

и блоков структуры при противоположных знаках деформации возмущения и восстановления. Её величина относительно потенциальной энергии прямой деформации U определится:

$$a = U \left(1 - \frac{K_p}{K_c} \right) \quad (8)$$

Где K_p, K_c — жёсткость элементов структуры при растяжении и сжатии соответственно.

Потенциальная энергия сопротивления циклическим нагрузкам U расходуется на работу усталостного разрушения только в фазе восстановления. Она при больших скоростях восстановления, преобразуется со скоростью распространения упругих волн из потенциальной в кинетическую, вызывая динамические эффекты межчастичного самоудара в структуре тел. Этим и объясняются сдвиговые микро и макроразрушения, а так же их хрупкий характер, практически не оказывающий влияния на статическую прочность.

ВЫВОДЫ

1. Усталостное разрушение, с энергетической точки зрения, является процессом расширения области петли упругого гистерезиса и изменения жёсткости структурных составляющих при противоположных деформациях, в результате дефектов структуры за счёт концентрации напряжений, образования сдвиговых площадок, миграции границ зёрен и дислокаций, старения материала и т.д. Этим подтверждается правомерность первоначальной и современной точек зрения на природу усталости.

УДК 539.3

Хвиевич В.М., Мазырка М.В.

ПРИВЕДЕНИЕ ПЛОСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ТЕРМОУПРУГОСТИ В МНОГОСВЯЗНОЙ ОБЛАСТИ И ИНТЕГРАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ ТЕОРИИ ПОТЕНЦИАЛА

На практике элементы сооружений, механизмов и машин часто подвергаются воздействию стационарных температурных полей, механических усилий. При этом геометрия области рассматриваемых элементов является весьма сложной - кусочно-гладкой, многосвязной и т.д.

Современный уровень техники выдвигает перед инженерами, исследователями требования по созданию эффективных методов расчета позволяющих снизить материалоемкость элементов при их достаточной прочности и надежности. Основная цель таких методов - исследовать напряженно-деформированное состояние рассматриваемых тел, а также распределение полей температур. Для этого необходимо поставить и решить краевые задачи теплопроводности, механики деформированного твердого тела и в частности теории упругости, термоупругости. Во многих случаях решение получается с достаточной степенью точности если ограничиться рассмотрением плоской области D исследуемого тела.

Согласно [1] постановка плоской краевой задачи статической термоупругости в перемещениях u_i для изотропного однородного тела заключается в решении дифференциальных уравнений равновесия

2. Петля упругого гистерезиса и неравенство противоположных жесткостей при восстановлении, образуют энергетический барьер, на преодоление которого и затрачивается внутренняя потенциальная энергия сопротивления, снижающая тем самым выносливость материала до anomalно низкого уровня, вызывая микро и макроповреждения структуры, на этих барьерах.
3. Петля упругого гистерезиса не влияет на статическую прочность материала.
4. Хрупкий характер усталого разрушения обусловлен большими скоростями восстановления и предельной плотностью энергии на плоскостях скольжения, исключая возникновение макропластических деформаций в пластичных стальных образцах.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Искрицкий Д. Е. "Усталость металлов в конструкциях", Москва, 1980г., с. 5-80.
2. Смирнов А. Ф. "Сопротивление материалов", Москва, 1975г., с.444-454.
3. Гастеев В. А. "Краткий курс сопротивления материалов" Москва, 1977г., с.440-446.
4. Горицкий В. М. и др. "Структура и усталостное разрушение металлов", Москва, 1980г., с. 117-130.
5. Финкель Б. М. "Физика разрушения", Москва, 1970г., с. 16-70.
6. Гресь А. М. "Теоретические и инженерные основы упругих энергопереходов. Сборник научных статей", Брест, 1994г. с. 103-111.

$$\Delta u_i + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\theta}{x_i} = \frac{2(1+\nu)}{1-2\nu} \alpha \frac{T}{x_i}, \quad (1)$$

при граничных условиях на контуре L области D

$$\left[\frac{1}{2} \left(\frac{u_i}{x_j} + \frac{u_j}{x_i} \right) + \frac{\nu}{1-2\nu} \theta \delta_{ij} \right] n_j = \frac{1+\nu}{E} q_i(x_L) + \frac{1+\nu}{1-2\nu} \alpha T \cdot n_i, \quad (2)$$

где $\theta = \frac{u_k}{x_k}$, ν — коэффициент Пуассона, α — коэффициент

линейного расширения, n_j — вектор внешней нормали к контуру L тела, $q_i(x_L)$ — вектор поверхностных тел.

Аналитическое решение уравнения (1) для любой геометрии области чрезвычайно сложно. Поэтому в настоящее время применяются численные методы решения краевых задач, наиболее распространенными из которых являются метод конечных элементов и метод потенциала (последний обладает некоторыми преимуществами).

Хвиевич Виталий Михайлович. Зав. каф. СМиТМ Брестского государственного технического университета.

Мазырка Михаил Владимирович. Аспирант каф. СМиТМ Брестского государственного технического университета. БГТУ, Беларусь, г. Брест, ул. Московская 267.

С помощью теории потенциала дифференциальные уравнения в частных производных заменяем интегральными уравнениями типа Фредгольма 2-го рода, которые удобны для численной реализации.

Сначала сводим краевую задачу (1), (2) к краевой задаче изотермической теории упругости.

Решение (1) разыскиваем в виде

$$u_i = u_i^u + u_i^T, \quad (3)$$

где u_i^u – решение однородного дифференциального уравнения, а u_i^T – частное решение уравнения (1)

$$u_i^T = \frac{W}{x_i}. \quad (4)$$

Вектору u_i соответствует тензор

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^u + \sigma_{ij}^T. \quad (5)$$

Подставляя (4) в (1) последнее удовлетворяется если

$$\Delta W = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha T. \quad (6)$$

Т.к. температура подчиняется уравнению Лапласа

$$\Delta T = 0 \quad (7)$$

приходим к бигармоническому уравнению относительно функции W .

$$\Delta \Delta W = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha T = 0. \quad (8)$$

Если (5) подставить в уравнение Дюамеля-Неймана [1] получим, что

$$\sigma_{ij}^T = \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{2W}{x_i x_j} - \Delta W \delta_{ij} \right), \quad (9)$$

где E – модуль Юнга, δ_{ij} – символ Кронеккера.

Подставляя (3) в граничные условия (2) с учетом (4) получим выражение фиктивной температурной поверхностной нагрузки

$$\bar{p}_T = 2\mu \left(\alpha \frac{1+\nu}{1-\nu} \bar{n}_x T - \text{grad} \frac{dW}{dn} \right), \quad (10)$$

здесь μ – модуль сдвига.

Таким образом, краевую задачу термоупругости можно свести к изотермической задаче теории упругости. На границе L рассматриваемой области будет действовать приведенная нагрузка $\bar{p}_{np} = \bar{p}_S + \bar{p}_T$,

где \bar{p}_S – вектор механической нагрузки.

Решение (6) разыскиваем в виде суммы логарифмических потенциалов простого и двойного слоев, распределенных по всей границе L рассматриваемой области

$$T(x) = \frac{1}{2\pi} \oint_L \frac{dT(y)}{dn_y} \ln \frac{1}{r} - T(y) \frac{d}{dn_y} \left(\ln \frac{1}{r} \right) dl_y, \quad (12)$$

где r – расстояние между параметрической $x(x_1, x_2)$ и текущей $y(y_1, y_2)$ точками при интегрировании; n_y – внешняя нормаль к контуру L . С учетом предельных значе-

ний всех слагаемых получаем интегральное представление температуры в граничных точках

$$\pi T_L(x) = \oint_L \left[\frac{dT}{dn_y} \ln \frac{1}{r} + T(y) \frac{\cos}{r} \right] dl_y. \quad (13)$$

Здесь $\cos = n_i(y) \cdot \beta_i$; β_i – направляющие косинусы вектора \bar{r} .

Определяем теперь функцию W с помощью уравнений (6), (8) и фундаментального уравнения Лауричелла W^* для плоской задачи

$$W^* = \frac{r^2}{4} (1 - \ln r). \quad (14)$$

Учитывая, что $\Delta \left(\frac{W^*}{n} \right) = -\frac{\cos}{r}$; $\Delta W^* = \ln \frac{1}{r}$ получим

$$\Delta W = \frac{1+\nu}{2\pi(1-\nu)} \alpha \int_L \left[\frac{dT(y)}{dn_y} \Delta W^* - T(y) \Delta \left(\frac{W^*}{n} \right) \right] dl_y \quad (15)$$

откуда

$$W = \frac{1+\nu}{2\pi(1-\nu)} \alpha \int_L \left\{ \frac{dT(y)}{dn_y} \left[\frac{r^2}{4} (1 - \ln r) - T(y) \left[\frac{r}{4} \cos (1 - 2 \ln r) \right] \right] \right\} dl_y. \quad (16)$$

Зная выражения для W с помощью формул (4) и (9) получим интегральные представления добавок температурных перемещений

$$u_i^T(x) = \frac{\alpha(1+\nu)}{8\pi(1-\nu)} \oint_L \left\{ \frac{dT(y)}{dn_y} r \beta_i (2 \ln r - 1) - T(y) [2 \beta_i \cos + n_i(y) (2 \ln r - 1)] \right\} dl_y. \quad (17)$$

и напряжений в рассматриваемой области D

$$\sigma_{ij}^T = \frac{E\alpha}{4\pi(1-\nu)} \int_L \left\{ \frac{dT(y)}{dn_y} [\delta_{ij} (1 + 2 \ln r) - 2 \beta_i \beta_j] + T(y) \frac{1}{r} [n_i(y) \beta_j + n_j(y) \beta_i - 2 \beta_i \beta_j \cos - \delta_{ij} \cos] \right\} dl_y. \quad (18)$$

Для вычисления напряжений на контуре L учитываем предельный переход при стремлении x к L .

$$\sigma_{ij}(x_L) = -\frac{E\alpha}{2(1-\nu)} n_i(x) \cdot n_j(x) + \nu \cdot p \cdot \sigma_{ij}^T(x), \quad (19)$$

$\nu \cdot p$ – главное значение интеграла по Коши.

Фундаментальное решение плоской теории упругости можно, построить с помощью функции Галеркина [2]

$$u_{ij}(x, y) = \frac{1}{4\pi\mu(1-\nu)} [\beta_i \beta_j - (3 - 4\nu) \ln r]. \quad (20)$$

Используя уравнения Дюамеля-Неймана найдем выражение для тензора напряжений

$$T_{ij}^K = \frac{1}{2\pi(1-\nu)r} \times \\ \times [(1-2\nu)(\delta_{ij} \cdot \beta_k - \delta_{ik} \cdot \beta_j - \delta_{jk} \cdot \beta_i) - 2\beta_i\beta_j\beta_k] \quad (21)$$

Решение задачи разыскиваем с помощью потенциала простого слоя

$$q_i(x) = \int_L v_i(y) u_{ij}(x, y) dl_y, \quad (22)$$

где v_i — плотность потенциала.

Напряжения в точках принадлежащих области D с учетом (21) определяется

$$\sigma_{ij}^u(x) = - \int_L v_k(y) T_{ij}^k(x, y) dl_y = \\ = \frac{1}{2\pi(1-\nu)} \int_L v_k(y) [(1-2\nu)(\delta_{ij}\beta_j + \delta_{ik}\beta_i - \delta_{ij}\beta_k + \\ + 2\beta_i\beta_j\beta_k)] \frac{dl_y}{r(x, y)}, i, j = 1, 2. \quad (23)$$

Предельные значения σ_{ij}^u при $x \rightarrow L$ определены в [2]. Тогда

$$\sigma_{ij}^u(x_L) = v_i(x_L) n_i(x_L) \left[1 + \frac{n_j^2(x_L)}{1-\nu} \right] + \\ + v_j(x_L) n_j(x_L) \left[\frac{n_j^2(x)}{1-\nu} - 1 \right] + \nu \cdot p \cdot \sigma_{ij}(x_L), \\ \text{при } i \neq j \quad (24)$$

$$\sigma_{12}(x_L) = v_1(x_L) n_2(x_L) \left[1 - \frac{n_1^2(x_L)}{1-\nu} \right] + \\ + v_2(x_L) n_1(x_L) \left[1 - \frac{n_2^2(x_L)}{1-\nu} \right] + \nu \cdot p \cdot \sigma_{12}(x_L).$$

Сингулярные интегральные уравнения относительно плотности $v_i(y)$ получаем спроектировав (24) на направление n_i

$$v_i(x_L) + \frac{1}{2\pi(1-\nu)} \int_L v_i(y) \cos \psi [(1-2\nu) + 2\beta_i^2] + \\ + v_i(y) [(1-2\nu)[n_j(x)\beta_i - \\ - n_i(x)\beta_j] + 2\beta_i\beta_j \cos \psi] \frac{dl_y}{r(x, y)} = p_{np}(x_L), \quad (25)$$

где $\cos \psi = n_i(x) \cdot \beta_i$.

Полученные уравнения (17) - (19), (24), (25) дают решение плоской краевой задачи термоупругости.

Алгоритм решения задачи построен следующим образом.

На 1-м этапе решается уравнение (13), в результате решения которого находим температуру $T(y)$ и $\frac{\partial T}{\partial n_y}$.

Далее определяются температурные добавки перемещений u_i^T , напряжений σ_{ij}^T и фиктивная температурная нагрузка p_i^T .

На 2-м этапе решается система (25), относительно плотности потенциала $v_i(y)$, после чего определяются перемещения

$$u_i = u_i^u + u_i^T, \quad (26)$$

и напряжения

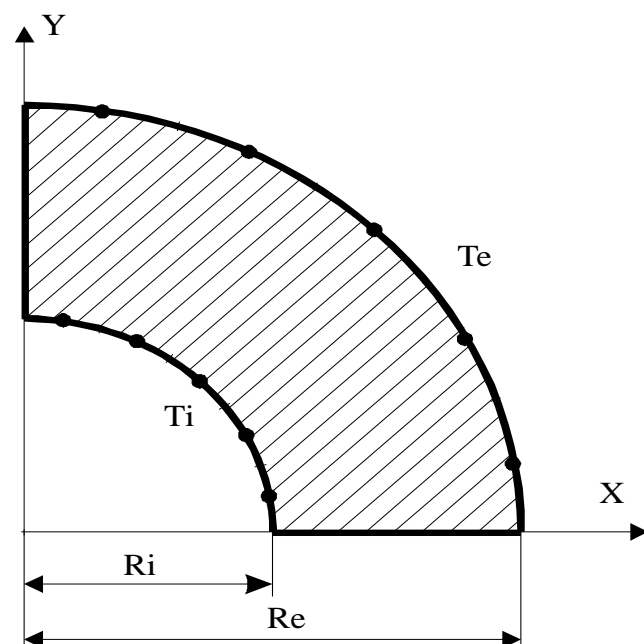
$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^u + \sigma_{ij}^T. \quad (27)$$

Численная реализация интегральных уравнений построена на базе метода механических квадратур. Интегралы вычисляются при помощи квадратурных формул Гаусса и Лащенко-ва. Контур области может аппроксимироваться криволинейными и прямолинейными элементами.

Разработанный алгоритм реализован на ПЭВМ. Достоверность формул и точность алгоритма подтверждена решением тестовых задач.

Например для исследования напряженно-деформированного состояния нагретого длинного толсто-стенного цилиндра алгоритм позволяет учитывать симметрию области, т.е. достаточно рассмотреть четверть поперечного сечения и общая расчетная схема имеет вид см. рисунке 1. Контур L области D разделим на 2 "куска", каждый из которых разбивается на 5 элементов (отрезков). Результаты численного решения данной задачи сравнивались с аналитическими решениями, которые приведены в [3]. Расхождение результатов составило сотые доли процента, что говорит о высокой точности разработанного алгоритма.

С помощью данного метода реализованы и практические задачи по исследованию напряженно-деформированного состояния катода плазмотрона.



СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Новацкий В. Теория упругости. - М.: Мир, 1975.-872с.
2. Копейкин Ю.Д. Применение бигармонических потенциалов в краевых задачах статики упругого тела - Диссертация доктора физ. - мат. наук. - М. - 1969. - 280с.

3. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. - М.: Наука, 1975. - 576с.

УДК 629.11-752

Чигарев А.В., Малькевич Д.Н., Кузнецов А.Д.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ВИБРОИЗОЛЯТОРОВ ДЛЯ МОБИЛЬНЫХ МАШИН

Последовательное увеличение энергонасыщенности тракторов всех тяговых классов за счет форсирования двигателей увеличили вибронегруженность кабины трактора. Вибрационные нагрузки стали в значительной мере определять долговечность конструкций кабины и уровень шума на рабочем месте, требования по ограничению которого в настоящее время значительно повысились. Известно, что одним из средств борьбы с распространением вредной вибрации в кабине тракторов и улучшения условий труда является виброизоляция кабины и двигателя трактора. Конструктивно виброизоляция кабины и двигателя осуществляется посредством установки этих узлов на специальном амортизирующем креплении, которое служит препятствием для передачи динамических воздействий.

Разработка виброизоляторов, способных защитить кабину от вибраций и ударов и вместе с тем обладающих ограниченными габаритами, составляет достаточно сложную техническую задачу [1]. Проектирование системы виброизоляции, расположение виброизоляторов на остова трактора, учет взаимодействия объекта с системой виброизоляции также является задачей, требующей внимательного подхода. Успех решения всех этих вопросов возможен только при всестороннем учете конструктивных особенностей виброизоляторов и мест их крепления, а также при правильной оценке характера динамических воздействий остова трактора.

Теоретическая сторона методики расчета основывается на общих положениях теории колебаний [2], [3], [4]. При вибрационном расчете на частотах до 250 Гц используется линейная интерпретация задачи о малых колебаниях упруго опертого тела.

Целью статического расчета системы виброизоляции является определение статических нагрузок на каждый из виброизоляторов и последующий выбор типоразмера виброизолятора в соответствии с найденными нагрузками. Иногда бывает необходимо определить или уточнить координаты расположения виброизоляторов - это позволяет расположить виброизоляторы кабины в соответствии с условиями рационального монтажа.

Центр масс кабины трактора принимается за начало прямоугольной системы координат xOz , оси которой направлены по главным центральным осям инерции объекта. Кабина монтируется на виброизоляторах таким образом, что координатная плоскость xOz расположена горизонтально, а ось Oy , следовательно, вертикально.

1. СХЕМА РАЦИОНАЛЬНОГО МОНТАЖА ВИБРОИЗОЛЯТОРОВ

В этом случае виброизоляторы расположены в горизонтальной плоскости xOz , следовательно вертикальная координата

ната $y = 0$. Из семи уравнений принципа рационального монтажа [3] три уравнения при этом тождественно удовлетворяются, и остаются четыре уравнения: $\sum P_i = G$, $\sum P_i z_i = 0$, $\sum P_i x_i = 0$, $\sum P_i z_i x_i = 0$ (1)

Рассмотрим некоторые наиболее интересные для подвески кабин варианты расположения виброизоляторов.

1.1 СИСТЕМА, СОСТОЯЩАЯ ИЗ ЧЕТЫРЕХ ВИБРОИЗОЛЯТОРОВ

Задаваясь значениями координат x_i , z_i точек крепления виброизоляторов (рисунок 1), из уравнений (1) получаем систему четырех линейных уравнений относительно неизвестных нагрузок на виброизоляторы

$$\begin{aligned} P_1 + P_2 + P_3 + P_4 &= G \\ z_1 P_1 + z_2 P_2 + z_3 P_3 + z_4 P_4 &= 0 \\ x_1 P_1 + x_2 P_2 + x_3 P_3 + x_4 P_4 &= 0 \\ z_1 x_1 P_1 + z_2 x_2 P_2 + z_3 x_3 P_3 + z_4 x_4 P_4 &= 0 \end{aligned}$$

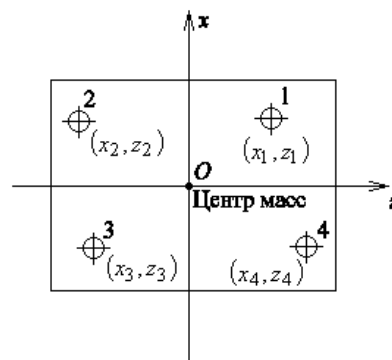


Рисунок 1. Схема расположения четырех виброизоляторов в горизонтальной плоскости

Решая эту систему уравнений, находим статические нагрузки на виброизоляторы:

$$P_1 = \frac{D_1}{D} G, P_2 = \frac{D_2}{D} G, P_3 = \frac{D_3}{D} G, P_4 = \frac{D_4}{D} G, \quad (2)$$

где определитель системы

$$D = D_1 + D_2 + D_3 + D_4 \neq 0 \quad (3)$$

Чигарев Анатолий Власович. Зав. каф. "Теоретическая механика" Белорусской государственной политехнической академии. Малькевич Дмитрий Николаевич. Аспирант каф. "Теоретическая механика" Белорусской государственной политехнической академии.

БГПА, Беларусь, г. Минск, пр. Ф. Скорины, 65.

Кузнецов Анатолий Дмитриевич. Первый заместитель начальника ГСКБ, ПО Минский тракторный завод.