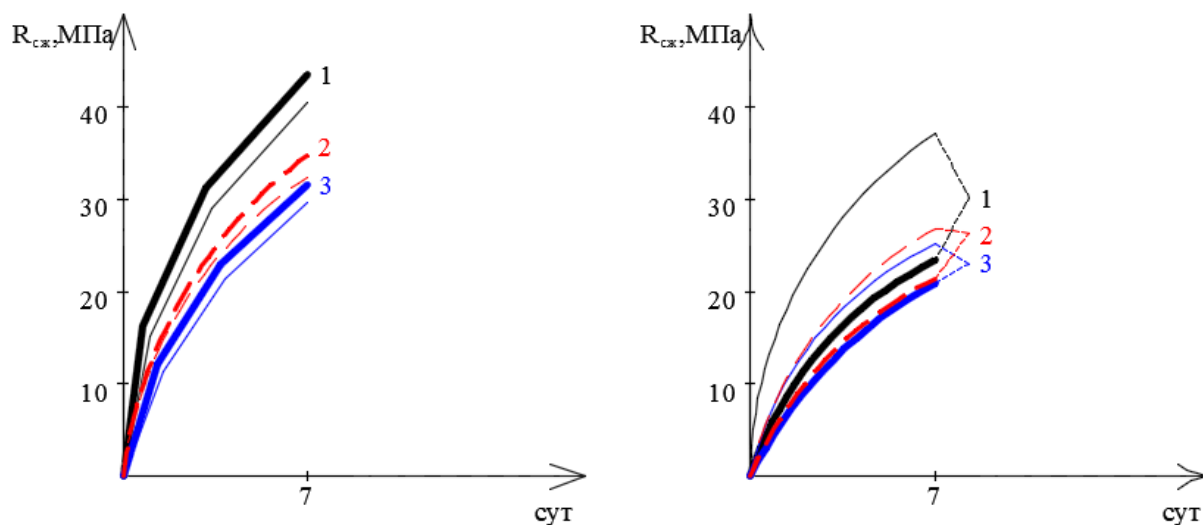


Рисунок 4 – График темпа набора прочности на сжатие бетоном при расположении оптических волокон нормально и параллельно прилагаемой нагрузке: 1,2,3 – номер состава

Для дальнейшей работы проведем анализ стоимости бетона по каждому составу. Стоимость сырья приведена в таблице 3.

Таблица 3 – Стоимость сырья и расчет стоимости 1 м<sup>3</sup> бетонной смеси

Материал	Цена за 1 т (1 м.п.)	Номер пробного состава					
		1		2		3	
		Кол-во, т (м.п.)	Цена на состав	Кол-во, т (м.п.)	Цена на состав	Кол-во, т (м.п.)	Цена на состав
Цемент	114,7	0,595	68,25	0,73	83,73	0,405	46,1
Песок (Боруны)	9,29	1,425	13,24	-	-	-	
Песок (УПТК)	4	-	-	1,290	5,16	0,765	3,06
Щебень фр. 5-10 мм	14,93	-	-	-	-	1,045	15,6
Вода	0,8	0,180	0,14	0,2	0,16	0,15	0,12
Химическая добавка	1750	0,00385	6,73	0,00475	8,31	0,00245	4,28
Оптическое волокно	0,43	799,6	343,83	799,6	343,83	799,6	343,83
<b>Итоговая стоимость (за 1 м<sup>3</sup> бетонной смеси):</b>		<b>432,19</b>		<b>441,19</b>		<b>412,99</b>	

На основании анализа стоимости, технологичности смеси, наибольших значений прочности для дальнейшей работы будет принят состав № 1.

Для работы светопроводящего бетона в условиях воздействия раствора соли в воде и соляного тумана необходимо предусмотреть пропитку для поверхности бетона для предотвращения разрушения поверхности бетона при работе в условиях агрессивной среды (класс XF4), особенно на границе «оптическое волокно-бетон». Сегодня в Беларуси успешно зарекомендовала себя пропитка для бетонов Сифтор Б. Она активно применяется в обработке железобетонных парапетных ограждений на автомобильных дорогах на реконструируемых дорогах республики.

Экономическое обоснование технического решения можно привести на основе одного вида продукции – плитки тротуарной «кирпичик» П20.10.6 М (СТБ 1071-2007).

Анализ рынка строительных материалов показывает, что стоимость светящейся плитки из эпоксидной смолы производителя-конкурента на сегодня равна 126 руб/шт, с годовым объемом реализуемой продукции около 150000 шт. и приростом годового объема около 15000 шт.

Расчет затрат на основные материалы производится в соответствии с составом, представленным в таблице 4

Таблица 4 – Расчет затрат на единицу выпущенной продукции

	Наименование материала	Единица измерения	Норма расхода	Оптовая цена за единицу, руб.	Сумма, руб.
1	Цемент	т	0,00074	114,7	0,0849
2	Песок крупнозернистый	т	0,00177	9,29	0,0164
3	Вода	т	0,00022	0,8	0,0002
4	Химическая добавка	кг	0,00479	1,75	0,0084
5	Оптическое волокно	м.п.	0,995	0,43	0,4106
6	Гидрофобизирующая добавка	кг	0,0234	2,5	0,0585
<b>Итого с учетом транспортно-заготовительных расходов (K<sub>тр</sub> = 1,2)</b>					<b>0,695</b>

На одно изделие применяется два светодиодных модуля оптовой стоимостью 2,175 руб/шт. Таким образом, себестоимость сырья и комплектующих на одно изделие составит 5,05 руб. (годовая – 121200 руб.).

С целью повышения конкурентоспособности и ускорения реализации продукции можно запланировать годовой объем выпуска в размере 24000 шт. по цене на 10% ниже стоимости продукта производителя-конкурента  $126 \cdot (1 - 0,1) = 113,4$  руб/шт (годовой объем производства продукции в денежном выражении – 2721600 руб.) с эффективным фондом рабочего времени 12000 ч/год (8-ми часовая смена) и сезонным технологическим перерывом (декабрь-февраль) для предотвращения возникновения неисправности оборудования при подаче в него бетонной смеси с включением в ее состав мерзлых частиц.

Общая сумма прибыли от реализации продукции  $\Pi_o$  определяется по формуле

$$\Pi_o = P - C_p, \quad (1)$$

где  $P$  – объем реализации продукции за год (за вычетом налогов НДС);  
 $C_p$  – себестоимость годового объема реализации продукции, руб.

Таблица 5 – Калькуляция себестоимости единицы продукции

	Статья расходов	Затраты на годовой выпуск, руб.	Себестоимость единицы продукции, руб.
1	Сырье и материалы	16680	
2	Покупные полуфабрикаты и комплектующие	104520	
3	Топливо и энергия на технологические нужды	10929,6	
4	Заработная плата основных производственных рабочих	75947,81	
5	Отчисления в ФСЗН (34% от годового фонда оплаты труда всех работников)	52006,09	
6	Амортизация	85650,35	
7	Расходы на подготовку и освоение производства	77614	
8	Общепроизводственные расходы	242517,46	
9	Прочие расходы (5% от заработной платы основных рабочих)	3797,39	
10	Земельный участок	20000	
11	Налог на недвижимость (1% от ее стоимости)	3745,2	
12	Налог на землю	1864,68	
13	Экологический налог	1517,76	
14	Производственная себестоимость	<b>696790,34</b>	
15	Коммерческие расходы (2% от производственной себестоимости)	17105,66	
16	Выплата процентной ставки инвестиций (25% годовых от суммы капитальных вложений)	288140,5	
17	Полная себестоимость продукции	<b>1002036,5</b>	<b>41,75</b>

Выручка от продажи продукции (по формуле 1) составит:

$$P_0 = (2721600 \cdot \frac{100}{120}) - 1002036,5 = 1265963,5 \text{ руб.}$$

Чистая прибыль  $\Pi_{\text{ч}}$  определяется по формуле

$$\Pi_{\text{ч}} = \Pi_0 \cdot (1 - \frac{H_{\text{п}}}{100}), \quad (2)$$

где  $H_{\text{п}}$  – ставка налога на прибыль, % ( $H_{\text{п}} = 18\%$ ).

$$\Pi_{\text{ч}} = 1265963,5 \cdot (1 - \frac{18}{100}) = 1072850,42 \text{ руб.}$$

Чистый дисконтированный доход ЧДД рассчитывается по формуле

$$\text{ЧДД} = \sum_{t=1}^n (P_t \alpha_t - Z_t \alpha_t), \quad (3)$$

где  $P_t$  – чистый доход, полученный в году  $t$ , руб.;

$Z_t$  – инвестиции в году  $t$ , руб.;

$\alpha_t$  – коэффициент дисконтирования,  $\alpha_t = \frac{1}{(1+D)^t}$ ;

$D$  – норма дисконта,  $D = 0,1$ .

$$\text{ЧДД}_1 = 1072850,42 \cdot \frac{1}{(1+0,1)^1} - 1440702,5 = -465383,94 \text{ руб.};$$

$$\text{ЧДД}_2 = 1072850,42 \cdot \frac{1}{(1+0,1)^2} - 581729,93 = 284923,31 \text{ руб.};$$

$$\text{ЧДД}_3 = 1072850,42 \cdot \frac{1}{(1+0,1)^3} - 0 = 806048,4 \text{ руб.}$$

Таблица 6 – Расчет экономического эффекта инвестиционного проекта

Показатель	1	2	3
Выпуск продукции, шт.	24000	24000	24000
Прирост чистой прибыли от реализации продукции	1072850,42	1072850,42	1072850,42
Прирост чистой прибыли от реализации продукции, с учетом фактора времени	975318,56	869009,48	806048,4
Амортизация	85650,35	85650,35	85650,35
Долг перед инвестором на начало года	1152562	465383,94	-
Процент обслуживания инвестиций (25% годовых)	288140,5	116345,99	-
Чистый дисконтированный доход с учетом фактора времени	-465383,94	284923,31	806048,4
Рентабельность			171,43%

Срок окупаемости инвестиций составит 1 год 7 месяцев.



Рентабельность инвестиций составит

$$P_{и} = \frac{\sum_{t=1}^n P_t \alpha_t}{\sum_{t=1}^n Z_t \alpha_t} ; \quad (4)$$

$$P_{и} = \frac{2650376,44}{1546019,83} = 171,43 \%$$

Исходя из полученных данных, можно сделать вывод, что проект внедрения светопроводящего бетона в транспортное строительство будет эффективен.

#### **Список использованных источников**

1. Бетоны. Методы определения прочности по контрольным образцам: ГОСТ 10180-2012. – Минск: Госстандарт, 2015. – 36 с.
2. Правила подбора состава: СТБ 1182-99. Бетоны. – Минск: Госстандарт, 2000. – 16 с.
3. Бетоны конструкционные тяжелые для транспортного и гидротехнического строительства. Технические условия: СТБ 2221-2011. – Минск: Госстандарт, 2012. – 30 с.
4. Камни бетонные и железобетонные. Технические условия: СТБ 1097-2012. – Минск: Госстандарт, 2008. – 18 с.
5. Смеси бетонные. Методы испытаний: СТБ 1545-2005. - Минск: Минстройархитектуры, 2005. – 24 с.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ПЛИТ ПЕРЕКРЫТИЙ ВЫСОТНОГО ЗДАНИЯ

А. В. Руденков

На современном этапе развития строительства для воплощения архитектурных идей и замыслов широкое применение получило использование монолитных железобетонных каркасов.

При проектировании и строительстве зданий и сооружений с применением вышеуказанных конструктивных схем и материалов для обеспечения необходимого уровня безопасности необходимо в полном объеме следовать указаниям ТНПА.

Центр научных исследований и испытаний строительных конструкций (ЦНИИСК) провел исследование монолитных железобетонных перекрытий жилого дома расположено в г. Минске по ул. Грибоедова, дом № 1.

Здание многоэтажное (высотное), прямоугольной формы в плане с подвалом, возведено с применением монолитного железобетонного каркаса, возведено в 2014 – 2015 г. и находится в стадии эксплуатации.

Исследуемые перекрытия выполнены в виде монолитных железобетонных неразрезных плит по монолитным колоннам и стенам. Толщина монолитных плит составила 200–204 мм. Вскрытием защитного слоя бетона установлено, что плиты в пролете армированы вязаными сетками из арматурных стержней периодического профиля. Нижнее армирование выполнено из Ø10 S500 с ячейкой 200x200 мм – основное армирование, + нижнее дополнительное местное армирование Ø10 S500 в осях «В-Д/13-15» и зонах проемов. Верхнее основное армирование выполнено из арматурных стержней Ø10 S500 с ячейкой 250x250 мм, + верхнее дополнительное местное армирование Ø10 S500 в зонах проемов. Защитный слой бетона рабочей арматуры нижнего армирования составил 11 - 23 мм. Прочность бетона монолитных плит составила 38,4 – 62,1 МПа.

Из дефектов следует отметить трещины шириной раскрытия до 0,4 мм по нижней грани плит в зоне середины пролета, совпадающие с направлением арматуры. Выявленные трещины по характеру образования являются силовыми и свидетельствуют о недостаточных деформативных и прочностных характеристиках монолитных плит перекрытий.

Выполненные поверочные расчеты монолитной плиты перекрытия показали, что трещиностойкость, жесткость и прочность в пролётных сечениях плиты недостаточны для восприятия эксплуатационных нагрузок.

По результатам проведенных исследований в соответствии с [1] монолитные плиты перекрытия здания были отнесены к III категории технического состояния.

Для достижения необходимых деформативных и прочностных характеристик монолитных плит перекрытия было рекомендовано выполнить их усиление (по расчету). В качестве усиления применить систему внешнего армирования – наклейка углеволоконных материалов на нижнюю поверхность монолитных плит перекрытий.



Рисунок 1 – Общий вид здания



Рисунок 2 – Общий вид характерных трещин

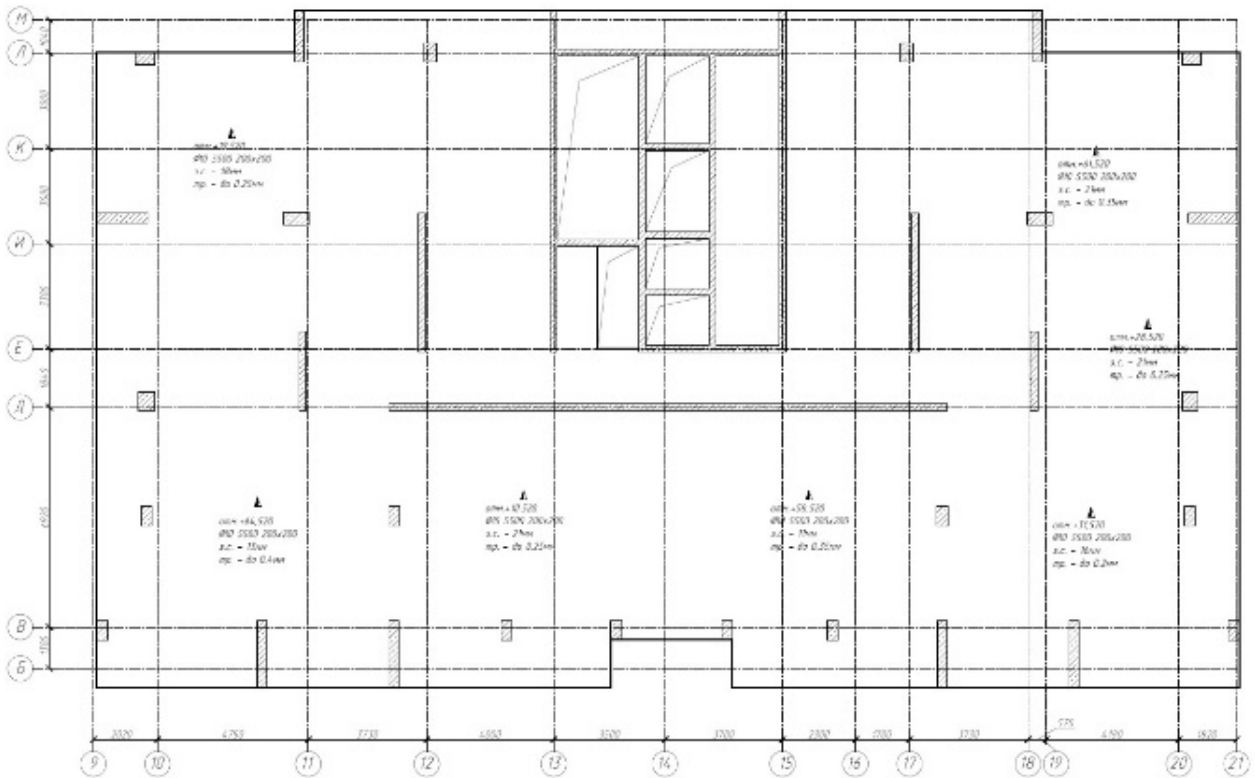
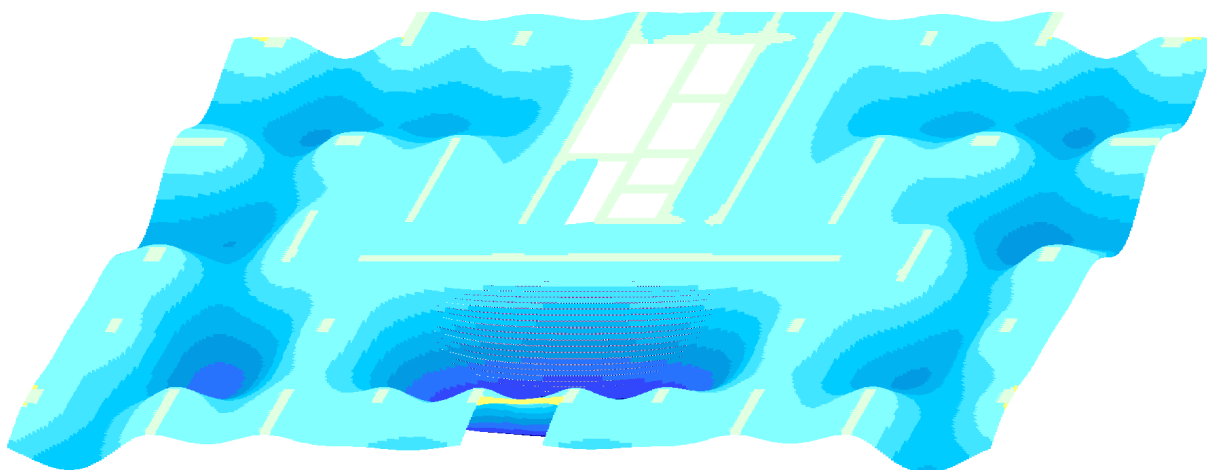


Рисунок 3 – Схема монолитной плиты перекрытия с указанием мест вскрытий



*Рисунок 4 – Общий вид напряженно-деформированного состояния плиты*

В дальнейшем результаты исследований были представлены в РУП «ГЛАВГОССТРОЙЭКСПЕРТИЗА», которое выполнило поверочные расчеты монолитной плиты перекрытия и подтвердило ее недостаточную несущую способность.

Вопрос о восстановлении несущей способности и эксплуатационной пригодности монолитных железобетонных плит перекрытий многоэтажного (высотного) жилого дома на сегодняшний день остается открытым.

#### **Список использованных источников**

1. Техническое состояние и техническое обслуживание зданий и сооружений: ТКП 45-1.04-305-2010. – Минск, 2017.
2. Обследование строительных конструкций зданий и сооружений. Порядок проведения: ТКП 45-1.04-37-2008. – Минск, 2009.
3. Бетонные и железобетонные конструкции: СНБ 5.03.01-02. – Минск, 2003, Изменение №1, 2, 3, 4, 5 СНБ 5.03.01-02. «Бетонные и железобетонные конструкции». – Минск, 2004.
4. Высотные здания. Строительные нормы проектирования: ТКП 45-3.02-108-2008. – Минск, 2008.

## РЕШЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОНТАКТНОЙ ЗАДАЧИ ПРИ ШАРНИРНОМ ОПИРАНИИ БАЛКИ НА ЧЕТВЕРТЬПРОСТРАНСТВО

П. Д. Скачѣк

**Введение.** В статье рассматривается решение пространственной контактной задачи для шарнирного узла опирания однопролетной балки на стены, моделируемые упругим четвертьпространством. Основная цель заключается в определении напряженного состояния области контакта балки и стен. При этом решаются задачи построения поверхностей и изолиний реактивных давлений в местах непосредственного контакта балки и стен, определения расчетного пролета балки, влияния размера зоны контакта на величину максимального изгибающего момента в середине пролета балки, определения области контакта при различных показателях гибкости, а также построения изолиний вертикальных перемещений стен.

При нагружении балки, как привило, не удастся избежать эксцентриситета приложения нагрузки, что влечет к перераспределению контактных напряжений под подошвой балки. Важно установить такой эксцентриситет приложения нагрузки, при котором происходит отрыв части подошвы балки от опоры. Данная задача об определении допустимых эксцентриситетов имеет важное с инженерной точки зрения значение.

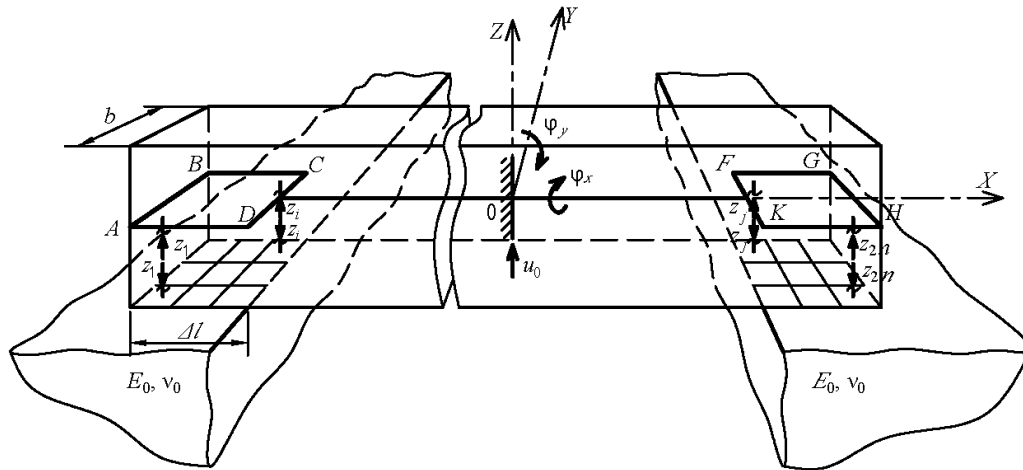
Рассматриваемая задача в области строительной механики (в широком смысле слова) есть расчет балки на упругом основании. Стремительное развитие методы расчета конструкций на упругом основании от модели Винклера до комбинированных моделей [1, 2] получили с середины XIX века и по XX век. Совершенствование моделей расчета продолжается и по сей день. Огромный вклад в расчет фундаментных конструкций внесли такие ученые как Александров В. М., Пожарский Д. А., Жемочкин Б. Н., Сеницын А. П., Маликова Т. А., Корнев Б. Г., Соломин В. И., Горбунов-Посадов М. И. и др. [3-8]/

Особенностью решения поставленной задачи является то, что стены моделируются в виде упругих четвертьпространств. Функция Грина для данного упругого основания берется согласно [1]. Расчет ведется методом Б. Н. Жемочкина. В качестве примера расчет выполняется на сосредоточенную нагрузку, приложенную в плоскости нормального к продольной оси сечения балки, проведенного через середину пролета балки.

**Постановка задачи.** Рассматриваются шарнирные узлы опирания балки на стену (рис. 1). Задачи расчета: определить область контакта; построить поверхности и изолинии контактных напряжений при различных показателях гибкости; установить зависимость между максимальным изгибающим моментом в балке от размеров контактной зоны; определить величину допустимого эксцентриситета приложения вертикальной нагрузки, при котором контактные напряжения полностью распределены по ширине балки.

Принимаются следующие допущения:

- для балки справедливы гипотезы изгиба [9];
- стены моделируются в виде упругого четвертьпространства;
- связи Б. Н. Жемочкина принимаются односторонними, работающими только на сжатие;
- в зоне контакта не учитываются касательные напряжения.



*ABCD и KFGH – элементы срединной плоскости балки;  $XOY$  – система координат, начало которой совпадает с серединой пролета балки, ось  $X$  – направлена вдоль продольной оси балки; ось  $Y$  – горизонтальная ось, перпендикулярная оси  $X$ ; ось  $Z$  – вертикальная ось, перпендикулярная оси  $X$ ;  $b$  – ширина балки;  $\Delta l$  – глубина опирания балки;  $E_0, \nu_0$  – модуль деформаций и коэффициент Пуассона упругого четвертьпространства;  $u_0, \varphi_x, \varphi_y$  – вертикальное и угловые перемещения середины балки относительно осей  $X$  и  $Y$  соответственно;  $z_i$  – усилие в связи Б. Н. Жемочкина;*

*$n$  – количество участков Б. Н. Жемочкина в одном узле*

*Рисунок 1 – Расчетная схема балки*

На расчетной схеме балка изображается ее продольной осью. В местах контакта со стенами балка заменяется срединными плоскостями  $ABCD$  и  $KFGH$ , жесткость которых в направлении оси  $Y$  принимается бесконечной. Расчет выполняется методом Б. Н. Жемочкина [4, 5].

Детальное описание метода Б. Н. Жемочкина применительно к поставленной задаче приводится в статье [10].

По расчетной схеме составляется система линейных алгебраических уравнений (1) смешанного метода строительной механики

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_{1,1}z_1 + \dots + \delta_{1,n}z_n + u_0 + \varphi_x \cdot y_1 + \varphi_y \cdot x_1 + \Delta_{1,F} = 0 \\ \dots \\ \delta_{n,1}z_1 + \dots + \delta_{n,n}z_n + u_0 + \varphi_x \cdot y_n + \varphi_y \cdot x_n + \Delta_{n,F} = 0 \\ \delta_{n+1,n+1}z_{n+1} + \dots + \delta_{n+1,2n}z_{2n} + u_0 + \varphi_x \cdot y_{n+1} + \varphi_y \cdot x_{n+1} + \Delta_{n+1,F} = 0, \\ \dots \\ \delta_{2n,n+1}z_{n+1} + \dots + \delta_{2n,2n}z_{2n} + u_0 + \varphi_x \cdot y_{2n} + \varphi_y \cdot x_{2n} + \Delta_{2n,F} = 0 \\ -\sum_{i=1}^{2n} z_i + R_F = 0; -\sum_{i=1}^{2n} z_i \cdot y_i + M_{xF} = 0; -\sum_{i=1}^{2n} z_i \cdot x_i + M_{yF} = 0 \end{array} \right. \quad (1)$$

где  $\delta_{i,j}$  – перемещение точки  $i$  от действия единичной силы, приложенной в точке  $j$ ;  $z_i$  – неизвестное усилие в связи  $i$  Б. Н. Жемочкина;  $u_0, \varphi_x, \varphi_y$  – неизвестные вертикальное и угловые перемещения во введенном защемлении;  $(x_i, y_i)$  – координаты центра тяжести участка Б. Н. Жемочкина с номером  $i$ ;

$\Delta_{i,F}$  – перемещение точки  $i$  от действия внешней нагрузки  $F$ ;  $R_F$  – реакция во введенном заземлении от действия внешней нагрузки  $F$ ;  $M_{xF}$ ,  $M_{yF}$  – реактивные моменты относительно осей  $X$  и  $Y$  от действия внешней нагрузки  $F$ , соответственно;  $n$  – количество участков Б. Н. Жемочкина в одном узле.

Коэффициенты при неизвестных  $\delta_{i,j}$  в уравнениях СЛАУ определяются по формуле (2)

$$\delta_{i,j} = \lambda W_{i,j} + \frac{1 - \nu_0^2}{\pi E_0} V_{i,j}, \quad (2)$$

где  $\lambda$  – показатель гибкости [3, 4] – безразмерная величина, зависящая от соотношения жесткостей упругого четвертьпространства и опираемой балки (3);  $W_{i,j}$  – вертикальное перемещение точки  $i$  срединной плоскости балки от действия единичной силы, приложенной в точке  $j$  (определяется известными методами строительной механики [14]);  $E_0$ ,  $\nu_0$  – модуль деформаций и коэффициент Пуассона упругого основания;  $V_{i,j}$  – вертикальное перемещение точки  $i$  поверхности упругого четвертьпространства от действия единичной силы, приложенной в точке  $j$ .

Показатель гибкости [4]

$$\lambda = \frac{\pi E_0 b \Delta l^3}{(1 - \nu_0^2) EI}, \quad (3)$$

где  $E_0$ ,  $\nu_0$  – модуль деформаций и коэффициент Пуассона упругого четвертьпространства;  $EI$  – изгибная жесткость балки.

Перемещения точек поверхности упругого четвертьпространства  $V_{i,j}$  определяются по формуле (4) [1], записанной в декартовой системе координат

$$V_{i,j} = \frac{1}{\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}} + \frac{1 + a_0}{\sqrt{(x_i - x_j + 2m)^2 + (y_i - y_j)^2}} + \frac{2a_0}{\pi \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}} \operatorname{Arctan} \frac{\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}}{2\sqrt{(x_i - x_j + m)m}} + a_1 \frac{(x_i - x_j + m)m}{\left(\sqrt{(x_i - x_j + 2m)^2 + (y_i - y_j)^2}\right)^3} + \frac{a_1}{\pi} \left( \frac{\sqrt{(x_i - x_j + m)m}}{\left(\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}\right)^2} - 2 \frac{(x_i - x_j + m)m}{\left(\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}\right)^3} \operatorname{Arctan} \frac{\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}}{2\sqrt{(x_i - x_j + m)m}} \right), \quad (4)$$

где  $(x_i, y_i)$  – координаты точки  $i$  поверхности упругого четвертьпространства, в которой определяется вертикальное перемещение;  $(x_j, y_j)$  – координаты точки  $j$  приложения единичной силы  $z_j$ ;  $m$  – расстояние от точки приложения силы до ребра упругого четвертьпространства;  $a_0 = \frac{4}{\pi^2 - 4}$  [1],  $a_1 = 2,1$  [1] – коэффициенты.

После вычисления коэффициентов  $\delta_{i,j}$  и свободных членов формируется матрица и вектор-столбец свободных членов системы уравнений (1). Далее решается СЛАУ (1) матричным методом. В результате имеем найденный вектор-столбец неизвестных  $\bar{z}$ , в котором первые  $2n$  компонент – усилия в связях Б. Н. Жемочкина, а оставшиеся три компоненты – перемещения во введенном заземлении.

На нулевой итерации (первое полученное решение) среди первых  $2n$  компонент будут как положительные, так и отрицательные. Первые свидетельствуют о том, что усилие в связи Б. Н. Жемочкина – усилие сжатия, вторые – усилие в связи Б. Н. Жемочкина – усилие растяжения. Наличие «отрицательных» связей служит признаком начала итерационного процесса, который состоит в последовательном «выключении» из работы «отрицательных» связей с пересчетом вектора-столбца неизвестных  $\bar{z}$  на каждой итерации. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока первые  $2n$  компонент вектора  $\bar{z}$  не примут неотрицательные значения и на границе отрыва не будут тождественно равняться нулю.

При определении допустимого эксцентриситета задаемся начальной координатой  $y = 0$  точки приложения сосредоточенной силы. Выполняем весь описанный выше алгоритм. Далее проверяем усилия в связях Б. Н. Жемочкина, расположенных в крайнем ряду, параллельном оси  $X$ . Если усилия в указанных связях не равны нулю, то, увеличивая координату  $y$  на некоторую величину с необходимой степенью точности, проводим весь расчет сначала. Этот процесс продолжается до тех пор, пока усилия в означенных связях не будут равны нулю. Соответствующая координата  $y$  точки приложения силы и принимается за допустимый эксцентриситет приложения нагрузки.

По картине оставшихся связей Б. Н. Жемочкина судят о фактической области контакта балки и стен. Для построения поверхности напряжений равномерно распределяют найденные усилия по соответствующему участку Б. Н. Жемочкина.

**Численное решение поставленной задачи.** Принимаем железобетонную балку БСП6.1 по серии 1.146.2 – 10/93 «Балки стропильные железобетонные для покрытий зданий пролетами 6 и 9 м» вып.1 (рис. 3).

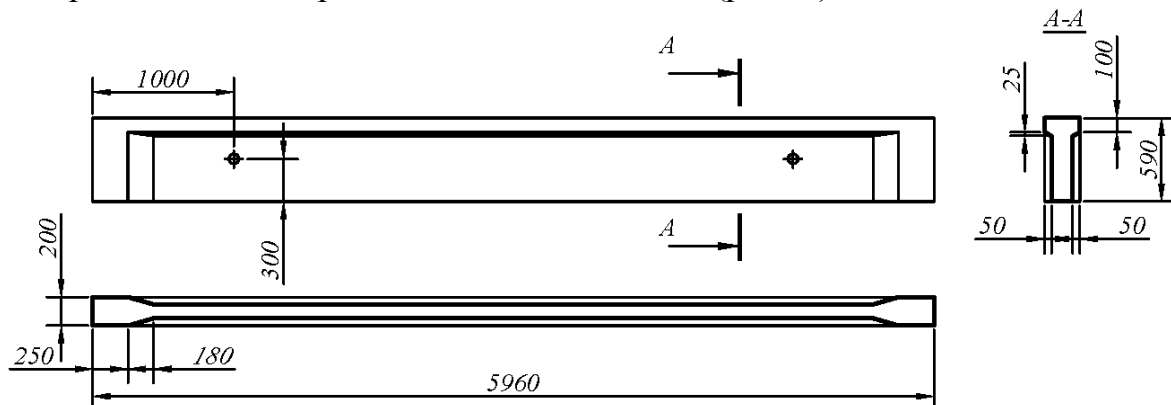


Рисунок 2 – Схема стропильной балки БСП6.1

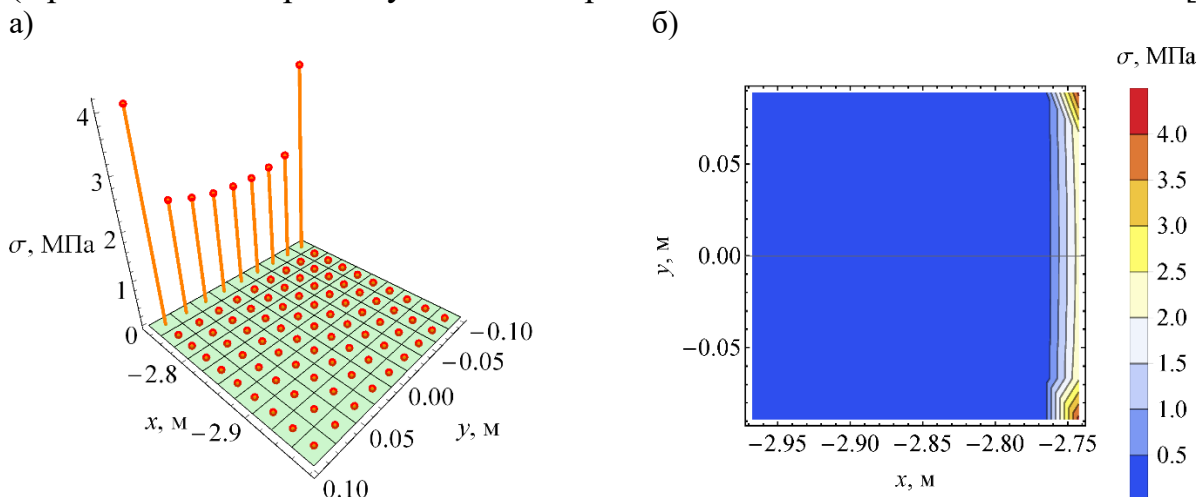


Балку считаем на действие сосредоточенной силы  $F$ , приложенной в середине пролета балки в плоскости  $XOZ$ . Исходные данные для выполнения расчетов сведены в таблицу 1.

Таблица 1

Параметр, ед. изм.	Значение
Конструктивная длина балки $l$ , м	5,96
Ширина балки $b$ , м	0,2
Высота балки $h$ , м	0,59
Глубина опирания балки $\Delta l$ , м	0,25
Модуль упругости бетона балки $E$ , ГПа	31
Модуль деформаций упругого четвертьпространства $E_0$ , ГПа	29
Коэффициент Пуассона упругого четвертьпространства $\nu_0$	0,18
Сосредоточенная сила $F$ , кН	27
Показатель гибкости $\lambda$	2,77

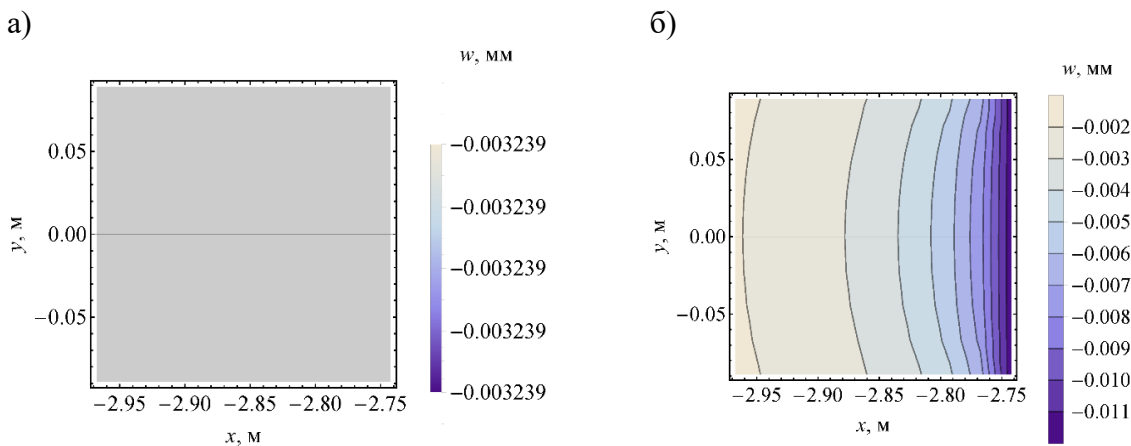
Поскольку балку считаем на действие сосредоточенной силы, приложенной в плоскости нормального сечения, проходящего через середину пролета балки, то распределения контактных напряжений для левого и правого узлов балки будет симметрично относительно вертикальной плоскости  $YOZ$  (рис. 1). Далее рассматриваем только левый узел. Количество участков Б. Н. Жемочкина в зоне контакта в направлении оси  $X$  принимаем  $n_x = 10$ , а в направлении оси  $Y$  –  $n_y = 9$ . Решение с учетом итерационного процесса показано на рисунке 3 (с решением на промежуточных итерациях можно ознакомиться в статье [10]).



а – совокупность реактивных давлений; б – изолинии реактивных давлений  
Рисунок 3 – Решение на последней итерации

Из рисунка 3 видно, что при опирании железобетонной балки на бетонную стену ( $\lambda = 2,77$ ) контактная область сводиться к двум рядам участков Б.Н. Жемочкина, параллельным оси  $Y$  и ближайшим к ребру упругого четвертьпространства. При этом, максимальные контактные напряжения возникают у краев поперечного сечения балки, что подтверждается общеизвестным фактом [8].

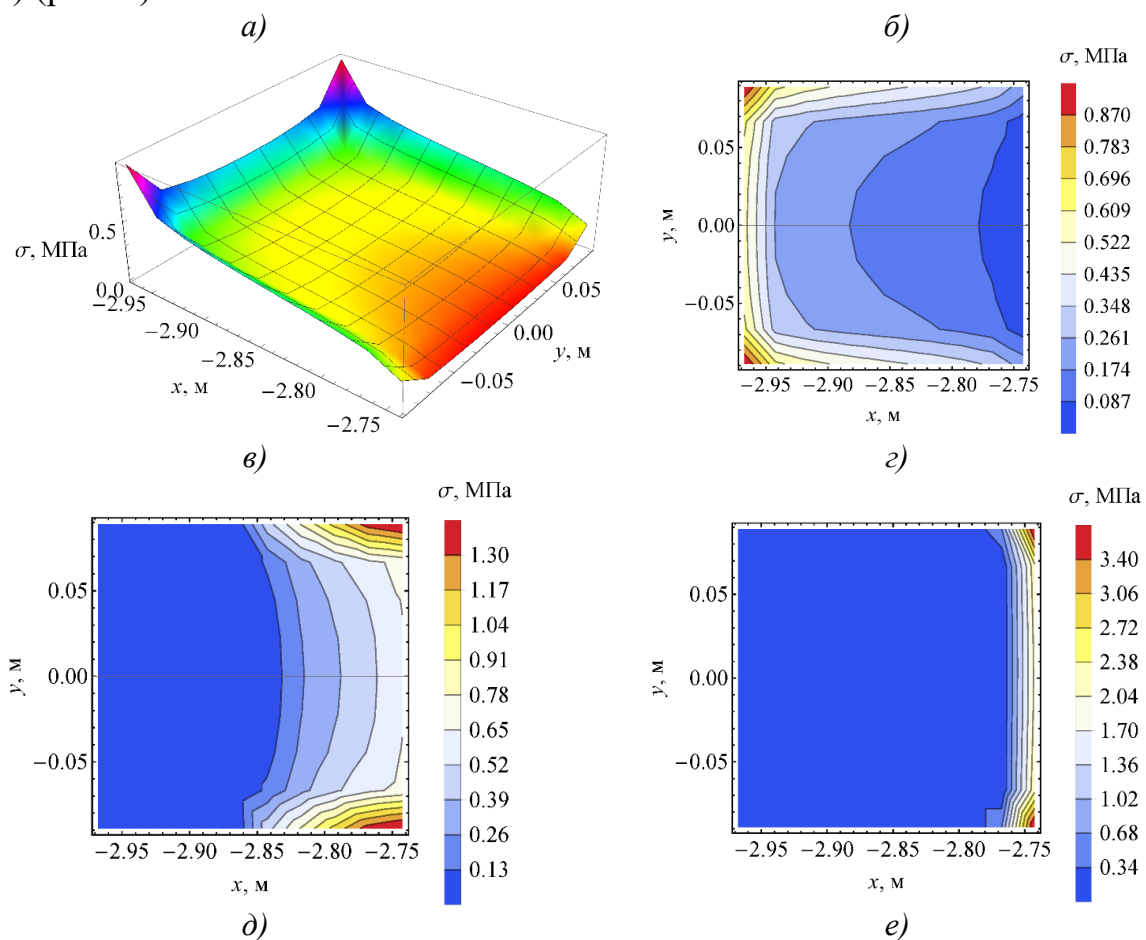
На следующем рисунке 4 построены изолинии вертикальных перемещений поверхности упругого четвертьпространства.



*а – при  $\lambda = 0$ , б – при реальном  $\lambda = 2,77$   
Рисунок 4 – Изолинии вертикальных перемещений*

При  $\lambda = 0$ , что соответствует опиранию на стену абсолютно жесткой балки, конструкция перемещается поступательно, что соответствует вдавливанию жесткого штампа в упругое четвертьпространство [8]. Максимальные перемещения – у края упругого четвертьпространства.

Контактные напряжения и размеры области контакта зависят от соотношения жесткостей опираемых конструкций, т. е. зависят от показателя гибкости  $\lambda$  (3) (рис. 5).



*а – поверхность реактивных давлений при  $\lambda = 0$ ; б, в, г, – изолинии контактных напряжений при  $\lambda = \{0; 0, 2; 1\}$  соответственно*

*Рисунок 5 – Влияние показателя гибкости  $\lambda$  на решение контактной задачи*

На рисунках 5а, б показано решение при показателе гибкости  $\lambda = 0$ , что соответствует, как отмечалось выше, опиранию абсолютно жесткой балки. Максимальные контактные напряжения возникают у границ области контакта, соответствующих краям балки. Минимальные напряжения – у ребра упругого четвертьпространства.

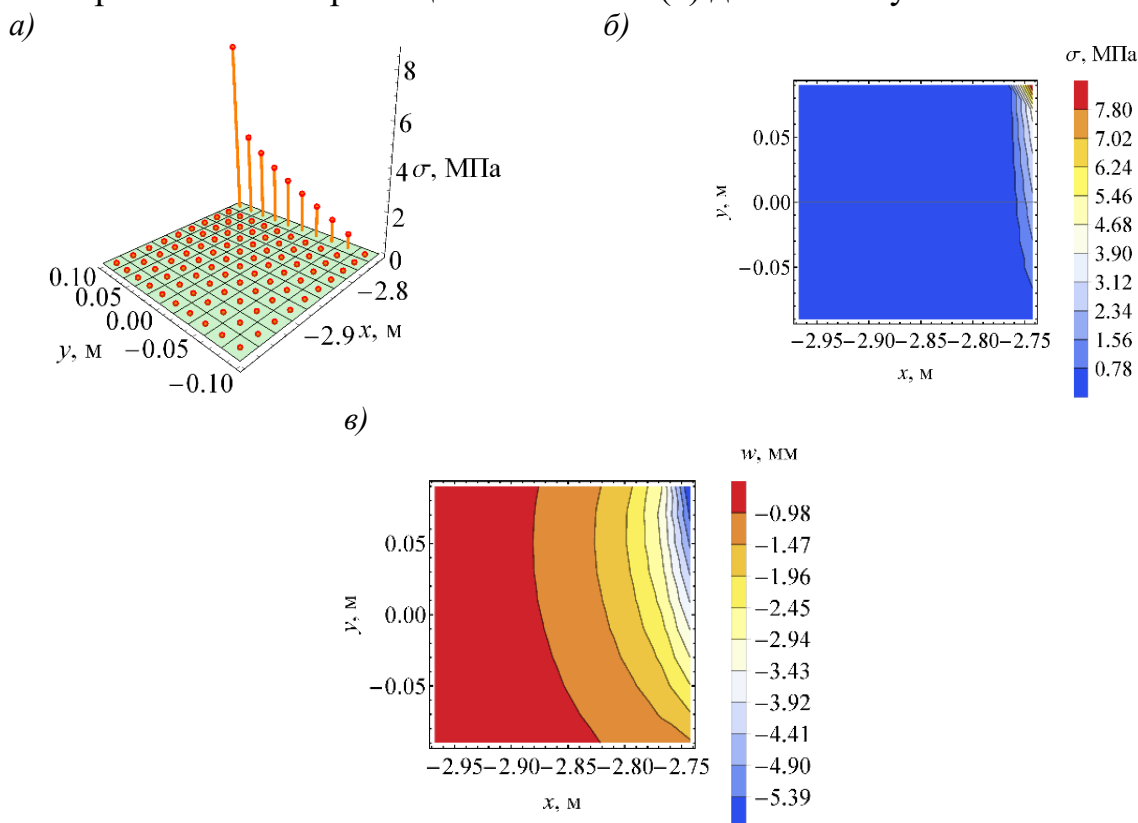
От размеров контактной зоны также зависит расчетный пролет балки и максимальный изгибающий момент в середине пролета балки. Для рассмотренной выше балки данная зависимость представлена в таблице 2.

Таблица 2

Показатель гибкости $\lambda$	Пролет балки $l_{eff}$ , мм			Максимальный изгибающий момент $M_{max}$ , кНм		
	Расчетный	о [11]	Отклонение, %	Расчетный	о [11]	Отклонение, %
0	5781	5710	1,24	39,02	8,54	1,24
0,1	5616		1,65	37,91		1,65
0,2	5554		2,73	37,49		2,73
0,5	5507		3,56	37,17		3,56
1	5488		3,89	37,04		3,89
2	5485		3,94	37,02		3,94

С увеличением показателя гибкости  $\lambda$  уменьшаются расчетный пролет балки и максимальный изгибающий момент в середине пролета балки.

При указанных параметрах балки и четвертьпространства (таблица 1) допустимый эксцентриситет составил  $e = 44$  мм. На рисунке 6 изображены сжатые связи Б. Н. Жемочкина (а), изолинии контактных напряжений  $\sigma$  (б) и изолинии вертикальных перемещений  $w$  стены (в) для левого узла.



а – сжатые связи Б.Н. Жемочкина; б – изолинии контактных напряжений  $\sigma$  ;  
в – изолинии вертикальных перемещений стены  $w$

Рисунок 6 – Решение контактной задачи при  $\lambda = 2,77$  и  $e = 44$  мм

На рисунке 3а видно, что, прикладывая нагрузку в точке с координатами (0;44) мм, связи Б. Н. Жемочкина крайнего ряда, параллельного оси  $X$ , имеют нулевые усилия.

Контактная область и возникающие в ней контактные напряжения зависят от соотношения жесткостей опираемых конструкций, т. е. от показателя гибкости  $\lambda$  (3). Следовательно, от показателя гибкости  $\lambda$  зависит и допустимый эксцентриситет приложения вертикальной нагрузки  $e$  (рисунок 7).

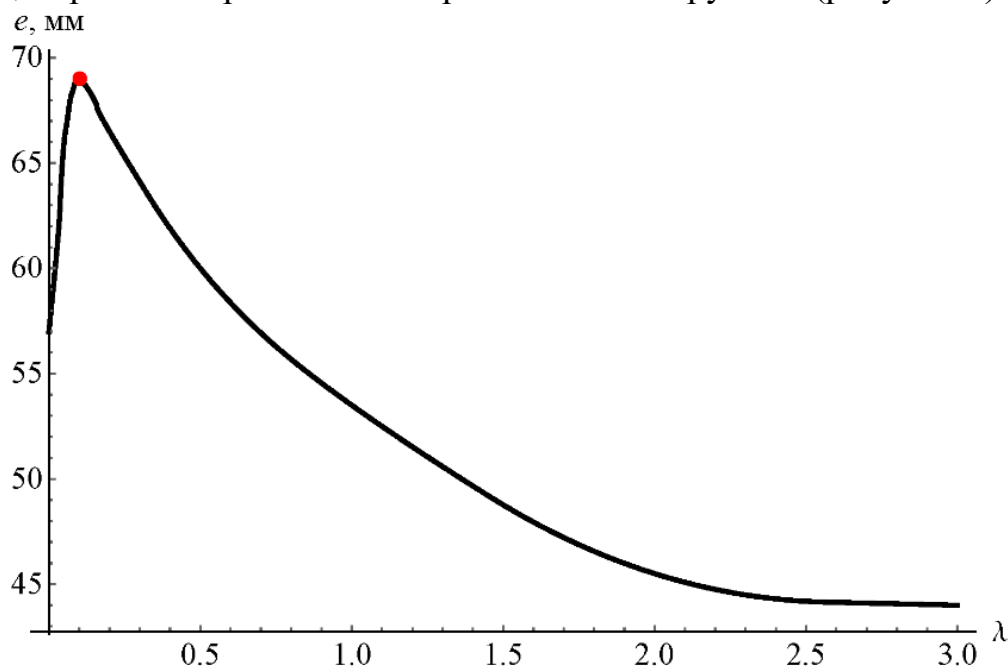


Рисунок 7 – Зависимость эксцентриситета приложения нагрузки от показателя гибкости

При изменении показателя гибкости  $\lambda$  от 0 до 0,1 эксцентриситет  $e$  увеличивается от 57 мм до 69 мм, а при изменении  $\lambda$  от 0,1 до 3, эксцентриситет  $e$  уменьшается от 69 мм до 44 мм. Это объясняется тем, что в зависимости от показателя гибкости изменяется характер распределения контактных напряжений по области контакта и изменяются размеры области контакта.

**Выводы.** 1. Предложено решение контактной задачи для шарнирного узла опирания железобетонной балки на стену, которая моделируется упругим четвертьпространством, методом Б. Н. Жемочкина с установкой жестких односторонних связей.

2. Получены решения контактной задачи при различных показателях гибкости  $\lambda$  и установлено, что с увеличением данного показателя фактическая область контакта опираемых конструкций уменьшается.

3. Численно установлено влияние размеров области контакта на величины расчетного пролета балки и максимального изгибающего момента.

4. Построены изолинии вертикальных перемещений точек поверхности упругого четвертьпространства. Установлено, что в предельном случае при  $\lambda=0$  решение соответствует вдавливанию жесткого штампа в упругое четвертьпространство.

5. Определен допустимый эксцентриситет  $e$  приложения вертикальной сосредоточенной силы  $F$  в плоскости  $YOZ$ .

6. Установлена зависимость допустимого эксцентриситета  $e$  от показателя гибкости  $\lambda$ , причем наблюдается как его увеличение, так и уменьшения в зависимости от характера распределения контактных напряжений по области контакта.

### Список использованных источников

1. Босаков, С.В. Действие сосредоточенной силы на упругое четвертьпространство / С.В. Босаков // Теорет. и прикл. механика: междунар. научно-техн. сб. / БПИ. – Минск: Вышэйшая школа, 1988. – Выпуск 15. – С. 100-108.

2. Босаков, С.В. Статические расчеты плит на упругом основании / С.В. Босаков. – Минск: БНТУ, 2002. – 128 с.

3. Горбунов-Посадов, М.И. Балки и плиты на упругом основании / М.И. Горбунов-Посадов. – М.: Машстройиздат, 1949. – 238 с.

4. Горбунов-Посадов, М.И. Расчет конструкций на упругом основании / М.И. Горбунов-Посадов, Т.А. Маликова, В.И. Соломин. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1984. – 680 с.

5. Жемочкин, Б.Н. Практические методы расчетов фундаментных балок и плит на упругом основании / Б.Н. Жемочкин, А.П. Сеницын. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Госстройиздат, 1962. – 240 с.

6. Клепиков, С.Н. Расчет конструкций на упругом основании / С.Н. Клепиков. – Киев: Будівельник, 1967. – 184 с.

7. Коренев, Б.Г. Вопросы расчета балок и плит на упругом основании / Б.Г. Коренев. – М.: Госстройиздат, 1954. – 231 с.

8. Штаерман, И.Я. Контактная задача теории упругости / И.Я. Штаерман. – М.: Гостехиздат, 1949. – 270 с.

9. Борисевич, А.А. Строительная механика: учебное пособие для вузов / А.А. Борисевич, Е.М. Сидорович, В.И. Игнатюк. – 2-е изд., перераб. – Минск: БНТУ, 2009. – 756 с.

10. Босаков, С. В. Решение пространственной контактной задачи для шарнирного узла опирания однопролетной балки / С. В. Босаков, П. Д. Скачѣк // Строительная механика и расчет сооружений. – 2019. – №4 (285). – С. 10-19.

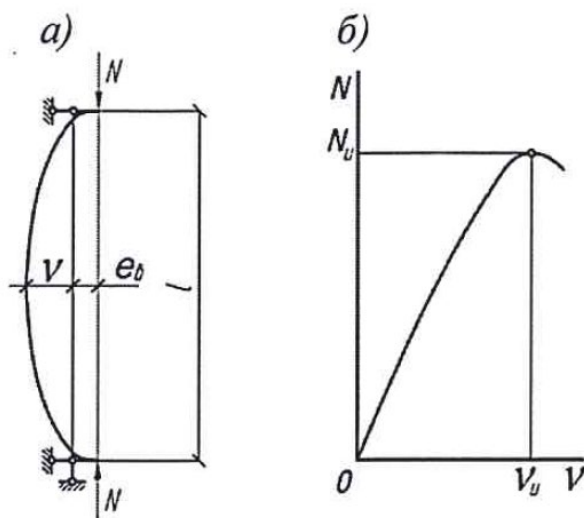
11. Еврокод 2. Проектирование ЖБК. Часть 1-1. Общие правила и правила для зданий: ТКП EN 1992-1-1-2009\*. – Введ. 10.12.2009. – Минск: Мин-во арх-ры и стр-ва РБ, 2010. – 191 с.

## ТЕСТОВЫЕ РАСЧЕТЫ ЦЕНТРАЛЬНО И ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТЫХ ЭЛЕМЕНТОВ СТАЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ ФИЗИЧЕСКОЙ И ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ В ПРОГРАММЕ SCAD++ 21.1.9.5.

А. В. Теплых

При использовании в практике проектирования расчетов стальных конструкций с учетом физической и геометрической нелинейности без применения аппарата расчетных длин весьма полезным представляется проведение тестовых расчетов для понимания и настройки технологии выполнения таких расчетов. Для расчета стальных конструкции одним из комплектов тестов могут быть расчеты центрально и внецентренно сжатых элементов стальных конструкций по нормам [1] на основании методики нормирования коэффициентов устойчивости  $\varphi$  и  $\varphi_e$ , приведенной в [2] (п. 7.1.7, 7.1.8, 7.3.2).

Коэффициенты  $\varphi$  и  $\varphi_e$  согласно [2] определяются по формуле  $\varphi = \min\left(\frac{N_u}{AR_y}; \frac{N_e}{AR_y\gamma_e}\right) = \min\left(\frac{N_u}{AR_y}; \frac{\pi^2}{1,3\lambda^2}\right)$ , где  $N_u$  – предельное значение сжимающей силы (см. рис. 1 б),  $N_e = \frac{\pi^2 EI}{l_{ef}^2}$  – критическая сила по Эйлеру,  $\gamma_e=1,3$  – коэффициент надежности. Для центрально сжатых стержней также учитываются начальные искривления и случайные эксцентриситеты, принятые в соответствии с установленными ГОСТ 23118 и СП 70.13330 и определяемые как  $e_b = \frac{i}{20} + \frac{l}{750}$ .



*а – расчетная схема; б – кривая состояния равновесия  
Рисунок 1 – К расчету сжатых стержней*

Одним из способов оценки несущей способности системы может быть нахождение начала резкого роста характерных деформации на одном из шагов итерационного процесса по аналогии нахождения  $N_u$  на кривой равновесного состояния при нормировании коэффициентов  $\varphi$  и  $\varphi_e$  в [2] (см. рис. 1 б). Также на рис. 3 приведен график из приложения Г [3] с зависимостью максимальных

перемещений алюминиевого моста  $\delta(\vec{P})$  от вектора приложенных нагрузок, согласно которому вблизи точки  $b$  выполняется критерий исчерпания несущей способности, когда минимальному приращению аргумента  $\vec{P}$  соответствует несоизмерно большое приращение функции  $\delta$ .

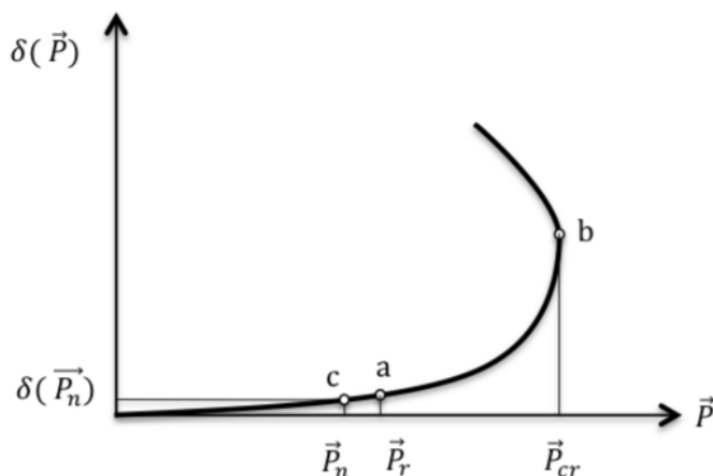


Рисунок 3 – График работы моста согласно приложению Г СП 443.1325800.2019

Согласно [3] проверку выполняют на основе выражения  $\gamma = \frac{\vec{P}_{cr}}{\vec{P}_r} \geq [\gamma]$ , где  $\vec{P}_{cr}$  и  $\vec{P}_r$  соответственно предельная и действующая величина нагрузок, а  $[\gamma]$  – критерий допустимости эксплуатации моста при случайном превышении расчетных нагрузок, значение которого устанавливается в задании на проектирование.

Тестовые расчеты, выполненные в SCAD++ с учетом геометрической и физической нелинейности для центрально- и внецентренно-сжатых элементов согласно расчетной схеме по рис. 1а, как с применением стержневых, так и оболочечных элементов, показывают достаточно хорошее совпадение полученных результатов с расчетами по нормам [1]. Поскольку пока в SCAD++ не реализованы конечные элементы, позволяющие учесть одновременно и физическую и геометрическую нелинейность, то учет геометрической нелинейности производился путем сохранения деформированной схемы при нагрузке, рассчитанной по нормам [1]. На рис. 2-5 приведены результаты определения предельного усилия  $N_u$  в SCAD++ с учетом физической нелинейности деформированной расчетной схемы, сохраненной после расчета с учетом геометрической нелинейности, и сравнение результатов расчета с расчетами по нормам [1] и результатами расчета в программе Nastran, приведенными в статье [4].

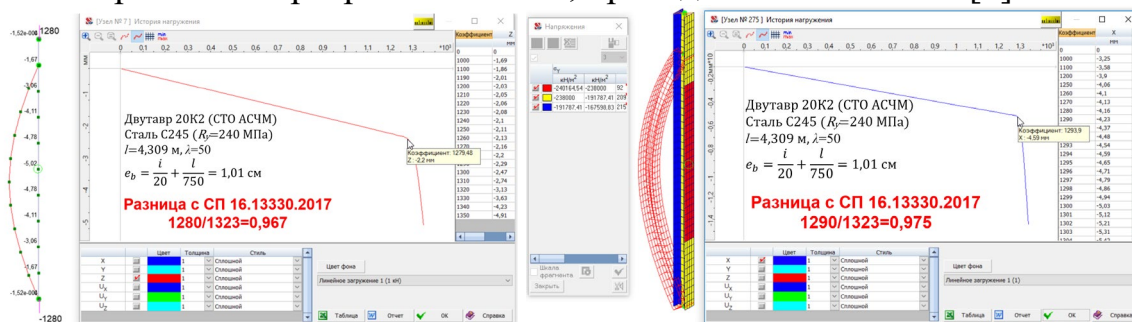


Рисунок 2 – Тестовые модели центрально сжатого элемента при гибкости  $\lambda=50$ .



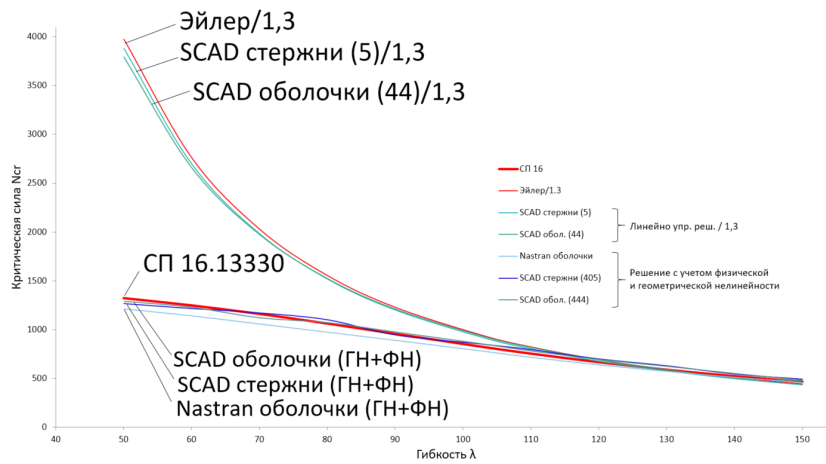


Рисунок 3 – Результаты тестовых расчетов центрально сжатых элементов.

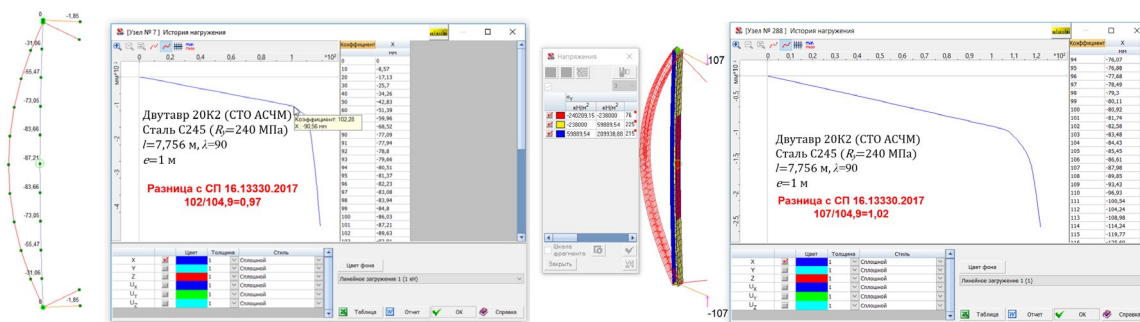


Рисунок 4 – Тестовые модели внецентренно сжатого элемента при гибкости  $\lambda=90$ .

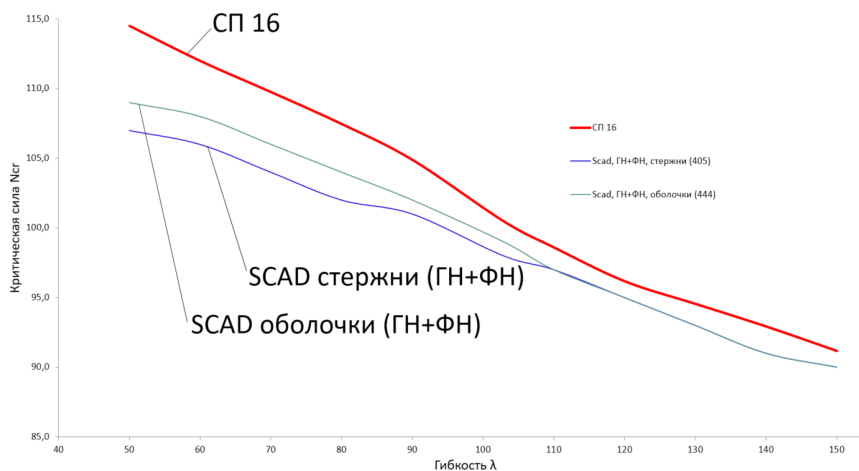


Рисунок 5 – Результаты тестовых расчетов внецентренно сжатых элементов

Для большинства конструкций расчет с учетом физической и геометрической нелинейности без применения аппарата расчетных длин представляется пока затруднительным по ряду причин, многие из которых обозначены в статье [5]. Однако при расчете рам из сварных двутавров с переменной высотой стенки подобные расчеты несущей способности, включающие в том числе и расчет на устойчивость в плоскости рамы с применением даже стержневой модели, уже вполне могут выполняться в процессе обычного проектирования, тем более, что такие расчеты позволяют избежать затруднений при определении расчетных длин, возникающих при расчете по нормам или в дополнение к расчетам по нормам с использованием расчетных длин повысят надежность расчетного обоснования. Результаты расчета несущей способности рамы приведены на рисунке 5. Разница с



расчетом на устойчивость по нормам с применением расчетных длин составила 19,5% в сторону увеличения несущей способности, что можно объяснить в том числе и недогрузкой части элементов рамы.

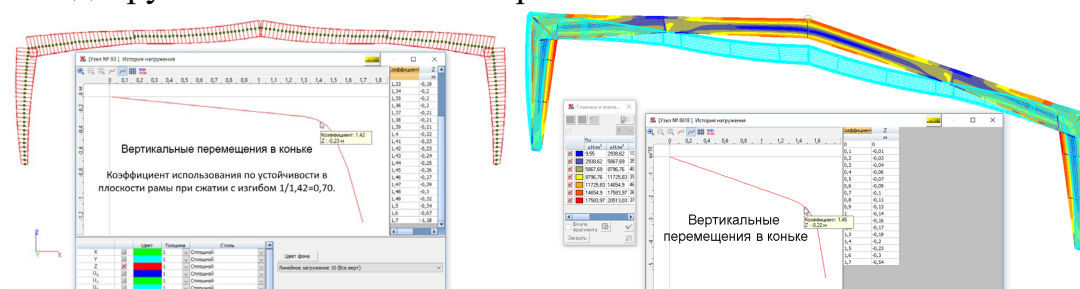


Рисунок 5 – Результаты расчета несущей способности (устойчивости в плоскости) рамы из сварных двутавров с переменной высотой стенки

Для выполнения калибровки модели с целью учета возможных неучтенных эффектов в расчетной модели относительно норм был выполнен тестовый расчет элемента колонны рамы по сечению в стыке с ригелем (рис. 6) с длиной стержня, равной расчетной длине рассмотренного элемента колонны, который показал отношение полученной критической нагрузки к критической по нормам равен 1,06 и в данном случае имеющийся резерв несущей способности может быть принят как  $1,42/1,06=1,34$ .

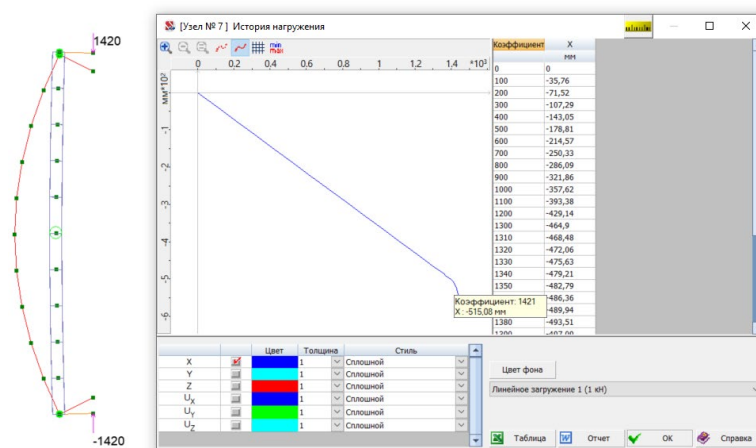


Рисунок 6 – Калибровочная модель

### Список использованных источников

1. Стальные конструкции: СП 16.13330.2017 / Минстрой России. – Москва, 2017.
2. Конструкции стальные. Правила проектирования: СП 294.1325800.2017 / Минстрой России. – Москва, 2017.
3. Мосты с конструкциями из алюминиевых сплавов. Правила проектирования: СП 443.1325800.2019 / Минстрой России. – Москва, 2019.
4. Теплых, А.В. Применение оболочечных элементов при расчетах строительных стальных конструкций в программах SCAD и Nastran с учетом геометрической и физической нелинейности. // Промышленное и гражданское строительство. – 2011. – № 7. – С. 37-40.
5. Перельмутер, А.В. Готовы ли мы перейти к нелинейному анализу при проектировании? / А.В. Перельмутер, В.В. Тур // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2017. – № 13 (3). – С. 86-102.

## МАТРИЧНЫЙ МЕТОД ДЕФОРМАЦИЙ В РАСЧЕТАХ СТЕРЖНЕВЫХ МОДЕЛЕЙ СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ПО ДЕФОРМИРОВАННОМУ СОСТОЯНИЮ

В. П. Уласевич, В. И. Каковко

**1. Постановка задачи исследований.** В современных условиях при проектировании различных конструкций зданий и сооружений наметилась тенденция на использование несущих каркасов и др. решетчатых систем, выполненных из легких стальных тонкостенных конструкций (ЛСТК) или из прямолинейных стальных тонкостенных холодногнутых профилей (СТХП), обладающих повышенной деформативностью. Их главная отличительная особенность – сложность точного учета деформаций стержней и узловых соединений под воздействиями, *трудность оценки общей устойчивости формы равновесия.*

Обычно расчет моделей стержневых систем сложной геометрической структуры чаще всего проводят классическим *методом перемещений* при следующих предпосылках и допущениях:

- рассматривается только приложение нагрузки к узлам при отсутствии поперечно изгиба отдельных стержней системы;
- стержни системы принято считать нерастяжимыми и несжимаемыми, так как классический метод перемещений продольные деформации не учитывает;
- считают, что расстояния между узлами при деформациях не меняются.

При оценке несущей способности стержневых моделей повышенной деформативности, недооценка в классическом методе перемещений *продольных деформаций* стержней может приводить к существенной ошибке.

Кроме того, поскольку стержневые системы из ЛСТК и их отдельные стержни обладают повышенной деформативностью, *оценка эффектов воздействий в их расчетных моделях* должна, как правило, выполняться в упругой стадии но по деформированной схеме равновесия, учитывающей геометрическую нелинейность, проявляющуюся в процессе деформирования под воздействиями. Важно также, чтобы при выключении части стержней рассчитываемой стержневой модели из работы путем потери ими устойчивости метод расчета и разработанная на его основе компьютерная программа могли уметь оценивать устойчивость оставшейся части расчетной модели и тем самым иметь возможность оценить ее *живучесть*. И если оставшаяся часть рассчитываемой системы устойчива и может воспринимать *возмущающие воздействия*, уметь продолжить расчет новой расчетной модели, которая в этом случае будет учитывать как *геометрическую*, так и *конструктивную нелинейность*.

Нами в основу статического расчета моделей воздействий стержневых систем повышенной деформативности положен метод деформаций [1], [2], обладающий достоинствами как классического метода перемещений, так и матричного метода конечных элементов (МКЭ) в форме метода перемещений. Но в отличие от метода перемещений, в котором жесткая связь, накладываемая на узел основной системы, запрещает его поворот, но допускает возможное горизон-

тальное перемещение, в методе деформаций накладываем на узлы системы связи, запрещающие не только поворот, но и горизонтальное их смещение. В результате получаем стержневую систему, стержни которой могут быть загружены сплошной поперечной нагрузкой  $q(x)$ , и которые в общем случае могут быть упруго соединены с неподвижными опорами. В таком случае каждый такой стержень с  $EA > 0$  и  $EI > 0$ , примыкающий к неподвижным узлам системы, работает как растянуто-изогнутый, испытывающий в общем случае и продольные и угловые деформации. Важно, что в сравнении МКЭ, алгоритм которого построен на методе перемещений, в предложенном *методе деформаций* [1] нет необходимости делить стержень на конечные элементы (КЭ) для достижения требуемой точности, так как каждый стержень стержневой модели представляет собой *универсальный конечный элемент, напряженно-деформированное состояние которого может быть определено в произвольном его сечении с высокой аналитической точностью* [1].

Таким образом, разработка метода расчета стержневых систем, учитывающего деформационную *модель эффектов воздействий* с оценкой устойчивости формы равновесия, актуальна как в теоретическом, так и в практическом плане, так как именно такой подход к их расчету заложен в стандартах Еврокода 3, принятых в Республике Беларусь.

**2. О расчете стержневых моделей методом деформаций.** Основная отличительная особенность метода деформаций [1] от классического метода перемещений: возможность учета продольных деформаций стержней; учет деформированной геометрии стержней в принятой *основной системе*, находящейся под расчетными поперечными воздействиями; универсальность приложенной к стержням распределенной по их длинам поперечной нагрузки параметрического вида  $g(x)$ ; матричная форма алгоритма расчета. *Основная система метода деформаций*, в отличие от метода перемещений, образуется путем наложения на узлы модели *жестких связей*, препятствующих как повороту, так и горизонтальному смещению концов ее стержней.

Для плоской стержневой системы порядка  $k=m \cdot n$  (где  $m$  – число связей в узлах;  $n$  – число узлов) система уравнений метода деформаций имеет вид

$$[K] \cdot \{\Delta\} = \{P_u\} + \{P_s\} + \{R\}, \quad (1)$$

где  $[K]$  – матрица внешней жесткости свободной системы;  $\{\Delta\}$  – вектор искомых перемещений узловых точек;  $\{P_u\}$  – вектор внешних нагрузок, действующих в узлах рамы в глобальной системе;  $\{P_s\}$  – вектор реакций начала и конца стержня, от воздействия распределенных по его длине поперечных нагрузок, температурных воздействий, предварительного натяжения с учетом условий закрепления стержней в узлах, приложенных с обратным знаком;  $\{R\}$  – вектор опорных реакций, на которые наложены опорные связи (если в узле нет связей, то соответствующие им величины равны нулю).

Очевидно, что точность метода перемещений определена методикой вычисления вектора опорных реакций  $\{P_s\}$  на стадии определения напряженно-деформированного состояния стержней модели в *основной системе*. Оценка деформированного состояния каждого гибкого стержня рассчитываемой стержневой модели в основной системе метода деформаций (рисунок 1) построена на решении неоднородного дифференциального уравнения [1]

$$\frac{dv^4}{dx^4} - \frac{H}{EI} \frac{d^2v}{dx^2} = -\frac{q(x)}{EI}, \quad (2)$$

где  $H$ ,  $v$  – распор и функция прогибов от воздействия нагрузки  $q(x)$ ;

$EI$  – изгибная жесткость стержня;

$M^a$ ,  $M^b$  – изгибающие моменты в опорных связях основной системы.

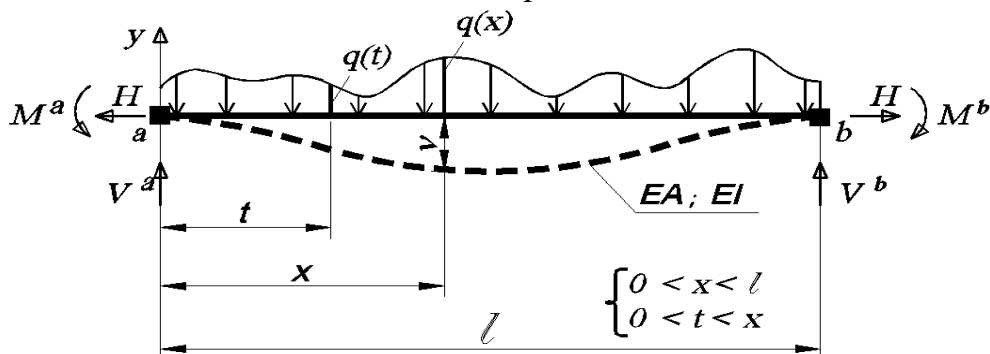


Рисунок 1 – Деформированное состояние прямолинейного стержня

Аналитическое решение уравнения (2) в интегральных квадратурах при краевых условиях

$$v|_{x=0} = 0; \quad v|_{x=l} = 0; \quad v''|_{x=0} = \frac{M^a}{EI}; \quad v''|_{x=l} = \frac{M^b}{EI}$$

получено в [1] относительно прогибов  $v$  и изгибающих моментов  $M_s$ , но содержащее в себе основные неизвестные – распор  $H$  и опорные моменты  $M^a$ ,  $M^b$ .

$$v = -\frac{1}{H} \left[ R_b x - \int_0^x (x-t)q(t)dt + M^a - (M^a - M^b) \frac{x}{l} - M_s \right], \quad (3)$$

$$M_s = \frac{r_s}{a_1} sh(a_1 x) - \frac{1}{a_1} \int_0^x sh(a_1(x-t))q(t)dt + \frac{M^a}{sh(a_1 l)} sh(a_1(l-x)) + \frac{M^b}{sh(a_1 l)} sh(a_1 x), \quad (4)$$

где:  $a_1 = \sqrt{\frac{H}{EI}}$ ;  $R_b = \frac{1}{l} \int_0^l (x-t)q(t)dt$ ;  $r_s = \frac{1}{sh(a_1 l)} \int_0^l sh(a_1(l-t))q(t)dt$ ;  $Q_s = \frac{dM_s}{dx}$ .

Основное достоинство функции прогибов (3), изгибающих моментов (4), а также их производных состоит в том, что они непрерывны и дифференцируемы. Это позволило в [1] на основании равенства полных линейных и угловых деформаций разработать систему трех разрешающих уравнений в замкнутом виде относительно входящих в них неизвестных – распора  $H$  и опорных моментов  $M^a$ ,  $M^b$  в виде

$$\begin{cases} \frac{H \cdot l}{EA} + \left( \frac{H}{EA} - \frac{1}{2} \right) \frac{D(H)}{H^2} + \left[ H \cdot (c_h^a - c_h^b) + \left( \alpha \cdot l \cdot \Delta t - \frac{P_n \cdot l}{EA} \right) \right] = 0; \\ \left\{ \left( \frac{th(al) - al}{H \cdot l \cdot th(al)} - c_\varphi^a \right) \cdot M^a - \frac{sh(al) - al}{H \cdot l \cdot sh(al)} \cdot M^b = -\frac{dv}{dx} \Big|_{x=0; M^a=0; M^b=0}; \right. \\ \left. \left\{ \frac{sh(al) - al}{H \cdot l \cdot sh(al)} \cdot M^a - \left( \frac{th(al) - al}{H \cdot l \cdot th(al)} - c_\varphi^b \right) \cdot M^b = -\frac{dv}{dx} \Big|_{x=l; M^a=0; M^b=0} \right. \end{cases} \quad (5)$$

где 
$$D(q, H) = \int_0^l \left( R_b - \int_0^x q(t) dt - \frac{1}{l} (M^a - M^b) - \frac{dM_s}{dx} \right)^2 dx ; \quad (6)$$

$c_u^a, c_u^b, c_\varphi^a, c_\varphi^b$  – коэффициенты линейной и угловой податливости левой и правой опор стержня соответственно;  $l$  – длина стержня;  $\alpha$  – коэффициент линейного расширения стали;  $\Delta t$  – расчетный перепад температуры.

При известных значениях  $M^a$  и  $M^b$  вертикальные реакции  $V^a$  и  $V^b$  равны

$$V^a = R_b - \frac{1}{l} (M^a - M^b); \quad V^b = \int_0^l q(t) dt - V^a. \quad (7)$$

После расчета всех стержней в основной системе рамы по уравнениям (5) есть возможность с учетом (7) сформировать вектор  $\{P_s'\}$  в локальной системе координат. Тогда векторы  $\{P_s\}$  в глобальной системе координат

$$\{P_s\} = [T_\alpha]^T \cdot \{P_s'\}, \quad (8)$$

а связь реакций узлов всей системы  $\{r\}$  (2) с реакциями и перемещениями концов ее элементов  $\{\delta'\}$  может быть определена по формуле

$$\{r\} = [T_\alpha]^T \cdot \{r'\} = [T_\alpha]^T \cdot \{ [K'] \cdot \{\delta'\} \} = [T_\alpha]^T \cdot [K'] \cdot [T_\alpha] \cdot \{\delta\}, \quad (9)$$

Вектор перемещений в глобальной системе координат вычисляем так:

$$\{\Delta\} = [K^*]^{-1} \cdot \left( \{P_u^*\} + \{P_s^*\} \right). \quad (10)$$

Действительные реакции  $\{r'\}$  по концам каждого стержня рамы в местной системе координат рамы в свободной от связей системе рамы равны

$$\{r'\} = [K'] \cdot [T_\alpha] \cdot \{\Delta\} - \{P_s'\}. \quad (11)$$

Тогда перемещения и внутренние усилия в произвольных сечениях всех стержней рассчитываемой стержневой модели вычисляем по (3) (4), (5).

Впервые разработанный в [1] и кратко изложенный здесь матричный метод деформаций и построенный на его основе алгоритм компьютерной программы CsdCAD [2] позволяют, в сравнении с классическим методом перемещений, рассчитывать, даже в линейной постановке, стержневые системы сложной геометрической структуры более точно, так как он не только учитывает влияние продольных деформаций стержней, но и с аналитической точностью – влияние поперечных деформаций стержней на величины перемещений и связанных с ними изгибающих моментов и поперечных сил.

**3. Алгоритм оценки устойчивости стержневых моделей.** Изложенная Е.М. Сидоровичем в [3] методика оценки устойчивости стержневых моделей *качественным методом*, построенная на методе перемещений, доработана в [4] применительно к методу деформаций [1]. Это позволило ставить задачу о развитии метода деформаций до возможности расчета стержневых моделей на устойчивость и оценки их напряженно-деформированного состояния по деформированной схеме с учетом геометрической и конструктивной нелинейности. Рассмотрим сказанное подробно.

Полученная при расчете стержневой системы матрица закрепленной системы  $[K^*]$ , входящая в (8), является матрицей мгновенной жесткости  $[K(H)]$  вследствие того, что дополнительные узловые нагрузки при расчете на устойчивость полагаются нулевыми, получается однородной, вида

$$[K(H)] \cdot \{\Delta\} = 0, \quad (12)$$

где  $[K(H)]$  – матрица мгновенной жесткости, элементы которой – реакции  $r_{ik}$  во введенных связях на узлы основной системы, зависящие от продольных сил  $H$  в ее стержнях.

Особенность расчета на устойчивость – в необходимости учета дополнительного изгибающего действия продольных сил  $H$ , за счет которого эпюры изгибающих моментов от единичных перемещений получаются криволинейными. Реакции во введенных связях содержат поправочные множители в виде специальных функций от безразмерных параметров  $\nu$ . Для сжатых стержней с  $H \leq 0$  и

$$\nu = l \sqrt{\frac{|H|}{EI}} \quad (13)$$

специальные поправочные коэффициенты к элементам матриц внутренней жесткости сжатых стержней от безразмерных параметров  $\nu$  приведены в [3], стр. 229. Для растянутых стержней – см. [3], стр. 235.

В излагаемом здесь методе деформаций при расчете на устойчивость специальные функции к элементам матриц внутренней жесткости, приведенные в [3], пересчитаны на зависимость их от параметра  $a_1$

$$a_1 = \sqrt{\frac{|H|}{EI}}. \quad (14)$$

Тогда специальные функции как поправочные коэффициенты к элементам матрицы внутренней жесткости, зависящие от параметра  $a_1$  (1.21), имеют вид

$$\varphi_1 = \frac{(a_1 l)^2 \operatorname{tg}(a_1 l)}{3(\operatorname{tg}(a_1 l) - a_1 l)}; \quad \varphi_2 = \frac{a_1 l (\operatorname{tg}(a_1 l) - a_1 l)}{8 \operatorname{tg}(a_1 l) \left( \operatorname{tg}\left(\frac{a_1 l}{2}\right) - \frac{a_1 l}{2} \right)}; \quad \varphi_3 = \frac{a_1 l (a_1 l - \sin(a_1 l))}{4 \sin(a_1 l) \left( \operatorname{tg}\left(\frac{a_1 l}{2}\right) - \frac{a_1 l}{2} \right)};$$

$$\varphi_4 = \frac{\left(\frac{a_1 l}{2}\right)^2 \operatorname{tg}\left(\frac{a_1 l}{2}\right)}{3 \left( \operatorname{tg}\left(\frac{a_1 l}{2}\right) - \frac{a_1 l}{2} \right)}; \quad \eta_1 = \frac{(a_1 l)^3}{3(\operatorname{tg}(a_1 l) - a_1 l)}; \quad \eta_2 = \frac{\left(\frac{a_1 l}{2}\right)^3}{3 \left( \operatorname{tg}\left(\frac{a_1 l}{2}\right) - \frac{a_1 l}{2} \right)}. \quad (15)$$

Тогда для прямолинейного стержня с заземленными концами (рисунок 1) матрица внутренней жесткости с учетом безразмерных функций (15) продольно-поперечного изгиба имеет вид

$$[K'_9] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EJ}{l^3}\eta_2 & -\frac{6EJ}{l^2}\varphi_4 & 0 & -\frac{12EJ}{l^3}\eta_2 & -\frac{6EJ}{l^2}\varphi_4 \\ 0 & -\frac{6EJ}{l^2}\varphi_4 & \frac{4EJ}{l}\varphi_2 & 0 & \frac{6EJ}{l^2}\varphi_4 & \frac{2EJ}{l}\varphi_3 \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EJ}{l^3}\eta_2 & \frac{6EJ}{l^2}\varphi_4 & 0 & \frac{12EJ}{l^3}\eta_2 & \frac{6EJ}{l^2}\varphi_4 \\ 0 & -\frac{6EJ}{l^2}\varphi_4 & \frac{2EJ}{l}\varphi_3 & 0 & \frac{6EJ}{l^2}\varphi_4 & \frac{4EJ}{l}\varphi_2 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Другие варианты крепления стержней к узлам матрицы внутренней жесткости с безразмерными коэффициентами (15), зависящими от параметра  $a_1l$ , могут быть получены из (16) путем исключения по методу Гаусса-Жордана. Такое решение приведено Е. М. Сидоровичем в [3].

Для растянуто-изогнутых стержней в формулах (1.22) необходимо произвести следующие замены:  $(a_1l)^2 \rightarrow -(a_1l)^2$ ;  $\sin(a_1l) \rightarrow \sinh(a_1l)$ ;  $\text{tg}(a_1l) \rightarrow \text{th}(a_1l)$ .

Очевидно, что коэффициенты матриц мгновенной жесткости рассчитываемой модели при расчете на устойчивость зависят от безразмерных функций (15), связанных с параметром  $(a_1l)$ .

Критическому состоянию деформированного равновесия стержневой системы отвечают ненулевые перемещения  $\{\Delta\}$  (12) ее узлов

$$\{\Delta\} \neq 0,$$

что возможно, если матрица мгновенной жесткости системы **вырождена** и ее определитель, как ее количественная характеристика, равен нулю

$$\text{Det}[K(a_1l)] = 0. \quad (20)$$

Выражение (20) и есть нелинейное (трансцендентное) уравнение критического равновесия относительно параметра  $(a_1l)$  как основного неизвестного. При оценке устойчивости представляет интерес наименьший из корней матричного уравнения (20).

Для заключения об устойчивости рассчитываемой стержневой модели решение уравнения устойчивости (20) с целью поиска наименьшего параметра  $(a_1l)$  как основного неизвестного задача математически сложная и трудоемкая, однако она успешно решается **качественным методом исследования** [3], построенном на методе деформаций [1] по следующей схеме:

а. Выполняется статический расчет стержневой модели при заданном уровне нагрузки и других воздействиях по методу деформаций/

б. По известным формулам Эйлера проверяется устойчивость всех стержней расчетной модели с учетом закреплений их в узлах основной системы метода деформаций (ОСМД). Проверка всех стержней на устойчивость выполняется методом сравнения критических сил в стержнях с продольными силами в стержнях, вычисленных по методу деформаций [1].

с. Если устойчивость всех стержней ОСМД обеспечена, то анализируется полученная в результате расчета матрица мгновенной жесткости стержневой системы *в деформированном состоянии* с учетом вычисленных внутренних сил. Все главные диагональные элементы матрицы мгновенной жесткости в деформированном состоянии должны быть положительны. Если в процессе анализа будет выявлено наличие отрицательных или нулевых элементов, делается вывод о неустойчивости деформированной системы в исследуемом состоянии равновесия, и дальнейший расчет должен быть прекращен.

е. Если все главные диагональные элементы матрицы мгновенной жесткости в деформированном состоянии положительны, то выполняется разложение матрицы мгновенной жесткости на множители одним из известных методов. В MathCAD эффективно получить разложения матрицы на множители по методу Гаусса или QR-разложением или методом Холецкого встроенными средствами программы.

д. Окончательное заключение об устойчивости стержневой системы должно быть сделано путем исследования элементов, расположенных на главной диагонали матрицы мгновенной жесткости, полученных в результате разложения ее на множители. Если все диагональные элементы положительны и среди них нет близких к нулю, то равновесие стержневой системы при заданном для нее воздействии *устойчиво*; если разложение матрицы мгновенной жесткости прервано, то равновесия является критическим. Если среди диагональных элементов есть хотя бы один отрицательный, то равновесие стержневой системы при данном уровне внешних воздействии *неустойчиво*.

Оценку устойчивости стержневых моделей изложенным **качественным методом** [3], предложено выполнять в компьютерной программе DresCAD, разработанной нами средствами программирования PTC MathCAD по алгоритму, построенному на расчете по методу деформаций [1]. Блок-схема работы программы DresCAD представлена на рисунке 2.

**4. О Расчете моделей по деформированному состоянию.** Предложенный в [3] д.т.н., проф. Е. М. Сидоровичем и развитый в [4] **качественный метод** оценки устойчивости стержневых систем позволяет однозначно дать ответ на вопрос «Устойчива или неустойчива принятая для нее расчетная модель при заданном характере и величине воздействия?». И если расчетная модель стержневой системы в этом состоянии равновесия устойчива, то ее матрица мгновенной жесткости положительно определена. А это значит, что система может перейти из устойчивого **исходного состояния** в новое **возмущенное** (рассчитываемое) **деформированное** состояние приложением к ее стержням **дополнительных воздействий**. Тогда матричная система уравнений метода деформаций (1), учитывающая продольные деформации рассчитываемой стержневой системы и перемещения ее узлов  $\{\Delta\}$  (10), имеет вид

$$[K(a_{1l}, \{\Delta\})] \cdot \{\Delta\} = \{P_u\} + [T_\alpha]^T \cdot \{P'_s\} + \{R\} . \quad (21)$$

Сформированная положительно определенная матрица мгновенной жесткости  $[K(a_{1l}, \{\Delta\})]$  системы уравнений (21) открывает возможность выполнить **деформационный** расчет **возмущенного состояния** стержневой системы путем организации процедуры последовательных приближений, реализуемой программными средствами MathCAD. Для этого:



– выполняется расчет возмущенного равновесного состояния стержневой системы *методом деформаций* [1] как первое приближение. Анализ полученных результатов дает возможность получить вектор перемещений узлов  $\{\Delta\}$  с учетом продольных деформаций и поперечных деформаций, а также внутренние усилия в стержнях. Вектор перемещений узлов  $\{\Delta_i\}$  дает возможность откорректировать матрицу мгновенной жесткости  $[K(a_{il}, \{\Delta_i\})]$ ;

– выполняя последующие расчеты матричной системы (21) с анализом результатов расчета и корректировкой матрицы мгновенной жесткости  $[K(a_{il}, \{\Delta_i\})]$ , необходимой для последующего  $(i+1)$  статического расчета методом деформаций, получаем быстро сходящийся итерационный процесс до достижения заданной точности.

Полученное решение стержневой системы необходимо проверить на устойчивость *качественным методом* (см. п. 3 настоящей статьи).

**5. Примеры расчета по программе DresCAD.** Расчетная модель, представленная на рисунке 2 [5] (таблица 1), демонстрирует точность расчета. Результаты расчета, представленные на рисунках 3 (таблица 2) и 4 (таблица 3), демонстрируют возможности программы.

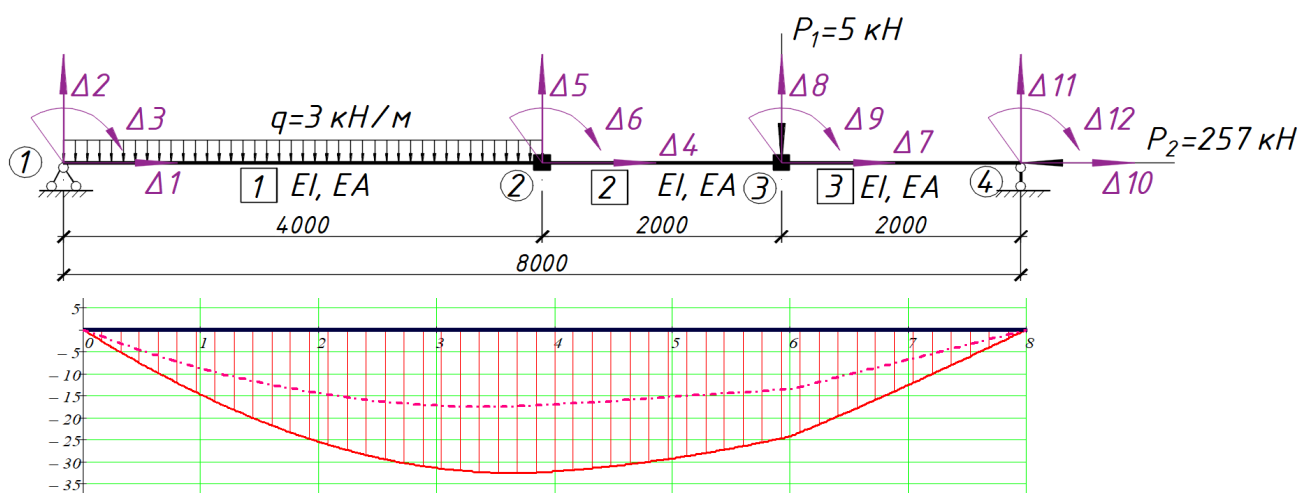
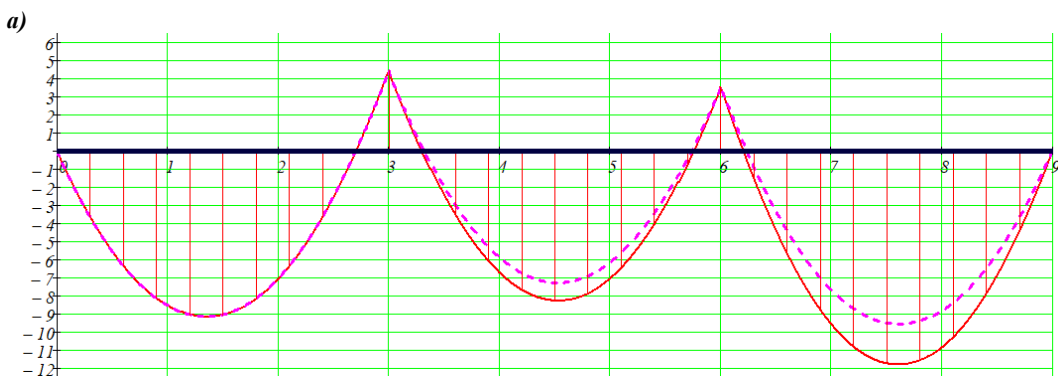
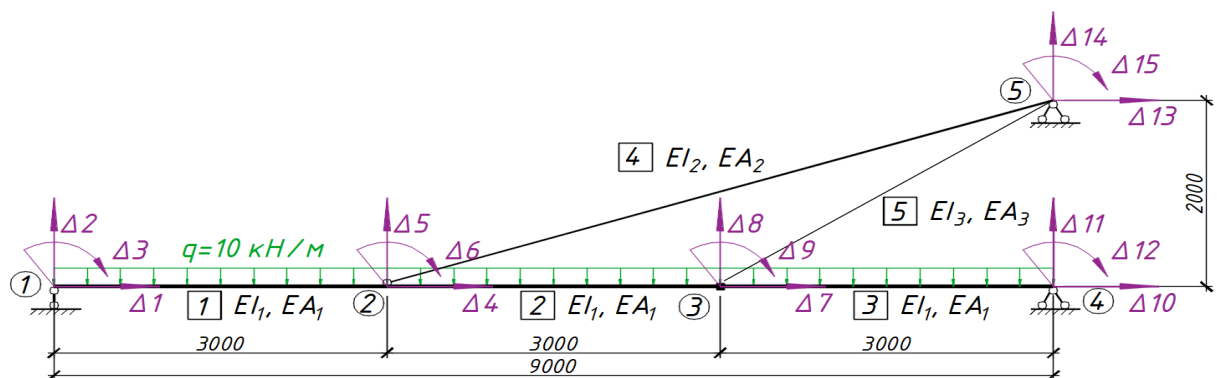


Рисунок 2 – Эпюра изгибающих моментов в сжато-изогнутом стержне [5] ( $EI= 3638.04 \text{ кНм}^2$ ,  $EA= 921900 \text{ кН}$ ) (штрихпунктирная линия – линейный расчёт)

Таблица 1 – Оценка точности расчета сжато-изогнутого стержня [5] и по КП DRESCAD

Анализ расчётов	$M_2$ , кНм	$M_4$ , кНм	$M_6$ , кНм	$\Delta_{т4}$ , см	$\Delta_{т6}$ , см
Деформационный расчёт (КП DresCAD)	25.459	32.171	24.192	5.903	4.16
Точное решение (б)	25.506	32.253	24.240	5.935	4.179
Линейный расчёт (КП DresCAD)	14.500	17.000	13.500	3.207	2.254
Различие деформационного расчета с точным расчётом (б), %	0.186%	0.254%	0.2%	0.537%	0.451%
Различие деформационного расчета с линейным расчетом (КП DresCAD), %	43.045%	47.157%	44.195%	45.673%	45.819%

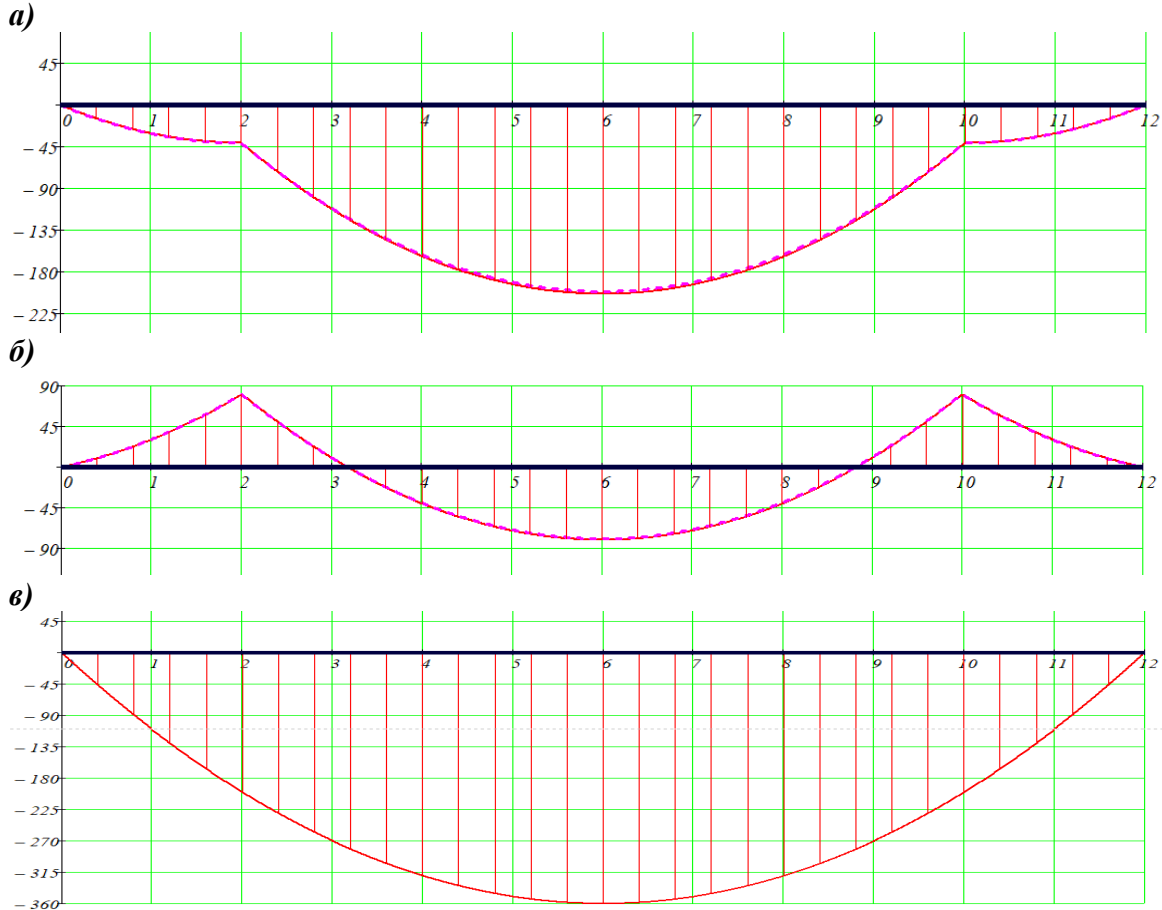
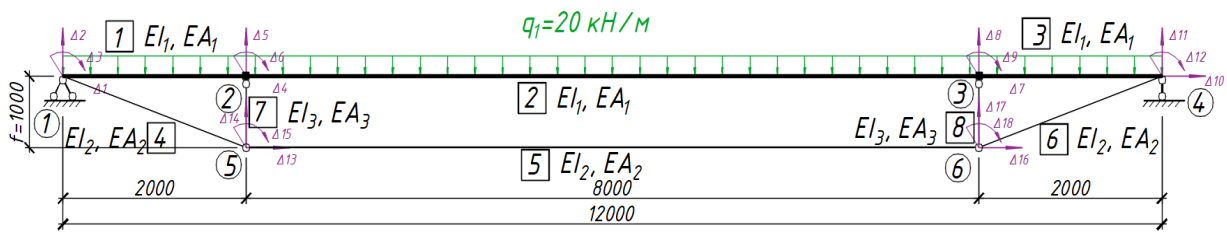


$EI_1=674.61 \text{ кНм}^2$ ,  $EA_1=453.2 \text{ МН}$ ;  $EI_2=0.522 \text{ кНм}^2$ ,  $EA_2=37.11 \text{ МН}$ ;  $EI_3=0.087 \text{ кНм}^2$ ,  $EA_3=6.185 \text{ МН}$ . Эпюры изгибающих моментов в балке: а) без преднапряжения; б) с предварительным напряжением в стержнях 4 ( $P_n = 90 \text{ кН}$ ) и 5 ( $P_n = 55 \text{ кН}$ )

Рисунок 3 – Расчетная схема комбинированной балочно-вантовой системы

Таблица 2. Анализ результатов расчета вантово-балочной системы (рисунок 2)

Анализ расчётов	Момент в пролёте 1, кНм	$M_{T2}$ , кНм	Момент в пролёте 2, кНм	$M_{T3}$ , кНм	Момент в пролёте 3, кНм
Без преднапряжения					
Деформационный расчёт в ПК DresCAD	9.145	-4.428	8.27	-3.531	11.797
Линейный расчёт в ПК DresCAD	9.139	-4.428	7.27	-3.531	9.546
Различие деформационного с линейным расчётом, %	0.065%	0.00%	13.74%	0.00%	23.59%
С преднапряжением					
Деформационный расчёт в ПК DresCAD	7.881	-7.334	3.326	-8.987	8.695
Линейный расчёт в ПК DresCAD	7.876	7.334	3.103	-8.987	7.197
Различие деформационного с линейным расчётом, %	0.06%	0.00%	7.17%	0.00%	20.81%



$EI_1 = 81837.62 \text{ кНм}^2$ ,  $EA_1 = 2060 \text{ МН}$ ;  $EI_2 = 4.6 \text{ кНм}^2$ ,  $EA_2 = 152.053 \text{ МН}$ ;  $EI_3 = 95.1 \text{ кНм}^2$ ,  $EA_3 = 252.371 \text{ МН}$ ;  
 а) без преднапряжения; б) с предварительным напряжением  $P_n = 303 \text{ кН}$ ; в) при потере стойками устойчивости от предварительного напряжении  $P_n = 2000 \text{ кН}$  и  $f = 1.5 \text{ м}$   
 Рисунок 4 – Расчетная схема шпренгельной системы и эпюры изгибающих моментов:

— Нелинейный расчёт  
 - - - - - Линейный расчёт

Таблица 3 – Анализ результатов расчета шпренгельной системы по DresCAD

Анализ расчётов	$M_{T2}$ , кНм	Момент в пролёте, кНм	$M_{T3}$ , кНм
Без преднапряжения			
Деформационный расчёт в ПК DresCAD	41.202	203.948	41.202
Линейный расчёт в ПК DresCAD	41.202	201.194	41.202
Различие деформационного расчета с линейным расчетом, %	0.00%	1.37%	0.00%
С преднапряжением $P_n = 303 \text{ кН}$			
Деформационный расчёт в ПК DresCAD	-80.702	80.774	-80.702
Линейный расчёт в ПК DresCAD	-80.702	79.295	-80.702
Различие деформационного расчета с линейным расчетом, %	0.00%	1.87%	0.00%
При потере стойками устойчивости от <u>преднапряжения</u> $P_n = 2000 \text{ кН}$ и $f = 1.5 \text{ м}$			
Деформационный расчёт в ПК DresCAD	200.000	360.002	200.000

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ.** В статье изложен алгоритм расчета стержневых моделей на устойчивость по деформированному состоянию с учетом геометрической и конструктивной нелинейности и возможности разработанной на его основе компьютерной программы DresCAD. Высокую точность деформационного расчета, полученного по программе DresCAD, демонстрируют результаты расчета модели сжато-изогнутого стержня [5] (см. рисунок 2 и таблицу 1). Результаты расчета контрольных примеров (рисунки 2; 3 и 4) и выполненный их сравнительный анализ (таблицы 1; 2; 3) подтверждают высокую точность алгоритма и универсальные вычислительные возможности компьютерной программы DresCAD. Показано, что расчет шпренгельной модели (рисунок 4) при потере устойчивости ее сжатыми стержнями 7 и 8 от предварительного натяжения шпренгеля силой  $P_n=2000$  кН продолжается, демонстрируя этим превращение шпренгельной модели в простую однопролетную балку и ее расчет. В этом случае программа DresCAD демонстрирует возможность расчета стержневой модели с учетом проявленной конструктивной нелинейности.

#### **Список использованных источников**

1. Уласевич, В.П. Статический расчет гибких стержневых систем сложной геометрической структуры методом деформаций / В.П. Уласевич // Вестник БрГТУ. – 2018. – № 1(109): Строительство и архитектура. – С. 73–77.

2. Уласевич, В.П. Расчет стержневых систем уточненным методом перемещений и его реализация в среде PTC MathCAD / В.П. Уласевич, В.И. Каковко // Перспективные направления инновационного развития строительства и подготовки инженерных кадров: Сборник научных статей XXI Международного научно-методического семинара, 25-26 октября 2018 г. – Брест: Изд-во БрГТУ, 2018. – Часть 1. – С. 257–265.

3. Сидорович, Е.М. Динамика и устойчивость сооружений. Численные методы решения задач: учебное пособие / Е.М. Сидорович. – Минск: БНТУ, 2006. – 246 с.

4. Уласевич, В.П. Устойчивость и деформационный расчет стержневых систем матричным методом деформаций / В.П. Уласевич // Вестник БрГТУ. – 2019. – № 1 (114) : Строительство и архитектура. – С. 68–72.

5. Безухов, Н.И. Устойчивость и динамика сооружений в примерах и задачах / Н. И. Безухов, О.В. Лужин, Н.В. Колкунов. – М.: Стройиздат, 1969. – 424 с.

## ОСОБЕННОСТИ ОЦЕНКИ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ СТЕРЖНЕЙ С ГОФРИРОВАННОЙ (РИФЛЕНОЙ) СТЕНКОЙ

С. С. Коханский, В. П. Уласевич

**1. Общие сведения.** Стержень – конструктивный элемент, два размера (поперечное сечение) которого имеют существенно меньшие размеры в сравнении с третьим (длиной). Конструктивные системы, состоящие из прямолинейных стержней, соединенных между собой, образуют стержневую систему. Стержень, работающий на поперечный изгиб, называют балкой. Стержень, как конструктивный элемент стержневой системы, испытывающий центральное или внецентренное сжатие (сжатие с изгибом), называют колонной. В общем случае стержни могут образовывать стержневые системы сложной геометрической структуры.

Металлические стержни как конструктивные элементы представляют собой тонкостенные сечения, состоящие из набора соединенных между собой пластинок, образуя поперечные сечения замкнутого или открытого профиля.

Среди многочисленных типов поперечных сечений металлических стержней особое место занимает двутавровое сечение, которое очень хорошо подходит с точки зрения работы материала на изгиб, т. к. при изгибе верхняя полка хорошо работает на сжатие, а нижняя – на растяжение. При этом в стенке напряжения небольшие, поэтому нет смысла изготавливать ее толстой. Но если стенка будет слишком тонкой, она склонна терять устойчивость, поэтому её приходится изготавливать достаточно толстой, что не очень эффективно с точки зрения потребления металла. Чтобы иметь возможность проектировать стенку более рациональной, но достаточной для восприятия поперечных сил, разработаны и на протяжении многих десятилетий зарекомендовали себя положительно такие конструктивные решения, как «перфорированные балки», «балки с тонкой стенкой».

Другой путь получить экономичное по расходу стали двутавровое сечение стержня путем снижения толщины стенки – применить *балку с гофрированной стенкой* [1, 2, 3], иначе – *Sin-балку* [4] (рисунок 1).

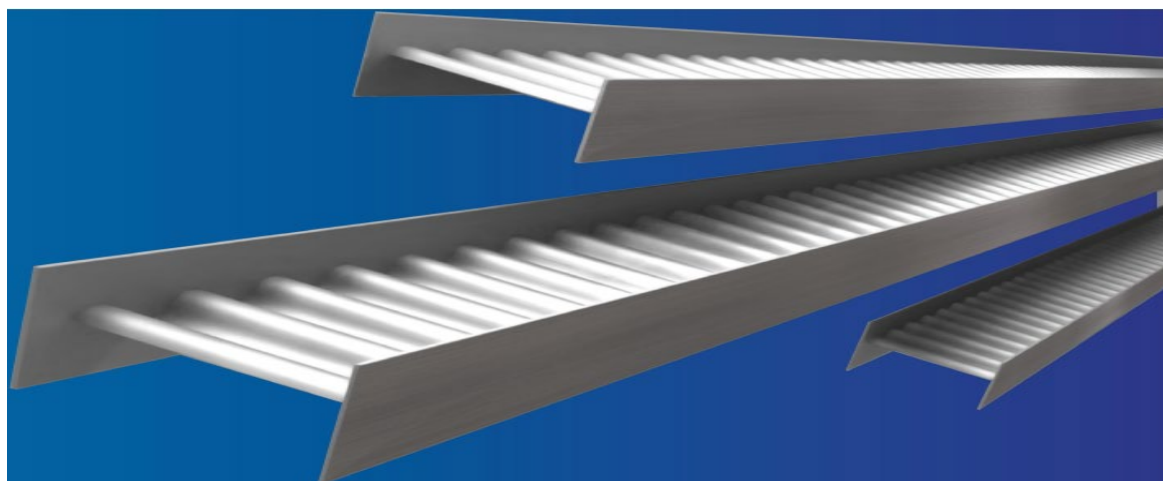


Рисунок 1 – Общий вид Sin-балки

В *Sin-балке* стенка имеет форму волны, что позволяет ей иметь хорошую устойчивость, а поэтому такую стенку можно сделать гораздо тоньше обычной. Название *Sin* происходит от слова *sinus* — изгиб.

Но если методики оценки несущей способности первых двух типов балок получили прописку в СНиП II-23-81\*, то возможность оценки несущей способности *гофро-балки* в нормах РФ, гармонизированных с нормами СНиП II-23-81\*, впервые отражена в 2017 г. в СП.1325800.2017 – Конструкции стальные. Правила проектирования. По-видимому, такой поздний интерес к нормативной оценкой напряженно-деформированного состояния (НДС) *гофро-балок* в нормах РФ связано с тем, что до недавнего времени они не имели широкого применения в строительной практике РФ, несмотря на то, что научная общественность СССР, а в последующем и стран СНГ, постоянно проявляла к ним повышенный интерес. Достаточно сказать, что эксперименты с использованием стержней с волнистой стенкой впервые произвел российский ученый профессор Горнов В. Н., опубликовав в 1937 году свои исследования, но которые были успешно использованы только в 1966 году в Швеции. Там же отмечалась повышенная трудоемкость их изготовления, тормозящая широкое применение в строительной практике.

Широкое применение в практике проектирования и строительства зданий различного функционального назначения с использованием в качестве несущих конструкций двутавровых стержней с гофрированной стенкой (*Sin-балок*) началось, когда в 90-х годах прошлого столетия на строительном рынке появилась австрийская компания ZEMAN BAUELEMENTE, разработавшая автоматизированную технологическую линию по изготовлению *Sin-балок* (балок с гофрированной стенкой) со скоростью до двух метров в минуту. Оборудование компании ZEMAN BAUELEMENTE позволяет получить *Sin-балки* высотой от 0,3 до 1,5 м и перекрывать пролеты до 45 м, что позволяет им конкурировать с фермами, максимальная длина одной балки — 20 м, хотя балку длиннее чем 18 м перевезти проблематично. Оптимальное применение *Sin-балки* имеют в области возведения стальных несущих конструкций, где обычно используются прокатные профили с высотой стенки более 450 мм или низкие фермы с высотой ниже 1800 мм.

Апробацию применения изготавливаемых ей *Sin-балок* компания ZEMAN BAUELEMENTE провела в 1998 году на строительстве здания магазина площадью 55000 м<sup>2</sup> за 3 месяца в Польше под Катовице для компании Metro, выиграв тендер. Общий вес стальных конструкций составлял 2100 тонн. ZEMAN BAUELEMENTE предложила использовать в проекте *Sin-балки*, что позволило сэкономить на строительстве 700 тонн стали.

В настоящее время многочисленными исследованиями доказаны их очевидные преимущества в сравнении с другими балочными конструкциями:

– экономия металла по сравнению с традиционным прокатным двутавром: материалоемкость *гофро-балок* на (10 ÷ 30)% меньше в сравнении с обычными сварными балками и на (40 ÷ 60)% меньше в сравнении с горячекатаными;

– высокая надежность работы балок с гофрированными стенками под статическими и динамическими воздействиями [5];

– отпадает необходимость в постановке поперечных ребер жесткости, за исключением опорных мест и мест сосредоточения значительных сил;

- благодаря высокой антикоррозийной защите (оцинкованное покрытие), отпадает необходимость в дополнительной обработке гофробалок;
- при больших пролётах (20 м и более) высота классической фермы может достигать 2,4 м и более, в то время как высота балки с гофрированной стенкой такой же жесткости доходит до 1,5 м. Поэтому здание можно сделать ниже, сэкономив на ограждающих конструкциях и на отоплении, так как обогреваемый объём здания будет меньше, а полезный – останется без изменений;
- ригели каркасов в виде балок с гофрированной стенкой отличаются высокой малоцикловой прочностью и минимальной металлоемкостью;
- оригинальный внешний вид гофробалок, используемых в зданиях в качестве основных несущих конструкций, может сделать их характерным элементом дизайна.

**2. К оценке несущей способности гофробалок.** Как уже выше сказано, балка с гофрированной стенкой – конструкция, состоящая из поясов определенного сечения и тонкой металлической стенки, которая в поперечном направлении изогнута (гофрирована). Виды гофрировки стенки могут быть разные: треугольные, трапециевидные, прямоугольные, волнистые или другой, повторяющейся формы.

В настоящее время, в связи с получившим широкое распространение автоматизированным оборудованием компании ZEMAN BAUELEMENTE [4] применяют гофробалки, получившие наименование Sin-балки (рисунок 2).

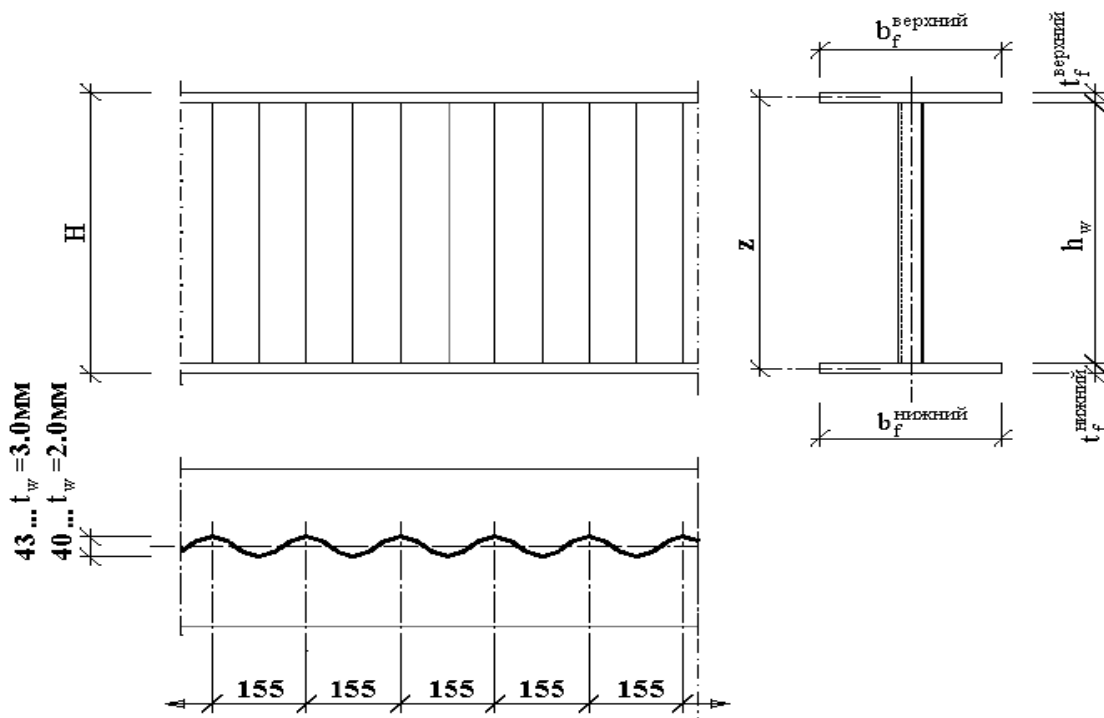


Рисунок 2 – Sin-балки компании ZEMAN BAUELEMENTE [4]

Благодаря профилированному ребру, конструкция эффективно гасит изгибающие нагрузки. В условиях статической нагрузки балка рассчитывается по схеме, в которой изгибающие моменты и нормальные силы передаются только через боковые полки, а поперечные силы распределяются только через диагонали и вертикали балки – в данном случае через гофрированную стенку.

Среди методик расчета Sin-балки, известных на территории СНГ, заслуживает внимания методика инженерного расчета и конструирования, разработанная фирмой «Металлист» (Харьков, Украина), изложенная в «Рекомендациях ...» [6]. В своем составе «Рекомендации...» вобрала в себя как опыт проектирования компании ZEMAN BAUELEMENTE [4], так и известные наиболее ценные исследования, выполненные учеными России [1, 2], Украины [3], Казахстана [5]. Кроме того, представляют интерес изложенные в «Рекомендациях ...» приложения, в которых приведены: обозначения геометрических и физико-технических характеристик сечений и сортамент Sin-балок; примеры конструирования узлов; приведены примеры расчета ригелей и колонн одноэтажных производственных зданий из Sin-балок компании ZEMAN BAUELEMENTE.

Оценка несущей способности Sin-балок, изложенная в [6], построена на основных теоретических предпосылках, многократно подтвержденных экспериментально [1, 2, 3, 4, 5]:

а) установлено, что нормальные напряжения  $\sigma_x$ , возникающие от изгиба, наблюдаются в стенке только у поясов (полок) и очень быстро падают практически до нуля, так как стенка поперек гофр сопротивляться не может (рис. 3,а); касательные напряжения распределяются по высоте стенки практически равномерно (рис. 3,б);

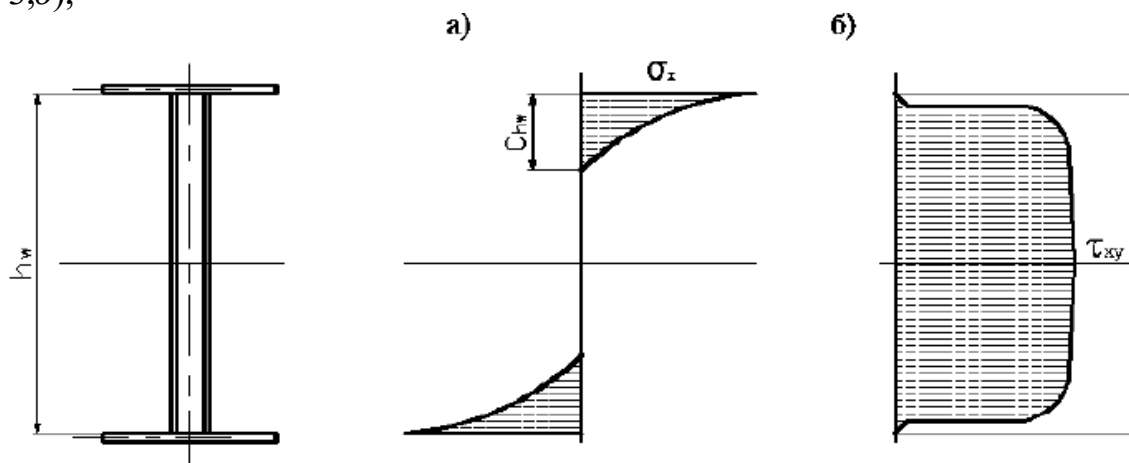


Рисунок 3 – Характер распределения напряжений в сечениях Sin-балки

б) гофры стенки передают усилия на пояс, заставляя его испытывать определенный, меняющийся по направлениям изгиб в своей плоскости;

с) несущая способность гофрированных балок, в сравнении с балками с тонкой или гибкой стенкой, повышается, так как пояс не испытывает изгиба в плоскости балки, как это происходит в балках с тонкой стенкой, предельное состояние которых наступает вследствие потери местной устойчивости стенок под действием местных воздействий сосредоточенных сил, если в этом месте не установлены ребра жесткости;

д) характер предельного состояния Sin-балки зависит от гибкости стенки ( $\lambda_w$ ), параметров гофров, наличия ребер жесткости в зонах сосредоточенных сил и на опорах;

е) стенка и пояса воспринимают только те усилия, которые действуют в плоскости их поперечного сечения, поэтому поперечная сила воспринимается только стенкой;



h) экспериментальные исследования показали, что несущая способность Sin-балок несколько выше, чем балок с тонкой или гибкой стенкой, так как в них пояса не испытывают изгиба в плоскости балки [1, 2].

Современное оборудование компании ZEMAN BAUELEMENTE позволяет получить балки с гофрированной стенкой типа Sin-балка высотой от 0,3 до 1,5 м и перекрывать пролеты до 45 м, что позволяет им конкурировать с фермами, максимальная длина одной балки — 20 м.

С учетом сказанного изложенные в [2, 3, 5, 6] методики проверки Sin-балок на прочность по нормальным и касательным напряжениям, на местную устойчивость гофрированной стенки и на жесткость приближены к нормам СНиП II-23-81\* с введением корректирующих экспериментально установленных поправок, учитывающих особенности их напряженно-деформированного состояния под воздействиями.

**3. Расчет гофробалок по Еврокоду 3.** В Республике Беларусь расчет стальных стержней типа гофробалка может быть выполнен по Еврокоду 3 с использованием ТКП EN 1993-1-5 (Приложение D, Справочное), который содержит методику их оценки под расчетными воздействиями.

В п. D.1 даны общие положения, изложены правила определения основных параметров для гофробалок с трапециевидными и синусоидальными гофро-стенками и поясами согласно рисунку 4.

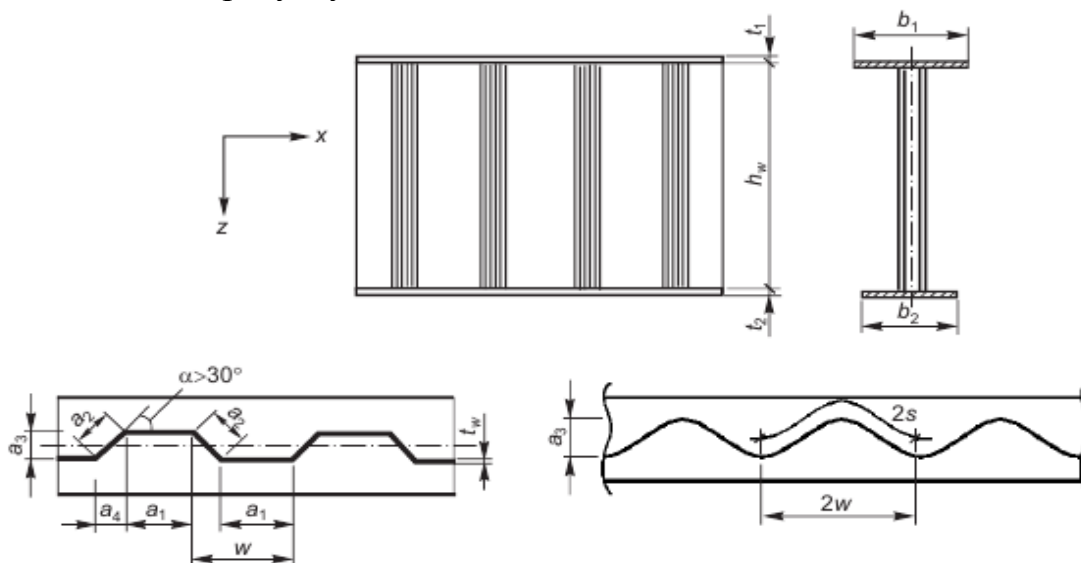


Рисунок 4 – Обозначения геометрических параметров гофробалок

В п. D.2 изложена методика оценки предельных состояний несущей способности:

- D.2.1 – оценка сопротивления изгибающему моменту;
- D.2.2 – оценка сопротивления сдвигу;
- D.2.3 – оценка требований к опорным элементам жесткости.

В последнее время в развитие к вышесказанному в Российской Федерации разработан и введен в действие свод правил СП 294.1325800.2017 [8], в котором содержится раздел 20.6 – Элементы двутаврового сечения с гофрированной стенкой.

**4. Несущая способность гофробалок по СП 294.1325800.2017.** Согласно СП 294.1325800.2017, для расчета двутавровых стержней с гофрированной стенкой Минстроем Российской Федерации разработана нормативная база, изложенная в разделе «20.6 Элементы двутаврового сечения с гофрированной стенкой».

СП 294.1325800.2017 [8] совместно с СП 16.13330.2017 – «СНиП II-23-81\* Стальные конструкции» [9] представляет собой единый нормативный документ Российской Федерации по проектированию стальных строительных конструкций. Оба эти нормативных документа устанавливают требования и распространяются на расчет и проектирование стальных строительных конструкций зданий и сооружений различного назначения, работающих при температуре не выше 100°C и не ниже минус 60°C.

В соответствии с п. 8.1 СП 16.13330 конструкции из двутавров с гофрированной стенкой, в том числе и бистальные, относятся к 1-му классу и рассчитываются в пределах упругих деформаций. Гофрированные стенки могут состоять из трапецеидальных, треугольных или волнистых гофров.

Расчетными параметрами сложного двутаврового сечения с волнистой (синусоидальной) поперечно-гофрированной стенкой (рисунок 5) являются:  $a_s$  – шаг гофра;  $h_{ef}$  – расчетная высота стенки, которая равняется в сварных балках с гофрированной стенкой полной высоте стенки  $h_w$ ;  $t_w$  – толщина гофрированной стенки;  $f$  – высота волны гофра;  $s$  – развернутая длина полуволны гофра  $s = a_s(1 + \pi^2 f^2 / 16 a_s^2)$ .

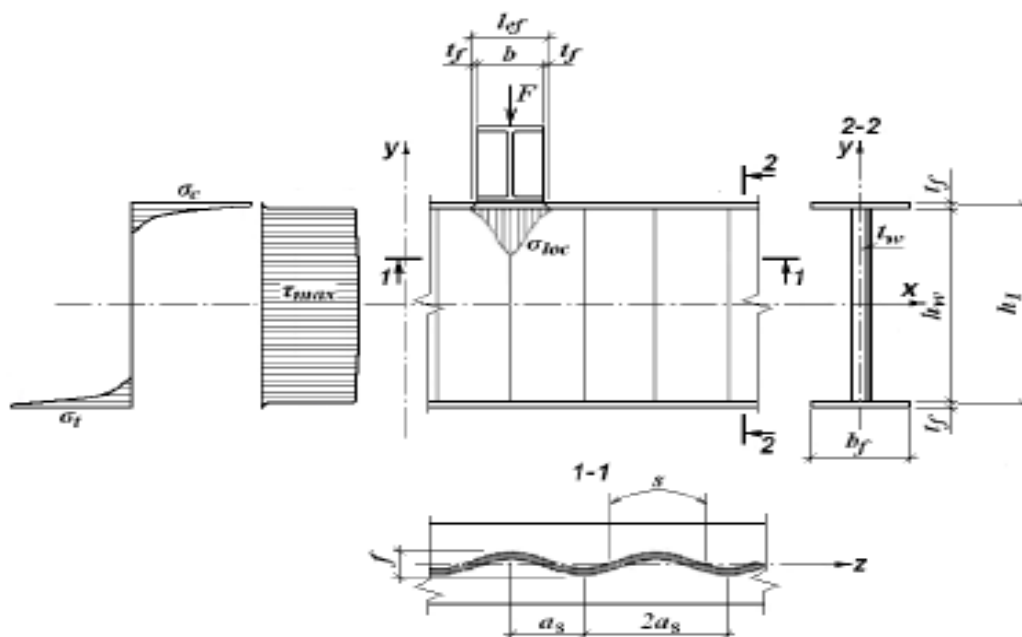


Рисунок 5 – Схема элемента с волнистой гофрированной стенкой

Гофрированную стенку следует принимать толщиной не менее 1.5 мм; гибкостью гофрированных стенок в пределах  $\lambda_w \leq 200 \dots 500$ ; условной гибкостью панели гофра  $\lambda_c = s / t_w \sqrt{R_y / E} \leq 2,3$ .

Параметры гофров следует принимать такими, чтобы были обеспечены условия, при которых  $\tau_{p,cr} > \tau_{0,c}$ , где  $\tau_{p,cr}$  и  $\tau_{0,cr}$  согласно 20.6.3.8 и 20.6.3.9 соответственно.

В сварных двутаврах с гофрированными стенками следует применять односторонние поясные швы, за исключением мест приложения больших сосредоточенных усилий или подвижных нагрузок.

Особо следует отметить, что основной свод правил по проектированию и расчету стальных строительных конструкций изложен в СП 16.13330 [8]. Поэтому все виды оценки напряженно-деформированных состояний, возможные под расчетными воздействиями, требующие их учета, представлены в разделе по следующей схеме:

а) в п. 20.6 СП 294.1325800.2017 [8] приведен перечень возможных видов НДС сечений стержней с гофрированной стенкой: – центральное растяжение и сжатие; – изгиб в одной и двух плоскостях; – внецентренное сжатие. Делается ссылка на соответствующие формулы оценки указанных предельных состояний при проверке их на прочность, общую и (или) местную устойчивость, изложенные в СП 16.13330.2017 – «СНиП II-23-81\* Стальные конструкции» [9];

б) в п. 20.6 СП 294.1325800.2017 [8] содержится достаточная информация, учитывающая при проверке предельных состояний по формулам СП 16.13330.2017 [9] некоторые специфические особенности деформирования гофростержней.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ.** На основании изученного и изложенного в настоящей статье материала можно сделать следующие выводы:

1. Применение в проектировании металлических каркасов в зданиях различного функционального назначения стержней с гофрированной стенкой позволяет существенно снизить материалоемкость (на 15÷30)% на основе более рационального распределения стали как строительного материала;

2. Несущая способность балок с гофрированной стенкой выше, чем балок с плоской стенкой за счет большей местной устойчивости стенки и возможности принять ее более тонкой (2 – 3) мм;

3. Наиболее экономичной формой стальных колонн рам, работающих на горизонтальные сейсмические нагрузки только одного направления, является стальная двутавр с гофростенкой;

4. Для ригелей стальных рамных каркасов многоэтажных зданий целесообразно использовать двутавровые балки с поперечно-гофрированной стенкой, обладающей минимальной материалоемкостью и высокой малоцикловой прочностью;

5. Некоторые из утверждений, приведенных в литературных источниках, требуют дальнейших экспериментальных и теоретических подтверждений. Одно из таких утверждений – высказывание о большей жесткости гофробалок в сравнении с равнонесущей балкой с плоской стенкой.

#### **Список использованных источников**

1. Кудрявцев, С.В. Несущая способность балок с гофрированной стенкой, ослабленной круговым отверстием : автореф. дис. на соискание уч. степ. канд. техн. наук : спец. 05.23.01 „Строительные конструкции, здания и сооружения” / С.В. Кудрявцев. – Екатеринбург, 2011. – 175 с.

2. Кудрявцев, С.В. Расчет двутавровой балки с гофрированной стенкой на изгиб в своей плоскости под действием статических нагрузок (часть I: Методика расчета) / С.В. Кудрявцев. ГОУ ВПО «Уральский государственный технический ун-т – УПИ». – Екатеринбург, 2007. – 17 с.
3. Лазнюк, М.В. Балки з тонкою поперечно-гофрованою стінкою при дії статичного навантаження : давтореф. дис. на здобуття наук. ступ. канд. техн. наук : спец. 05.23.01 / М.В. Лазнюк. – Київ, 2006. – 18 с.
4. Zeman & Co Gesellschaft mbH. Балки с гофрированной стенкой. Техническая документация. Текст. / Zeman (Zeman Beteiligungsgesellschaft mbH). – Vienna, Austria, 1993. – 13 p.
5. Остриков, Г.М. Стальные сейсмостойкие каркасы многоэтажных зданий / Г.М. Остриков, Ю.С. Максимов. – Алма-Ата (Казахстан), 1985. – 117 с.
6. Балки двутавровые гофрированные облегченные (Гофробалки ТУ У В.2.6-28.1-30653953-007:2007). Рекомендации по проектированию. Металлист. Украина. – Харьков, 2013. – 140 с.
7. ТКП EN 1993-1-5. Еврокод 3. Проектирование стальных конструкций. Часть 1-5. Пластинчатые элементы конструкций / Министерство архитектуры и строительства РБ. – Минск, 2014. – 51 с.
8. СП 294.1325800.2017. Конструкции стальные. Правила проектирования / Министерство строительства и коммунального хозяйства РФ. Издание официальное; разработан АО НИЦ «Строительство» – ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко» и др. – Москва, 2017. – 167 с.
9. СНиП II-23-81\* Стальные конструкции: СП 16.13330.2017. Приказ № 126 / пр. Минстрой РОССИИ. – Москва, 2017. – 148 с.

## ПРИМЕНЕНИЕ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА ABAQUS ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ АНАЛИТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МНОГОПУСТОТНОЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ ПЛИТЫ С НЕСЪЕМНОЙ ОПАЛУБКой И ИССЛЕДОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

Н. Н. Шалобыта, Е. А. Деркач, Т. П. Шалобыта,  
Н. В. Матвеевко, Е. Н. Шалобыта

**Аннотация.** В последнее десятилетие в большинстве случаев все чаще для исследования поведения под нагрузкой новых конструкций из различных материалов применяют конечно-элементное моделирование. В первую очередь это коснулось моделирования железобетонных конструкций, что позволило не только компенсировать недостатки использования упрощенных методов расчета прочности железобетонных конструкций, но и упрощения программ ряда экспериментальных исследований.

В работе предлагается численное моделирование напряженно-деформированного состояния нелинейной изотропной структуры железобетонной конструкции с использованием специальных объемных конечных элементов с реализацией в программном комплексе Abaqus [1].

**Введение.** Как отмечалось в [2, 3], одним из перспективных вариантов применения цементно-стружечных плит является использование их в качестве несъемной (оставляемой) опалубки для железобетонных монолитных плит перекрытий. Теоретическая оценка работы под нагрузкой предлагаемой композитной конструкции требует проведения комплекса сложных экспериментальных исследований, так как нормативные методики расчета прочности конструкции содержат ряд эмпирических зависимостей в расчетных моделях, отражающих лишь характерные этапы напряженно-деформированного состояния (НДС). Численное моделирование в виде конечно-элементного объекта новой конструкции позволит существенно сократить продолжительность исследований, однако потребует верификации принятой модели на основе экспериментальных данных, но уже с меньшими затратами материальных ресурсов.

Моделирование железобетонных конструкций конечными элементами (КЭ) конечно в полной мере не позволяет отказаться от использования упрощенных методов расчета железобетонных конструкций, основанных на положениях метода предельных состояний, но вместе с тем позволяет оценить прочностные и деформационные характеристики конструкции, исходя из аналогичных характеристик отдельных КЭ, находящихся под воздействием полного комплекса силовых факторов. КЭ-модели железобетонных конструкций строятся на базе прикладных технических теорий, позволяющих перейти от к двумерной задачи к трехмерной, несмотря на усложнение математических и вычислительных процедур. При этом основные зависимости для КЭ-моделей получаются на основе механики композиционных материалов. Определение ха-

рактических характеристик таких элементов осуществлялся двумя путями. Первый путь состоит в том, что арматура при помощи коэффициентов армирования равномерно распределяется по объему КЭ и железобетон представляется композиционным материалом, состоящим из двух сплошных сред – бетона и «размазанной» арматуры. Второй – заключается в разработке специальных изопараметрических КЭ, состоящих из бетона, пересекаемых арматурой в виде одиночных стержней, работающих на растяжение-сжатие в одном или двух направлениях. Жесткость таких элементов определяется как сумма жесткостей бетона и арматуры. Однако данный подход дает хорошую сходимость результатов только для конструкций, где соотношение ширины к высоте не столь значительно. Расчет конструкций, в которых ширина много больше высоты, необходимо производить, только используя трехмерные конечные элементы [1, 6].

Эффективным инструментом, позволяющим решать данные типы задач, являются программные комплексы, реализующие метод конечных элементов (МКЭ). К ним относятся хорошо известные в нашей стране программы NASTRAN, ANSYS, COSMOS (США), DIANA (Голландия), ROBOT (Франция), STARK (Россия), ЛИРА, SCAD (Украина). Постепенно набирает распространение программный комплекс ABAQUS, являющийся мощной интерактивной средой для моделирования и расчетов научных и инженерных задач, основанных на дифференциальных уравнениях в частных производных.

**Конструкция и характеристики материалов для КЭ-модели.** За объект моделирования принята железобетонная плита прямоугольного сечения без предварительного напряжения рабочей арматуры. Размеры конструкции приняты следующими: длина – 2500 мм, ширина – 1250 мм, общая толщина плиты – 200 мм (толщина листа ЦСП-опалубки – 24 мм) (рисунок 1). В качестве рабочей арматуры нижней сетки плиты принята арматура периодического профиля диаметром 10 мм класса S500 (СТБ 1704-2012), установленная с шагом 100 мм. Пустотообразователи сферической формы диаметром 140 мм, установлены с шагом 200 мм [8].

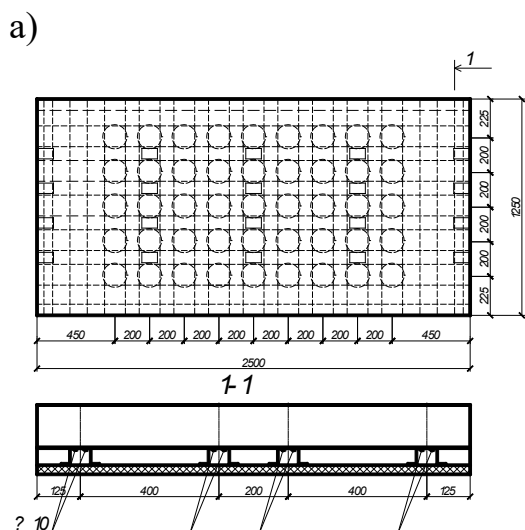


Рисунок 1 – Общий вид экспериментальной многопустотной плиты с несъемной опалубкой из цементно-стружечной плиты

Для моделирования напряженно-деформированного состояния был выбран общий нелинейный динамический анализ, который использует неявную интеграцию времени для расчета переходного динамического или квазистатического отклика системы – метод «Quasi-static» (квазистатический). При анализе напряженно-деформированного состояния новой комбинированной конструкции плиты применялся неявный решатель (Implicit solver: Abaqus/Standard). Для данного решателя учитывается теория больших деформаций (геометрическая нелинейность), а также физическая нелинейность в поведении материалов.

Для моделирования искусственного каменного материала (бетона) была использована модель с разрушением (concrete damage plasticity model). Модель основана на упруго-пластическом поведении бетона при нагружении. Преимуществом данной модели является возможность учитывать образование и развитие трещин не только при растяжении, но и при сжатии и срезе [1]. Можно выделить три стадии работы бетона под нагрузкой в соответствии с данной моделью: стадия абсолютно упругой работы, стадия пластической работы и стадия постразрушения (ниспадающая ветвь диаграммы). Для обеспечения непрерывности сетки конечных элементов в данной модели бетона используется принцип распределения трещины на несколько соседних элементов. В связи с этим в диаграмме состояния материала необходимо задавать ниспадающую ветвь, которая моделирует распределение трещины по группе конечных элементов (эффект «tension-stiffening»). В случае, если ниспадающая ветвь задана крутой, то повреждения бетона будут концентрироваться в одной или нескольких крупных трещинах, если ниспадающая ветвь пологая, то трещина будет распределяться на большое количество соседних элементов и могут возникнуть сложности при определении конкретного местоположения трещин. Таким образом, при анализе результатов расчета можно зафиксировать момент образования трещин, но не представляется возможным определение фактической ширины раскрытия трещин, однако, анализируя распределение относительных деформаций конечных элементов по высоте сечения, можно по «всплескам» деформаций предположить, в какой части сечения ширина раскрытия будет наибольшей.

В соответствии с [4, 5] для описания полной диаграммы деформирования бетона в условиях осевого кратковременного сжатия при выполнении нелинейных расчетов конструкций допускается использовать аналитическую зависимость (1).

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta}, \quad (1)$$

где  $f_{cm}$  – средняя прочность бетона при осевом сжатии;  $\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{cl}$ ,  
 $\varepsilon_{cl}$  — относительная деформация, соответствующая пиковой точке диаграммы, определяемая по выражению (2).

$$k = \frac{1,1 \cdot E_{cm} \cdot |\varepsilon_{cl}|}{f_{cm}},$$

здесь  $E_{cm}$  – модуль упругости бетона, принимаемый в соответствии с таблицей 2.3 [6].

$$\varepsilon_{ct1} = -0.7 \cdot f_{cm}^{0.31}, \quad (2)$$

С учетом вышесказанного в основу расчетной диаграммы деформирования бетона при сжатии была принята полная диаграмма деформирования, которая с целью упрощения и ускорения процесса расчета была заменена на кусочно-линейную (рисунок 2).

Диаграмма деформирования бетона при осевом растяжении описывалась двумя аналитическими зависимостями [6]: восходящая ветвь по выражению (3), нисходящая ветвь по выражению (4).

$$\sigma_{ct} = f_{ctm} \cdot \left[ 2 \cdot \left( \frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{ct1}} \right) - \left( \frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{ct1}} \right)^2 \right], \quad (3)$$

$$\sigma_{ct} = \frac{f_{ctm} \cdot \varepsilon_{ct1}}{\varepsilon_{ct}}, \quad (4)$$

где  $f_{ctm}$  – средняя прочность бетона при осевом растяжении;

$\varepsilon_{ct1}$  — относительная деформация, соответствующая пиковой точке диаграммы, определяемая по выражению (5).

$$\varepsilon_{ct1} = \frac{2 \cdot f_{ctm}}{E_{cm}}. \quad (5)$$

Предельные деформации бетона при растяжении, которые соответствуют образованию трещин в растянутой зоне бетона, согласно [6] определяются по формуле (6).

$$\varepsilon_{ctu} = \frac{K \cdot \varepsilon_{ct1}}{2}, \quad (6)$$

где  $K$  – отношение прочности бетона на сжатие к прочности бетона на растяжение, определяется по выражению (7).

$$K = 6.4 + 0.1223 \cdot [MPa^{-1}] \cdot f_{ctm}. \quad (7)$$

Напряжения, соответствующие предельной растяжимости бетона, определялись по выражению (8).

$$\sigma_{ctu} = \frac{2 \cdot f_{ctm}}{K}. \quad (8)$$

Минимальные напряжения ниспадающей ветви диаграммы деформирования бетона при растяжении приняты  $0,1f_{ctm}$ .

Для упрощения расчетной модели и сокращения времени анализ армирование было задано линейными элементами, включенными в тело бетона. Предполагается, что арматура способна передавать только осевые усилия, так как площадь ее поперечного сечения незначительна по сравнению с площадью поперечного сечения балки в целом. Таким образом, жесткость на изгиб каждого стержня не способствует увеличению суммарной жесткости на изгиб сечения, поэтому стержни арматуры моделируются как линейные элементы. За предел прочности при растяжении и сжатие были приняты соответствующие расчетные сопротивления для предельных состояний второй группы в соответствии с [6]. Связь между КЭ, моделирующими работу бетона и арматурных стержней, была принята идеальной.



Для моделирования материала арматуры была использована упрощенная диаграмма деформирования с двумя линейными участками - зоной упругой работы до нормативного значения предела текучести (условного предела текучести для высокопрочной арматуры) и пластической работы с незначительным упрочнением после достижения предела текучести.

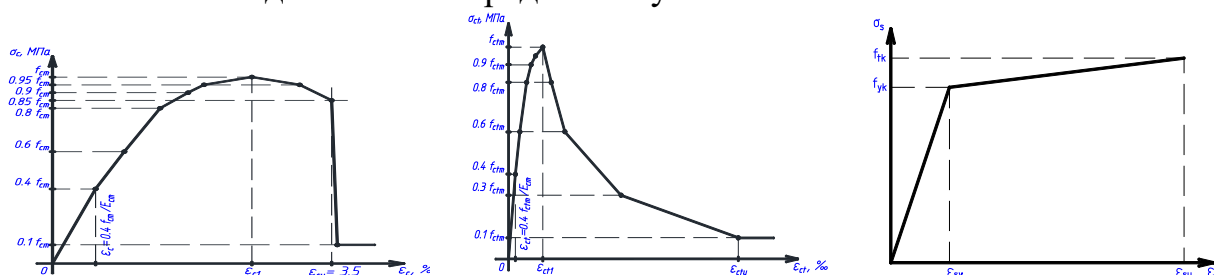


Рисунок 2 – Принятые в расчетах диаграммы деформирования материалов

При анализе напряженно-деформированного состояния железобетонных конструкций методом конечных элементов очень важно выделить критерии разрушения, другими словами, условно назначить такие состояния системы (опытных образцов), при достижении которых можно считать, что система вышла из равновесного состояния (произошло разрушение). В качестве таких критериев разрушения могут быть приняты: скачкообразное увеличение прогибов, достижение бетоном сжатой (растянутой) зоны предельных деформаций, достижение арматурой предела текучести.

Таблица 1 – Параметры расчетной модели бетона

Наименование параметра	Обозначение	Величина	Физический смысл
Коэффициент Пуассона	$\nu$	0,20	Отношение относительной поперечной деформации к относительной продольной деформации при растяжении или сжатии
Модуль упругости	$E_{cm}$	[5]	Сопротивление материала растяжению (сжатию) при упругой деформации
Угол дилатации	$\beta$	$31^\circ$	Угол, характеризующий отклонение вектора пластической деформации от девиаторной плоскости в ортогональном к этой плоскости направлении
Эксцентриситет потенциала текучести	$e$	0.01	Уровень напряжений, при которых потенциал текучести приближается к асимптоте
Уровень второго инварианта тензора напряжений	$K$	0.67	Отношение второго инварианта напряжения на растягивающем меридиане ко второму инварианту на сжимающем меридиане
Параметр вязкости	$\mu$	$10^{-4}$	Время релаксации вязкопластической системы

**Результаты численного моделирования.** Для оценки напряженно-деформированного состояния выбраны следующие параметры: нагрузка, при которой происходит образование трещин (нормальных и наклонных), характер деформирования при приложении нагрузки (зависимость «нагрузка – прогиб»), распределение касательных напряжений в зоне контакта ЦСП с бетоном, характер разрушения и величина разрушающей нагрузки.

Разбивка модели осуществлялась на КЭ двух типов: арматура разбивалась на стержневые КЭ; бетон – на объемные КЭ в форме параллелепипеда. Геометрия модели железобетонной балки и схема разбивки ее на КЭ представлены на рисунке 3.

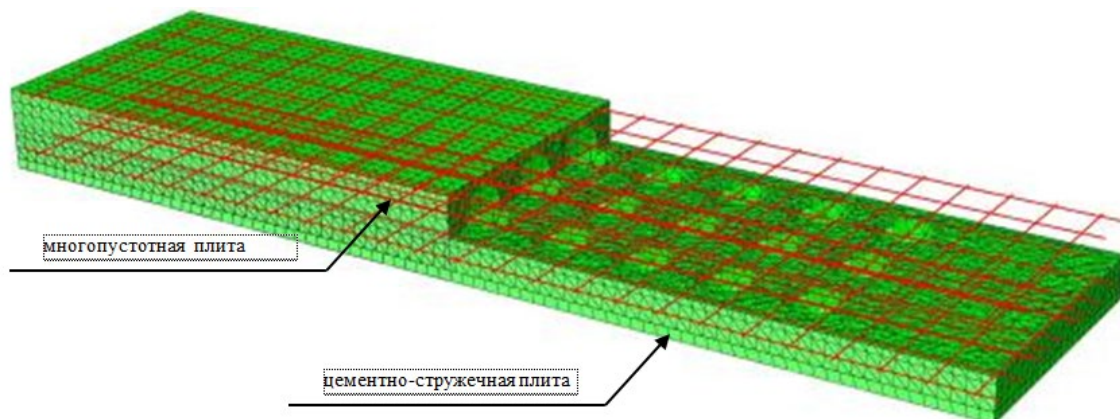


Рисунок 3 – Конечно-элементная модель экспериментальной многopустотной плиты с несъемной опалубкой из цементно-стружечной плиты

По результатам расчета в программном комплексе Abaqus получены изополя нормальных напряжений  $\sigma_{\text{хи}}$  и относительных деформаций в балке для каждой стадии нагружения (на рисунке 4 представлены изополя распределения напряжений в арматуре и бетоне для нагрузки в 20 кН).

Printed using Abaqus/CAE on: Wed Mar 18 10:15:48 Беларусь (зима) 2020

SIMUL

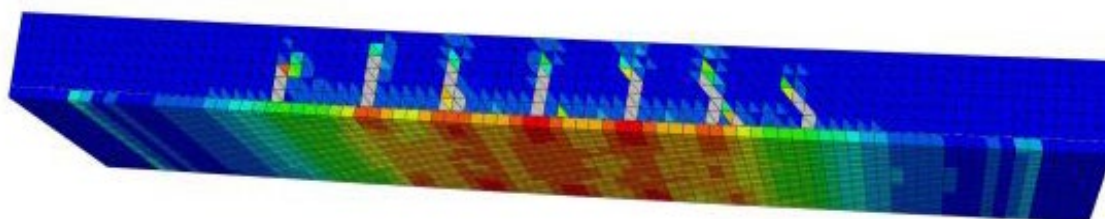
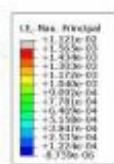


Рисунок 4 – Изополя нормальных напряжений и картина трещинообразования в экспериментальной многopустотной плите с несъемной опалубкой из цементно-стружечной плиты

Оценка напряженно-деформированного состояния показала, что образование трещин нормальных к продольной оси происходит в зоне чистого изгиба, при этом нагрузка достигает величины 82.8 кН. При увеличении нагрузки происходит дальнейшее образование и развитие нормальных трещин, а при нагрузке равной 133.75 кН происходит разрушение образца. В результате анализа установлено, что после образования трещин в бетоне растянутой зоны растягивающие усилия воспринимаются частично растянутой арматурой, частично листом ЦСП. После появления трещин в листе ЦСП происходит резкое перераспределение усилий. Напряжения в продольной растянутой арматуре возрастают и достигают предела текучести, что приводит к хрупкому разрушению элемента.

Следует отметить, что, поскольку прочностные и деформационные характеристики при растяжении листа ЦСП, расположенного в растянутой зоне бетона, намного выше, чем аналогичные характеристики бетона, образование трещин в бетоне происходит при меньших нагрузках, что полностью подтверждается картиной изополей напряжений и деформаций в процессе численного моделирования.

При анализе конструкции особое внимание при численном моделировании так же уделялось распределению касательных напряжений в зоне контакта ЦСП с бетоном (рисунок 5). Как показывает картина распределения изополей, концентрация касательных напряжений после образования трещин наблюдается на участках между трещинами и увеличивается при движении к опорам и полностью соответствует теоретическим исследованиям. Максимальные касательные напряжения перед разрушением конструкции равны 1.08 МПа.

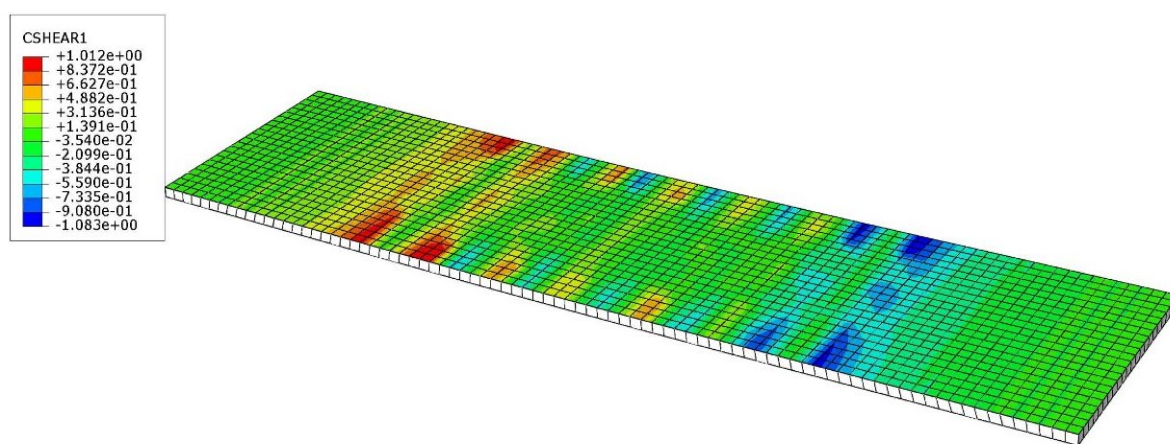


Рисунок 5 – Распределение касательных напряжений в зоне контакта цементно-стружечной плитой с бетоном

**Верификация модели железобетонной конструкции.** Для оценки возможности применения объемного конечно-элементного подхода с реализацией в программном комплексе Abaqus проведена верификация модели железобетонной конструкции по отношению к результатам натурных экспериментальных исследований. В процессе испытания определялись напряжения в бетоне растянутой зоны до образования трещин, напряжения в арматуре, момент появления трещин, развитие трещин по длине и ширине, расстояние между трещинами и другие параметры.

В результате проведенных экспериментальных исследований опытных образцов установлено, что плита разрушилась вследствие исчерпания несущей способности по нормальным сечениям.

Из анализа полученных в результате экспериментальных данных следует, что разрушение образца произошло в результате достижения напряжений в стальной арматуре, равных пределу текучести, с последующим раздроблением бетона сжатой зоны. Установлено, что лист ЦСП, находящийся в нижней растянутой зоне плиты, имеющей величину среднего сопротивления на растяжение при изгибе  $f_{vst,t} = 14.64$  МПа [8], превышающего в несколько раз сопротивление на растяжение бетона  $f_{ctm} = 1.9$  МПа, очевидно воспринял все действующие растягивающие усилия до момента появления в нем трещин, несмотря на то, что в примыкающих к нему волокнах бетона уже появились трещины. Поэтому к момен-



ту образования трещины в ЦСП совместно работающая с листом ЦСП и бетоном арматура имела напряжение, соответствующее физическому пределу текучести. Очевидно, как показывает анализ графиков «момент-прогиб» для плиты в момент появления трещин усилия и деформации на участке в трещине и между трещинами перераспределились.

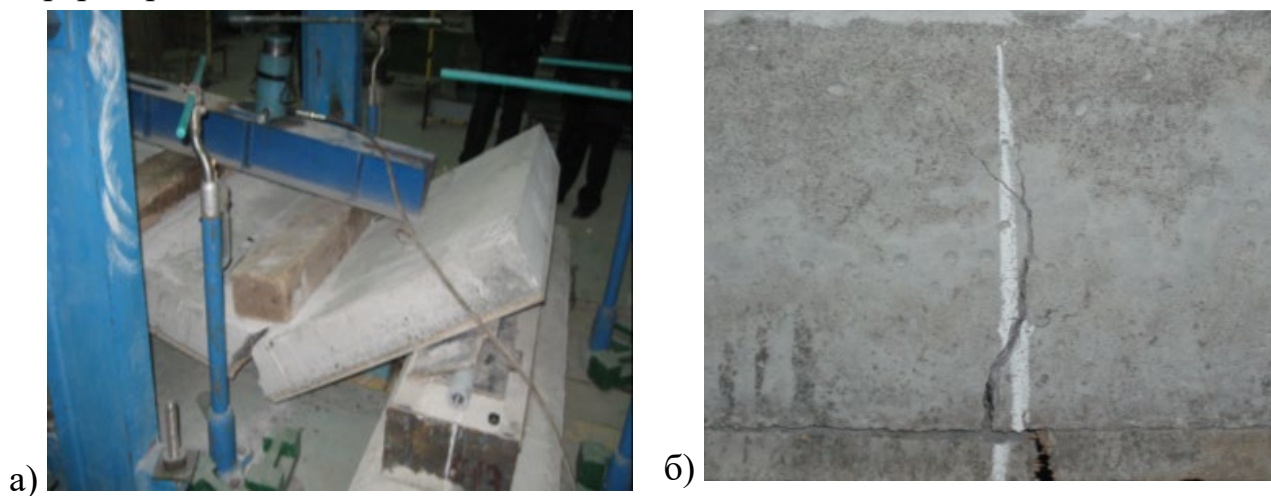
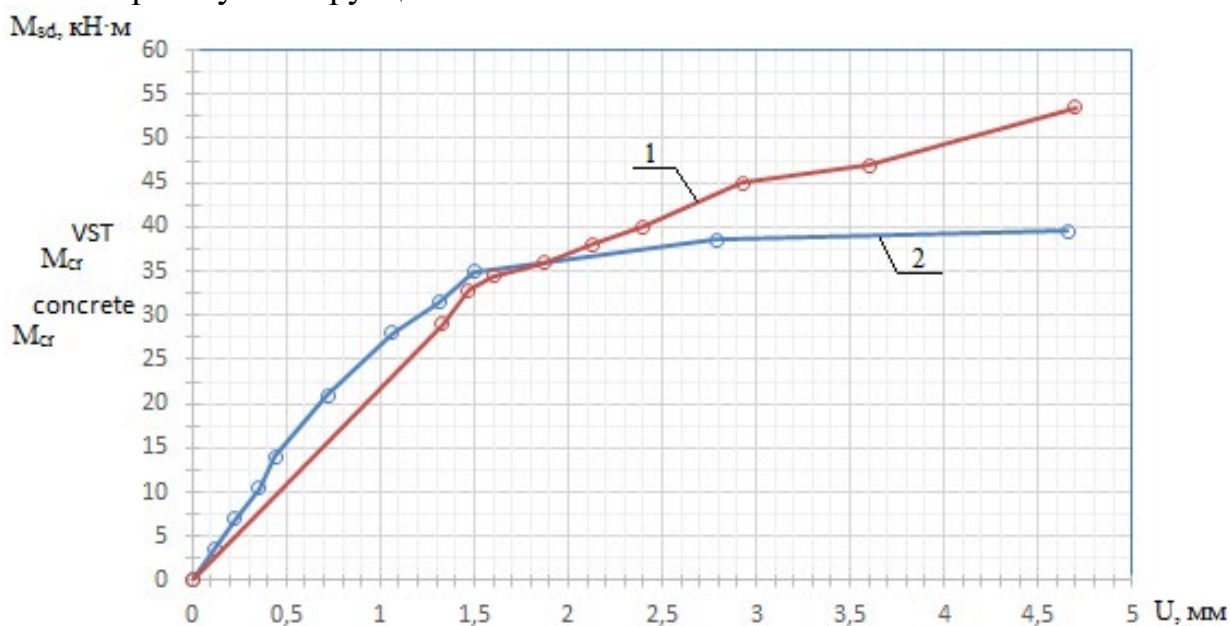


Рисунок 5 – Общая картина разрушения плиты

Из анализа графиков «момент-прогиб» (рисунок б) при численном моделировании и экспериментального исследования установлено, что после появления трещины в бетоне средние относительные деформации в нем на участке между трещинами сдерживались деформативностью ЦСП, что отражается изменением угла наклона диаграммы. Однако с увеличением нагрузки данный угол изменяется незначительно, очевидно, за счет включения в работу и восприятия действующих усилий арматурой. Вплоть до появления трещины в ЦСП отчетливо проявляется явно выраженная упругая работа бетона и арматуры на участках между трещинами, что указывает на то, что они работают совместно. Однако после появления трещины в листе ЦСП происходит резкое изменение угла наклона диаграммы и включение ее в работу конструкции.



1 – численное исследование; 2 – экспериментальные данные  
Рисунок 6 – Диаграмма «момент-прогиб» для плитных образцов

Анализ очертаний графиков «момент-прогиб», полученных в ходе моделирования НДС железобетонной плиты в программном комплексе, хорошо коррелируются с результатами натурального эксперимента. Сравнение результатов оценки несущей способности и величины прогиба показывает, что отклонение составляет 24,5% – для несущей способности и 1,2% – для прогибов. Наблюдается достаточно удовлетворительное совпадение расчетных и опытных данных.

**Выводы.** Установлено, что программный комплекс позволяет производить корректное объемное моделирование изгибаемых железобетонных элементов с заданием нелинейных диаграмм деформирования бетона и арматуры, может быть применен при исследовании напряженно-деформированного состояния железобетонных изгибаемых конструкций, любых типов сечений, при этом принятые расчетные допущения и гипотезы пойдут в запас прочности.

Схема расположения трещин, полученная по результатам моделирования в программном комплексе (в соответствии с траекториями главных напряжений в бетоне), вполне согласуется с результатами натуральных испытаний.

#### **Список использованных источников**

1. Abaqus 6.13 – Analysis User's Guide, volume III : Materials. – Dassault Systemes Simulia Corp., Providence : RI, 2013.– 699 p.

2. Шалобыта, Н.Н. Плоское многпустотное безбалочное железобетонное перекрытие / Н.Н. Шалобыта, Т.П. Шалобыта, Е.А. Деркач // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь 28-29 ноября 2012 г.: в 2 ч. / ПГУ Новопол.: редкол.: Д.Н. Лазовский [и др.]. – Новополоцк, 2012. – Ч.1. - С. 116–125.

3. Деркач, Е.А. Напряженно-деформированное состояние нового конструктивного решения безбалочного монолитного многпустотного перекрытия: дис. маг.: 05.23.01 / Е.А. Деркач. – Брест, 2013. – 121 с.

4. Проектирование железобетонных конструкций: ТКП EN 1992-1-1-2009 (02250). Еврокод 2. – Минск: Министерство архитек-туры и строительства Республики Беларусь, 2010. – Ч. 1-1: Общие правила и правила для зданий.

5. Бетонные и железобетонные конструкции: СНБ 5.03.01-02. – С изменениями № 1, 2, 3, 4, 5. - Минск: Стройтехнорм, 2002. – 274 с.

6. Bortolotti, L. First Cracking Load of Concrete Subjected to Direct Tension / L. Bortolotti // ACI Materials Journal. – Jan.-Feb., 1991. – Vol. 88, № 1. – P. 70-73.

7. Шалобыта, Н.Н. Эффективное решение плоского безбалочного железобетонного перекрытия с применением элементов системы VST / Н.Н. Шалобыта, В.В. Тур, Е.А. Деркач // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь 28-29 нояб. 2012 г.: в 2 ч. / ПГУ Новопол.: редкол.: Д.Н. Лазовский [и др.]. – Новополоцк, 2012. – Ч.1. – С. 89–90.

8. Шалобыта, Н.Н. Экспериментальное исследование деформированного состояния плоского многпустотного железобетонного перекрытия с применением элементов системы VST / Н.Н. Шалобыта, Е.А. Деркач, Т.П. Шалобыта // Вестник БрГТУ.– 2014. – № 1(85): Строительство и архитектура. – С. 97–102.

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС «КОНСТРУКТОР ЗДАНИЙ» ОДО НПП БРЕСТ – КАД</b> <i>Д. Н. Сливка, О. С. Малашук, М. И. Гончаров</i>	3
<b>МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ИСПЫТАНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ ФУНДАМЕНТОВ СО СФЕРИЧЕСКИМИ ПОЛОСТЯМИ И БЕЗ НА ОДНОРОДНЫХ ГРУНТОВЫХ ОСНОВАНИЯХ</b> <i>С. В. Алехнович</i>	14
<b>ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ НА СДВИГ СОЕДИНЕНИЯ НА ВЫСОКОПРОЧНЫХ БОЛТАХ СОГЛАСНО СТБ EN</b> <i>А. В. Баранчик, В. Г. Баранчик</i>	17
<b>МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ ДРЕВЕСИНЫ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ ПОД УГЛОМ <math>\alpha</math> К ВОЛОКНАМ</b> <i>А. В. Бондарь</i>	22
<b>РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ РАСЧЕТА СИСТЕМЫ ПЕРЕКРЕСТНЫХ ЛЕНТ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ ВИНКЛЕРА. СОЗДАНИЕ ТАБЛИЦ МЕТОДА ПЕРЕМЕЩЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ СРЕДЫ «МАТНЕМАТИСА»</b> <i>С.В. Босаков, О.В. Козунова, К. Шер Мохаммад</i>	28
<b>КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ПЛАСТИНКИ ПРИ УСЛОВИИ РАВЕНСТВА ЕЕ НЕКОТОРЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ</b> <i>С. В. Босаков</i>	36
<b>ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ЦЕНТРАЛЬНО СЖАТЫХ СТАЛЬНЫХ ВИНТОВ В ДЕРЕВЯННЫХ КОНСТРУКЦИЯХ</b> <i>К. К. Глушко, Е. В. Маркечко</i>	46
<b>ПРОБЛЕМЫ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ МОСТОВЫХ СООРУЖЕНИЙ В СОВРЕМЕННЫХ УСЛОВИЯХ ЭКСПЛУАТАЦИИ</b> <i>В. Н. Дедок, А. Н. Тарасевич</i>	58
<b>ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ ДЕРЕВЯННЫХ СОСТАВНЫХ БАЛОК ИЗ ЦЕЛЬНОЙ ДРЕВЕСИНЫ НА НАГЕЛЬНЫХ ПЛАСТИНАХ</b> <i>В. В. Жук, В. Л. Шевчук, И. П. Коцюра, А. В. Антипович</i>	63
<b>МКЭ-МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ИЗ ОЦИНКОВАННЫХ ХОЛОДНОГНУТЫХ ПРОФИЛЕЙ ОТКРЫТОГО СЕЧЕНИЯ ТИПА «СИГМА»</b> <i>И. В. Зинкевич, А. Ю. Юзвенко</i>	69
<b>К ВОПРОСУ МОДЕЛИРОВАНИЯ МОНОЛИТНОГО ЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО РЕБРИСТОГО ПЕРЕКРЫТИЯ С БАЛОЧНЫМИ ПЛИТАМИ</b> <i>И. В. Зинкевич, П. В. Кривицкий, Д. Н. Кузьмич, А. А. Невдах</i>	74
<b>ОСОБЕННОСТИ ИНЖЕНЕРНО-ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗЫСКАНИЙ ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ В СТРОИТЕЛЬСТВЕ</b> <i>С. Н. Кандыбо, Л. Ф. Зуева</i>	79
<b>К ОЦЕНКЕ ВЛИЯНИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ СТРУКТУРЫ И СТРОИТЕЛЬНЫХ СВОЙСТВ ГРУНТОВЫХ ОСНОВАНИЙ, УПЛОТНЕННЫХ ТЯЖЕЛЫМИ ТРАМБОВКАМИ, НА УРОВЕНЬ ЭКСПЛУАТАЦИОННОЙ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМЫ «ОСНОВАНИЕ-ФУНДАМЕНТ-ЗДАНИЕ»</b> <i>Д. Н. Клебанюк, П. С. Пойта, П. В. Шведовский, Д. Н. Сливка</i>	86
<b>КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ШАРНИРНО-СОЕДИНЕННЫХ ФИЗИЧЕСКИ-НЕЛИНЕЙНЫХ БАЛОК НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ</b> <i>О. В. Козунова</i>	95

<b>АЛГОРИТМ ОПТИМИЗАЦИИ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В AUTODESK REVIT С ПОМОЩЬЮ ПРИЛОЖЕНИЯ DYNAMO</b> <i>О. В. Козунова, В. С. Тумарева</i>	102
<b>К ВОПРОСУ О НЕКОТОРЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ПРОЧНОСТИ ГИПСОВОЛОКНИСТЫХ ЛИСТОВ</b> <i>М. И. Кондратьев</i>	109
<b>К ВОПРОСУ О НАИБОЛЕЕ ПРОГРЕССИВНЫХ СОВРЕМЕННЫХ РАСЧЕТНЫХ МОДЕЛЯХ СОПРОТИВЛЕНИЯ СРЕЗУ ПРИ ПРОДАВЛИВАНИИ ПЛОСКИХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПЛИТ</b> <i>В. В. Молош, И. Г. Томашев</i>	116
<b>АНАЛИЗ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ СИММЕТРИЧНЫХ ТОНКОСТЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С-ОБРАЗНОГО СЕЧЕНИЯ</b> <i>В. В. Надольский, Ф. А. Верёвка</i>	126
<b>ПРОВЕРКА УСТОЙЧИВОСТИ СТАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ СОГЛАСНО ТКП EN 1993-1-1</b> <i>В. В. Надольский, Ф. А. Верёвка</i>	133
<b>МОНИТОРИНГ ДЛИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ В БЕТОНЕ НА НАПРЯГАЮЩЕМ ЦЕМЕНТЕ В РАННЕМ ВОЗРАСТЕ</b> <i>А. И. Пикула</i>	140
<b>О РАЦИОНАЛЬНОМ ПРИМЕНЕНИИ КРУПНОГО ЗАПОЛНИТЕЛЯ В ТЕХНОЛОГИИ БЕТОНА</b> <i>Н. Л. Полейко, С. Н. Леонович</i>	147
<b>ИННОВАЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ В ДОРОЖНОЙ ОТРАСЛИ</b> <i>К. С. Разводов, П. В. Ковтун, П. Ю. Этин</i>	153
<b>ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ПЛИТ ПЕРЕКРЫТИЙ ВЫСОТНОГО ЗДАНИЯ</b> <i>А. В. Руденков</i>	162
<b>РЕШЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОНТАКТНОЙ ЗАДАЧИ ПРИ ШАРНИРНОМ ОПИРАНИИ БАЛКИ НА ЧЕТВЕРТЬПРОСТРАНСТВО</b> <i>П. Д. Скачёк</i>	165
<b>ТЕСТОВЫЕ РАСЧЕТЫ ЦЕНТРАЛЬНО И ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТЫХ ЭЛЕМЕНТОВ СТАЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ ФИЗИЧЕСКОЙ И ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ В ПРОГРАММЕ SCAD++ 21.1.9.5.</b> <i>А. В. Теплых</i>	174
<b>МАТРИЧНЫЙ МЕТОД ДЕФОРМАЦИЙ В РАСЧЕТАХ СТЕРЖНЕВЫХ МОДЕЛЕЙ СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ПО ДЕФОРМИРОВАННОМУ СОСТОЯНИЮ</b> <i>В. П. Уласевич, В. И. Каковко</i>	178
<b>ОСОБЕННОСТИ ОЦЕНКИ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ СТЕРЖНЕЙ С ГОФРИРОВАННОЙ (РИФЛЕННОЙ) СТЕНКОЙ</b> <i>С. С. Коханский, В. П. Уласевич</i>	189
<b>ПРИМЕНЕНИЕ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА ABAQUS ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ АНАЛИТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МНОГУПУСТОТНОЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ ПЛИТЫ С НЕСЪЕМНОЙ ОПАЛУБКЕЙ И ИССЛЕДОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО- ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ</b> <i>Н. Н. Шалобыта, Е. А. Деркач, Т. П. Шалобыта, Н. В. Матвеевко, Е. Н. Шалобыта</i>	197

Научное издание

*Сборник статей Международной  
научно-технической конференции*

**«ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА  
ИССЛЕДОВАНИЙ, ПРОЕКТИРОВАНИЯ  
И САПР В СТРОИТЕЛЬСТВЕ»**

**«RESEARCH AND ENGINEERING IN  
CONSTRUCTION USING COMPUTER  
AIDED DESIGN: THEORY AND  
PRACTICE»**

*27 марта 2020 года*

*Текст печатается в авторской редакции*

Ответственный за выпуск: Шурин А.Б.  
Редактор: Боровикова Е.А.  
Компьютерная вёрстка: Боровикова Е.А.  
Корректор: Никитчик Е.В.

ISBN 978-985-493-490-7



9 789854 934907

---

Издательство БрГТУ.  
Свидетельство о государственной регистрации  
издателя, изготовителя, распространителя печатных  
изданий № 1/235 от 24.03.2014 г., № 3/1569  
от 16.10.2017 г. Подписано в печать 30.03.2020 г.  
Гарнитура «Times New Roman». Формат 60×84<sup>1/16</sup>.  
Бумага «Performer». Уч. изд. л. 13,0. Усл. печ. л. 12,1.  
Заказ № 319. Тираж 50 экз. Отпечатано на ризографе  
Учреждения образования "Брестский  
государственный технический университет".  
224017, г. Брест, ул. Московская, 267.