МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра автоматизации технологических процессов и производств

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССАМИ И СИСТЕМАМИ

Методические указания к выполнению
лабораторных работ
для студентов специальности
1 - 36 01 03 ***«Технологическое оборудование машиностроительного производства»***

Репозиторий БрГТУ

Брест 2012

УДК 62-52 (075)

Лабораторные работы по курсу «Автоматическое управление процессами и системами» выполняются с использованием персонального компьютера с установленным пакетом ***Matlab***. *Matlab* в приложении *Control system toolbox* позволяет получать основные частотные и временные характеристики линейных систем автоматического управления (САУ).

Составитель: Ярошевич Анатолий Васильевич, к.т.н., доцент

Рецензент: В.В.Петрукович, главный энергетик Брестского филиала РУП «Белтелеком»

Учреждение образования
© «Брестский государственный технический университет», 2012

Репозиторий БрГТУ

ОГЛАВЛЕНИЕ

Репозиторий БрГТУ

1 ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Курс лабораторных работ предназначен для изучения методов автоматического управления при исследовании характеристик систем автоматического управления (САУ) и элементарных звеньев с применением пакета *Matlab* .

Каждая работа рассчитана на 4 часа. Содержание работы состоит из трёх частей:

- подготовка данных, выполнение предварительных расчётов и построений вручную;
- ввод данных для пакета *Matlab* , получение результатов на экране и печати;
- анализ результатов и оформление отчёта.

Каждое занятие заканчивается после предъявления преподавателю отчёта о выполнении работы. Отчёт выполняется на двойных листах из школьной тетради в клетку. Первый лист является титульным и должен содержать:

- наименование университета;
- наименование кафедры;
- тему лабораторной работы;
- номер работы в тексте: отчёт о выполнении лабораторной работы №... по курсу ТАУ;
- фамилию и группу студента;
- фамилию преподавателя;
- дату выполнения работы.

Отчёт о работе включает следующие разделы:

- тема работы;
- цель;
- исходные данные;
- подготовительные расчёты и построения;
- результаты работы на компьютере (листы с принтера вкладываются в отчёт);
- выводы по цели исследования.

В объёме самостоятельной работы, предусмотренной программой курса, выполняется по результатам всех лабораторных работ единый отчёт об исследовании линейной САУ со структурной схемой и параметрами по варианту, полученному студентом для выполнения лабораторных работ. Содержание отчёта определяется Методическими указаниями по курсу теории автоматического управления. Составитель Ярошевич А.В. – Брест, 2002.[2.4].

Репозиторий БрГТУ

2 ЛИТЕРАТУРА

2.1 Бесекерский, В.А. Теория систем автоматического регулирования / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов, – М.: Профессия, 2003.
2.2 Теория автоматического управления / Под ред. А.А. Воронова. – М.: Высшая школа, 1986.
2.3 Сборник задач по теории автоматического управления и регулирования / Под ред. В.А. Бесекерского, – М.: Наука, 1978.
2.4 Теория автоматического управления технологическими системами. Методические указания и контрольные задания для студентов специальности 36 01 01 «Технология машиностроения» / А.В. Ярошевич. – Брест, 2002.
2.5 Теория автоматического управления. Конспект лекций для студентов спец. 1 – 36 01 01 «Технология машиностроения» / А.В. Ярошевич. – Брест: БрГТУ, 2012.
2.6 www.matlab.ru - электронный источник, сайт Интернет.

Репозиторий БрГТУ

3 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ

3.1 Лабораторная работа №1. Описание Matlab и синтаксис команд для анализа САУ

Цель работы: усвоить понятия передаточной, частотных, временных характеристик САУ и функций Matlab для анализа САУ.

3.1.1 Краткие сведения из теории.

В общем случае дифференциальное уравнение линейной системы автоматического управления в операторной форме имеет вид

$$(a_0p^n+a_1p^{n-1}+\ldots+a_n)y=(b_0p^m+b_1p^{m-1}+\ldots+b_m)x, \qquad (1.1)$$

где $a_0 \ldots a_i \ldots a_n$, $b_0 \ldots b_j \ldots b_m$ – числовые коэффициенты; $p=d/dt$ – оператор дифференцирования; x – входное воздействие; y – выходная величина.

Передаточная функция

$$W(p) = \frac{b_0p^m+b_1p^{m-1}+\ldots+b_m}{a_0p^n+a_1p^{n-1}+\ldots+a_n} \qquad (1.2)$$

Частотную передаточную функцию $W(j\omega)$ получают из передаточной функции $W(p)$ подстановкой вместо $p \to j\omega$, где j – мнимая единица,
ω - круговая частота.

$$W(j\omega)=\frac{b_0(j\omega)^m+b_1(j\omega)^{m-1}+\ldots+b_m}{a_0(j\omega)^n+a_1(j\omega)^{n-1}+\ldots+a_n} \qquad (1.3)$$

Частотная передаточная функция является комплекснозначной функцией действительной переменной ω, которая имеет смысл круговой частоты периодического сигнала.

Функцию $W(j\omega)$ можно представить в виде

$$W(j\omega)= U(\omega)+j\,V(\omega)=A(\omega)\, e^{j\varphi(\omega)}, \qquad (1.4)$$

где $A(\omega)=\sqrt{(U^2(\omega)+V^2(\omega))}$; $\varphi(\omega)=arctg(V(\omega)/U(\omega)) + k\pi, k=0,1,2\ldots$ (1.5)

При вычислении $\varphi(\omega)$ значение k определяют из дополнительных условий.

На комплексной плоскости частотная передаточная функция $W(j\omega)$ определяет вектор, модуль которого равен $A(\omega)$, а аргумент (угол, образованный вектором с действительной положительной полуосью) $\varphi(\omega)$.

Кривую, которую описывает конец этого вектора при изменении частоты от нуля до бесконечности, называют ***амплитудно-фазовой частотной характеристикой*** (АФЧХ) или ***частотным годографом*** САУ (рис.1.1).

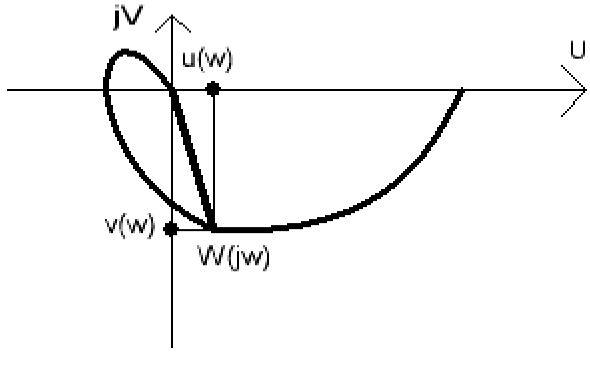


Рисунок 1.1

Репозиторий БрГТУ

Частотную передаточную функцию называют так же амплитудно-фазовой частотной функцией. Её действительную часть ***U(ω)*=Re *W(jω)*** и мнимую часть***V(ω)=Im W(jω)*** – соответственно вещественной и мнимой частотными функциями.

График вещественной частотной функции называют вещественной частотной характеристикой, график мнимой частотной функции – мнимой частотной характеристикой. Модуль ***A(ω)*=|*W(jω)*|** называют амплитудной частотной функцией, а её график - амплитудной частотной характеристикой. Аргумент***φ(ω)= arg W(jω)*** называют фазовой частотной функцией, а её график - фазовой частотной характеристикой. Широкое применение для анализа и синтеза САУ имеют логарифмические частотные характеристики (ЛЧХ). Свойства логарифмических функций дают определённые преимущества при графических построениях частотных характеристик и позволили создать ряд специфичных методов анализа и синтеза параметров САУ.

Функцию $L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)|$ (1.6)

называют логарифмической амплитудно – частотной функцией. График логарифмической амплитудно – частотной функции в логарифмическом масштабе частоты называют ***логарифмической амплитудно – частотной характеристикой (ЛАЧХ).*** График ЛАЧХ строят в координатах ***L(ω) – lg ω*** (рис.1.2) .

Единицей измерения ***L(ω)*** является децибел (дБ) , а единицей измерения логарифма частоты – декада. Декадой называют интервал, на котором частота изменяется в 10 раз.

Логарифмической фазовой частотной характеристикой (ЛФЧХ) называют график зависимости фазовой частотной функции ***φ(ω)*** от логарифма частоты ***lg ω***

Ось ординат совмещают для построения ЛАЧХ преимущественно в первом и четвёртом квадранте координатной плоскости и ЛФЧХ в четвёртом квадранте (рис.1.2).

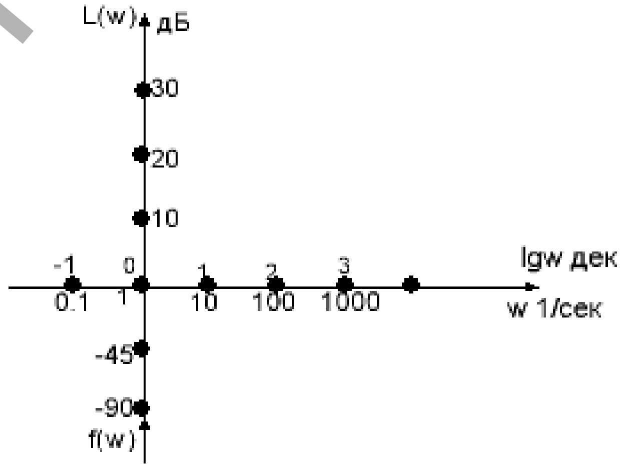


Рисунок 1.2

Временные характеристики относятся к описанию поведения регулируемых величин в системах автоматического управления во времени. Важнейшими из них являются переходная и импульсная переходная характеристики.

Переходной функцией системы называют функцию, описывающую изменение выходной величины системы во времени, когда на её вход подаётся единичное ступенчатое воздействие при нулевых начальных условиях. Переходную функцию обычно обозначают ***h(t)***. Переходная функция описывает реакцию системы на единичное ступенчатое воздействие.

Единичное ступенчатое воздействие можно описать единичной функцией

$$\mathbf{1}(t) = 1 \text{ при } t \geq 0, \qquad (1.7)$$
$$0 \text{ при } t < 0.$$

репозиторий БрГТУ

Переходная характеристика является графиком переходной функции. График единичного ступенчатого воздействия и переходная характеристика представлены на рис.1.3.

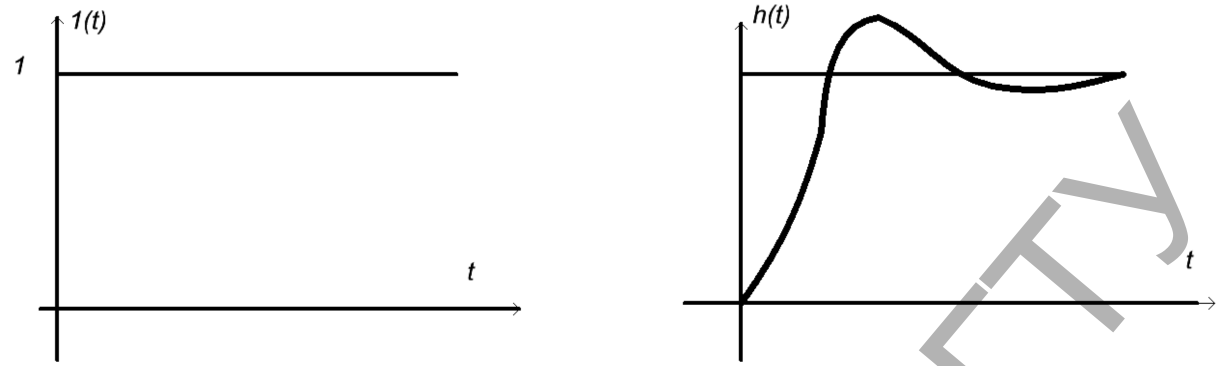


Рисунок 1.3

Импульсной переходной или ***весовой*** функцией системы называют функцию, описывающую реакцию системы на *единичное импульсное воздействие* при нулевых начальных условиях. Эту функцию обозначают ***w(t)*** **.** График импульсной переходной функции называют ***импульсной переходной характеристикой***. При определении весовой функции используется понятие единичного импульса. В теории обобщённых функций единичный импульс задаётся функцией Дирака ***δ(t),*** которую называют также дельта - функцией.
Физически единичный импульс можно представить как очень узкий импульс, ограничивающий единичную площадь. Отметим, что в теории обобщённых функций ***δ(t)*** – функция является производной от единичной ступенчатой функции ***1(t).*** Из приведённых соображений основное свойство ***δ(t)*** описывается следующим выражением

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\, dt = 1.$$

Переходную и импульсную переходную характеристики называют ***временными характеристиками*** систем автоматического управления.

3.1.2 Описание необходимых функций пакета Matlab.

Полное описание пакета Matlab содержится в локальной сети университета в папке Atp. Система расчётов Matlab для получения характеристик САУ имеет пакет Control system toolbox . Пакет оперирует с LTI – моделями систем управления. Основой для задания
LTI – модели в виде объекта в рабочем поле Matlab на экране монитора является передаточная функция системы (1.2).

Синтаксис команды, создающей LTI – объект, следующий

$$\mathbf{w = TF\ (\ [\ b_0\ ,\ b_1\ ,\ldots b_m\ \ ]\ ,\ [\ a_0\ ,\ a_1\ ,\ldots\ a_n\ \ ]}\ ,$$

где $\mathbf{a_0}$,$\mathbf{a_1}$,…$\mathbf{a_n}$ - значения коэффициентов полинома знаменателя передаточной функции (1.2);
$\mathbf{b_0}$,$\mathbf{b_1}$,…$\mathbf{b_m}$ - значения коэффициентов полинома числителя передаточной функции (1.2).

Репозиторий БрГТУ

После задания LTI – объекта в рабочем поле пакета Matlab на экране монитора выдаётся передаточная функция в виде отношения двух полиномов для проверки правильности ввода коэффициентов.

Control system toolbox позволяет определить ряд характеристик САУ.

1) Определение нулей передаточной функции, т.е. корней полинома числителя передаточной функции

$$b_0p^m+b_1p^{m-1}+\ldots+b_m = 0.$$

Синтаксис команды: **zero (w),** где **w** – имя LTI – объекта.

2) Определение полюсов передаточной функции, т.е. корней полинома знаменателя передаточной функции

$$a_0p^n+a_1p^{n-1}+\ldots+a_n =0.$$

Синтаксис команды: **pole (w),** где **w** – имя LTI – объекта.

3) Построение частотного годографа Найквиста. Частотный годограф представляет собой график частотной передаточной функции $W(j\omega)$ на комплексной плоскости при изменении частоты в диапазоне $-\infty< \omega <\infty$.

Синтаксис команды: **nyquist (w),** где **w** – имя LTI – объекта.

4) Построение логарифмических частотных характеристик $L(\omega)$ и $\varphi (\omega)$ (диаграмма Боде).

Синтаксис команды: **bode (w),** где **w** – имя LTI – объекта.

5) Построение переходной характеристики системы, т.е. графика переходной функции $h(t)$.

Синтаксис команды: **step (w),** где **w** – имя LTI – объекта.

6) Построение импульсной переходной характеристики, т.е. графика импульсной переходной функции $w(t)$.

Синтаксис команды: **impulse(w)**, где **w** – имя LTI – объекта.

7) Определение корней полинома, задаваемого вектором

$c = [\ c_0\ ,c_1\ ,\ldots c_k\ ],$ где c_i - коэффициенты полинома степени k .

Синтаксис команды: **roots (c),** где **c** – имя вектора коэффициентов полинома $c_0\ p^k +\ c_1\ p^{k-1} + \ldots\ c_k$.

3.1.3 Порядок выполнения работы

1) Записать передаточные функции разомкнутой системы $W(p)$ и замкнутой системы по управляющему воздействию $W_з(p)$. Вариант задания определяется преподавателем по Методическим указаниям [Л2.4]. Для выполнения этого задания необходимо руководствоваться п.1 на стр.5…8 Методических указаний [Л2.4].

2) Записать и предъявить преподавателю на проверку LTI – объекты для обеих передаточных функций $W(p)$ и $W_з(p)$.

3) Задать LTI – объекты в командном поле пакета Matlab . Сравнить записанные в п. 1) и выведенные на экран передаточные функции и убедиться в их идентичности.

Репозиторий БрГТУ

4) Определить и записать для отчёта нули и полюса обеих передаточных функций.

3.1.4 Содержание отчёта.

Отчёт о работе должен содержать:

1) Цель работы.
2) Исходные данные и структурную схему САУ.
3) Передаточные функции разомкнутой и замкнутой САУ.
4) Значения нулей и полюсов ПФ.
5) Выводы о назначении пакета *Matlab.*

3.2 Лабораторная работа №2. Типовые динамические звенья

Цель работы: получить основные характеристики типовых звеньев САУ с использованием пакета *Matlab.*

3.2.1 Краткие сведения из теории

Передаточную функцию всегда можно представить как соединение типовых или элементарных звеньев, порядок многочленов числителя и знаменателя у которых не выше второго. Известно, что многочлен любого порядка можно разложить на простые множители. Эти множители имеют вид

$$kp\ ,\quad d_0\,p + d_1\ ,\ \ d_0\,p^2 + d_1\,p + d_2 \qquad (2.1)$$

Передаточную функцию любого порядка можно представить как произведение простых множителей вида (2.1) и простых дробей вида(2.2).

$$k/p\ ,\ \ k/(d_0\,p + d_1)\ ,\ \ k/(d_0 p^2 + d_1 p + d_2) \qquad (2.2)$$

Звенья, передаточные функции которых имеют вид простых множителей (2.1) или простых дробей (2.2), называют ***типовыми*** или ***элементарными звеньями.***

1. Пропорциональное или усилительное звено.

Пропорциональным или усилительным называют звено, которое описывается уравнением $y(t) = k\,x(t)$.

Передаточная функция пропорционального звена $W(p) = k$.

Частотные и временные функции и характеристики звена имеют следующий вид.

Частотная передаточная функция $W(j\omega)=k$.

Амплитудно - фазовая частотная характеристика

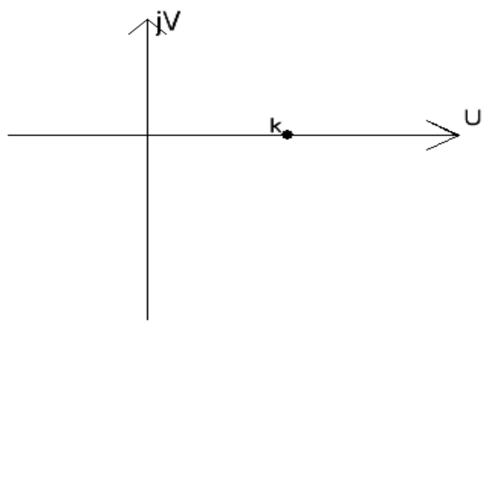


Рисунок 2.1

Амплитудно – фазовая частотная характеристика представляет собой точку на действительной оси комплексной плоскости .

Вещественная частотная функция $U(\omega)=k$.

Мнимая частотная функция $V(\omega)=0$.

Амплитудная частотная функция $A(\omega)=k$.

Фазовая частотная функция $\varphi(\omega)=0$.

Репозиторий БрГТУ

Логарифмическая амплитудно – частотная функция ***L(ω) = 20 lgk.***

Логарифмическая амплитудно – частотная характеристика параллельна оси частот и проходит на уровне ***20 lgk*** (дБ).

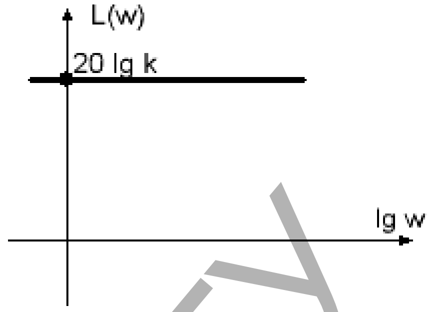


Рисунок 2.2

Фазовая частотная характеристика совпадает с осью частот.

Переходная функция ***h(t) = k 1(t).***

Переходная характеристика параллельна оси времени и проходит на уровне ***h(t) = k.***

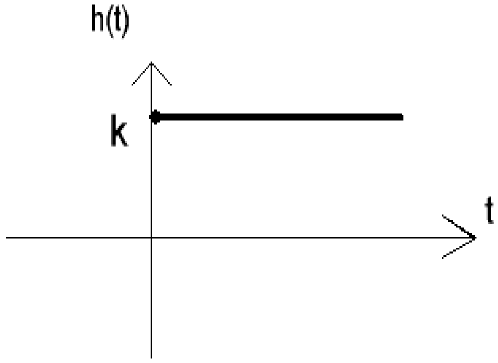


Рисунок 2.3

2. *Интегрирующее звено.*

Интегрирующим называют звено, которое описывается уравнением ***py = kx.***

Передаточная функция интегрирующего звена ***W(p) = k/p.***

Частотные и временные функции и характеристики звена имеют следующий вид.

Частотная передаточная функция ***W(jω)=k/ jω= - j k/ ω.***

Амплитудно - фазовая частотная характеристика

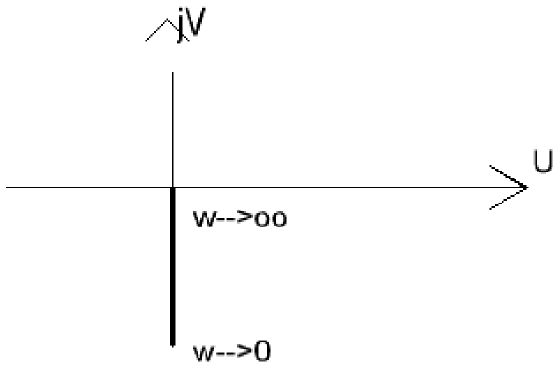


Рисунок 2.4

Амплитудно – фазовая частотная характеристика совпадает с отрицательной мнимой полуосью на комплексной плоскости.

Вещественная частотная функция   ***U(ω)=0.***

Мнимая частотная функция ***V(ω)= -k/ω .***

Амплитудная частотная функция   ***A(ω)= k/ ω.***

Фазовая частотная функция $\varphi(\omega)=-\pi/2= -90^{o}$.

Логарифмическая амплитудно – частотная функция

$$L(\omega) = 20\ lgk - 20lg\ \omega$$

Репозиторий БрГТУ

Логарифмическая амплитудно – частотная характеристика - наклонная прямая, проходящая через точку с координатами ***ω=1 и L(ω) = 20 lg k.*** Из выражения ***L(ω) = 20 lgk – 20lg ω*** следует, что при увеличении частоты на одну декаду ордината ***L(ω)*** уменьшается на 20 дБ. Наклон ЛАЧХ равен - 20 дБ/дек.

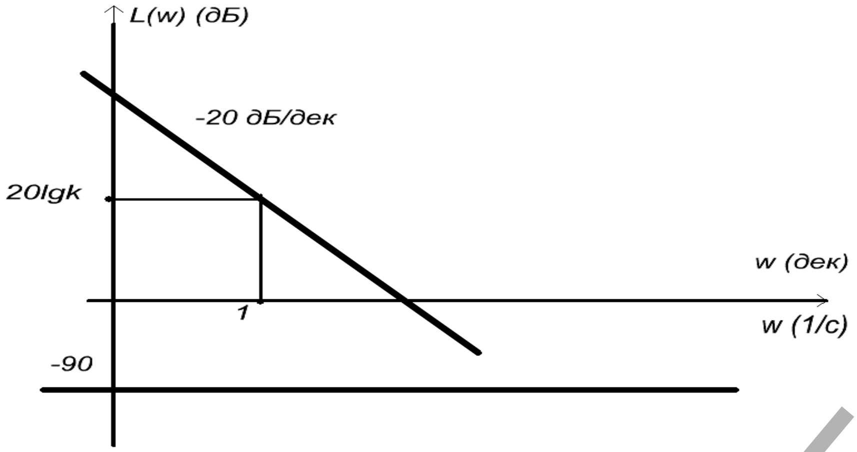


Рисунок 2.5

Фазовая частотная характеристика параллельна оси частот и проходит на уровне ***-π/2 (-90°).***

Переходная функция ***h(t) = k t.***

Переходная характеристика представляет собой прямую, проходящую через начало координат с коэффициентом наклона ***k .***

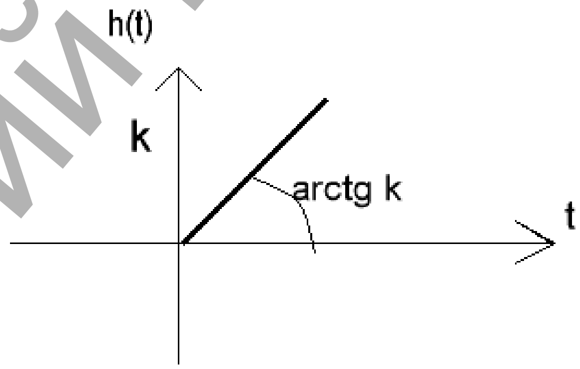


Рисунок 2.6

3. ***Апериодическое звено.***

Апериодическим или инерционным звеном первого порядка называют звено, которое описывается уравнением ***(Tp + 1) y = kx.***

Передаточная функция апериодического звена

$$W(p) = k/(Tp + 1),$$

где ***k*** – коэффициент усиления, ***T*** – постоянная времени .

Частотные и временные функции и характеристики звена имеют следующий вид.

Частотная передаточная функция

$$W(j\omega)=k/(T j\omega + 1).$$

Умножив числитель и знаменатель на комплексно – сопряжённое знаменателю число, получим

$$W(j\omega)=\frac{k}{(T\omega)^2+1} - \frac{kT\omega}{(T\omega)^2+1}\, j$$

Репозиторий БрГТУ

Амплитудно - фазовая частотная характеристика

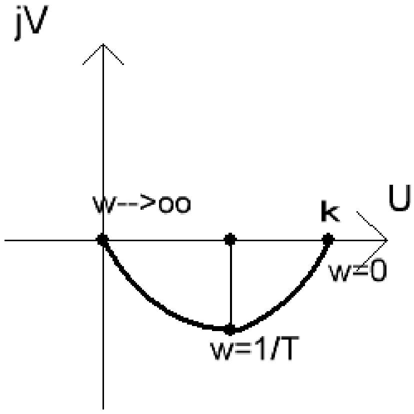


Рисунок 2.7

Амплитудно – фазовая частотная характеристика представляет собой полуокружность.

Вещественная частотная функция

$$U(\omega)=k/[(T\omega)^2 + 1].$$

Мнимая частотная функция

$$V(\omega)= - kT\omega/ [(T\omega)^2 + 1].$$

Амплитудная частотная функция

$$A(\omega)= k/ \surd((T\omega)^2 + 1).$$

Фазовая частотная функция

$$\varphi(\omega)=-arctg\ \omega T.$$

Логарифмическая амплитудно – частотная функция

$$L(\omega) = 20\ lgk - 20lg\ \surd((T\omega)^2 + 1). \quad (2.3)$$

На практике, как правило, строят так называемую асимптотическую логарифмическую амплитудно – частотную характеристику.

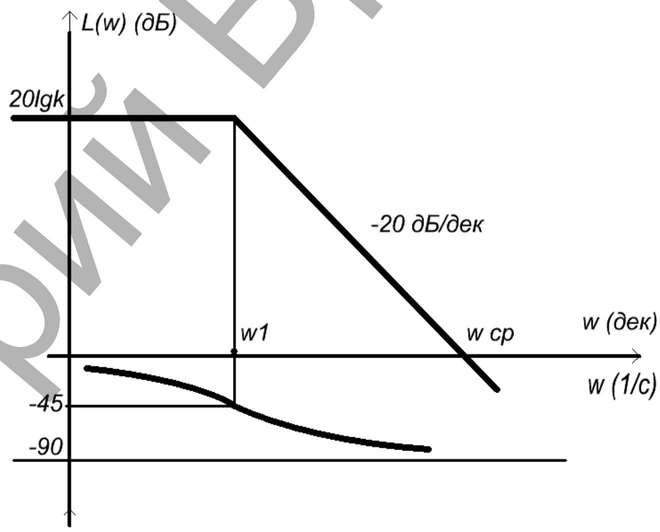


Рисунок 2.8

Уравнение асимптотической ЛАЧХ имеет вид

$L(\omega)\approx 20\ lg\ k$, если $\omega < \omega_1 = 1/T$.

$L(\omega)\approx 20\ lg\ k - 20\ lg\ T\ \omega$, если $\omega > \omega_1$.

Оно получается из уравнения (2.3) , если в нём под корнем при $\omega < \omega_1$ пренебречь первым слагаемым, а при $\omega > \omega_1$ вторым слагаемым.

Частоту $\omega_1=1/T$, при которой пересекаются асимптоты, называют сопрягающей частотой.

Согласно уравнению, асимптотическую ЛАЧХ строят следующим образом: до частоты $\omega = \omega_1$ проводят прямую, параллельную оси частот на уровне $L(\omega)=20\ lg\ k$, а далее через точку с координатами $\omega = \omega_1$ и $L(\omega)=20\ lg\ k$ – прямую под наклоном ***-20 дБ/дек***.

Точная и асимптотическая ЛАЧХ имеют наибольшее различие при сопрягающей частоте, отклонение составляет примерно 3 дБ.

Точка пересечения характеристики с осью частот определяет частоту среза ω_{cp}.

Фазовая частотная характеристика асимптотически стремится к нулю при $\omega \to 0$ и к $-\pi/2$ (-90^o) при $\omega \to \infty$. При $\omega = \omega_1$ фазовая частотная характеристика принимает значение $-\pi/4$ (-45^o).

Переходная функция получается как решение уравнения, описывающего апериодическое звено при $x(t) = 1(t)$ и нулевом начальном условии $x(0) = 0$.

$$h(t) = k (1 - e^{-t/T}).$$

Репозиторий БрГТУ

Переходная характеристика представляет собой экспоненциальную кривую. По ней можно определить параметры апериодического звена: передаточный коэффициент, равный установившемуся значению ***h(∞)*** и постоянную времени, равную значению ***t*** в точке пересечения касательной к характеристике в начале координат с асимптотой кривой переходного процесса.

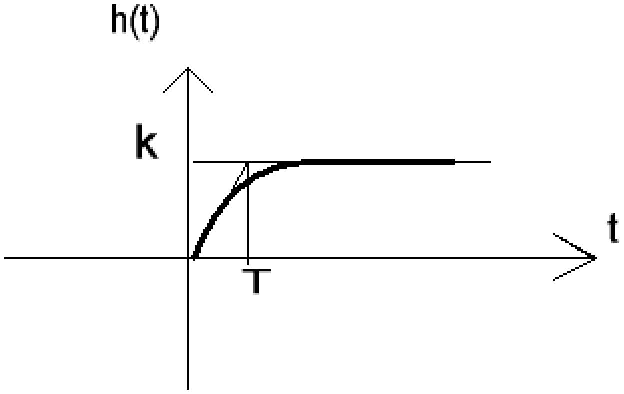


Рисунок 2.9

3.2.2 Порядок выполнения работы

1) Записать с числовыми значениями коэффициентов передаточные функции.

Усилительного звена

W(p) = k, ***k*** – номер группы

Интегрирующего звена

W(p) = k / p, k – номер группы

Апериодического звена

W(p) = k / (Tp + 1), ***k*** – номер группы, ***T*** – номер студента в списке группы

2) Получить с использованием функций пакета для каждого из элементарных звеньев основные характеристики, для этого:

- задать LTI – модель с использованием функции ***W = TF([…], […]);***
- вычислить нули и полюса передаточной функции звена;
- построить переходную и импульсную переходную функции звена и вывести на печать;
- построить диаграммы Боде и Найквиста и вывести на печать;
- отметить на всех диаграммах характерные точки. Характерными являются

координаты точек пересечения характеристик с осями , координаты асимптот и координаты экстремумов кривых.

3.2.3.Содержание отчета.

1) Цель работы.

2) Для каждого из элементарных звеньев:

- передаточная функция;
- запись LTI – модели, нулей и полюсов передаточной функции;
- распечатки графиков с отметкой характерных точек.

3) Выводы:

- ограничения возможностей пакета;
- возможность определения характерных точек из компьютерных диаграмм.

Репозиторий БрГТУ

3.3 Лабораторная работа №3. Звено второго порядка

Цель работы: построить частотные и временные характеристики звена второго порядка для разных значений коэффициента демпфирования с использованием пакета Matlab .

3.3.1 Краткие сведения из теории

Звено, которое описывается уравнением $(T_0^2 p^2 + T_1 p + 1)\, y = k\, x$ или другой форме $(T^2 p^2 + 2\xi T p + 1)\, y = k\, x$, где $T = T_0$, $\xi = T_1 / 2T$ является звеном второго порядка.

Передаточная функция

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1},$$

где k – коэффициент усиления, T – постоянная времени ,

ξ - коэффициент демпфирования.

Звено называют колебательным, если $0 < \xi < 1$; консервативным, если $\xi = 0$, апериодическим второго порядка, если $\xi \geq 1$.

Колебательное звено.

Частотные и временные функции и характеристики звена имеют следующий вид.

Частотная передаточная функция

$$W(j\omega) = k / [(1 - T^2\omega^2) + j2\xi T\omega]$$

Амплитудно - фазовая частотная характеристика

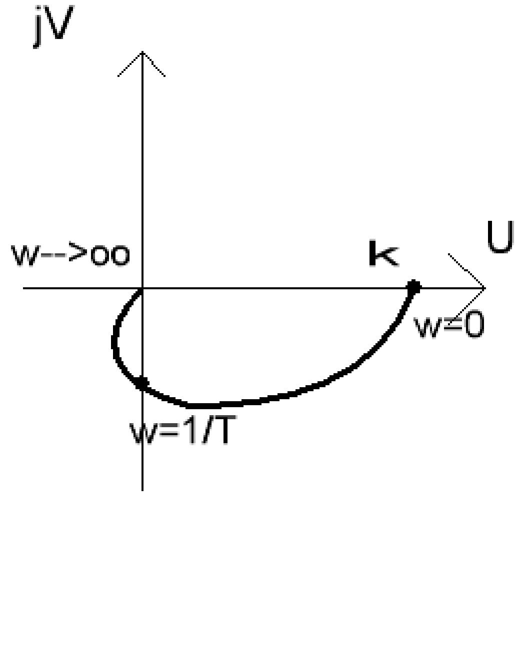


Рисунок 3.1

Умножив числитель и знаменатель частотной передаточной функции на комплексно – сопряжённую знаменателю функцию, получим вещественную и мнимую частотные функции.

Вещественная частотная функция

$$U(\omega) = \frac{k(1 - T^2\omega^2)}{(1 - T^2\omega^2)^2 + (2\xi T\omega)^2}$$

Мнимая частотная функция

$$V(\omega) = \frac{-2k\xi T\omega}{(1 - T^2\omega^2)^2 + (2\xi T\omega)^2}$$

Репозиторий БрГТУ

Амплитудная частотная функция

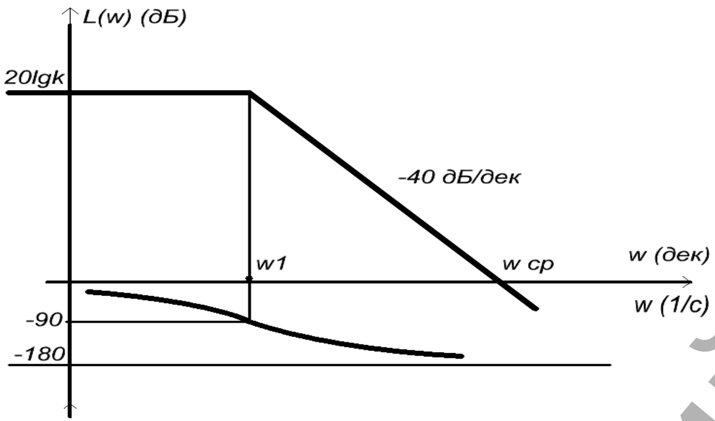
$$A(\omega)= k/ \sqrt{((1-T^2\omega^2)^2+(2\xi T\omega)^2)}$$

Фазовая частотная функция

$$\varphi(\omega)=- arctg\ 2\xi\omega T/ (1-T^2\omega^2) \text{ при } \omega\le 1/T$$
$$\varphi(\omega)= -\pi/2 - arctg\ 2\xi\omega T/ (1-T^2\omega^2) \text{ при } \omega> 1/T$$

Логарифмическая амплитудно – частотная функция

$$L(\omega) = 20\ lgk – 20lg\ \sqrt{((1-T^2\omega^2)^2+(2\xi T\omega)^2)} \quad (3.1)$$



На практике, как правило, строят так называемую асимптотическую логарифмическую амплитудно – частотную характеристику.

Рисунок 3.2

Уравнение асимптотической ЛАЧХ имеет вид

$$L(\omega)\approx 20\ lg\ k, \text{ если } \omega < \omega_1 = 1/T$$
$$L(\omega)\approx 20\ lg\ k – 40\ lg\ T\ \omega, \text{ если } \omega > \omega_1$$

Оно получается из уравнения (3.1) , если в нём под корнем при $\omega < \omega_1$ оставить только единицу, а при $\omega > \omega_1$ слагаемое $T^4\ \omega^4$. Частоту $\omega_1=1/T$, при которой пересекаются асимптоты, называют сопрягающей частотой.

Согласно уравнению, асимптотическую ЛАЧХ строят следующим образом: до частоты $\omega = \omega_1$ проводят прямую, параллельную оси частот на уровне $L(\omega)=20\ lg\ k$, а далее через точку с координатами $\omega = \omega_1$ и $L(\omega)=20\ lg\ k$ – прямую под наклоном -40 дБ/дек.

Точная и асимптотическая ЛАЧХ имеют существенное различие при сопрягающей частоте, отклонение зависит от коэффициента демпфирования и составляет при ξ=0,1 примерно 15 дБ.

Точка пересечения характеристики с осью частот определяет частоту среза $\omega_{ср}$.

Фазовая частотная характеристика асимптотически стремится к нулю при $\omega \to 0$ и к $-\pi$ (-180^o) при $\omega \to \infty$. При $\omega = \omega_1$ фазовая частотная характеристика принимает значение $-\pi/2$ (-90^o).

Переходная функция получается как решение уравнения, описывающего колебательное звено при $x(t) = 1(t)$ и нулевых начальных условиях $y(0) = y'(0)=0$.

$$h(t) = k[1 – \frac{\sqrt{(\alpha^2+\beta^2)}}{\beta} e^{-\alpha t} \sin(\beta t - \varphi_0)],$$

Где $\alpha = \xi/T$, $\beta = \sqrt{(1-\xi^2 /T)}$, $\varphi_0 = arctg [\sqrt{(1-\xi^2)}/\xi]$.

Репозиторий БрГТУ

По переходной характеристике можно определить параметры колебательного звена следующим образом. Передаточный коэффициент $\boldsymbol{k}$ определяют по установившемуся значению переходной функции. Постоянную времени $\boldsymbol{T}$ и коэффициент демпфирования $\boldsymbol{\xi}$ можно найти из уравнений

$$\beta T_k = 2\pi, \quad A_1/A_2 = e^{aTk},$$

где T_k – период колебаний, A_1, A_2 – амплитуды соседних колебаний относительно установившегося значения.

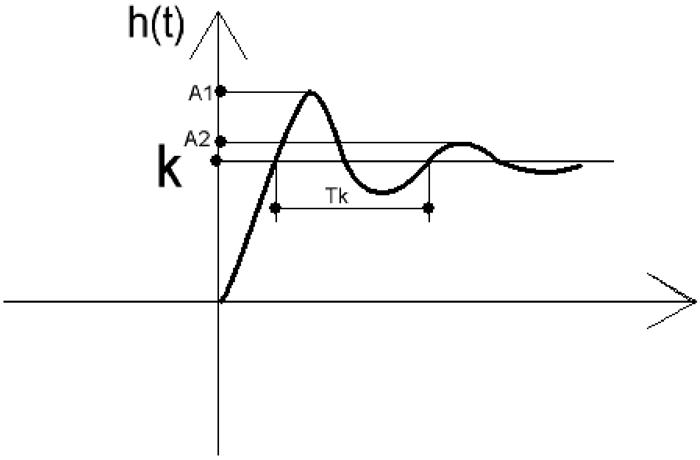


Рисунок 3.3

Консервативное звено ($\xi = 0$).

Передаточная функция

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 1}$$

Частотные и временные функции и характеристики звена имеют следующий вид.

Частотная передаточная функция

$$W(j\omega)=k/(1-T^2\omega^2)$$

Амплитудно - фазовая частотная характеристика

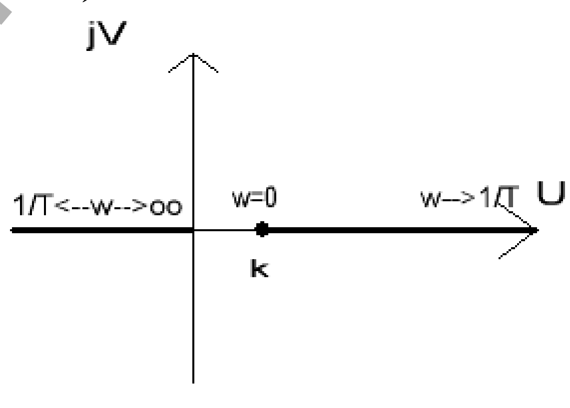


Рисунок 3.4

Вещественная частотная функция

$$U(\omega)= k(1-T^2\omega^2)$$

Мнимая частотная функция

$$V(\omega)=0$$

Амплитудная частотная функция

$$A(\omega)= k/(1-T^2\omega^2)$$

Фазовая частотная функция

$\varphi(\omega)=0$ при $\omega \le 1/T$

$\varphi(\omega)= -\pi$ при $\omega > 1/T$

Логарифмическая амплитудно – частотная функция

$$L(\omega) = 20\lg k - 20\lg(1-T^2\omega^2) \qquad (3.2)$$

Репозиторий БрГТУ

На практике, как правило, строят так называемую асимптотическую логарифмическую амплитудно – частотную характеристику.

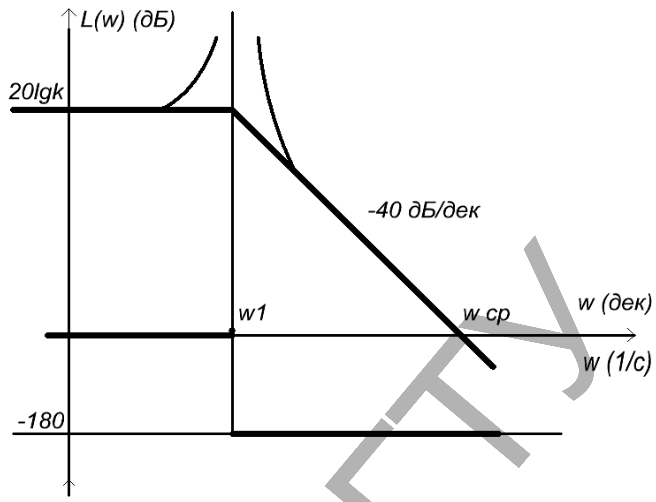


Рисунок 3.5

Уравнение асимптотической ЛАЧХ имеет вид

$\boldsymbol{L(\omega)\approx 20\ lg\ k,}$ если $\boldsymbol{\omega < \omega_1 = 1/T}$

$\boldsymbol{L(\omega)\approx 20\ lg\ k - 40\ lg\ T\ \omega,}$ если $\boldsymbol{\omega > \omega_1}$

Оно получается из уравнения (3.2) , если в нём при $\boldsymbol{\omega < \omega_1}$ оставить только единицу, а при $\boldsymbol{\omega > \omega_1}$ – слагаемое $\boldsymbol{T^2\ \omega^2}$. Частоту $\boldsymbol{\omega_1=1/T,}$ при которой пересекаются асимптоты, называют сопрягающей частотой.

Согласно уравнению, асимптотическую ЛАЧХ строят следующим образом: до частоты $\boldsymbol{\omega = \omega_1}$ проводят прямую, параллельную оси частот на уровне $\boldsymbol{L(\omega)=20\ lg\ k,}$ а далее через точку с координатами $\boldsymbol{\omega = \omega_1}$ и $\boldsymbol{L(\omega)=20\ lg\ k}$ – прямую под наклоном ***-40 дБ/дек.***

Точная и асимптотическая ЛАЧХ имеют существенное различие при сопрягающей частоте. Точная характеристика на частоте сопряжения $\boldsymbol{\omega_1}$ устремляется в бесконечность и испытывает разрыв.

Точка пересечения характеристики с осью частот определяет частоту среза $\boldsymbol{\omega_{ср}}$.

Фазовая частотная характеристика равна нулю при $\boldsymbol{\omega \to 0}$ и равна $-\pi$ (-180^o) при $\boldsymbol{\omega \to \infty}$. При $\boldsymbol{\omega = \omega_1}$ фазовая частотная характеристика испытывает разрыв. Переходная функция

$$\boldsymbol{h(t) = k\ (1 - \cos\omega_1 t\ )}$$

Переходная характеристика представляет собой график незатухающих гармонических колебаний.

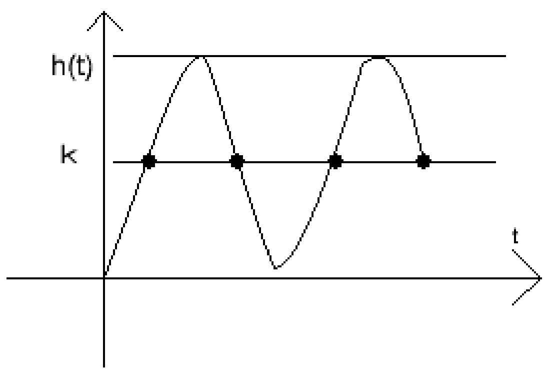


Рисунок 3.6

Апериодическое звено второго порядка ($\xi \geq 1$).

Передаточная функция звена может быть представлена в виде

$$\boldsymbol{W(p) = \frac{k}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)},}$$

где $\boldsymbol{T_{1,2}=T/(\xi \pm \sqrt{(\xi^2 - 1)})}$

репозиторий БрГТУ

Апериодическое звено второго порядка можно представить как последовательное соединение двух апериодических звеньев первого порядка.
Оно не является элементарным звеном.

3.3.2 Порядок выполнения работы

1) Изучить теорию поведения звена второго порядка в зависимости от значения коэффициента демпфирования.

2) Записать с числовыми значениями коэффициентов выражения для передаточных функций

$$\boldsymbol{W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi Tp + 1}}$$

при различных значениях коэффициента демпфирования ξ.

Значения коэффициентов принять равными

- ***k*** - номер группы;
- ***T = 1/ (N+3),*** где ***N*** – номер студента в списке группы;
- ***ξ = 0,N*** – для колебательного звена;
- ***ξ = 1,N*** – для апериодического звена;
- ***ξ = 0*** – для консервативного звена.

3) Получить с пакетом Matlab и зафиксировать нули, полюса, временные и частотные характеристики звена в трёх случаях и отметить на всех диаграммах характерные точки.

4) Оформить отчёт в соответствии с общими методическими указаниями.

3.4. Лабораторная работа №4. Устойчивость САУ

Цель работы: исследовать устойчивость САУ по корням характеристического уравнения с пакетом Matlab.

3.4.1 Краткие сведения из теории

В общем случае дифференциальное уравнение линейной системы автоматического управления в операторной форме имеет вид

$$\boldsymbol{(a_0p^n+a_1p^{n-1}+\ldots+a_n)y=(b_0p^m+b_1p^{m-1}+\ldots+b_m)x,} \qquad (4.1)$$

где $\boldsymbol{a_0 \ldots a_i \ldots a_n}$, $\boldsymbol{b_0 \ldots b_j \ldots b_m}$ – числовые коэффициенты; $\boldsymbol{p=d/dt}$ – оператор дифференцирования; $\boldsymbol{x}$ – входное воздействие; $\boldsymbol{y}$ – выходная величина.

Процесс регулирования описывается решением дифференциального уравнения , которое находится как сумма двух решений – *частного решения* неоднородного уравнения с правой частью и *общего решения* уравнения без правой части, т.е. с левой частью, приравненной к нулю.

$$\boldsymbol{y\ (t) = y_{частн}\ (t) + y_{общ}\ (t)\ .} \qquad (4.2)$$

В случае $\boldsymbol{y_{частн}\ (t)=const}$ его называют *установившимся значением*. В технике первую составляющую называют *вынужденной*, а вторую – *переходной* составляющими движения системы $\boldsymbol{y\ (t) = y_в\ (t) + y_п\ (t).}$

Репозиторий БрГТУ

Система называется устойчивой, если с течением времени при $t \to \infty$ переходная составляющая будет стремиться к нулю $y_n(t) \to 0$.

Найдём эту составляющую. Для этого необходимо найти общее решение дифференциального уравнения с нулевой правой частью.

$$a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y = 0 . \qquad (4.3)$$

Общее решение ищется в виде $y_n(t) = y_{общ}(t) = C\, e^{\delta t}$. Дифференцируя это выражение n раз и подставляя в (4.3) , получим после сокращения на общий множитель $C\, e^{\delta t}$

$$a_o \delta^n + a_1 \delta^{n-1} + \dots + a_{n-1} \delta + a_n = 0. \qquad (4.4)$$

Полученное алгебраическое уравнение называется характеристическим . Его корни $\delta_1, \delta_2, \dots \delta_n$ определяют характер переходной составляющей решения дифференциального уравнения, а следовательно, характер переходного процесса в системе. Отметим, что левая часть (4.4) совпадает с левой частью (4.1), поэтому характеристическое уравнение получают, приравнивая левую часть (4.1) к нулю.

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0. \qquad (4.5)$$

Однако нужно помнить , что здесь $p = \delta$ обозначает не символ дифференцирования, а некоторое комплексное число, являющееся корнем характеристического уравнения системы.

Переходная составляющая решения может быть записана в виде

$$y(t) = C_1 e^{p1t} + C_2 e^{p2t} + \dots + C_n e^{pnt} , \qquad (4.6)$$

где $p_1 , p_1 , \dots p_n$ - корни характеристического уравнения; $C_1 , C_2 , \dots C_n$ - постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий.

Корни характеристического уравнения определяются только левой частью уравнения (4.1), а постоянные интегрирования также правой частью этого уравнения. Поэтому скорость затухания и форма переходного процесса определяются как левой, так и правой частями дифференциального уравнения. Однако устойчивость системы определяет только факт затухания переходного процесса. Следовательно, устойчивость системы не зависит от правой части дифференциального уравнения и определяется только характеристическим уравнением. Отметим, какими свойствами должны обладать корни для обеспечения необходимых и достаточных условий устойчивости системы.

Корни могут быть вещественными, комплексно – сопряжёнными и мнимыми.

1. Вещественный корень. Если вещественный корень p_1 отрицательный ($p_1 = -\alpha$, где α - заведомо положительное число) , то слагаемое $C_1 e^{-\alpha 1t}$ в (4.6) , определяемое этим корнем, будет затухать. При р = +α соответствующее слагаемое будет нарастать, процесс будет расходиться.

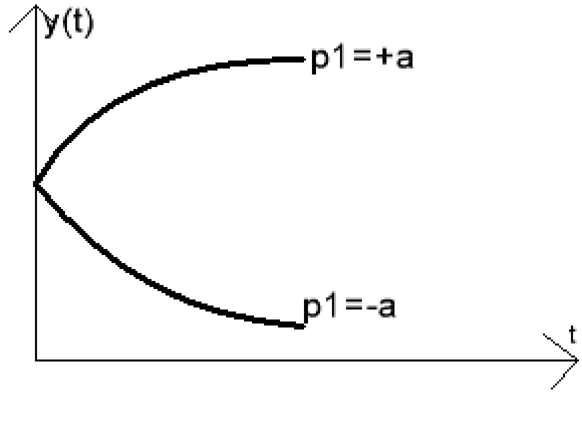


Рисунок 4.1

Репозиторий БрГТУ

2. Комплексно – сопряжённые корни. При отрицательной вещественной части два комплексно – сопряжённых корня будут иметь вид $p_{1,2} = -\alpha \pm j\beta$. Соответствующие слагаемые в (4.6) будут иметь вид
$C_1 e^{-(\alpha + j\beta)t} + C_2 e^{-(\alpha - j\beta)t} = Ae^{-\alpha t} \sin(\beta t + \psi)$, где A и ψ - постоянные интегрирования, амплитуда и фаза затухающих колебаний . При этом мнимая часть корня β определяет круговую частоту колебаний, а вещественная часть корня α - показатель затухания огибающей колебательного процесса.
При положительной вещественной части $p_{1,2} = +\alpha \pm j\beta$ колебания будут расходящимися (рис.4.2).

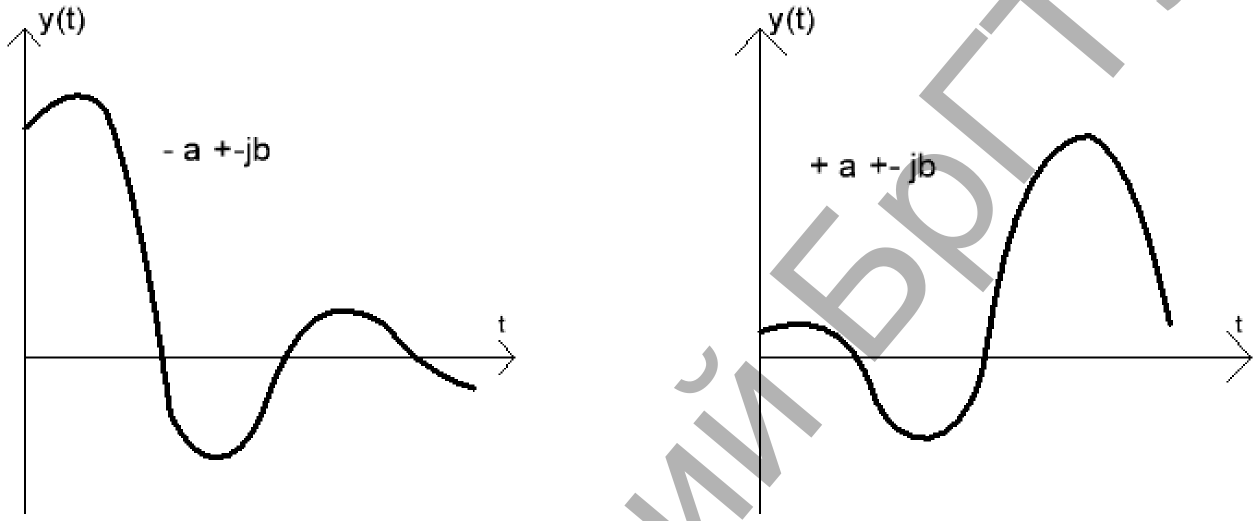


Рисунок 4.2

3.Мнимые корни. В этом случае корни имеют вид $p = \pm j\beta$ Слагаемое, определяемое этими корнями, имеет вид $C_1 e^{j\beta t} + C_2 e^{-j\beta t} = A \sin(\beta t + \psi)$. График этой составляющей представляет незатухающие колебания с постоянной амплитудой (рис.4.3).

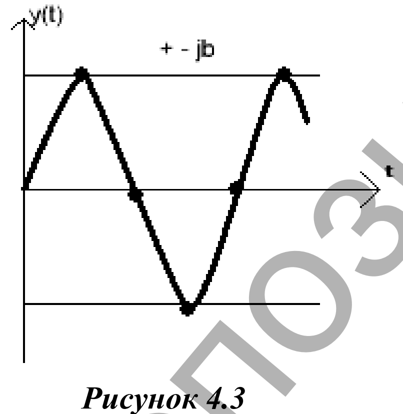


Рисунок 4.3

Из рассмотрения поведения системы в зависимости от значения корней можно сделать вывод: для затухания переходного процесса необходимо и достаточно, чтобы вещественные части корней были отрицательными. Если хотя бы один корень будет иметь положительную вещественную часть, то переходный процесс будет расходиться, т.е. система будет неустойчивой.

Корни характеристического уравнения можно отобразить в виде точек на комплексной плоскости (рис.4.4).

Для устойчивости САУ *необходимо и достаточно,* чтобы все корни лежали слева от мнимой оси комплексной плоскости корней. Мнимая ось представляет собой граничную линию, вправо за которую не должны переходить корни характеристического уравнения.

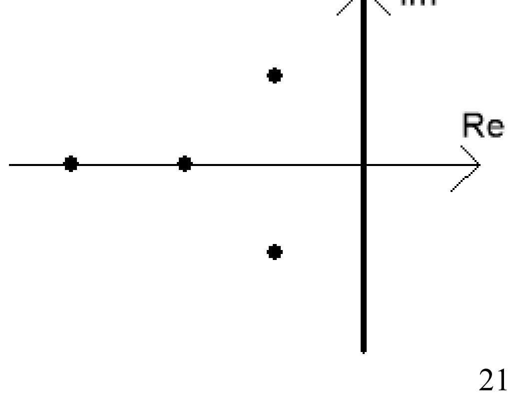


Рисунок 4.4

Репозиторий БрГТУ

Мнимая ось является *границей устойчивости*. Вся левая полуплоскость является *областью устойчивости системы*.

Характеристическое уравнение получают, приравнивая к нулю знаменатель передаточной функции замкнутой системы.

3.4.2 Порядок выполнения работы

1) Изучить понятие и условия определения устойчивости САУ по корням характеристического полинома.

2) Для САУ замкнутой системы с передаточной функцией из лабораторной работы №1 определить полюса и изобразить их на комплексной плоскости корней аналогично рис.4.4.

3) Построить переходную характеристику для замкнутой САУ и вывести её на принтер.

4) Сделать выводы об устойчивости и характере переходного процесса и оформить отчёт в соответствии с общими методическими указаниями.

3.5 Лабораторная работа №5. Частотные годографы САУ

Цель работы: построить годограф для знаменателя передаточной функции замкнутой системы (кривая Михайлова) и годограф для передаточной функции разомкнутой системы с пакетом Matlab (кривая Найквиста). Сделать вывод об устойчивости системы.

3.5.1 Краткие сведения из теории

Критерий устойчивости Михайлова.

Левая часть характеристического уравнения представляет собой характеристический полином

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_n .$$

При подстановке $p = j\,\omega$ получим характеристический комплекс

$$D(j\omega) = X(\omega) + j\,Y(\omega) = D(\omega)\, e^{j\psi\omega} ,$$

где вещественная часть будет содержать чётные степени ω

$$X(\omega) = a_n - a_{n-2}\,\omega^2 + \ldots ,$$

мнимая часть – нечётные степени ω

$$Y(\omega) = a_{n-1}\,\omega - a_{n-3}\,\omega^3 + \ldots$$

$D(\omega)$ и $\psi(\omega)$ представляют собой модуль и фазу (аргумент) характеристического комплекса.

Характеристический полином не будет иметь корней в правой полуплоскости, если полное приращение аргумента $\psi(\omega)$ при изменении круговой частоты ω от 0 до ∞ равно $n\,\pi/2$, где n – степень полинома $D(p)$. В этом случае система будет устойчивой. Покажем это.

При любом значении частоты ω величина $D(j\omega)$ определяет на комплексной плоскости вектор с проекциями X и Y по координатным осям. При непрерывном изменении частоты от нуля до бесконечности вектор будет описывать своим концом некоторую кривую (годограф), которую называют кривой Михайлова.

Репозиторий БрГТУ

Выясним связь между видом кривой Михайлова и знаками вещественной части корней характеристического уравнения. Для этого запишем характеристический полином в виде произведения сомножителей.

$$D(p) = a_0\,(p - p_1)\,(p - p_2)\,\ldots\,(p - p_n).$$

Характеристический вектор в этом случае можно представить в виде

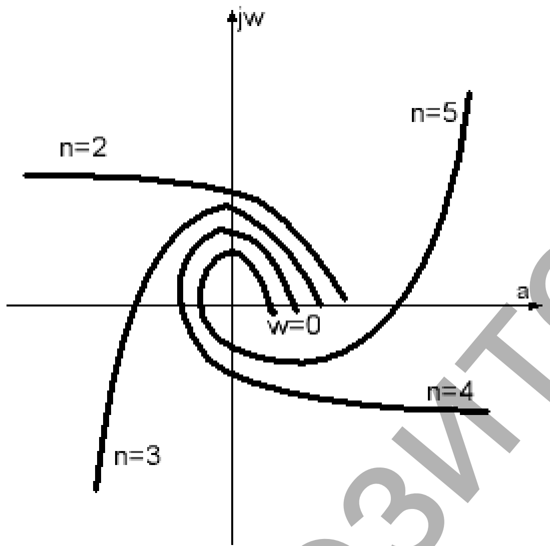
$$D(j\omega) = a_0\,(j\omega - p_1)\,(j\omega - p_2)\,\ldots\,(j\omega - p_n).$$

Каждый сомножитель в скобках представляет комплексное число. Следовательно, характеристический вектор представляет собой произведение n комплексных чисел. При перемножении аргументы комплексных чисел складываются. Поэтому результирующий угол поворота вектора $D(j\omega)$ при изменении ω от нуля до бесконечности будет равен сумме углов поворота отдельных сомножителей.

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 + \ldots + \psi_n.$$

С учётом вышеприведённых соотношений А.В.Михайловым сформулирован следующий критерий устойчивости для линейных систем любого порядка.

Для устойчивости системы n *– го порядка необходимо и достаточно, чтобы вектор* $D(j\omega)$ *, описывающий кривую Михайлова, при изменении* ω *от нуля до бесконечности имел угол поворота* $n\,(\pi/2)$.



Для устойчивых систем кривая Михайлова имеет плавную спиралевидную форму, причём конец её уходит в бесконечность в том квадранте комплексной плоскости, номер которого соответствует степени характеристического уравнения.

Для неустойчивых систем последовательность прохода квадрантов нарушается, вследствие чего угол поворота вектора $D(j\omega)$ оказывается меньше $n\,(\pi/2)$. Вид кривых Михайлова для устойчивых систем с разным порядком n характеристического уравнения показан на рис.5.1.

Рисунок 5.1.

Приведённые соображения позволяют сформулировать критерий Михайлова следующим образом: *для устойчивой системы кривая Михайлова, начинаясь на положительной полуоси оси вещественных последовательно проходит* n *квадрантов, где* n *– порядок характеристического уравнения замкнутой системы.*

Рассмотрим вид кривой Михайлова для частных случаев значений корней характеристического уравнения.

В случае нулевого корня система находится на границе устойчивости. Свободный член характеристического полинома $a_n = 0$, система обладает астатизмом первого порядка. Кривая Михайлова идёт из начала координат (рис.5.2).

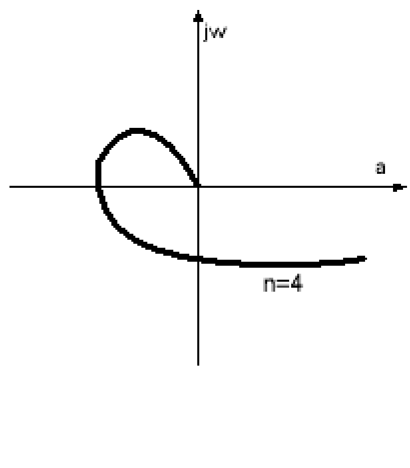


Рисунок 5.2

В случае пары чисто комплексных корней характеристический полином обращается в нуль при подстановке $p = j\omega_0$, $D(j\omega_0) = X(\omega_0) + jY(\omega_0) = 0$. Отсюда вытекает два равенства : $X(\omega_0) = 0$, $Y(\omega_0) = 0$. Это означает, что точка $\omega = \omega_0$ попадает в начало координат (рис.5.3). Система на границе устойчивости. При этом ω_0 является частотой незатухающих колебаний.

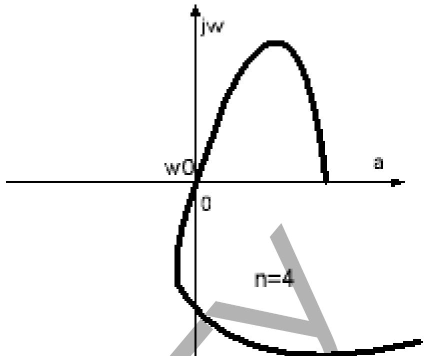


Рисунок 5.3

Критерий устойчивости Найквиста

В основе критерия Найквиста также лежит построение годографа, но за основу берётся передаточная функция разомкнутой системы, которая может быть представлена в виде

$$W(p) = \frac{R(p)}{Q(p)} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \ldots + b_m}{c_0 p^n + c_1 p^{n-1} + \ldots + c_n},$$

причём степень числителя не может быть выше степени знаменателя $m < n$. Частотная передаточная функция разомкнутой системы

$$W(j\omega) = U(\omega) + j\,V(\omega) = A(\omega)\, e^{j\varphi(\omega)}$$

представляет собой комплексную функцию. Если изменять частоту от $-\infty$ до $+\infty$, то геометрическое место точек конца вектора, соответствующего комплексному значению функции, при каждом значении ω образует амплитудно – фазовую характеристику разомкнутой системы (рис.5.4).

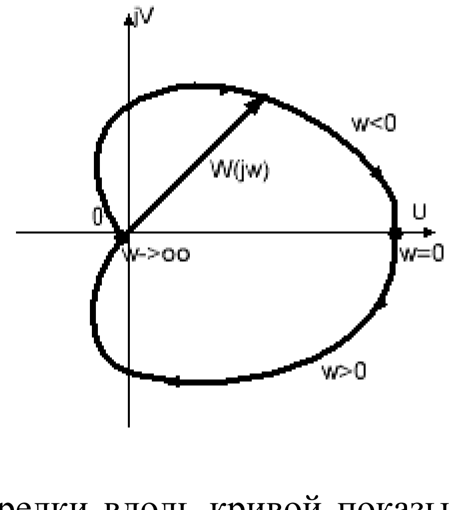


Рисунок 5.4

Ветвь этой характеристики, соответствующая отрицательным частотам, является зеркальным отражением ветви, соответствующей положительным частотам, относительно оси вещественных. Стрелки вдоль кривой показывают направление возрастания частоты.

В реальных системах всегда удовлетворяется условие $m < n$. Поэтому при частоте, стремящейся к бесконечности, модуль частотной передаточной функции всегда стремится к нулю, и точка с частотой $\omega \to \pm\infty$ попадает в начало координат.

Для формулировки необходимых и достаточных требований к амплитудно – частотной характеристике разомкнутой системы, при выполнении которых САУ в замкнутом состоянии будет устойчива, ограничим вначале для простоты рассмотрение кругом статических систем. Это означает, что знаменатель передаточной функции не содержит в качестве сомножителя оператор p.

Репозиторий БрГТУ

Кроме того, будем пока рассматривать устойчивые в разомкнутом состоянии системы. Это значит, что полюса, т.е. корни уравнения

$$c_0p^n+c_1p^{n-1}+\ldots+c_n = 0$$

лежат в левой полуплоскости.

Критерий Найквиста формулируется следующим образом. *Для устойчивой замкнутой системы амплитудно – фазовая характеристика разомкнутой системы (рис.7) не должна охватывать точку с координатами* ***(-1, j0).***

Для определения устойчивости достаточно построить АФХ только для положительных частот, т.к. ветвь для отрицательных частот получается зеркальным отображением относительно оси вещественных.

Систему называют абсолютно устойчивой, если свойство устойчивости сохраняется при любом уменьшении коэффициента передачи разомкнутой цепи.

Годограф в этом случае имеет вид, представленный на рис.5.5.

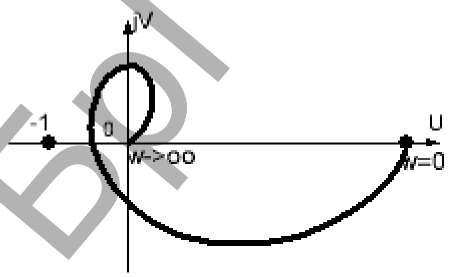


Рисунок 5.5

Случай условно устойчивой системы представлен на рис.5.6

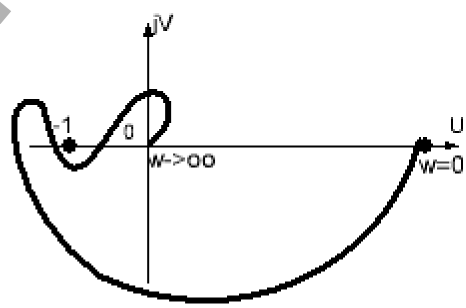


Рисунок 5.6

На рис.5.7 представлен случай, когда система находится на границе устойчивости. Граница устойчивости соответствует паре чисто мнимых корней характеристического уравнения, процесс представляет собой незатухающие колебания.

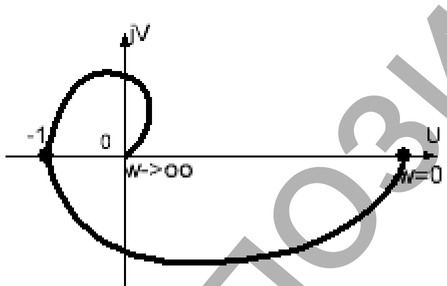


Рисунок 5.7

Для неустойчивой системы годограф представлен на рис.5.8.

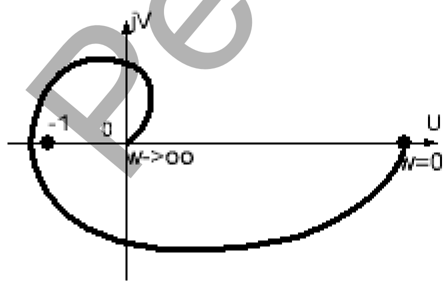


Рисунок 5.8

Для разомкнутой системы с астатизмом первого порядка передаточная функция может быть представлена в следующем виде .

$$W(p) = \frac{K(B_0p^m+B_1p^{m-1}+\ldots+1)}{p(C_0p^{n-1}+C_1p^{n-2}+\ldots+1)}.$$

Репозиторий БрГТУ

Пусть все корни знаменателя передаточной функции, кроме нулевого $\boldsymbol{p = 0}$, лежат в левой полуплоскости, т.е. система в разомкнутом состоянии является устойчивой. Амплитудно – фазовая характеристика разомкнутой системы имеет разрыв непрерывности в точке $\boldsymbol{\omega = 0}$. В этой точке модуль $\boldsymbol{A(0) \to \infty}$, а фаза делает скачок на 180^o . АФХ абсолютно – устойчивой системы с астатизмом первого порядка приведена на рис.5.9

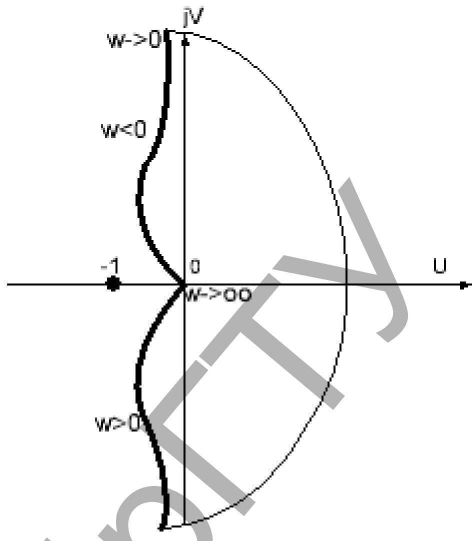


Рисунок 5.9

Характеристика начинается в начале координат при $\boldsymbol{\omega \to -\infty}$ и затем уходит в бесконечность при $\boldsymbol{\omega \to 0}$ (верхняя ветвь). Далее характеристика дополняется полуокружностью бесконечно большого радиуса так, чтобы вектор повернулся по часовой стрелке частоты от $\boldsymbol{0}$ до $+\infty$. АФХ не охватывает точку ***(-1, j0)*** , система в замкнутом состоянии будет устойчивой.

В общем случае система в разомкнутом состоянии может быть неустойчивой. Неустойчивость системы в разомкнутом состоянии не означает, что замкнутая система обязательно неустойчива. Критерий устойчивости Найквиста в этом случае формулируется иначе. Пусть знаменатель передаточной функции содержит $\boldsymbol{m}$ корней в правой полуплоскости и $\boldsymbol{n\text{-}m}$ в левой. Тогда при изменении частоты от $\boldsymbol{-\infty}$ до $\boldsymbol{+\infty}$ для устойчивой в замкнутом состоянии системы результирующий угол поворота годографа вектора $\boldsymbol{W(j\omega)}$ относительно точки ***(-1, j0)*** должен составить $\boldsymbol{\psi = m\ 2\pi}$. АФХ должна охватить точку ***(-1, j0)*** столько раз, сколько корней в правой полуплоскости имеет знаменатель передаточной функции разомкнутой системы.

Практическое значение критерия Найквиста заключается в том, что он служит основой для использования логарифмических частотных характеристик для определения устойчивости системы.

3.5.2 Порядок выполнения работы

1) Выделить характеристический полином (знаменатель передаточной функции) ***замкнутой*** системы из лабораторной работы №1. Заменой $\boldsymbol{p \to j\omega}$ записать характеристический комплекс и разделить в нём вещественную и мнимую части. Подставляя значения ω из ряда 0, 1, 10, 100, 1000…, найти координаты для вещественной и мнимой составляющих. По полученным точкам на комплексной плоскости построить годограф Михайлова. Сделать вывод об устойчивости системы.

2) Записать LTI – объект для передаточной функции ***разомкнутой*** системы и построить кривую Найквиста с пакетом Matlab . Сделать вывод об устойчивости системы.

3) Оформить отчёт в соответствии с общими методическими указаниями.

Репозиторий БрГТУ

3.6 Лабораторная работа №6. Логарифмические частотные характеристики

Цель работы: построить асимптотическую логарифмическую частотную характеристику, диаграмму Боде и совместить их по характерным точкам.

3.6.1 Краткие сведения из теории

Построение логарифмических частотных характеристик.

Передаточные функции разомкнутых одноконтурных систем можно представить как произведение передаточных функций элементарных звеньев.

$$W(p) = \prod_{i=1}^{n} W_i(p)$$

В этом случае модули $A(\omega)=|W(j\omega)|$, $A_i(\omega)=|W_i(j\omega)|$ связаны соотношением

$$A(\omega) = \prod_{i=1}^{n} A_i(\omega).$$

Аргументы $\varphi(\omega)=arg\ W(j\omega)$, $\varphi_i(\omega)=arg\ W_i(j\omega)$ связаны соотношением

$$\varphi(\omega)= \sum_{i=1}^{n} \varphi_i(\omega).$$

Логарифмические амплитудно – частотные функции связаны соотношением

$$L(\omega)= \sum_{i=1}^{n} L_i(\omega),$$

где $L(\omega)=20\ lg\ A(\omega)$, $L_i(\omega)=20\ lg\ A_i(\omega)$.

Из этого вытекает следующее правило построения логарифмических частотных характеристик: строят ЛЧХ отдельных звеньев, а затем их графически складывают.

На практике используют несколько иной, более простой порядок построения ЛАЧХ. Проиллюстрируем это на примере системы с передаточной функцией

$$W(p)=\frac{k\ (T_2\, p+1)}{p(T_1\, p+1)\ (T_3^2 p^2+2\xi T_3\, p+1)} = \frac{100(p+1)}{p(10p+1)\ (0{,}01p^2+0{,}1p+1)}\ .$$

Логарифмическая амплитудно – частотная функция

$$L(\omega)=40 - 20\ lg\ \omega - 20\ lg\ \sqrt{(10\omega)^2+1} + 20\ lg\ \sqrt{\omega^2+1} -$$
$$- \ 20\ lg \sqrt{(1-0{,}01\omega^2)^2+(0{,}1\omega)^2}\ .$$

Асимптотическая ЛАЧХ системы состоит из четырёх асимптот и строится следующим образом. Рассчитаем сопрягающие частоты

$\omega_1 = 1/T_1 = 1/10 = 0{,}1;\ \omega_2 = 1/T_2 = 1;\ \omega_3 = 1/T_3 = 1/0{,}1 = 10$

Здесь ω_1, ω_2, ω_3 – сопрягающие частоты апериодического, форсирующего и колебательного звеньев соответственно. При построении асимптотической ЛАЧХ элементарных звеньев при частотах, меньших сопрягающей частоты, под корнем оставляют единицу, а остальными членами пренебрегают, а при частотах, больших сопрягающей, оставляют член с наивысшей степенью ω.

Репозиторий БрГТУ

В рассматриваемом примере при $\omega < \omega_1$

$$L(\omega) \approx 40 - 20\lg\omega.$$

Это уравнение *первой асимптоты*. По этому уравнению первую асимптоту проводят через точку с координатами $\omega = 1$ ($\lg\omega = 0$) и $L(\omega) = 20\lg k$ с наклоном 20 дБ/дек. Она заканчивается на первой сопрягающей частоте.

При $\omega_1 \le \omega < \omega_2$ имеем

$$L(\omega) \approx 40 - 20\lg\omega - 20\lg 10\omega = 20 - 40\lg\omega.$$

Это уравнение *второй асимптоты*. Её наклон изменяется на **– 20 дБ/дек**, что обусловлено апериодическим звеном, и составляет **– 40 дБ/дек**. Вторую асимптоту проводят от конца первой асимптоты до второй сопрягающей частоты.

При $\omega_2 \le \omega < \omega_3$ имеем

$$L(\omega) \approx 20 - 40\lg\omega + 20\lg\omega = 20 - 20\lg\omega.$$

Это уравнение *третьей асимптоты*. Её наклон изменяется на **+20 дБ/дек**, что обусловлено форсирующим звеном. Третью асимптоту проводят от конца второй до третьей сопрягающей частоты с наклоном **- 20 дБ/дек.**

При $\omega \ge \omega_3$

$$L(\omega) \approx 20 - 20\lg\omega - 40\lg 0{,}1\omega = 60 - 60\lg\omega.$$

Это уравнение последней *четвертой асимптоты*. Её наклон меняется по отношению к третьей асимптоте на **– 40 дБ/дек** и обусловливается колебательным звеном. Четвёртая асимптота проходит от третьей сопрягающей частоты под наклоном **– 60 дБ/дек**.

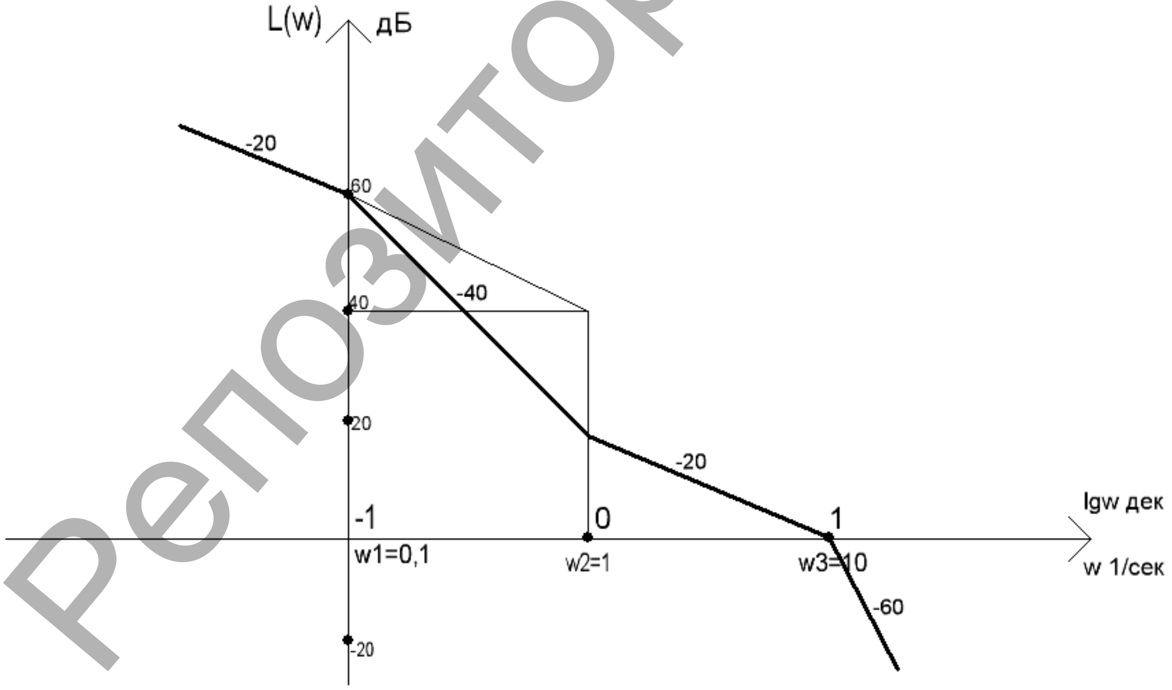


Рисунок 6.1

Сформулируем порядок построения асимптотической ЛАЧХ.

1. Вычислить сопрягающие частоты и значение $20\lg k$, где k – передаточный коэффициент системы, равный произведению передаточных коэффициентов звеньев.

Репозиторий БрГТУ

2. Построить первую асимптоту до первой сопрягающей частоты через точку с координатами $\omega = 1 (c^{-1})$, $L(\omega) = 20 \lg k (дБ)$ с наклоном **- *n* 20** *(дБ/дек)* **,** где ***n*** – число интегрирующих звеньев в передаточной функции системы.

3.Построить вторую асимптоту от конца первой до второй сопрягающей частоты. Её наклон изменяется по сравнению с предыдущей на ***+ 20, - 20*** или ***– 40 дБ/дек*** в зависимости от того, определяется ли сопрягающая частота форсирующим, апериодическим или колебательным звеном соответственно.

4. Каждая последующая асимптота строится аналогично второй. Последняя асимптота ограничена только на сопрягающей частоте слева.

Фазовые частотные характеристики строятся путем графического сложения кривых для элементарных звеньев системы.

3.6.2 Порядок выполнения работы

1) Записать передаточную функцию разомкнутой системы по заданному варианту как произведение передаточных функций элементарных звеньев с числовыми значениями коэффициентов. Записать выражения для логарифмической амплитудной и фазовой частотных функций, руководствуясь материалом п. 3.6.1. и 3.2.1.

2) Построить асимптотическую ЛАЧХ и отметить на ней характерные точки.

3) С пакетом Matlab построить диаграмму Боде, отметить на распечатке наклоны участков ЛАЧХ, частоты сопряжения и среза.

4) Оформить отчёт в соответствии с требованиями общих методических указаний.

3.7 Лабораторная работа №7. Временные характеристики САУ

Цель работы: определить технические параметры САУ по переходной характеристике.

3.7.1 Краткие сведения из теории

Наиболее распространены прямые оценки качества, полученные по кривой переходного процесса ***h(t)*** , т.е. при воздействии единичной ступенчатой функции.

$$1(t) = 1 \text{ при } t \geq 0, \quad 0 \text{ при } t < 0.$$

Общий вид переходной характеристики представлен на рис.7.1.

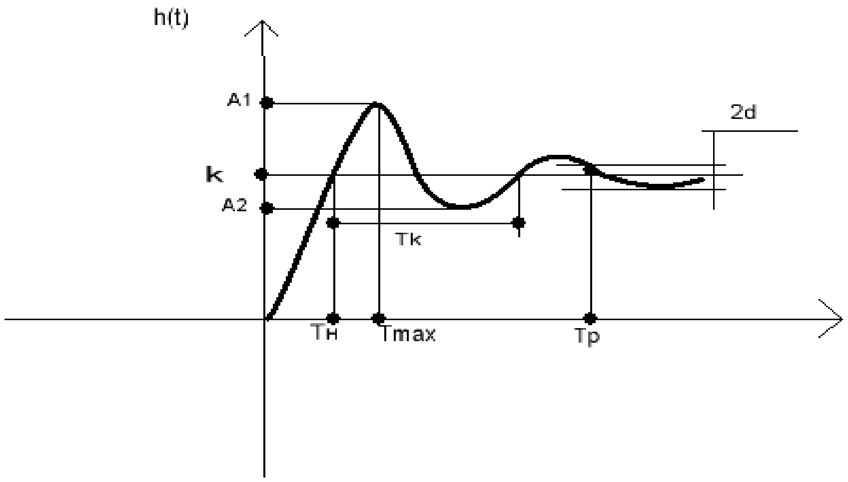


Рисунок 7.1.

Репозиторий БрГТУ

К прямым оценкам качества относят следующие характеристики.

1. Время регулирования t_p - минимальное время, по истечении которого регулируемая величина будет оставаться близкой к установившемуся значению k с заданной точностью d.

$$|h(t) - k| \le d.$$

Значение d задаётся в процентах или долях от установившегося значения k (обычно $d = 0{,}05\,k$).

2. Перерегулирование σ - максимальное отклонение переходной характеристики от установившегося значения выходной величины, выраженное в относительных долях или процентах.

$$\sigma = (A_1 - k) / k.$$

Допустимое перерегулирование в каждом конкретном случае будет подсказано опытом эксплуатации системы, обычно σ = (10 …30)%, иногда достигает 70 %, иногда недопустимо совсем.

3. Частота колебаний $\omega = 2\pi / T_k$, где T_k – период колебаний для переходных характеристик, имеющих колебательный характер.

4. Число колебаний n , которое имеет переходная характеристика за время регулирования. При проектировании систем чаще всего допускают n = 1…2, а иногда и до 3…4, но в некоторых системах колебания недопустимы.

5. Время достижения первого максимума T_{max} .

6. Время нарастания переходного процесса $T_н$ – абсцисса первой точки пересечения кривой переходного процесса $h(t)$ с уровнем установившегося значения k.

7. Декремент затухания χ , равный отношению модулей двух смежных перерегулирований

$$\chi = |A_1 - k| / |A_2 - k|.$$

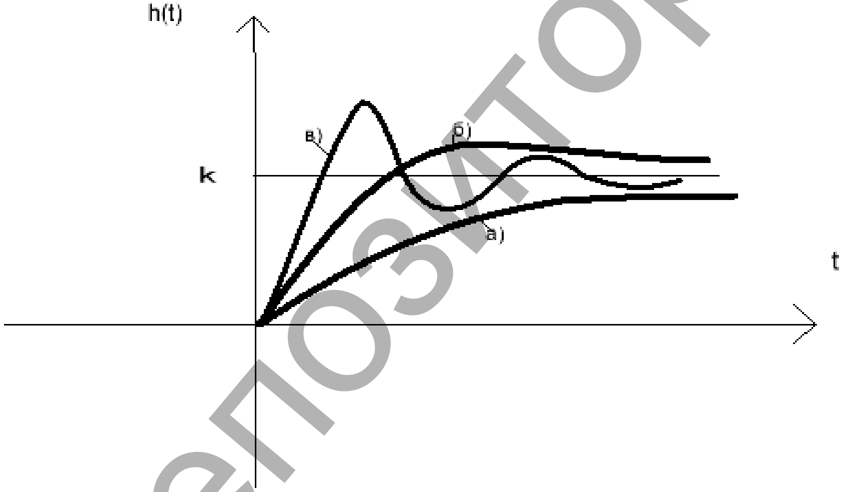


Рисунок 7.2

Переходные процессы в системах при единичном ступенчатом воздействии делятся на три вида: монотонные, апериодические колебательные (рис.7.2).

У монотонных процесссов (кривая ***а)*** на рис.7.2) первая производная выходной величины $h(t)$ не меняет знак, у апериодических (кривая ***б***) знак производной меняется не более одного раза, а у колебательных (кривая ***в***) первая производная меняет свой знак периодически.

3.7.2 Порядок выполнения работы

1) Построить с пакетом Matlab переходную характеристику по передаточной функции замкнутой системы.

2) Оценить устойчивость, характер переходного процесса и определить основные параметры САУ.

3) Оформить отчёт

Репозиторий БрГТУ

3.8 Лабораторная работа №8. Коррекция САУ

Цель работы: обеспечить устойчивость САУ включением последовательного апериодического или форсирующего звена в контур системы.

3.8.1 Краткие сведения из теории

В ТАУ можно выделить две характерные задачи:

1) в заданной САУ найти и оценить переходные процессы - это задача анализа САУ;

2) по заданным переходным процессам и основным показателям разработать САУ - это задача синтеза САУ.

Вторая задача сложнее ввиду своей неоднозначности, многое определяется творческими способностями проектировщика. Поэтому обычно задачу синтеза САУ ставится ограниченно. Считается, что основная часть системы уже задана, что обычно имеет место. Требуется синтезировать корректирующие звенья, то есть выбрать их схему и параметры. При этом необходимо, чтобы в результате коррекции САУ обеспечивался требуемый запас устойчивости, точность управления в установившихся режимах и качество управления в динамических режимах.

Рассмотрим примеры коррекции свойств некоторой исходной замкнутой САУ (рис.8.1), передаточная функция которой в разомкнутом состоянии:

$$W(p) = \frac{K}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}.$$

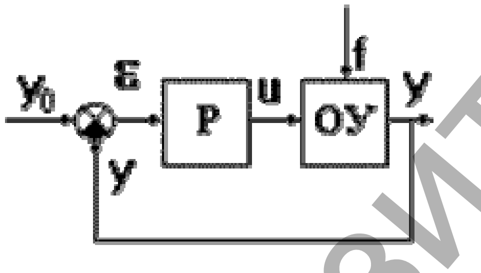


Рисунок 8.1

Пусть в исходной САУ $\boldsymbol{T_1 = 0{,}05c,\ T_2 = 0{,}01c,\ T_3 = 0{,}001c,\ K = 40.}$

Включение апериодического звена

Введем в прямую цепь апериодическое звено с передаточной функцией $\mathbf{W_a(p) = 1/(T_a p + 1)}$, где $\boldsymbol{T_a = 8c}$, то есть постоянная времени корректирующего звена больше, чем постоянные времени остальных звеньев САУ. Изначально неустойчивая САУ после коррекции стала устойчивой. Вообще введение в прямую цепь апериодического звена с постоянной времени значительно большей, чем у звеньев исходной САУ, повышает запас устойчивости САУ. К достоинствам можно отнести также снижение высокочастотных помех и колебательности переходных процессов, о чем свидетельствует смещение вниз высокочастотной части ЛАЧХ. Поэтому такой прием повышения запаса устойчивости называется *демпфированием с подавлением высоких частот*. Недостаток - уменьшается частота среза $\boldsymbol{\omega_{cp}}$, то есть снижается быстродействие системы.

репозиторий БрГТУ

Включение форсирующего звена

Передаточная функция идеального форсирующего звена $\mathbf{W_ф(p) = T_ф p + 1}$. При $\boldsymbol{T_ф = 0{,}005с}$. Изначально неустойчивая САУ после коррекции стала устойчивой. Кроме того, увеличилась частота среза, то есть повысилось быстродействие системы. Это достоинства данного способа корректировки. Вместе с тем высокочастотная часть ЛАЧХ сместилась вверх, то есть усилилось влияние высокочастотных помех. Поэтому данный способ называется *демпфирванием с поднятием высоких частот*. Это серьезный недостаток, ограничивающий применение данного способа корректировки.

Определение устойчивости по логарифмическим частотным характеристикам.

Для иллюстрации использования ЛЧХ воспользуемся передаточной функцией

$$W(p)=\frac{k\,(T_2\,p+1)}{p(T_1\,p+1)\,(T_3^2p^2+2\xi T_3\,p+1)}=\frac{100(p+1)}{p(10p+1)\,(0{,}01p^2+0{,}1p+1)}\ .$$

Логарифмическая амплитудная и фазовая частотные характеристики для этой передаточной функции представлены на рис.8.2.

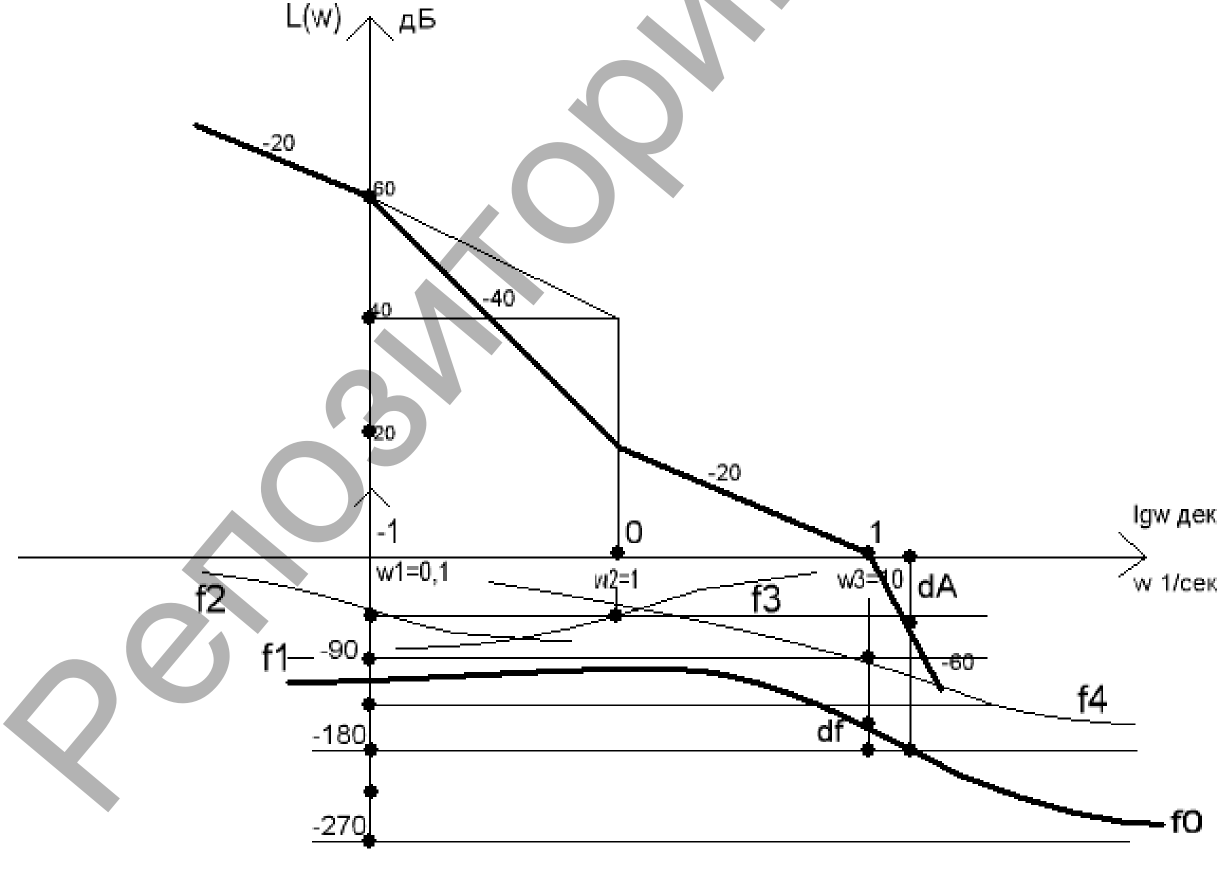


Рисунок 8.2

Частота среза системы, при которой значение АФХ становится меньше единицы, совпадает с ω_3 .Результирующая ЛФЧХ ***f0*** пересекает уровень -180° правее частоты среза и асимптотически устремляется к -270°.

Репозиторий БрГТУ

При рассмотрении характера поведения АФХ устойчивых систем следует отметить, что модуль АФХ становится меньше единицы только при значениях угла (фазы) меньших по значению, чем - π (-180^{o}). Исходя из этого, можно сформулировать критерий устойчивости на основе рассмотрения логарифмических частотных характеристик. *Для устойчивости системы в замкнутом состоянии необходимо и достаточно, чтобы фазовая частотная характеристика пересекала уровень -180^{o} правее частоты среза ЛАЧХ.*

Анализ устойчивости по ЛАЧХ позволяет определить запас устойчивости по фазе ***df*** и запас устойчивости по амплитуде (по коэффициенту усиления) ***dA.***

3.8.2 Порядок выполнения работы

1) Построить с пакетом Matlab диаграмму bode(w) для исходной нескорректированной системы. Определить устойчивость системы по логарифмическим частотным характеристикам.
2) Записать и построить с пакетом Matlab диаграмму bode(w) для системы с последовательно включённым апериодическим звеном. Определить запасы устойчивости по амплитуде и фазе по логарифмическим частотным характеристикам.
3) Записать и построить с пакетом Matlab диаграмму bode(w) для системы с последовательно включённым форсирующим звеном. Определить запасы устойчивости по амплитуде и фазе по логарифмическим частотным характеристикам.
4) Сделать выводы о достоинствах и недостатках двух видов коррекции.
5) Оформить отчёт.

3.9 Лабораторная работа №9. Пассивный четырёхполюсник как звено САУ

Цель работы: записать передаточную функцию пассивного четырёхполюсника и построить с пакетом Matlab частотные и временные характеристики.

3.9.1 Краткие сведения из теории.

Пример пассивного четырёхполюсника приведён на рис.9.1.

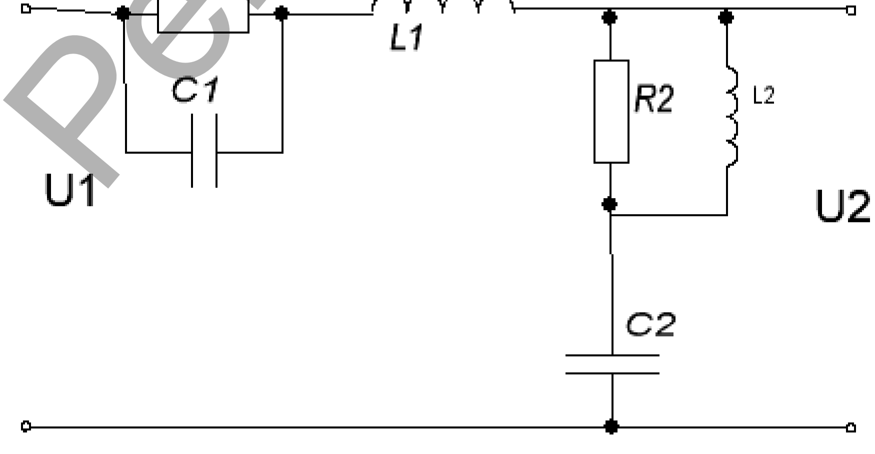
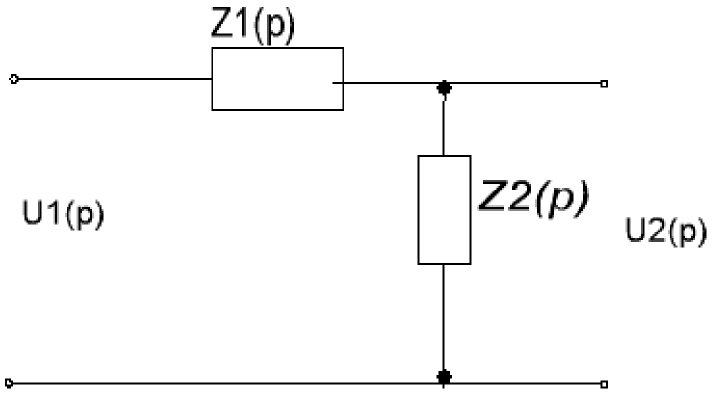


Рисунок 9.1.

Репозиторий БрГТУ



Для записи передаточной функции пассивного четырёхполюсника удобно воспользоваться эквивалентной схемой на рис.9. 2.

Рисунок 9.2.

На рисунках обозначены:

R – резисторы с операторным сопротивлением $Z_R = R$;

L – катушки с операторной индуктивностью $Z_L = pL$;

С – конденсаторы с операторной ёмкостью $Z_C = 1/pC$;

$Z_1(p)$ – эквивалентное операторное сопротивление последовательной ветви четырёхполюсника;

$Z_2(p)$ – эквивалентное операторное сопротивление параллельной ветви четырёхполюсника;

U_1 – сигнал на входе звена;

U_2 – сигнал на выходе звена.

Передаточная функция четырёхполюсника

$$W(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{Z_2(p)}{Z_1(p)+Z_2(p)},$$ где

$$Z_1(p) = \frac{(1/pC_1)R_1}{1/pC_1 + R_1} + pL_1 = \frac{b_0p^2 = b_1p + b_2}{a_0p + a_1}.$$

$$Z_2(p) = \frac{R_2\,pL_2}{R_2 + pL_2} + \frac{1}{pC_2} = \frac{b_0p^2 = b_1p + b_2}{a_0p^2 = a_1p + a_2}.$$

Искомая передаточная функция для схемы на рис.1 имеет вид

$$W(p) = \frac{b_0 p^3 + b_1 p^2 + b_2 p + b_3}{a_0p^4 + a_1p^3 + a_2p^2 + a_3p + a_4},$$ где

a_i, b_j – числовые коэффициенты, p – операторная переменная.

Репозиторий БрГТУ

3.9.2. Варианты схем для выполнения лабораторной работы.

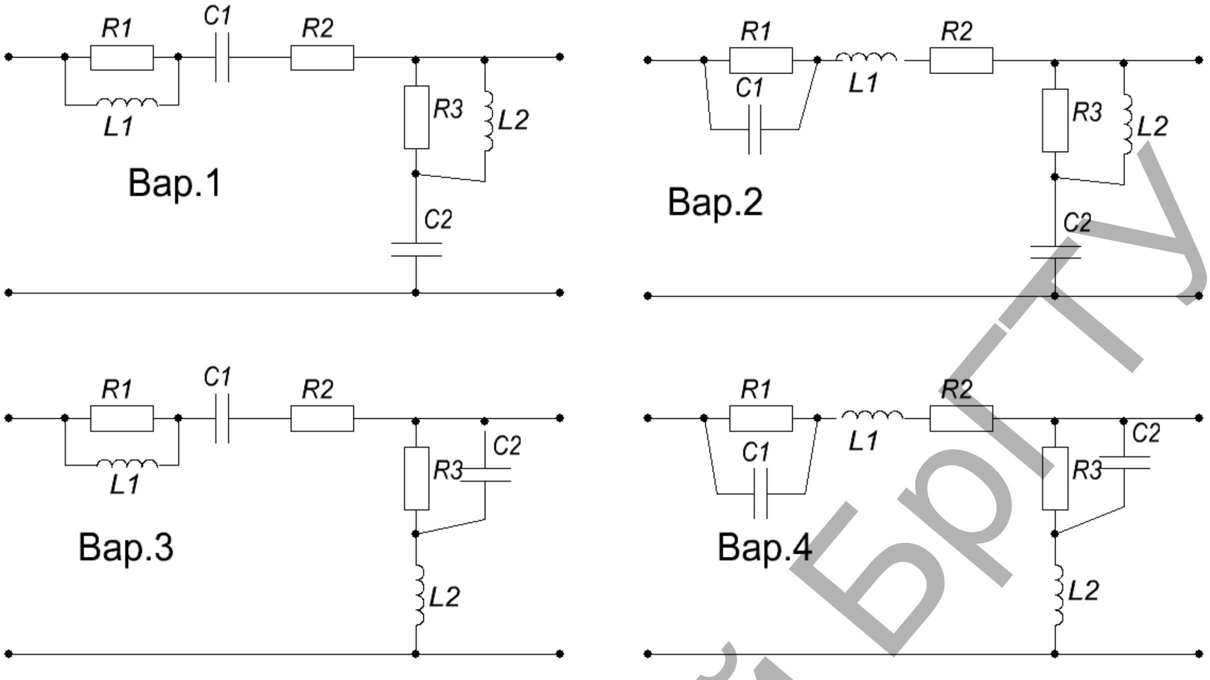


Рисунок 9.3

Значения параметров элементов

	№вар. Ед.изм	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	A	B	C	D	E
R1	КОм	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
R2	КОм	2	3	1	3	1	2	5	6	4	6	4	5	8	9	7
R3	Ком	3	2	3	1	2	1	6	5	6	4	5	4	9	8	9
C1	МкФ	2	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2
C2	Мкф	4	3	4	2	4	2	4	2	4	2	4	2	4	2	4
L1	МлГн	1	1	4	4	2	2	4	4	2	2	4	4	2	2	4
L2	МлГн	4	4	2	2	4	4	2	2	4	4	2	2	1	2	3

Первая цифра варианта задания – номер схемы, вторая – столбец значений параметров элементов схемы.

3.9.3 Порядок выполнения работы

1) Записать передаточную функцию звена САУ в виде пассивного четырёхполюсника для варианта задания из лабораторной работы №1. Для записи операторных сопротивлений $\boldsymbol{Z_1}$ ***(p)*** и $\boldsymbol{Z_2}$ ***(p)*** использовать правила эквивалентных преобразований при параллельном и последовательном соединении элементов электрических схем.

2) Определить и построить с пакетом Matlab
- нули и полюса ПФ;
- логарифмические амплитудную и фазовую частотные характеристики;
- амплитудно – фазовую частотную характеристику;
- переходную и импульсную переходную характеристики.

3) Оформить отчёт

Репозиторий БрГТУ

Учебное издание

Составитель:
Ярошевич Анатолий Васильевич

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССАМИ И СИСТЕМАМИ

Методические указания к выполнению
лабораторных работ
для студентов специальности
1 - 36 01 03 ***«Технологическое оборудование машиностроительного производства»***

Ответственный за выпуск: Ярошевич А.В.
Редактор: Строкач Т.В.
Компьютерная верстка: Боровикова Е.А.
Корректор: Никитчик Е.В.

Подписано к печати 27.02.2012 г. Формат 60x84 $^{1}/_{16}$.Бумага «Снегурочка».
Усл. п. л. 2.1. Уч. изд. л. 2.25. Тираж 30 экз. Заказ № 254.
Отпечатано на ризографе учреждения образования
«Брестский государственный технический университет».

Репозиторий БрГТУ

224017, Брест, ул. Московская, 267.

Репозиторий БрГТУ