

$$\begin{aligned} \mathcal{E} = & 100,3 - 2690D + 2950d_{\text{шл}} + 6,2 \cdot 10^{-5} P_{\text{нит}} + \\ & + 29 \cdot 10^4 Dd_{\text{шл}} - 82,5 \cdot 10^4 d_{\text{шл}}^2. \end{aligned} \quad (8)$$

В формулах (7) и (8):  $D, d_{\text{шл}}$  - м;  $P_{\text{нит}}$  - Па.

Учитывая, что производительность по сливу единичных микроциклонов с  $D \leq 50$  мм, незначительна, с целью обработки необходимого объёма исходной суспензии их рекомендуется компоновать в батареи или мультициклоны, имеющие общее питание, разгрузку слива и шлама. Они получили широкое распространение в горнорудной, угледобывающей, химической, нефтедобывающей и нефтеперерабатывающей, пищевой и микробиологической промышленности, а также в машиностроении [2,3]. По мере повышения технологических требований к разделяемым продуктам разрабатыва-

УДК 543.3: 621.532

**Громыко О.В., Санюкевич Ф.М.**

## РАСЧЁТ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ЦИКЛОННЫХ АППАРАТОВ

Для снижения массы циклонных аппаратов в конструкциях мультициклонов используют тонкие цилиндрикоконические оболочки. При работе с агрессивными средами их выполняют из химически стойких материалов: композитов, пластмасс. На пути подобного совершенствования конструкции встаёт проблема исследования динамических характеристик, так как частоты собственных колебаний оболочечной части системы снижаются и могут совпадать с частотами возмущающих воздействий, т.е. входить в зону резонанса. В результате амплитуды колебаний значительно увеличиваются, что существенно сказывается не только на эффективности работы самих аппаратов, но и на динамической прочности всей конструкции.

Исследование собственных колебаний оболочек циклонов проводили на базе уравнений теории оболочек с учетом деформаций поперечного сдвига [1]. Для замкнутых в окружном направлении оболочек основные соотношения могут быть записаны для каждой  $n$ -й гармоники разложений факторов напряжённо-деформированного состояния в тригонометрические ряды Фурье по окружной координате.

Уравнения движения элемента оболочки в векторно-матричной форме имеют вид [2]:

$$[L_1]\{q_1\} + [L_2]\{q_2\} = \{p\}, \quad (1)$$

где  $[L_1], [L_2]$  - операторные матрицы размерностью  $5 \times 5$ ;

$$\{q_1\} = (T_1 T_{12} N_1 M_1 M_{12})^T, \quad \{q_2\} = (T_2 T_2 N_2 M_2 M_{21} M_2)^T$$

- векторы внутренних сил и моментов;

$$\{p\} = (p_1 p_2 p_3 p_4 p_5)^T \text{ - вектор внешних нагрузок.}$$

В задачах динамики при отсутствии внешних сил в соответствии с принципом Даламбера

$$\{p\} = -[\bar{m}] \frac{\partial}{\partial t^2} \{\delta\}, \quad (2)$$

где  $[\bar{m}]$  - матрица инверсионных характеристик размерностью  $5 \times 5$ ;  $\{\delta\} = (uvw\zeta_1\zeta_2)^T$  - вектор смещений точек средней поверхности оболочки.

ются новые конструкции аппаратов, в которых сочетается комбинированное воздействие на исходную суспензию центробежного, электрического, электромагнитного, ультразвукового и других полей.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Шестов Р.Н. Гидроциклоны.-Л.: Машиностроение, 1967. - 80с.
2. Найденко В.В. Применение математических методов и ЭВМ для оптимизации и управления процессами разделения суспензий в гидроциклонах. Горький: Волго-Вятское кн. издательство, - 1976. - 287с.
3. Исследование и промышленное применение гидроциклонов: Тезисы докладов первого симпозиума. Горький - 1981. - 300с.

Связь компонент векторов  $\{q_1\}$  и  $\{q_2\}$  с компонентами векторов деформированного состояния  $\{l_1\} = (\varepsilon_1 \omega_1 \gamma_1 x_1 \tau_1)^T$  и  $\{l_2\} = (\varepsilon_2 \omega_2 \gamma_2 x_2 \tau_2)^T$  записывается в форме физических соотношений.

$$\begin{aligned} \{q_1\} &= [B_1]\{l_1\} + [B_2]\{l_2\}, \\ \{q_2\} &= [B_3]\{l_1\} + [B_4]\{l_2\}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $[B_i]$  ( $i=1, \dots, 4$ ) - матрицы жесткостей размерности  $5 \times 5$ .

Для обеспечения замкнутости системы уравнений добавим геометрические соотношения, описывающие дифференциальную связь деформаций с компонентами вектора  $\{\delta\}$ :

$$\{l_1\} = [L_3]\{\delta\}, \quad \{l_2\} = [L_4]\{\delta\} \quad (4)$$

где  $[L_3], [L_4]$  - операторные матрицы размерностью  $5 \times 5$ .

Решение отыщем в форме периодических функций

$$\{\delta\} = \{\bar{\delta}\} e^{j\omega t}, \quad (5)$$

где  $\omega$  - круговая частота собственных колебаний;  $\{\bar{\delta}\}$  - амплитудное значение вектора  $\{\delta\}$ ;  $j = \sqrt{-1}$ .

Последовательно исключая векторы  $\{q_1\}$  и  $\{q_2\}$  из соотношений (1)...(5), получаем обыкновенное дифференциальное матричное уравнение колебаний

$$\begin{aligned} [A_1] \frac{d^2}{dx^2} \{\bar{\delta}\} + [A_2] \frac{d}{dx} \{\bar{\delta}\} + [A_3] \{\bar{\delta}\} = \\ = \omega^2 [\bar{m}] \{\bar{\delta}\} \end{aligned} \quad (6)$$

где  $x$  - меридиональная координата оболочки.

Дополняя систему дифференциальных уравнений (6) граничными условиями [2], получаем краевую задачу на собственные значения. Решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го порядка вдоль меридиональной координаты  $x$  осуществлялось методом конечных разностей

[3].

В результате получена разрешающая система однородных алгебраических уравнений

$$([K] - \omega^2 [M])\{\Delta\} = 0, \quad (7)$$

где  $[K]$ ,  $[M]$  - глобальные матрицы жёсткости и масс оболочки, записанные для случая  $n$  волн в окружном направлении;  $\{\Delta\}$  - глобальный вектор амплитуд смещений точек срединной поверхности оболочки.

Нетривиальное решение системы уравнений (7) может быть получено в том, и только в том случае, когда

$$D = \det([K] - \omega^2 [M]) = 0. \quad (8)$$

Поиск соответствующих соотношению (8) собственных частот  $\omega$  осуществлялся путём фиксации моментов смены знака определителя  $D$  [4]. Для каждой из найденных частот  $\omega_i$  по соотношению (7) вычислялись собственные формы колебаний.

Оболочка циклонного аппарата включает две области, отличающиеся своей геометрией: цилиндрическую и коническую. Исследовались собственные колебания цилиндрической и конической областей при закреплении конструкции за зону их сопряжения.

В первом расчётном случае рассматривалась цилиндрическая консольно закреплённая оболочка (рисунок 1), относительная толщина которой  $h/R=0,01$ , а относительная длина  $L/R=2,23$ . Расчёт проведён для трёх тонов собственных колебаний при числе волн в окружном направлении  $n$  от 0 до 8. Результаты исследования в безразмерной форме сведены в таблицу 1. Как показал анализ, собственные частоты реальных оболочек циклонных аппаратов могут принимать малые значения, соизмеримые с частотами возмущающих периодически изменяющихся воздействий. При этом необходимо учитывать, что дополнительные массы, установленные на аппарате, приводят к дальнейшему снижению собственных частот.

Основной частью циклона является элемент в форме конической оболочки (рисунок 2).

Расчёт проведён для относительных размеров  $h/r=0,0094$ ,  $L/r=3,756$ ,  $\beta=20^\circ$ . Результаты приведены в форме безразмерного частотного параметра  $\lambda = \omega^2 \rho^2 L^2 / E(1 - \nu^2)$  (таблица 2), где  $\rho$ ,  $E$ ,  $\nu$  - соответственно плотность, модуль упругости и коэффициент Пуассона материала оболочки. Поскольку низшие значения частот соответствуют числу волн в окружном направлении от 4 до 6, в таблице 2 представлены результаты расчёта при  $n=5$ .

На рисунке 3 представлены различные варианты закрепления циклонных аппаратов. Соотношение низших тонов собственных колебаний для этих случаев можно дать априорно. Самое высокое значение тона колебаний соответствует варианту (а), низкое - (д). Частоты колебаний для вариантов (б), (в) и (г) занимают промежуточное положение между случаями (а) и (д). Отметим, что вариант (в) соответствует проведённым расчётам по схемам, изображённым на рисунке 1 и 2. Численные значения для случаев (а), (б), (г), (д) можно получить с использованием изложенного алгоритма, рассматривая сопряжённые цилиндрический и конический участки циклона.

Таблица 1

Частотный параметр $\lambda$			
$n$	Номер тона, $k$		
	$k=1$	$k=2$	$k=3$
0	2,5546	5,5073	5,6006
1	0,3508	2,5036	4,1425
2	0,0964	0,9864	2,8386
3	0,0271	0,4270	1,6269
4	0,0201	0,2167	0,9345
5	0,0328	0,1423	0,5880
6	0,0632	0,1343	0,4297
7	0,1162	0,1709	0,3836
8	0,1989	0,2482	0,4172

Таблица 2

Частотный параметр $\lambda$ при $n=5$					
$K$	1	2	3	4	5
$\lambda$	0,0534	0,1943	0,7074	1,6119	2,6286

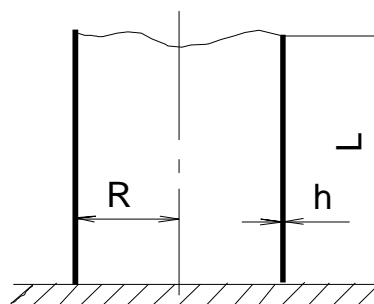


Рисунок 1. Цилиндрическая консольно закреплённая оболочка

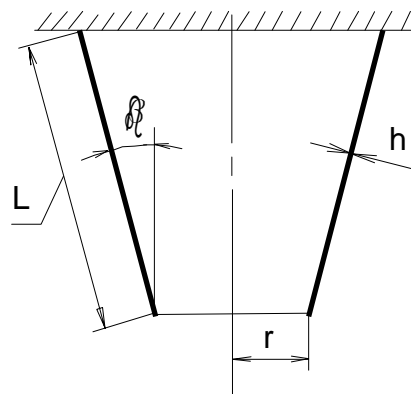


Рисунок 2. Элемент в форме конической оболочки

Разработанный метод расчёта и проведенные исследования позволяют дать рекомендации по проектированию оболочек циклонных аппаратов, способствующие их устойчивой работе и динамической прочности конструкции.

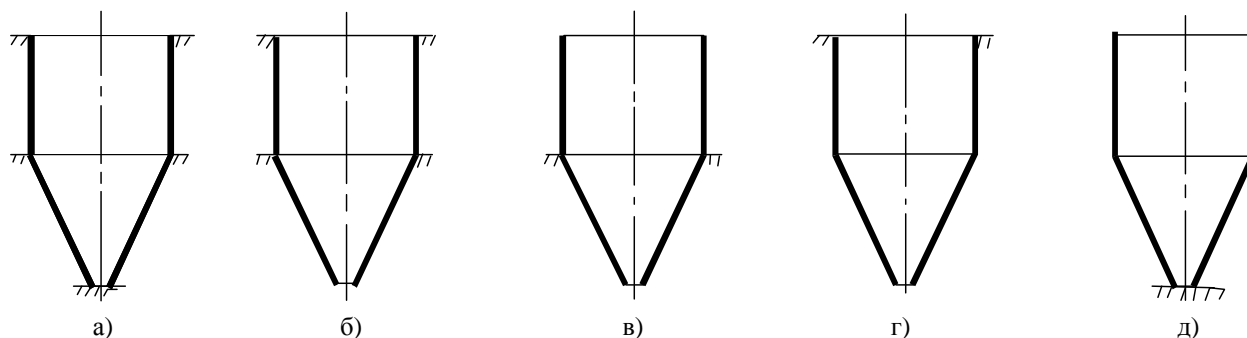


Рисунок 3. Различные варианты закрепления циклонов

**СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Палий О.М., Спиро В.Е. Анизотропные оболочки в судостроении. –Л.: Судостроение, 1977. – 392с.
2. Громыко О.В. Исследование элементов тонкостенных конструкций, образованных системой стержней, с использованием континуальной модели. – Труды МВТУ. – М., 1982, № 373, с.72-79.
3. Молчанов И.Н. Численные методы решения некоторых задач теории упругости. – Киев: Наукова думка, 1979. – 316с.
4. Статика и динамика тонкостенных оболочечных конструкций / А.В. Карамшин, В.А. Лясковец и др. – М.: Машиностроение, 1975. – 376с.

УДК 620.179.16

Костюк Д.А., Кузавко Ю.А.

**ОСОБЕННОСТИ ГРАНИЧНОГО ОТРАЖЕНИЯ ПОПЕРЕЧНЫХ ВОЛН ОТ ДИССИПАТИВНОЙ СРЕДЫ**

Теоретически рассмотрено отражение непрерывных и импульсных поперечных акустических волн от границы твердого тела с диссипативной жидкостью. Показана существенная зависимость коэффициентов отражения сигнала и его фазы от значения сдвиговой вязкости диссипативной среды. Определена программными средствами форма отраженного импульсного сигнала. Приведен коэффициент прохождения акустическим сигналом границы раздела таких сред и его фазы.

Отражение непрерывных и импульсных акустических сигналов изучено теоретически и экспериментально достаточно подробно [1,2], при этом для частного случая нормального отражения поперечной волны (ПВ) от границы твердого тела с жидкостью всегда считалось, что отражение является полным в силу невозможности распространения ПВ в жидкости. Нами в работах [4 – 6] изучалось теоретически отражение непрерывных и импульсных продольных акустических сигналов от границы твердого тела с сильно диссипативной средой (СДС), результаты которого подтвердились экспериментально [6] при акустических исследованиях слоистой структуры оргстекло – эпоксидная смола (ЭС) при отверждении последней. Поразительным эффектом были значительные изменения коэффициента отражения (в 8.5 раз) при отверждении компаунда, приготовленного в объемном соотношении 4:1 ЭС и отвердителя. Представляет несомненный интерес развитие проведенных исследований и их обобщение на распространение поперечных волн в таких слоистых структурах. Отметим, что в жидкости распространение ПВ невозможно [2, 3]. Тем не менее, следует ожидать влияния состояния отражающей СДС на спектральные характеристики отраженных сигналов. В реальной жидкости помимо объемной вязкости всегда имеет место сдвиговая вязкость, которая обеспечивает проникновение ПВ в жидкость, быстро затухающих в ней, а при малых жидкостных зазорах между твердыми телами обуславливает и прохождение таких колебаний. Таким образом, при отраже-

нии ПВ от плоской границы раздела твердого тела с реальной достаточно вязкой жидкостью возможно возникновение некоторых особенностей для коэффициента отражения акустического сигнала, ранее не рассматривавшие и составившие цель данной работы.

Пусть в твердом теле без затухания распространяется непрерывная плоская гармоническая ПВ, которая при нормальном падении на границу с вязкой жидкостью частично отражается, а прошедшая ПВ в жидкости очень быстро затухает. Волновые уравнения для ПВ в твердом теле (1) и диссипативной среде (2) имеют следующий вид [1]:

$$\rho_1 u_{1y} = \mu_1 u_{1y,xx} \tag{1}$$

$$\rho_2 u_{2y} = \eta_2 u_{2y,txt} \tag{2}$$

где  $u_y$  – компонента поперечного смещения в ПВ,  $\mu_1$  – второй коэффициент Ламэ,  $\rho$  – плотность,  $\eta_2$  – сдвиговая вязкость,  $u_{1y,xx} = \partial^2 u_{1y} / \partial x^2$ ,  $u_{2y,txt} = \partial^3 u_{2y} / \partial x^2 \partial t$ .

Решения для падающей (I), отраженной (R) и прошедшей (T) ПВ ищем в виде [2]:

$$\begin{aligned} u_1^I &= u_{01}^I \exp[i(k_1 x - \omega t)] \\ u_1^R &= u_{01}^R \exp[i(-k_1 x - \omega t)] \\ u_2^T &= u_{02}^T \exp[i(k_2 x - \omega t)] \end{aligned} \tag{3}$$

где  $k_1 = \omega / S_{1b}$ ,  $k_2^2 = i\rho_2 \omega / \eta_2$  – волновые числа,  $S_{1b}$  – скорость ПВ,  $\omega$  – частота,  $t$  – время.

Граничные условия при  $x=0$  представляют собой непрерывность упругих смещений и напряжений на границе сред и имеют вид:

Костюк Дмитрий Александрович. Аспирант каф. ЭВМиС Брестского государственного технического университета. БГТУ, Беларусь, г. Брест, ул. Московская 267.

Кузавко Юрий Алексеевич. К. ф.-м.н., член-кор. МАИ, коммерческий директор ООО НПК "СЭТ".