Решение. В любой точке траектории на шайбу в плоскости движения действуют две силы (рисунок 3): скатывающая сила $\vec{F}$, направленная вниз по склону, и сила трения $\vec{T}$, направленная противоположно скорости $\vec{v}$. При этом $F = mg \cdot \sin\alpha$, где $m$ – масса шайбы, $g$ – ускорение свободного падения, а $T = \mu mg \cdot \cos\alpha$. По условию задачи $\mu = \mathrm{tg}\alpha$, т. е. $T = F$. Из уравнения движения шайбы $m\vec{a} = \vec{F} + \vec{T}$ следует, что ускорение равно нулю, если $\vec{F} = -\vec{T}$; при этом движение установившееся (скорость постоянна), угол $\varphi = \pi$. Проецируем уравнение движения на две координатные «оси», одна из которых совпадает по направлению со скатывающей силой, а другая направлена по траектории движения (по скорости в каждой точке траектории): $ma_x = F + T \cdot \cos\varphi$, $ma_y = -T - F \cdot \cos\varphi$. Учитывая, что $T = F$, получаем $a_x = -a_y$. Это характерное соотношение для движения по наклонной плоскости при $\mu = \mathrm{tg}\alpha$: проекции ускорения на направления скатывающей силы и скорости отличаются только знаком. Тогда соотношение между скоростями имеет вид: $v_x = -v_y + \mathrm{const}$ или $-v \cdot \cos\varphi = -v + \mathrm{const}$. В начальный момент времени $-v_0 \cdot \cos\beta = -v_0 + \mathrm{const}$, тогда $v = v_0(1 - \cos\beta)/(1 - \cos\varphi)$. При $\varphi = \pi$ искомая установившаяся скорость $v_{уст.} = v_0(1 - \cos\beta)/2$.

Нами составлены и подобраны условия ряда задач, решение которых при рациональном выборе систем отсчета значительно проще, чем рекомендуемое школьными учебниками и методическими пособиями.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иродов, И. Е. Задачи по общей физике : учеб. пособие / И. Е. Иродов. – С-Пб. : Лань, 2001. – 416 с.

УДК 536.7; 544.2

## ЭЛЕМЕНТЫ АНАЛИЗА УРАВНЕНИЙ СОСТОЯНИЯ РЕАЛЬНОГО ГАЗА С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМЫ WOLFRAMMATHEMATICA

**Г. Ю. Тюменков, А. С. Невмержицкая**

*г. Гомель, УО «Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины»*

WolframMathematica – современная система компьютерной алгебры, широко используемая в научных и инженерных разработках [1]. Система обеспечивает автоматическое генерирование программного кода на языке Си с оптимизацией с помощью SymbjlicC. В широком спектре имеющихся расширений для решения физических и инженерных задач следует выделить AceFEM и Geometrica.

В работе будут продемонстрированы элементы графического анализа полуэмпирических двухпараметрических уравнений состояния реального газа с помощью системы WolframMathematica на примере уравнения Редлиха – Квонга [2]. Выбор данного уравнения обусловлен тем, что оно обладает высоким уровнем предиктивности для ряда технологических приложений, например, при описании охлаждения реальных газов в рамках процесса Джоуля – Томсона [3].

Для наглядности мы будем использовать приведенную форму уравнения [3], записанную в терминах безразмерных физических переменных [4] и содержащую численный параметр $\xi = 0{,}26$:

$$\tilde{P} = \frac{3\tilde{T}}{\tilde{V} - \xi} - \frac{1}{\xi\sqrt{\tilde{T}}\tilde{V}\left(\tilde{V} + \xi\right)}.$$

В первую очередь с целью графической визуализации данное уравнение может быть представлено в виде поверхности вида $\tilde{P} = \tilde{P}\left(\tilde{V}, \tilde{T}\right)$, наиболее физически интересный участок которой находится вблизи критической точки с координатами $\tilde{V} = 1, \tilde{T} = 1$. Фиксируя температуру, мы можем изобразить на поверхности систему изотерм, среди которых обязательно следует выделить критическую изотерму (зеленая) и граничную изотерму для метастабильного состояния растянутой жидкости (синяя).

Математический критерий граничной изотермы, содержащей точку касания оси приведенного объема, имеет вид

$$\begin{cases} \left(\dfrac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{V}}\right)_{\tilde{T}_{гр}} = 0, \\ \tilde{P} = 0. \end{cases}$$

Для критической изотермы, содержащей точку перегиба, необходимо выполнение условий

$$\begin{cases} \left(\dfrac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{V}}\right)_{\tilde{T}_{кр}} = 0, \\ \left(\dfrac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial \tilde{V}^2}\right)_{\tilde{T}_{кр}} = 0. \end{cases}$$

Явная форма уравнения и математические критерии искомых изотерм позволяют записать их программный код в WolframMathematica. Например, программный код для определения параметров граничной изотермы приведен ниже:

```
Print["Уравнение Редлиха-Квонга"];
печатать
ξ := 0.26;
p[T_, V_] := 3 T/(V - ξ) - 1/(ξ √T V (V + ξ)); (*Редлиха-Квонга*)
style = Directive@{Black, Dashing[0.015], Thickness[0.003]};
        директива    чёрный  разбиение штриха  толщина
Print["p(T,V)= ", p[T, V]];
печатать
derivation[fun_] := D[fun[T, V], V]; (*взятие первой производной по V*)
                    дифференцировать
Print["Первая производная p по V = dp/dV (T,V)= ", derivation[p]];
печатать
TgrVgr[fun_] := Solve[fun[T, V] == 0 && derivation[fun] == 0 && T > 0 && V > 0, {T, V}]; (*решение системы двух уравнений*)
                решить уравнения
values = TgrVgr[p];
Tgr = values[[1, 1, 2]];
Vgr = values[[1, 2, 2]];
Print["Tгр= ", Tgr, ", Vгр= ", Vgr];
печатать
```

```
Print[Show[Plot[{p[Tgr, V], p[(1 + Tgr)/2, V], p[1, V], p[Tgr - 0.02, V]}, {V, 0.4, 5}, PlotStyle → style,
    AxesLabel → {V, "p"}, LabelStyle -> {30, GrayLevel[0]},
    AxesStyle -> Directive[Arrowheads[0.03], Thickness[0.0022]]], ImageSize → 1000]];

Print[Plot3D[p[T, V], {T, 0.01, 2}, {V, 0.5, 5}, PlotRange → {{0.01, 2}, {0.5, 5}, {-10, 10}}, AxesLabel → {T, V, "p"}]];

Tchange[V_] = Solve[derivation[p] == 0 && V > 0, T, Reals][[1, 1, 2, 1]];

Print["Зависимость T(V), при которой dp/dV=0   T(V) =", Tchange[V]];

Show[Plot[Tchange[V], {V, 0.5, 5}, AxesLabel → {V, T}, PlotStyle → style, LabelStyle -> {30, GrayLevel[0]},
  AxesStyle -> Directive[Arrowheads[0.03], Thickness[0.0022]], ImageSize → 1000]
```

Уравнение Редлиха-Квонга

$$p(T,V) = \frac{3\,T}{-0.26 + V} - \frac{3.84615}{\sqrt{T}\,V\,(0.26 + V)}$$

Первая производная p по V $= \frac{dp}{dV}(T,V) = -\frac{3\,T}{(-0.26 + V)^2} + \frac{3.84615}{\sqrt{T}\,V\,(0.26 + V)^2} + \frac{3.84615}{\sqrt{T}\,V^2\,(0.26 + V)}$

Tгр= 0.894514, Vгр= 0.627696

Расчеты показывают, что граничная изотерма имеет приведенную температуру $\widetilde{T}_{гр} = 0{,}894514$ и достигает нуля приведенного давления при $\widetilde{V}_{гр} = 0{,}627696$.

Графическая реализация приведенного уравнения Редлиха – Квонгас вышеупомянутыми изотермами показана на рисунке 1.

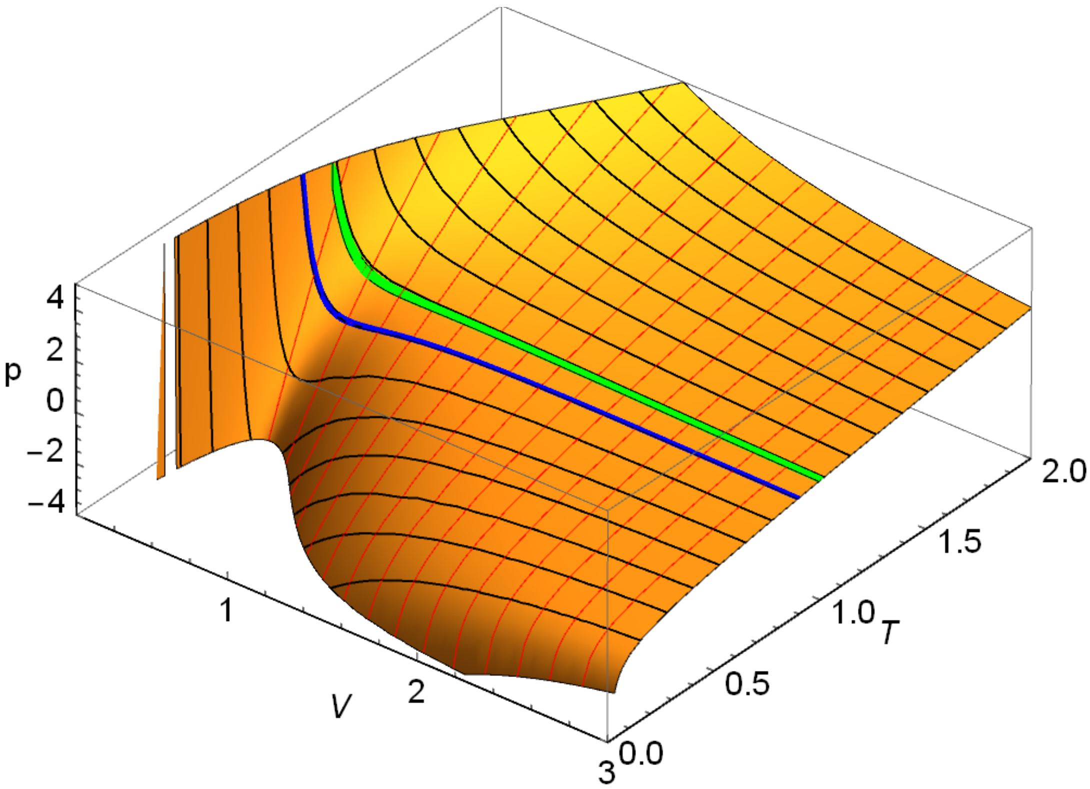


***Рисунок 1 – Фрагмент поверхности приведенного уравнения состояния Редлиха – Квонга с выделенными критической (зеленая) и граничной (синяя) изотермами***

Авторам представляется методически привлекательным данный подход к изложению учебного материала, связанного с термодинамикой реальных газов, имеющих широчайшее применение в технике.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Иванов, О. А. Дискретная математика и программирование в WolframMathematica / О. А. Иванов, Г. М. Фридман. – С-Пб. : Питер, 2019. – 351 с.
2. Redlich, O. On the thermodynamics of solutions V. equation of state: fugacity of gaseous solutions / O. Redlich, J.N.S. Kwong // Chemical Reviews. – 1949. – Vol. 44. – P. 233–244.
3. Дей, Е. А. Расчет параметров изоэнтальпического охлаждения газов Редлиха – Квонга / Е. А. Дей, О. В. Новикова, Г. Ю. Тюменков // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. – 2012. – № 6(75). – С.39–42.
4. Румер, Ю. Б. Термодинамика, статистическая физика и кинетика / Ю. Б. Румер, М. Ш. Рывкин. – Новосибирск : Издательство Новосибирского университета, 2000. – 608 с.

УДК 37.018.4

# ФОРМИРОВАНИЕ УЧЕБНО-ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ ПРИ РЕШЕНИИ КОМПЛЕКСНЫХ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

**С. В. ЧУГУНОВ[1], Э. В. ЧУГУНОВА[2]**

*[1] г. Брест, УО «Брестский государственный технический университет»*
*[2] г. Брест, ГУО «Гимназия № 4 г. Бреста»*

В докладе международной комиссии по образованию для XXI века ключевыми качествами выпускников школ называются:

- критическое мышление и способность решать сложные комплексные задачи, в том числе в ситуациях неопределенности;
- личные качества и ценности;
- инновационность и креативность;
- коммуникативность и способность к сотрудничеству;
- лидерство и ответственность;
- мотивация к труду.

Достижение успеха в формировании этих качеств личности возможно с помощью компетентностного подхода, который предусматривает ориентацию учебного процесса на развитие самостоятельности и ответственности ученика за результаты своей деятельности. Центральным моментом здесь выступает поиск и освоение соответствующих форм обучения.

В педагогической литературе выделяют три группы компетенций:

- ключевые;
- общепредметные;
- предметные.

Нас интересуют учебно-познавательные компетенции, которые формируются на уроках физики.

Компетентностный подход может быть реализован учителем, если его действия будут направлены на создание в классе «развивающей» среды. Для этого необходимы следующие действия учителя:

▪ Учить задавать вопросы о наблюдаемых фактах, отыскивать причины явлений, обозначать свое понимание по отношению к изучаемой проблеме. Необходимо чаще использовать вопрос «почему?», чтобы научить устанавливать причинно-следственные связи.