

$$(P_1 = 1) \wedge K(t-1) = 0110 \rightarrow K(t) = 0100 ;$$

$$(P_2 = 1) \wedge K(t-1) = 1010 \rightarrow K(t) = 1000 ,$$

где $K(t-1)$ и $K(t)$ – это соответственно выходные значения бинарного блока на предыдущем и текущем шаге движения робота.

Маневр считается успешным, если робот достиг точки K в выбранном интервале движения без столкновений с препятствиями. В этом случае производится вращение характеристик интервала движения и определяется совокупность тренировочных наборов для модуля нейронных сетей. В результате моделирования различных ситуаций формируется обучающая выборка.

Применение модуля точного управления для управления роботом в режиме самообучения позволяет уменьшить коли-

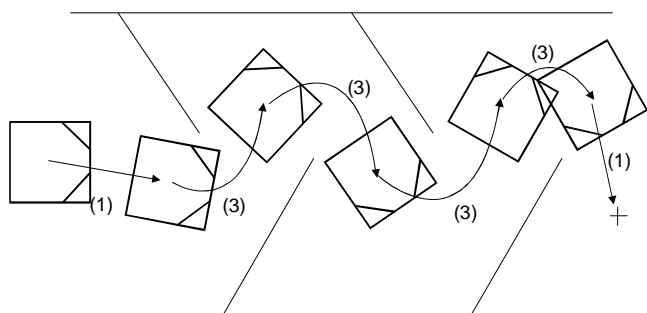


Рисунок 9.

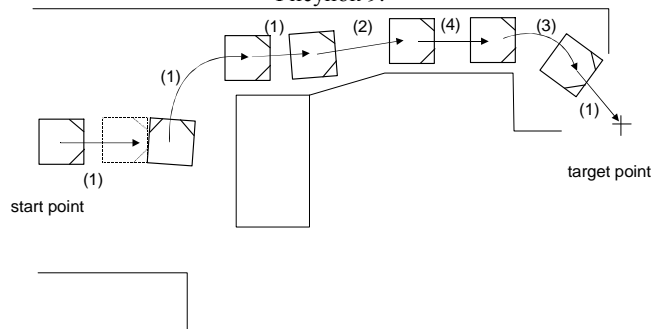


Рисунок 10.

(1)-Аналитический модуль (2)-MLP₂ (3)-MPL₁ (4)- Модуль точного управления

чество ошибок при совершении маневров и следовательно ускорить процесс самообучения. При этом самообучение может происходить как для получения новых, так и для коррекции старых знаний. В результате этого обеспечивается адаптация робота к внешней среде.

УДК 681.324.01

Головко В. А., Савицкий Ю. В.

АДАПТИВНЫЕ МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ ГРАДИЕНТНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

ВВЕДЕНИЕ

Интенсивные исследования в области нейронных сетей и полученные теоретические и практические результаты привели к возникновению новых технологий создания интеллектуальных систем в различных областях знаний. Способность нейронных сетей к самоорганизации, адаптации и обучению

5. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Способность робота к самообучению была проверена с помощью моделирования. В процессе экспериментов весовые коэффициенты нейронных сетей (раздел 2.3.2) были инициализированы случайным образом. После этого в процессе взаимодействия с неизвестной окружающей средой происходило обучение таких сетей.

Вначале робот должен был сформировать обучающую выборку методом проб и ошибок. После этого производилось обучение нейронных сетей методом обратного распространения ошибки с адаптивным шагом обучения [6]. Для моделирования использовались неточные показания датчиков. Например, линейные и угловые расстояния до препятствий отличались от реальных значений. После самообучения робот был протестирован в различных ситуациях. Задача «слалом» показана на рисунок 9. Как можно видеть, управление роботом производится аналитическим блоком и блоком MLP₁. Рисунок 10 иллюстрирует движение робота в пространстве с узкими участками. При этом робот использует различные модули для управления.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье описан нейросетевой подход для управления мобильным роботом. При этом робот способен самообучаться в процессе функционирования. В процессе взаимодействия робота с окружающей средой формируются тренировочные наборы, используемые для обучения. Такой подход позволяет роботу адаптироваться к различным ситуациям. Описанная система работает в реальном масштабе времени.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. S.Thrun. *An approach to learning mobile robot navigation.* // Robotics and Autonomous Systems. 1995, V.15, N.4, pp.301-319.
2. Ron Sun. *Autonomous learning of sequential tasks: Experiments and analyzes.* // IEEE transactions on Neural networks. 1998, V.9, N.6, pp.1217-1233.
3. Jose del R.Millan. *Reinforcement learning of goal-directed obstacle avoiding reaction strategies in an autonomous mobile robot.* // Robotics and Autonomous Systems. 1995, V.15, N.4, pp. 275-299.
4. V.Golovko, K.Schilling, H.Roth, R.Sadykhov, P.Albertos, V.Dimakov. *The architecture of the neural system for control of a mobile robot.* // Proceedings of the ICNNAI'99, Brest, Belarus, 1999, pp. 57-61.
5. V. Golovko and V. Dimakov. *Architecture of Neural System for Control of Autonomous Vehicles* // Preprints of the 3rd IFAC Symposium of Intelligent Autonomous Vehicles, Madrid, Spain, 1998– Oxford UK: Elsevier Science Ltd, 1998, v. 1.
6. V.Golovko, Y.Savitsky. *New approach of the recurrent neural network training.* // Proceedings of the ICNNAI'99, Brest, Belarus, 1999, pp.32-35.

Ключевым моментом задачи проектирования нейронных систем является проблема эффективного обучения нейронных сетей [1]. При этом используемые для обучения алгоритм обратного распространения ошибки (Back Propagation Error, ВРЕ) и его модификации обладают принципиальными недостатками, связанными с необходимостью выбора констант обучения, следствием чего являются проблемы низкой сходимости и стабильности обучения, а также проблемы локальных минимумов [1, 3, 8]. Применяемые в последнее время для обучения нейронных сетей более совершенные методы оптимизации (сопряженных градиентов [7, 9], Ньютона [4, 5, 9], Левенберга-Марквардта [6, 9]), хотя и позволяют значительно улучшить процесс сходимости алгоритма, также обладают существенными недостатками, сильно ограничивающими их эффективное применение в практических задачах. Наиболее характерными из этих недостатков являются большая вычислительная сложность итерации обучения, высокая чувствительность алгоритма к погрешностям вычислений, низкая скорость сходимости при большом удалении целевой функции от точки минимума [9].

Данная статья посвящена разработке адаптивных алгоритмов обучения нейронных сетей с прямыми и рекуррентными связями. В первой секции рассматриваются обобщенная нейронная структура, сочетающая в себе свойства четырех базовых архитектур нейронных сетей прогнозирования: многослойного персептрона, сети Джордана [10], сети Элмана [11] и комбинированной модели Джордана-Элмана. Во второй секции рассматривается методика определения адаптивного шага обучения нейронных сетей вышеуказанных архитектур.

1. ОБОБЩЕННАЯ НЕЙРОННАЯ СТРУКТУРА ДЛЯ ОРГАНИЗАЦИИ МОДЕЛЕЙ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

Определим обобщенную структуру слоя l нейронной сети, сочетающую в себе свойства всех базовых сетевых архитектур с прямыми и рекуррентными связями, используемых при организации моделей для решения различного рода практических задач (распознавания образов, адаптивного управления, обработки сигналов, моделирования и прогнозирования временных последовательностей и т.д. [1, 2]): многослойной нейронной сети с прямыми связями, нейронной сети Джордана, нейронной сети Элмана и комбинированной нейронной сети Элмана-Джордана (см. рисунок 1). Для этого определим следующие правила функционирования элементов задержки B_1 и B_2 :

$$B_1 y(\tau) = \begin{cases} y(\tau - 1), & \text{если } B_1 = 1 \\ 0, & \text{если } B_1 = 0 \end{cases}, \quad (1.1)$$

$$B_2 y(\tau) = \begin{cases} y(\tau - 1), & \text{если } B_2 = 1 \\ 0, & \text{если } B_2 = 0 \end{cases}$$

Здесь $y(\tau)$ характеризует выходную активность элемента в момент функционирования сети; $y(\tau - 1)$ характеризует выходную активность нейрона с учетом задержки функционирования сети на один такт.

Тогда общие правила функционирования нейронов слоя l могут быть представлены в виде:

$$\begin{cases} S_j^{[l]}(\tau) = \sum_{i=1}^{N^{[l-1]}} w_{ij}^{[l]} y_i^{[l-1]}(\tau) + \sum_{k=1}^{N^{[l]}} w_{kj}^{[l]} B_1 y_k^{[l]}(\tau) + \\ + \sum_{m=1}^{N^{[l+1]}} w_{mj}^{[l]} B_2 y_m^{[l+1]}(\tau) + w_{bj}^{[l]}, \\ y_j^{[l]}(\tau) = g^{[l]}(S_j^{[l]}(\tau)), j = 1, \dots, N^{[l]}, \end{cases} \quad (1.2)$$

где $S_j^{[l]}(\tau)$ - взвешенная сумма нейрона j в слое l ; $w_{ij}^{[l]}$ - весовые коэффициенты связей между элементами i предыдущего слоя и нейронами j слоя l ; $y_i^{[l-1]}(\tau)$ - выходная активность нейронов слоя $l-1$; $w_{bj}^{[l]}$ - пороговое значение нейрона j слоя l ; $B_1 y_k^{[l]}(\tau)$ характеризует выходную активность контекстного нейрона k с учетом элемента задержки B_1 , которая формируется на основании уровня активности элементов слоя l ; $w_{mj}^{[l]}$ - весовые коэффициенты связей между контекстными нейронами m и нейронами j слоя l ; $w_{kj}^{[l]}$ - весовые коэффициенты связей между контекстными нейронами k и нейронами j слоя l ; $B_2 y_m^{[l+1]}(\tau)$ характеризует выходную активность контекстного нейрона k с учетом элемента задержки B_2 , которая формируется на основании уровня активности элементов следующего слоя $l+1$; $y_j^{[l]}(\tau)$ - выходная активность нейронов слоя l ; $g^{[l]}$ - активационная функция нейронов слоя l ; $N^{[l-1]}, N^{[l]}, N^{[l+1]}$ - количество нейронов в слоях $l-1, l, l+1$.

Очевидно, что различные режимы работы элементов задержки B_1, B_2 позволят организовывать следующие архитектуры слоя l нейронной сети прогнозирования:

- 1) $B_1 = 0, B_2 = 0$ - нейронная сеть с прямыми связями;
- 2) $B_1 = 0, B_2 = 1$ - нейронная сеть Джордана;
- 3) $B_1 = 1, B_2 = 0$ - нейронная сеть Элмана;
- 4) $B_1 = 1, B_2 = 1$ - комбинированная рекуррентная сеть Джордана-Элмана.

Применение правил функционирования сети (1.1), (1.2) позволит разработать общую методику адаптивного обучения для всех вышеуказанных вариантов нейронных сетей. Данная методика приводится в следующей секции.

2. МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ АДАПТИВНОГО ШАГА ОБУЧЕНИЯ

Как было сказано выше, основным недостатком стандартного алгоритма ВРЕ и его модификаций является необходимость эмпирического подбора констант обучения, во многом определяющих стабильность, точность и скорость сходимости процесса обучения. Для решения данной проблемы сформулирована следующая теорема:

Теорема 1. Для нейронной сети, функционирующей по правилам (1.1), (1.2) и обучаемой по методу обратного распространения ошибки, адаптивный шаг обучения $\alpha^{[l],p}(t)$ нейроэлементов слоя l с целью минимизации ошибки обучения сети на каждой итерации обучения может быть определен согласно выражению:

$$\alpha^{[l],p}(t) = \frac{\sum_{j=1}^{N^{[l]}} (\gamma_j^{[l],p}(t))^2 g^{[l]'}(S_j^{[l],p}(t)))}{g^{[l]'}(0) \sum_{j=1}^{N^{[l]}} (\gamma_j^{[l],p}(t))^2 (g^{[l]'}(S_j^{[l],p}(t)))^2} \times$$

$$\times [I + \sum_{i=1}^{N^{[l-1]}} (y_i^{[l-1],p}(t))^2 + \sum_{k=1}^{N^{[l]}} (B_k y_k^{[l],p}(t))^2 +$$

$$+ \sum_{m=1}^{N^{[l+1]}} (B_m y_m^{[l+1],p}(t))^2]^{-1} \quad (2.1)$$

где ошибка нейроэлемента $\gamma_j^{[l],p}(t)$ в соответствии с правилами ВРЕ определяется как

$$\gamma_j^{[l],p}(t) = y_j^{[l],p}(t) - D_j^p, \quad j = 1, \dots, N^{[l]} \quad (2.2)$$

в случае, если слой l является выходным слоем сети;

$$\gamma_i^{[l],p}(t) = \sum_{j=1}^{N^{[l+1]}} w_{ij}^{[l]} \gamma_j^{[l+1],p}(t) (g^{[l+1]'}(S_j^{[l+1],p}(t))), \quad (2.3)$$

$i = 1, \dots, N^{[l]}$

если слой l является скрытым; индекс p характеризует номер обучающего эталона.

Доказательство: пусть для обучения сети сформировано обучающее множество эталонов T , состоящее из пар входных и выходных векторов (X^p, D^p) , $p = 1, \dots, P$ размерностями, соответствующими количеству входных и выходных нейронов сети. Для определения адаптивного шага обучения с целью минимизации ошибки обучения сети применим в алгоритме ВРЕ метод наискорейшего спуска [1, 9], согласно которому:

$$\left\{ \begin{aligned} w_{ij}^{[l]}(t+1) &= w_{ij}^{[l]}(t) - \alpha^{[l],p}(t) \frac{\partial E^p(t)}{\partial w_{ij}^{[l]}(t)} \\ w_{kj}^{[l]}(t+1) &= w_{kj}^{[l]}(t) - \alpha^{[l],p}(t) \frac{\partial E^p(t)}{\partial w_{kj}^{[l]}(t)} \\ w_{mj}^{[l]}(t+1) &= w_{mj}^{[l]}(t) - \alpha^{[l],p}(t) \frac{\partial E^p(t)}{\partial w_{mj}^{[l]}(t)} \\ w_{bj}^{[l]}(t) &= w_{bj}^{[l]}(t) - \alpha^{[l],p}(t) \frac{\partial E^p(t)}{\partial w_{bj}^{[l]}(t)} \\ \alpha^{[l],p}(t) &= \\ &= \min \left\{ E^p \left[w_{ij}^{[l]}(t+1), w_{kj}^{[l]}(t+1), w_{mj}^{[l]}(t+1), w_{bj}^{[l]}(t+1) \right] \right\} \end{aligned} \right. \quad (2.4)$$

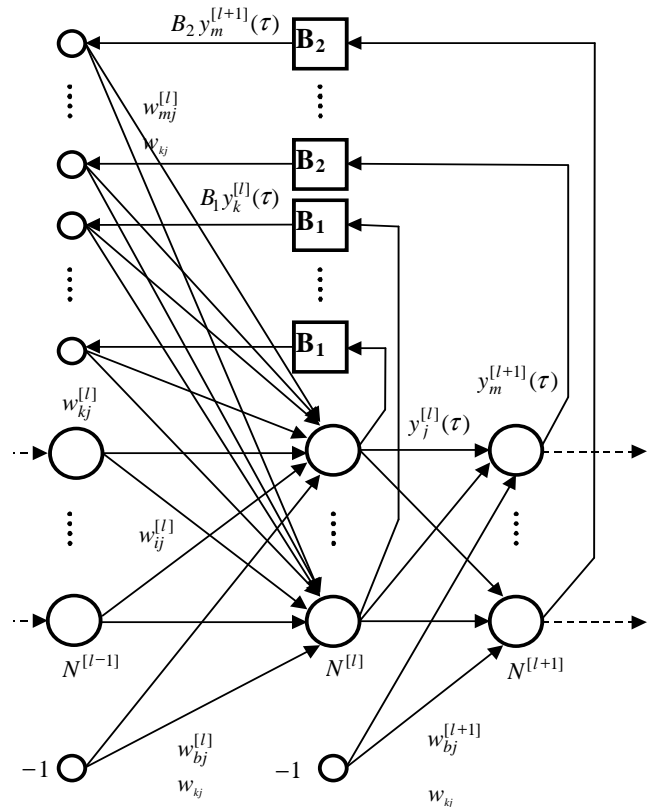


Рисунок 1 – Фрагмент нейронной структуры с различными типами связей

где среднеквадратичная ошибка обучения для обучающего эталона p определяется как:

$$E^p(t) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N^{[l]}} (y_j^{[l],p}(t) - D_j^p)^2, \quad (2.5)$$

l характеризует последний слой сети.

Оптимальное значение адаптивного шага обучения найдем исходя из условия минимума ошибки $E^p(t)$. Для этого необходимо решить следующее уравнение:

$$\frac{\partial E^p(t)}{\partial \alpha^p(t)} = 0 \quad (2.6)$$

Так как данное уравнение невозможно решить аналитическим методом, вычислим его корни приближенно. Для этого применим разложение в ряд Тейлора используемой активационной функции:

$$y_j^{[l],p}(t) = g^{[l]}(0) + g^{[l]'}(0) \cdot \frac{S_j^{[l],p}(t)}{1!} +$$

$$+ g^{[l]''}(0) \cdot \frac{(S_j^{[l],p}(t))^2}{2!} + \dots$$

Ограничимся двумя членами ряда:

$$y_j^{[l],p}(t) \approx g^{[l]}(0) + g^{[l]'}(0) \cdot S_j^{[l],p}(t) \quad (2.7)$$

Следовательно с учетом (1.2) можно записать:

$$E^P(t+1) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N^{[l]}} [g^{[l]}(0) + g^{[l]'}(0)] \times$$

$$\times \left(\sum_{i=1}^{N^{[l-1]}} w_{ij}^{[l]}(t+1) y_i^{[l-1],p}(t) + \right. \tag{2.8}$$

$$+ \sum_{k=1}^{N^{[l]}} w_{kj}^{[l]}(t+1) B_1 y_k^{[l],p}(t) +$$

$$\left. + \sum_{m=1}^{N^{[l+1]}} w_{mj}^{[l]}(t+1) B_2 y_m^{[l],p}(t) - w_{bj}^{[l]}(t+1) \right) - D_j^p \tag{2.8}$$

С учетом правил обновления весовых коэффициентов (2.4) выражение (2.8) примет вид:

$$E^P(t+1) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N^{[l]}} [g^{[l]}(0) + g^{[l]'}(0)] \times$$

$$\times \left\{ \sum_{i=1}^{N^{[l-1]}} (w_{ij}^{[l]}(t) - \alpha^{[l],p}(t)) \frac{\partial E^P(t)}{\partial w_{ij}^{[l]}(t)} y_i^{[l-1],p}(t) + \right.$$

$$+ \sum_{k=1}^{N^{[l]}} (w_{kj}^{[l]}(t) - \alpha^{[l],p}(t)) \frac{\partial E^P(t)}{\partial w_{kj}^{[l]}(t)} B_1 y_k^{[l],p}(t) +$$

$$+ \sum_{m=1}^{N^{[l+1]}} (w_{mj}^{[l]}(t) - \alpha^{[l],p}(t)) \frac{\partial E^P(t)}{\partial w_{mj}^{[l]}(t)} B_2 y_m^{[l],p}(t) -$$

$$\left. - (w_{bj}^{[l]}(t) - \alpha^{[l],p}(t)) \frac{\partial E^P(t)}{\partial w_{bj}^{[l]}(t)} \right\} - D_j^p \tag{2.9}$$

Введем следующие обозначения:

$$N \sum_{i=1}^{[l-1]} y_i^{[l],p}(t) \frac{\partial E^P(t)}{\partial w_{ij}^{[l]}(t)} +$$

$$+ \sum_{k=1}^{N^{[l]}} B_1 y_k^{[l],p}(t) \frac{\partial E^P(t)}{\partial w_{kj}^{[l]}(t)} +$$

$$+ \sum_{m=1}^{N^{[l+1]}} B_2 y_m^{[l],p}(t) \frac{\partial E^P(t)}{\partial w_{mj}^{[l]}(t)} = A_j^p(t) \tag{2.10}$$

$$N \sum_{i=1}^{[l-1]} y_i^{[l],p}(t) w_{ij}^{[l]}(t) + \sum_{k=1}^{N^{[l]}} B_1 y_k^{[l],p}(t) w_{kj}^{[l]}(t) +$$

$$+ \sum_{m=1}^{N^{[l+1]}} B_2 y_m^{[l],p}(t) w_{mj}^{[l]}(t) = F_j^p(t) \tag{2.11}$$

$$\frac{\partial E^P(t)}{\partial w_{bj}^{[l]}(t)} = C_j^p(t) \tag{2.12}$$

Тогда выражение (2.9) можно переписать в виде:

$$E^P(t+1) =$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N^{[l]}} \{ (g^{[l]}(0) + g^{[l]'}(0)) F_j^p(t) -$$

$$- \alpha^{[l],p}(t) g^{[l]'}(0) A_j^p(t) -$$

$$- g^{[l]'}(0) w_{bj}^{[l]}(t) + \alpha^p g^{[l]'}(0) C_j^p(t) - D_j^p \} \tag{2.13}$$

Решим следующее уравнение:

$$\frac{\partial E^P(t+1)}{\partial \alpha^{[l],p}(t+1)} =$$

$$= \sum_{j=1}^{N^{[l]}} \{ (g^{[l]}(0) + g^{[l]'}(0)) F_j^p(t) - \alpha^{[l],p}(t) g^{[l]'}(0) A_j^p(t) -$$

$$- g^{[l]'}(0) w_{bj}^{[l]}(t) + \alpha^p g^{[l]'}(0) C_j^p(t) - D_j^p \} \times$$

$$\times \{ -g^{[l]'}(0) A_j^p(t) + g^{[l]'}(0) C_j^p(t) \} = 0 \tag{2.14}$$

В результате преобразований получаем следующее уравнение:

$$\alpha^{[l],p}(t) \sum_{j=1}^{N^{[l]}} (A_j^p(t) - C_j^p(t))^2 + \sum_{j=1}^{N^{[l]}} (A_j^p(t) - C_j^p(t)) \times$$

$$\times \left(\frac{1}{g^{[l]'}(0)} D_j^p + w_{bj}^{[l]}(t) - F_j^p(t) - \frac{1}{g^{[l]'}(0)} \right) = 0 \tag{2.15}$$

отсюда получим выражение:

$$\alpha^{[l],p}(t) = \frac{N \sum_{j=1}^{[l]} (A_j^p(t) - C_j^p(t))}{\sum_{j=1}^{N^{[l]}} (A_j^p(t) - C_j^p(t))^2} \times$$

$$\times \left(\left(F_j^p(t) - w_{bj}^{[l]}(t) \right) - \frac{1}{g^{[l]'}(0)} D_j^p + \frac{g^{[l]}(0)}{g^{[l]'}(0)} \right) \tag{2.16}$$

Вернемся к подстановке (2.11):

$$F_j^p(t) - w_{bj}^{[l]}(t) = \sum_{i=1}^{N^{[l-1]}} y_i^{[l],p}(t) w_{ij}^{[l]}(t) +$$

$$+ \sum_{k=1}^{N^{[l]}} B_1 y_k^{[l],p}(t) w_{kj}^{[l]}(t) + \sum_{m=1}^{N^{[l+1]}} B_2 y_m^{[l],p}(t) w_{mj}^{[l]}(t) -$$

$$- w_{bj}^{[l]}(t) = S_j^{[l],p}(t) \tag{2.17}$$

Тогда выражение (2.16) примет вид:

$$\alpha^p(t) = \frac{\frac{1}{g^{[l]'}(0)} \sum_{j=1}^{N^{[l]}} (A_j^p(t) - C_j^p(t))}{\sum_{j=1}^{N^{[l]}} (A_j^p(t) - C_j^p(t))^2} \times$$

$$\times \left(g'(0) S_j^{[l],p}(t) + g^{[l]}(0) - D_j^p \right) \tag{2.18}$$

Так как

$g^{[l]}(0) + g^{[l]'}(0) \cdot S_j^{[l],p}(t) = y_j^{[l],p}(t)$, то:

$$\alpha^p(t) = \frac{1}{g^{[l]'}(0)} \times \frac{N^{[l]}}{\sum_{j=1}^{N^{[l]}} \left(A_j^p(t) - C_j^p(t) \right)^2} \times N^{[l]} \sum_{j=1}^{N^{[l]}} \left(A_j^p(t) - C_j^p(t) \right) \left(y_j^{[l],p}(t) - D_j^p \right) \quad (2.19)$$

Рассмотрим подстановку (2.10). С учетом выражений (2.2), (2.3) получаем:

$$\begin{aligned} A_j^p(t) &= \sum_{i=1}^{N^{[l-1]}} \gamma_j^{[l],p}(t) g^{[l]'}(S_j^{[l],p}(t)) \left(y_i^{[l-1],p}(t) \right)^2 + \\ &+ \sum_{k=1}^{N^{[l-1]}} \gamma_k^{[l],p}(t) g^{[l]'}(S_j^{[l],p}(t)) \left(B_1 y_k^{[l],p}(t) \right)^2 + \\ &+ \sum_{m=1}^{N^{[l+1]}} \gamma_m^{[l],p}(t) g^{[l]'}(S_j^{[l],p}(t)) \left(B_2 y_m^p(t) \right)^2 = \\ &= \gamma_j^{[l],p}(t) g^{[l]'}(S_j^{[l],p}(t)) \left[\sum_{i=1}^{N^{[l-1]}} \left(y_i^{[l-1],p}(t) \right)^2 + \right. \\ &\left. + \sum_{k=1}^{N^{[l]}} \left(B_1 y_k^{[l],p}(t) \right)^2 + \sum_{m=1}^{N^{[l+1]}} \left(B_2 y_m^{[l+1],p}(t) \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (2.20)$$

Так как

$$C_j^p(t) = \frac{\partial E^p(t)}{\partial w_{bj}^{[l]}(t)} = -\gamma_j^{[l],p}(t) g^{[l]'}(S_j^{[l],p}(t)) \quad (2.21)$$

$$A_j^p(t) - C_j^p(t) = \gamma_j^{[l],p}(t) g^{[l]'}(S_j^{[l],p}(t)) \times$$

$$\begin{aligned} \text{то} \times &\left[\sum_{i=1}^{N^{[l-1]}} \left(y_i^{[l-1],p}(t) \right)^2 + \sum_{k=1}^{N^{[l]}} \left(B_1 y_k^{[l],p}(t) \right)^2 + \right. \\ &\left. + \sum_{m=1}^{N^{[l+1]}} \left(B_2 y_m^{[l+1],p}(t) \right)^2 + 1 \right] \end{aligned} \quad (2.22)$$

Исходя из независимости слоев предполагаем, что:

$$y_j^{[l],p}(t) - D_j^p = \gamma_j^{[l],p}(t)$$

Тогда, используя выражения (2.19), (2.22), получим конечную формулу (2.1). Таким образом, теорема доказана.

Отметим, что выражение (2.1) позволяет определять адаптивный шаг для слоя нейронных элементов с любой активационной функцией.

Следующие следствия позволяют получить конкретные аналитические выражения для сигмоидной, логарифмической и линейной активационных функций, используемых в архитектурах нейронных сетей прогнозирования [1, 3].

Следствие 1. В нейронной сети, функционирующей по правилам (1.1), (1.2) для нейроэлементов слоя l , обладающих сигмоидной функцией активации, адаптивный шаг обучения определяется следующим образом:

1) Для нейронной сети с прямыми связями:

$$\begin{aligned} \alpha^p(t) &= \left[\sum_{i=1}^{N^{[l-1]}} \left(y_i^{[l-1],p}(t) \right)^2 + 1 \right]^{-1} \times \\ &4 \sum_{j=1}^{N^{[l]}} \left(\gamma_j^{[l],p}(t) \right)^2 y_j^{[l],p}(t) \left(1 - y_j^{[l],p}(t) \right) \quad (2.23) \\ &\times \frac{N^{[l]}}{\sum_{j=1}^{N^{[l]}} \left(\gamma_j^p(t) \right)^2 \left(y_j^{[l],p}(t) \right)^2 \left(1 - y_j^{[l],p}(t) \right)^2} \end{aligned}$$

2) Для нейронной сети Джордана:

$$\begin{aligned} \alpha^p(t) &= \left[\sum_{i=1}^{N^{[l-1]}} \left(y_i^{[l-1],p}(t) \right)^2 + \right. \\ &+ \left. \sum_{m=1}^{N^{[l+1]}} \left(y_m^{[l+1],p-1}(t) \right)^2 + 1 \right]^{-1} \times \quad (2.24) \\ &4 \sum_{j=1}^{N^{[l]}} \left(\gamma_j^{[l],p}(t) \right)^2 y_j^{[l],p}(t) \left(1 - y_j^{[l],p}(t) \right) \\ &\times \frac{N^{[l]}}{\sum_{j=1}^{N^{[l]}} \left(\gamma_j^p(t) \right)^2 \left(y_j^{[l],p}(t) \right)^2 \left(1 - y_j^{[l],p}(t) \right)^2} \end{aligned}$$

3) Для нейронной сети Элмана:

$$\begin{aligned} \alpha^p(t) &= \left[\sum_{i=1}^{N^{[l-1]}} \left(y_i^{[l-1],p}(t) \right)^2 + \right. \\ &+ \left. \sum_{k=1}^{N^{[l]}} \left(y_k^{[l],p-1}(t) \right)^2 + 1 \right]^{-1} \times \\ &4 \sum_{j=1}^{N^{[l]}} \left(\gamma_j^{[l],p}(t) \right)^2 y_j^{[l],p}(t) \left(1 - y_j^{[l],p}(t) \right) \\ &\times \frac{N^{[l]}}{\sum_{j=1}^{N^{[l]}} \left(\gamma_j^p(t) \right)^2 \left(y_j^{[l],p}(t) \right)^2 \left(1 - y_j^{[l],p}(t) \right)^2} \end{aligned} \quad (2.25)$$

4) Для комбинированной рекуррентной сети Джордана-Элмана:

$$\begin{aligned} \alpha^p(t) &= \left[\sum_{i=1}^{N^{[l-1]}} \left(y_i^{[l-1],p}(t) \right)^2 + \sum_{k=1}^{N^{[l]}} \left(y_k^{[l],p-1}(t) \right)^2 + \right. \\ &+ \left. \sum_{m=1}^{N^{[l]}} \left(y_m^{[l],p-1}(t) \right)^2 + 1 \right]^{-1} \times \quad (2.26) \\ &4 \sum_{j=1}^{N^{[l]}} \left(\gamma_j^{[l],p}(t) \right)^2 y_j^{[l],p}(t) \left(1 - y_j^{[l],p}(t) \right) \\ &\times \frac{N^{[l]}}{\sum_{j=1}^{N^{[l]}} \left(\gamma_j^p(t) \right)^2 \left(y_j^{[l],p}(t) \right)^2 \left(1 - y_j^{[l],p}(t) \right)^2} \end{aligned}$$

Доказательство: производная сигмоидной функции определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned}
 &g^{[l]}, (S_j^{[l]}, p(t)) = \\
 &= g^{[l]}(S_j^{[l]}, p(t))(1 - g^{[l]}(S_j^{[l]}, p(t))) = (2.27) \\
 &= y_j^{[l]}, p(t)(1 - y_j^{[l]}, p(t))
 \end{aligned}$$

Очевидно, что

$$g^{[l]}, (0) = 1/4 \quad (2.28)$$

Рассмотрим различные типы нейронных сетей, определяемые в соответствии с правилами (1.1), (1.2).

1) Согласно правил функционирования нейронной сети с прямыми связями ($B_1 = 0, B_2 = 0$) получаем:

$$\begin{aligned}
 &\sum_{k=1}^{N^{[l]}} (B_1 y_k^{[l]}, p(t))^2 = 0, \\
 &\sum_{m=1}^{N^{[l+1]}} (B_2 y_m^{[l+1]}, p(t))^2 = 0
 \end{aligned} \quad (2.29)$$

Подставляя выражения (2.27)-(2.29) в (2.1), получим выражение (2.23), определяющее правило вычисления адаптивного шага обучения для слоя l нейронной сети с прямыми связями.

2) Для нейронной сети Джордана существует рекуррентная связь от следующего слоя сети ($B_1 = 0, B_2 = 1$). Тогда:

$$\begin{aligned}
 &\sum_{k=1}^{N^{[l]}} (B_1 y_k^{[l]}, p(t))^2 = 0, \\
 &\sum_{m=1}^{N^{[l+1]}} (B_2 y_m^{[l+1]}, p(t))^2 = \sum_{m=1}^{N^{[l+1]}} (y_m^{[l+1]}, p-1(t))^2
 \end{aligned} \quad (2.30)$$

Здесь $y_m^{[l+1]}, p-1$ характеризует выходное значение нейрона следующего слоя $l+1$ с учетом задержки на один такт функционирования сети и соответствует уровню активности сигнала при подаче на вход сети предыдущего эталона обучения $p-1$.

Подставляя выражения (2.27), (2.28), (2.30) в (2.1), получим выражение (2.24), определяющее правило вычисления адаптивного шага обучения для слоя l нейронной сети Джордана. Аналогичным образом проведем доказательства правил вычисления адаптивного шага для других вариантов рекуррентных сетей.

3) Для нейронной сети Элмана имеются рекуррентные связи от скрытого слоя сети ($B_1 = 1, B_2 = 0$). Тогда:

$$\sum_{k=1}^{N^{[l]}} (B_1 y_k^{[l]}, p(t))^2 = \sum_{k=1}^{N^{[l]}} (y_k^{[l]}, p-1(t))^2, \quad (2.31)$$

$$\sum_{m=1}^{N^{[l+1]}} (B_2 y_m^{[l+1]}, p(t))^2 = 0$$

Здесь $y_k^{[l]}, p-1$ характеризует выходное значение нейроэлементов слоя l с учетом задержки на один такт функционирования сети и соответствует уровню активности сигнала при подаче на вход сети предыдущего эталона обучения $p-1$.

Подставляя выражения (2.27), (2.28), (2.31) в (2.1), получим выражение (2.25), определяющее правило вычисления адаптивного шага обучения для слоя l нейронной сети Элмана.

4) Для нейронной сети Джордана-Элмана характерно наличие рекуррентных связей обоих типов ($B_1 = 1, B_2 = 1$). Следовательно:

$$\begin{aligned}
 &\sum_{k=1}^{N^{[l]}} (B_1 y_k^{[l]}, p(t))^2 = \sum_{k=1}^{N^{[l]}} (y_k^{[l]}, p(t))^2, \\
 &\sum_{m=1}^{N^{[l+1]}} (B_2 y_m^{[l+1]}, p(t))^2 = \sum_{m=1}^{N^{[l+1]}} (y_m^{[l+1]}, p-1(t))^2
 \end{aligned} \quad (2.32)$$

Используя выражения (2.27), (2.28), (2.32) в (2.1), получим выражение (2.26), определяющее правило вычисления адаптивного шага обучения для слоя l нейронной сети Джордана-Элмана.

Следствие 2. В нейронной сети, функционирующей по правилам (1.1), (1.2), для нейроэлементов слоя l , обладающих логарифмической функцией активации, адаптивный шаг обучения определяется следующим образом:

1) Для нейронной сети с прямыми связями:

$$\begin{aligned}
 &a^p(t) = \left[\sum_{i=1}^{N^{[l-1]}} (y_i^{[l-1]}, p(t))^2 + 1 \right]^{-1} \times \\
 &\times \frac{\sqrt{a} \sum_{j=1}^{N^{[l]}} (\gamma_j^{[l]}, p(t))^2 \left(\sqrt{(S_j^{[l]}, p(t))^2 + a} \right)^{-1}}{\sum_{j=1}^{N^{[l]}} (\gamma_j^p(t))^2 \left((S_j^{[l]}, p(t))^2 + a \right)^{-1}}
 \end{aligned} \quad (2.33)$$

2) Для нейронной сети Джордана:

$$\begin{aligned}
 &a^p(t) = \left[\sum_{i=1}^{N^{[l-1]}} (y_i^{[l-1]}, p(t))^2 + \right. \\
 &+ \left. \sum_{m=1}^{N^{[l+1]}} (y_m^{[l+1]}, p-1(t))^2 + 1 \right]^{-1} \times \\
 &\times \frac{\sqrt{a} \sum_{j=1}^{N^{[l]}} (\gamma_j^{[l]}, p(t))^2 \left(\sqrt{(S_j^{[l]}, p(t))^2 + a} \right)^{-1}}{\sum_{j=1}^{N^{[l]}} (\gamma_j^p(t))^2 \left((S_j^{[l]}, p(t))^2 + a \right)^{-1}}
 \end{aligned} \quad (2.34)$$

3) Для нейронной сети Элмана:

$$\alpha^p(t) = \left[\sum_{i=1}^{N^{[l-1]}} (y_i^{[l-1],p}(t))^2 + \sum_{k=1}^{N^{[l]}} (y_k^{[l],p-1}(t))^2 + 1 \right]^{-1} \times \sqrt{a \sum_{j=1}^{N^{[l]}} (\gamma_j^{[l],p}(t))^2 \left((S_j^{[l],p}(t))^2 + a \right)^{-1}} \times \frac{N^{[l]}}{\sum_{j=1}^{N^{[l]}} (\gamma_j^p(t))^2 \left((S_j^{[l],p}(t))^2 + a \right)^{-1}} \quad (2.35)$$

4) Для комбинированной рекуррентной сети Джордана-Элмана:

$$\alpha^p(t) = \left[\sum_{i=1}^{N^{[l-1]}} (y_i^{[l-1],p}(t))^2 + \sum_{k=1}^{N^{[l]}} (y_k^{[l],p-1}(t))^2 + \sum_{m=1}^{N^{[l+1]}} (y_m^{[l+1],p-1}(t))^2 + 1 \right]^{-1} \times \sqrt{a \sum_{j=1}^{N^{[l]}} (\gamma_j^{[l],p}(t))^2 \left((S_j^{[l],p}(t))^2 + a \right)^{-1}} \times \frac{N^{[l]}}{\sum_{j=1}^{N^{[l]}} (\gamma_j^p(t))^2 \left((S_j^{[l],p}(t))^2 + a \right)^{-1}} \quad (2.36)$$

Доказательство: для логарифмической функции вида [3]:

$$g^{[l]}(S_j^{[l]}) = \ln \left(\sqrt{(S_j^{[l]})^2 + a} / \sqrt{a} \right), a > 0$$

производная определяется следующим выражением:

$$g^{[l]'}(S_j^{[l],p}(t)) = 1 / \sqrt{(S_j^{[l],p}(t))^2 + a} \quad (2.37)$$

Очевидно, что

$$g^{[l]'}(0) = 1 / \sqrt{a}. \quad (2.38)$$

Получение выражений (2.33) – (2.36) сводится к использованию (2.37), (2.38) в общей формуле для вычисления адаптивного шага (2.1), с учетом соответствующих правил (2.29) – (2.32).

Следствие 3. В нейронной сети, функционирующей по правилам (1.1), (1.2), для нейроэлементов слоя l , обладающих линейной функцией активации, адаптивный шаг обучения определяется следующим образом:

1) Для нейронной сети с прямыми связями:

$$\alpha^p(t) = \left[(M^{[l]})^2 \left(\sum_{i=1}^{N^{[l-1]}} (y_i^{[l-1],p}(t))^2 + 1 \right) \right]^{-1} \quad (2.39)$$

2) Для нейронной сети Джордана:

$$\alpha^p(t) = \left[(M^{[l]})^2 \left(\sum_{i=1}^{N^{[l-1]}} (y_i^{[l-1],p}(t))^2 + \sum_{m=1}^{N^{[l+1]}} (y_m^{[l+1],p-1}(t))^2 + 1 \right) \right]^{-1} \quad (2.40)$$

$$+ \sum_{m=1}^{N^{[l+1]}} (y_m^{[l+1],p-1}(t))^2 + 1 \right]^{-1}$$

3) Для нейронной сети Элмана:

$$\alpha^p(t) = \left[(M^{[l]})^2 \left(\sum_{i=1}^{N^{[l-1]}} (y_i^{[l-1],p}(t))^2 + \sum_{k=1}^{N^{[l]}} (y_k^{[l],p-1}(t))^2 + 1 \right) \right]^{-1} \quad (2.41)$$

$$+ \sum_{k=1}^{N^{[l]}} (y_k^{[l],p-1}(t))^2 + 1 \right]^{-1}$$

4) Для комбинированной рекуррентной сети Джордана-Элмана:

$$\alpha^p(t) = \left[(M^{[l]})^2 \left(\sum_{i=1}^{N^{[l-1]}} (y_i^{[l-1],p}(t))^2 + \sum_{k=1}^{N^{[l]}} (y_k^{[l],p-1}(t))^2 + \sum_{m=1}^{N^{[l+1]}} (y_m^{[l+1],p-1}(t))^2 + 1 \right) \right]^{-1} \quad (2.42)$$

$$+ \sum_{k=1}^{N^{[l]}} (y_k^{[l],p-1}(t))^2 + \sum_{m=1}^{N^{[l+1]}} (y_m^{[l+1],p-1}(t))^2 + 1 \right]^{-1}$$

Доказательство этого утверждения аналогично предыдущему. Так как для линейной функции

$$g^{[l]'}(S_j^{[l],p}(t)) = M^{[l]}, g^{[l]'}(0) = M, \quad (2.43)$$

то, исходя из (2.1), имеем:

$$\alpha^p(t) = \left[\sum_{i=1}^{N^{[l-1]}} (y_i^{[l-1],p}(t))^2 + \sum_{k=1}^{N^{[l]}} (B_1 y_k^{[l],p}(t))^2 + \sum_{m=1}^{N^{[l+1]}} (B_2 y_m^{[l+1],p}(t))^2 + 1 \right]^{-1} \times \frac{N^{[l]}}{\sum_{j=1}^{N^{[l]}} (\gamma_j^{[l],p}(t))^2 M^{[l]}} = \frac{N^{[l]}}{M^{[l]} \sum_{j=1}^{N^{[l]}} (\gamma_j^p(t))^2 (M^{[l]})^2} \quad (2.44)$$

$$= \left[(M^{[l]})^2 \left(\sum_{i=1}^{N^{[l-1]}} (y_i^{[l-1],p}(t))^2 + \sum_{k=1}^{N^{[l]}} (B_1 y_k^{[l],p}(t))^2 + \sum_{m=1}^{N^{[l+1]}} (B_2 y_m^{[l+1],p}(t))^2 + 1 \right) \right]^{-1}$$

$$+ \sum_{m=1}^{N^{[l+1]}} (B_2 y_m^{[l+1],p}(t))^2 + 1 \right]^{-1}$$

Выражения (2.39) – (2.42) получим исходя из соответствующих правил (2.29) – (2.32).

Таким образом, применение аналитических выражений (2.23)-(2.26), (2.33)-(2.36), (2.39)-(2.42) позволяет на каждой итерации t для каждого эталона p определить адаптивный шаг обучения соответственно для сигмоидной, логарифмической и линейной активационных функций нейроэлементов.

В следующей статье Савицкого Ю. В., Головки В. А. “Метод адаптивной инициализации нейроэлементов в алгоритмах обучения градиентных нейронных сетей” предлагается методика адаптивного определения начальных значений синаптических связей нейроэлементов сети, позволяющая выбирать допустимый диапазон инициализации нейронов перед процессом обучения. Предлагается общий алгоритм последовательной послыонной модификации синаптических связей нейронов, позволяющий выполнять эффективное обучение нейронных сетей рассмотренных архитектур с различными активационными функциями нейроэлементов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Головки В. А. Нейроинтеллект: теория и применение. Организация и обучение нейронных сетей с прямыми и обратными связями. Брест: Изд. БПИ, 1999 – 264с.
2. Головки В. А. Нейроинтеллект: теория и применение. Самоорганизация, отказоустойчивость и применение нейронных сетей. Брест: Изд. БПИ, 1999 – 228с.
3. Vladimir Golovko, Yury Savitsky, "New Approach of the Recurrent Neural Network Training", Proc. of the Int. Conf. on Neural Networks and Artificial Intelligence ICNNAI'99, 12-15 October 1999, Brest, Belarus, - pp. 32-35.
4. R. Battiti, "First- and Second-Order Methods for Learning: Between Steepest Descent and Newton Methods," Neural Comput., vol. 4, pp. 141-166, 1992.
5. S. Osowski, P. Wojarczak, and M. Stodolski, "Fast Second-Order Learning Algorithm for Feedforward Multilayer Neural Networks and its Applications," Neural Networks, vol. 9, no. 9, pp. 1583-1596, 1996.
6. T. H. Martin and B. M. Mohammad, "Training Feedforward Network with Marquardt Algorithm," IEEE Trans. Neural Networks, vol. 5, pp. 959-963, Nov. 1996.
7. E. M. Johansson, F. U. Dowla, and D. M. Goodman, "Back-propagation Learning for Multilayer Feedforward Neural Networks Using the Conjugate Gradient Method," Int. J. Neural Systems, vol. 2, no. 4, pp. 291-302, 1992.
8. D. E. Rumelhart, G. E. Hinton, and R. J. Williams, "Learning Representations by Backpropagating Errors," Nature, vol. 323, pp. 533-536, 1986.
9. Поляк Б. Т. Введение в оптимизацию. –М: Наука, 1983,– 384с.
10. Elman J. Finding Structure in Time // Cognitive Science. – 1990. – №14. – P. 179–211.
11. Jordan M. Attractor Dynamics and Parallelism in a Connectionist Sequential Machine // Proceedings of the Eighth Annual Conference of the Cognitive Science Society. – Hillsdale: Erlbaum. –1986. – P. 531–54

УДК 681.324.01

*Савицкий Ю. В., Головки В. А.***МЕТОД АДАПТИВНОЙ ИНИЦИАЛИЗАЦИИ НЕЙРОЭЛЕМЕНТОВ В АЛГОРИТМАХ ОБУЧЕНИЯ ГРАДИЕНТНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ****1. АДАПТИВНАЯ ИНИЦИАЛИЗАЦИЯ СИНАПТИЧЕСКИХ СВЯЗЕЙ НЕЙРОНОВ В АЛГОРИТМЕ ОБУЧЕНИЯ**

Одной из нерешенных проблем при обучении нейронных сетей является неопределенность выбора начальных значений синаптических связей и порогов нейроэлементов при инициализации сети [1]. От распределения этих значений сильно зависит исход процедуры обучения, а следовательно, и возможность получения требуемой модели в целом. Так, при неудачном выборе начальных параметров нейроэлементов обучение проходит крайне медленно или же вообще прекращается [1,3]. Это связано с попаданием целевой функции обучения в локальные минимумы. Обычно начальные параметры нейронной сети выбираются из некоторого диапазона случайных равномерно распределенных чисел, границы которого определяются эмпирически [1].

Рассмотрим общие правила модификации весов нейроэлемента j слоя l , обладающего логистической (например, сигмоидной) активационной функцией, по методу обратного распространения ошибки:

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta w_{ij}^{[l]}(t+1) &= -\alpha \frac{\partial E^p(t)}{\partial w_{ij}^{[l]}(t)} = \\ &= -\alpha \cdot \gamma_j^{[l]} \cdot g^{[l]}(S_j^{[l]}) \cdot y_i^{[l-1]} \quad (1.1) \\ \Delta w_{bj}^{[l]}(t+1) &= -\alpha \frac{\partial E^p(t)}{\partial w_{bj}^{[l]}(t)} = \\ &= \alpha \cdot \gamma_j^{[l]} \cdot g^{[l]}(S_j^{[l]}) \end{aligned} \right.$$

Так как в данных выражениях в качестве множителя присутствует производная активационной функции $g^{[l]}(S_j^{[l]})$, то при уровнях выходной активности эле-

мента, близких к асимптотическим, $g^{[l]}(S_j^{[l]}) \approx 0$. Следовательно, несмотря на возможно высокую ошибку

нейроэлемента $\gamma_j^{[l]}$, изменение весовых коэффициентов

будет очень незначительным. Таким образом, нейроэлемент оказывается заблокированным от обучения. Следовательно, с точки зрения обучаемости для нейроэлемента можно условно выделить области активного и пассивного обучения. При этом пассивное состояние нейрона обуславливается высоким уровнем его выходного сигнала и соответственно близкой к нулю производной активационной функции.

Таким образом, при случайной инициализации весовых коэффициентов происходит разбиение всего множества нейроэлементов сети на активные и пассивные. Если при этом большая часть нейронов оказывается в пассивном состоянии, то адаптивные свойства модели значительно ухудшаются, так как большая часть элементов не участвует в построении отображения. При этом процесс обучения замедляется или вообще прекращается. Такая ситуация может иметь место при некорректном задании диапазона инициализации весовых коэффициентов.

Рассмотрим факторы, определяющие попадание нейроэлементов сети в состояние пассивного обучения. Вероятность перехода нейроэлемента j слоя l в пассивное состояние обусловлена значением взвешенной суммы его входной активности $S_j^{[l]}$, которая определяется следующими параметрами элемента:

- 1) Уровнем входной активности нейроэлемента;
- 2) Количеством синаптических связей нейроэлемента;
- 3) Верхней и нижней границей диапазона инициализации весовых коэффициентов.

Таким образом, существует проблема адаптивного выбора параметров инициализации сети с учетом вышеперечисленных факторов. Для решения этой задачи была сформулирована следующая теорема.

Теорема 1. Для нейроэлемента с любой активационной функцией $g^{[l]}$ его весовые коэффициенты относительно