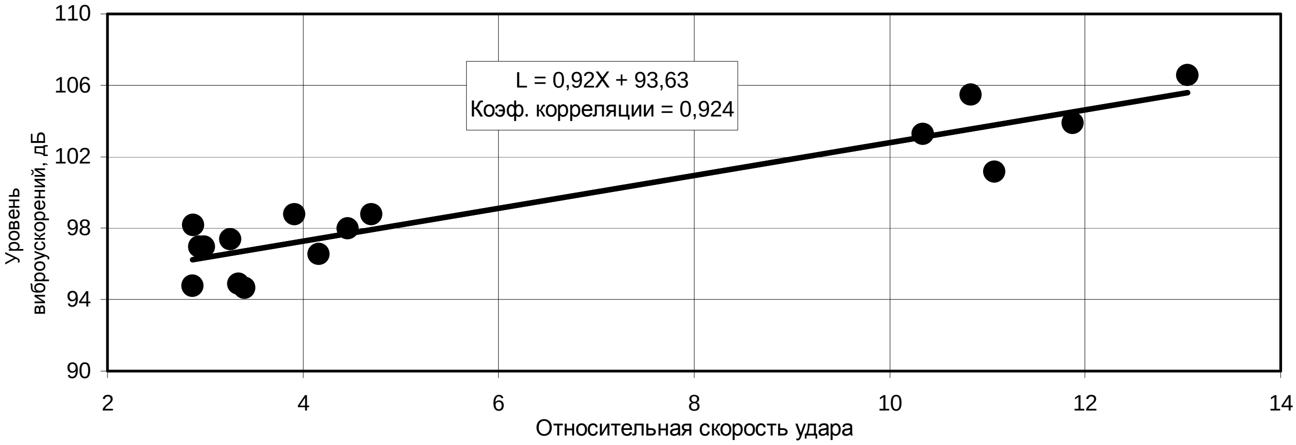

Рисунок 6. Зависимость общих уровней виброускорений на подшипниковой опоре испытательной коробки от скорости удара зубьев

лагаемому параметру, что позволит обеспечить уровни параметров вибрации ниже допускаемых величин.

ВЫВОДЫ

1. Кинематическая погрешность, возникающая в результате кромочного контакта зубьев при погрешности шага зацепления, описывается трансцендентной функцией, которая на кинематограмме достаточно достоверно аппроксимируется параболой. Получены зависимости, позволяющие воспроизвести кинематическую погрешность на участках эвольвентного и кромочного контакта на выходе из зацепления при отклонении шага зацепления от теоретического.
2. Кинематическая погрешность зубчатой передачи на величине углового шага содержит всю необходимую информацию для определения скорости ударов зубьев при входе их в зацепление, которая характеризует плавность работы и является одним из основных факторов, определяющих динамические нагрузки, вибрации и шум при работе передачи.
3. В результате теоретических исследований характеристик взаимного движения взаимодействующих зубчатых колес разработана методика расчета скорости удара в зависимости от величины погрешности шага зацепления зубьев. Методика предполагает использование закона изменения кинематической погрешности, которая наиболее полно раскрывает механизм возникновения удара в зацеплении.
4. Разработана методика экспериментального определения скорости удара при пересопряжении зубьев по данным кинематического контроля. Получены экспериментальные данные, подтверждающие, что скорость удара, найденная по предлагаемой методике, является одним из основных факторов, определяющих вибрационную активность передачи и может быть положена в основу требований к уровню качества зубчатых колес, составляющих передачи с пониженной виброактивностью.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Лившиц Г.А. Исследование связи между вибрациями и шумом турбинных редукторов и погрешностями зацепления// Труды ЦНИИТМАШ.-1961.-Вып.21.-65с.
2. Марков Н.Н., Гущин В.Г. Влияние погрешности шага зацепления на плавность работы прямозубой цилиндрической зубчатой передачи// Вестник машиностроения.-1983.-№1.-с.14-17.
3. Марков Н.Н. Проявление элементарных погрешностей цилиндрических зубчатых колес при комплексном контроле// Взаимозаменяемость и технические измерения в машиностроении: Сб.- М.: Машгиз, 1961. Вып.3.- с. 240-270.
4. Генкин М.Д., Рыжов М.А., Рыжов Н.М. Повышение надежности тяжелонагруженных зубчатых передач. - М.: Машиностроение, 1981.-232с.
5. Шабалина М.Б. Влияние отклонения шага зацепления промежуточных зубчатых колес на кинематическую погрешность передачи// Вестник машиностроения. – 1974.- №10.- с.8-11.
6. Гавриленко В.А. Основы теории эвольвентной зубчатой передачи. - М.: Машиностроение, 1969.- 430с.
7. Жук И.В., Драган А.В., Скороходов А.С., Стецко И.П. Комплекс для диагностики зубчатых приводов// Наука-производству.-1999.-№6.-с.35-38.

УДК 539.3

Босяков С.М.

ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ И БИХАРАКТЕРИСТИКИ В МИКРОПОЛЯРНЫХ ИЗОТРОПНЫХ ТЕЛАХ

Задача распространения волн в микрополярной упругой среде достаточно полно изучена методами теории плоских волн [1,2]. Ниже развивается другой подход к исследованию нестационарных процессов с позиций общего метода характеристик, который позволяет получать значения фазовых скоростей распространения поверхностей разрывов и анализировать их природу.

Уравнения движения в микрополярной теории упругости имеют следующий вид [2,3]:

Босяков Сергей Михайлович. *Ассистент каф. СМиТМ Брестского государственного технического университета.*
БГТУ,Беларусь, г. Брест, ул. Московская 267.

$$(\mu+\chi)u_{k,ll}+(\lambda+\mu)u_{l,lk}+\chi\varepsilon_{klm}\varphi_{m,l}+\rho f_k=\rho\frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2},$$
$$\gamma\varphi_{k,ll}+(\alpha+\beta)\varphi_{l,lk}+\chi\varepsilon_{klm}u_{m,l}-$$
$$-2\chi\varphi_k+\rho l_k=j\rho\frac{\partial^2\varphi_k}{\partial t^2} \qquad (1)$$

Здесь $\vec{\varphi}=(\varphi_1,\varphi_2,\varphi_3)$ - вектор микровращения, $\vec{u}=(u_1,u_2,u_3)$ - вектор смещения, λ,μ,χ - упругие постоянные, γ,α,β - микрополярные упругие постоянные, ρ, j - плотность среды и момент инерции, ε_{ijm} - тензор Леви-Чивита, i, j, k, l, m =1,2,3.

Начальные условия к системе уравнений (1) на плоскости $t=0$ запишутся:

$$u_i(x,0)=f_i(x),\frac{\partial u_i(x,0)}{\partial t}=\varphi_i(0),$$
$$_i(x,0)=\xi_i(x),\frac{\partial\varphi_i(x,0)}{\partial t}=\chi_i(x). \qquad (2)$$

В общем случае зададим данные Коши на поверхности $Z(t,X)=const$ и введём новые переменные по формулам

$$t=Z(t,X),$$
$$x_k=Z_k(t,X),k=\overline{1,3}.$$

Производные по старым переменным запишутся следующим образом:

$$\frac{\partial y(t,X)}{\partial x_k}=\sum_{i=0}^{3}\frac{\partial y}{\partial Z_i}\frac{\partial Z_i}{\partial x_k},$$
$$\frac{\partial^2 y}{\partial x_k\partial x_n}=\sum_{i,j=0}^{3}\frac{\partial^2 y}{\partial Z_j\partial Z_i}\frac{\partial Z_i}{\partial x_k}\frac{\partial Z_j}{\partial x_n}+\sum_{i=0}^{3}\frac{\partial y}{\partial Z_i}\frac{\partial^2 Z_i}{\partial x_n\partial x_k},$$
$$Z\equiv Z_0,t\equiv x_0. \qquad (3)$$

Подставим (3) в (1) и выпишем те члены, которые содержат $\frac{\partial^2 u_k}{\partial Z^2},\frac{\partial^2\varphi_k}{\partial Z^2},k=\overline{1,3}$:

$$\left((\mu+\chi)g^2-\rho p_0^2\right)\frac{\partial^2 u_k}{\partial Z^2}+(\lambda+\mu)p_k\sum_{i=1}^{3}p_i\frac{\partial^2 u_i}{\partial Z^2}+\ldots=0,$$
$$\left(\gamma g^2-j\rho p_0^2\right)\frac{\partial^2\varphi_k}{\partial Z^2}+(\alpha+\beta)p_k\sum_{i=1}^{3}p_i\frac{\partial^2\varphi_i}{\partial Z^2}+\ldots=0, \qquad (4)$$

Здесь введены следующие обозначения: $p_0=\frac{\partial Z}{\partial t}, p_k=\frac{\partial Z}{\partial x_k},i,k=\overline{1,3},g^2=\sum_{1}^{3}p_k$.

Поверхность $Z(t,X)=const$ будет характеристической, если система (4) совместно с начальными данными не позволяет найти значения $\frac{\partial^2 u_k}{\partial Z^2},\frac{\partial^2\varphi_k}{\partial Z^2},k=\overline{1,3}$, т.е. определитель, образованный из коэффициентов при этих производных, равен нулю: $det\|\omega_{ij}\|=0$,

где $\omega_{ij}=(\,(\mu+\chi)g^2-\rho p_0^2\,)\delta_{ij}+(\lambda+\mu)p_ip_j,$

$$\omega_{ij}=(\gamma g^2-\rho p_0^2\,)\delta_{ij}+(\alpha+\beta)p_ip_j,i,j=\overline{1,3}, \qquad (5)$$
$$\omega_{ik}=\omega_{ki}=0,k=4,5,6,\delta_{ij}=\begin{cases}1,i=j,\\0,i\neq j.\end{cases}$$

Раскрывая определитель, получаем следующее уравнение первого порядка:

$$\left((\mu+\lambda)g^2-\rho p_0^2\right)^2\left((\lambda+2\mu+\chi)g^2-\rho p_0^2\right)\left(\gamma g^2-j\rho p_0^2\right)^2\times$$
$$\times\left((\alpha+\beta+\gamma)-j\rho p_0^2\right)=0 \qquad (6)$$

Уравнение (6) указывает на существование волн смещения, микровращения и даёт значения возможных скоростей перемещения характеристических поверхностей $V=-\frac{p_0}{g}[4,5]$:

$$V_1=V_2=\sqrt{\frac{\mu+\lambda}{\rho}},V_3=\sqrt{\frac{\lambda+2\mu+\chi}{\rho}}, \qquad (7)$$
$$V_4=V_5=\sqrt{\frac{\gamma}{j\rho}},V_6=\sqrt{\frac{\alpha+\beta+\chi}{\rho}} \qquad (8)$$

В кинематических условиях совместности [4,5] факт разрыва производных $\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k\partial x_n},\frac{\partial^2\varphi_i}{\partial x_k\partial x_n},k,l=\overline{1,3}$ означает, что каждая такая производная испытывает скачок, который пропорционален компонентам нормали характеристической поверхности:

$$\left[y_{x_k}y_{x_l}\right]=y^+_{x_kx_l}-y^-_{x_kx_l}=h_kZ_{x_l},$$

где h_k - коэффициент пропорциональности.

Подставляя такие выражения в кинематические условия совместности, получим систему однородных уравнений для шести коэффициентов h_j, таких, что

$$\sum_{j=1}^{6}\omega_{ij}h_j=0 \qquad (9)$$

С учётом (5) уравнения (9) примут вид:

$$(\,(\mu+\chi)g^2-\rho p_0^2\,)h_i+(\lambda+\mu)p_i\sum_{k=1}^{3}p_kh_k=0,$$
$$(\gamma g^2-\rho p_0^2\,)h_i^*+(\alpha+\beta)p_i\sum p_kh_k^*=0.$$

Введём векторы $\vec{h}=(h_1,h_2,h_3),\vec{h}^*=(h_1^*,h_2^*,h_3^*)$ и перепишем эти уравнения в виде:

$$(\,(\mu+\chi)g^2-\rho p_0^2\,)\vec{h}+(\lambda+\mu)g^2h_n\vec{n}=0, \qquad (10)$$
$$(\gamma g^2-\rho p_0^2\,)\vec{h}^*+(\alpha+\beta)g^2h_n^*\vec{n}=0, \qquad (11)$$

где $\vec{n}$ - единичный вектор нормали к характеристической поверхности (6).

Подставим скорости $V_1 = V_2$ в (10) и $V_4 = V_5$ в (11). Тогда коэффициенты при $\vec{h}, \vec{h}^*$ обратятся в нуль и потому $h_n = h_n^* = 0$. Это означает, что векторы $\vec{h}, \vec{h}^*$ лежат в касательной плоскости к поверхности (6), т.е. они являются скоростями поперечных волн. Если в (10) и (11) внесём соответственно скорости V_3, V_6, то окажется, что $\vec{h}, \vec{h}^*$ отличаются численными множителями от $\vec{n}$, т.е. $\vec{h}, \vec{h}^*$ направлены по нормали к поверхности и потому представляют скорости продольных волн.

Характеристическую гиперповерхность будем искать в виде, разрешённом относительно t:

$$z(X) - t = 0,\ p_0 = -\frac{Z}{t} = -1.$$

Тогда из (6) получим:

$$g^2(\mu + \chi) = \rho, g^2(\lambda + 2\mu + \chi) = \rho,$$
$$g^2\gamma = \rho j, g^2(\alpha + \beta + \gamma) = \rho j.$$

Значит, образующие гиперповерхность $z(x) = t$ бихарактеристики, должны удовлетворять следующим системам [4,5]:

$$\frac{dx_k}{dt} = \frac{\mu + \chi}{\rho} p_k, \frac{dx_k}{dt} = \frac{\lambda + 2\mu + \chi}{\rho} p_k,$$
$$\frac{dx_k}{dt} = \frac{\gamma}{j\rho} p_k, \frac{dx_k}{dt} = \frac{\alpha + \beta + \gamma}{j\rho} p_k, k = \overline{1,3}.$$

Так как коэффициенты $\mu, \lambda, \chi, \alpha, \beta, \gamma, \rho, j$ являются константами, то p_k также будут величинами постоянными [4], а, значит x_k будут линейными функциями от t, то есть бихарактеристики являются прямыми линиями. В каждом из случаев уравнением характеристического коноида (поверхность волны от точечного источника) будут

$$x_k = \frac{\mu + \chi}{\rho} p_k t, x_k = \frac{\lambda + 2\mu + \chi}{\rho} p_k,$$
$$x_k = \frac{\gamma}{j\rho} p_k t, x_k = \frac{\alpha + \beta + \gamma}{j\rho} p_k, k = \overline{1,3}.$$

В заключении отметим, что результаты этого исследования хорошо согласуются с [1,2], так как подтверждают существование шести типов волн (волн смещения, микровращения) и другие факты. Однако, поскольку при выводе уравнения характеристик учитываются только коэффициенты при старших производных по времени, то есть не всё уравнение, то эти результаты не всегда совпадают с выводами, полученными методами теории плоских волн. В то же время метод характеристик позволяет рассматривать типы волн отличных от плоских. В частности, метод характеристик позволяет выводить уравнения характеристических коноидов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Parfitt V.R., Eringen A. C. Reflection of plane wave from the flat boundary of a micropolar elastic halfspace. GTC, 1966.
2. Эринген А.К. Микрополярная теории упругости. Разрушение т.2. М.,1975.
3. Новацкий В. Теория упругости. М.,1975.
4. Смирнов В.И. Курс высшей математики, том 4, часть 2.М.,1981.
5. Курант Ф. Уравнения с частными производными. М., 1965.

УДК 621.91-529:62-19

Горбунов В.П., Григорьев В.Ф.

ОЦЕНКА ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ НАДЕЖНОСТИ МНОГОЦЕЛЕВОГО СТАНКА ПО ПАРАМЕТРУ ТОЧНОСТИ КООРДИНАТНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

При обработке корпусных деталей на многоцелевых станках /МС/ с ЧПУ наиболее высокие требования точности предъявляются к параметрам основных отверстий, в частности линейных размеров, как диаметральных, так и межосевых расстояний. При этом допуски межосевых расстояний часто рекомендуются в пределах от 0.02 до 0.05 мм.

Точность межосевых размеров /допуск расположения осей/ формируется в основном выходными параметрами МС с ЧПУ. Рабочие органы станка при перемещении в заданную точку устанавливаются в положение, отличающееся от запрограммированного на величину позиционного отклонения. Область существования этой погрешности в рабочей зоне станка определяется объемом, ограниченным величинами проекций на рассматриваемые оси координат (рисунок 1). Данные погрешности установочных координатных перемещений, рассмотренные вдоль направления перемещений, являются погрешностями позиционирования рабочего органа. Погрешность позиционирования на всей длине хода в общем виде определяется величиной $P_{\alpha r}$, которая характеризуется систематической и случайной составляющими.

Случайная составляющая, то есть рассеивание, определяется через стабильность позиционирования и ее текущее значение для конкретной точки при одностороннем подходе равно шестисигмовой зоне распределения.

Систематическая составляющая погрешности характеризуется накопленным отклонением и в случае двухстороннего подхода к запрограммированной точке определяется зоной нечувствительности U /максимальной для всего хода рабочего органа и текущей для рассматриваемой точки/.

Горбунов Виктор Петрович. *Доцент каф. "Машиноведение" Брестского государственного технического университета.*
Григорьев Владимир Федорович. *Доцент каф. "Машиноведение" Брестского государственного технического университета.*
БГТУ, Беларусь, г. Брест, ул. Московская 267.