Тогда краевая задача (1) разрешима при $\forall f(x) \in L_2^n[0,1]$.

Из теоремы следует

Теорема 2. Если в задаче Коши для линейного и.-д. уравнения

$$Tu \equiv \dot{u}(x) + P(x)u(x) + \int_0^{x^\alpha} K(x,s)\dot{u}(s)ds = f(x)$$

$$u\ (x_0) = 0, \quad 0 \le x_0 \le 1$$

выполнены предположения 1-3 задачи (1) и $K(x,s) \equiv 0,\ \text{если}\ s^{\frac{1}{\alpha}} \le x \le s,\ x_0 \le s \le 1$ и если $s < x, \quad 0 \le s \le x_0$, то задача Коши для и.-д. уравнения разрешима при $\forall f(x) \in L_2^n[0,1]$.

Полученные результаты применяются для установления одного признака управляемости [3].

Теорема3. Если линейной и.-д. оператор T_1, соответствующий краевой задаче 1, удовлетворяет теореме 1, а B-матрица $n \times r$ и $z \in L_2^r[0,1]$, то оператор $T_1 u \times Bz$ управляем в $L_2^n[0,1]$ при любой кусочно-непрерывной матрице B.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Крейн. С.Г. Линейные уравнения в банаховом пространстве. М.1971.
2. Пархимович И.В. О построении *s*– сопряженных операторов к интегро-дифференциальным. ДУ, 8, №8, 1972.
3. Ландо Ю.К. Об управляемых операторах. ДУ, 10, №3, 1974.

УДК 517:330.105

Тузик А.И., Рубанов В.С., Сидоревич М.П.

МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЭКОНОМИСТОВ

Рассматривается и кратко анализируется современная литература по высшей и финансовой математике и их экономическим приложениям.

В [1] ставится вопрос о подготовке для экономистов учебника по высшей математике, который включал бы в себя методы решения финансовых задач, т.е. “финансовую математику”, что позволит улучшить методику преподавания высшей математики и придать ей большую прикладную направленность. Отметим, что опыт подготовки учебных пособий такого типа в определенной степени реализован в [2,3].

Однако пока превалирует тенденция раздельного изучения высшей математики [4-12], которая начинается с первого семестра, и финансовой математики [13-24], изучаемой позже в зависимости от специальности.

На наш взгляд, оба подхода к изучению математики для экономистов имеют право на существование. У каждого из них имеются свои достоинства и недостатки, которые составляют предмет самостоятельного анализа.

После прекрасной монографии [2], ставшей уже библиографической редкостью, в которой даны многочисленные и разнообразные приложения элементарной и высшей математики к решению экономических задач, лишь сравнительно недавно изданы книги [3-12], где изложение теории по основным разделам общего курса высшей математики (линейная алгебра и аналитическая геометрия, дифференциальное и интегральное исчисление функций одной и нескольких переменных, дифференциальные и разностные уравнения, ряды) в большей или меньшей степени подкрепляются решением задач экономического характера. При этом различные экономические приложения высшей математики наиболее полно отражены в [6-12].

Отметим книгу [10], в которой нестандартно обсуждается "какую математику и как должен изучать будущий экономист", показывается, что математические понятия вводятся и изучаются ради экономических. Все изучаемые математические понятия здесь иллюстрируются приложениями из экономики, финансов, управления.

В [10,11] рассматриваются также теория вероятностей и математическая статистика, задачи оптимизации в экономике. Более полно эти разделы высшей математики для экономистов изложены в [25-28].

Основные понятия теории игр, теории графов, математического программирования и наиболее часто применяемые в экономике задачи (взаимно двойственные задачи линейного программирования, о максимальном потоке, определение критического пути и расчет временных параметров сетевого графика, транспортная задача и др.) приведены в [8,11,29-33].

Важные вопросы математического моделирования в экономике отражены в [34-42].

Выделим такие из них, как: предварительный анализ и сглаживание временных рядов экономических показателей; прогнозирование экономической динамики на основе трендовых моделей; экономико-математическая модель межотраслевого баланса; эконометрические модели, параметры которых оцениваются с помощью методов математической статистики на основе реальной статистической информации; модели управления запасами; модели систем массового обслуживания в экономической сфере; применение оптимальных экономико-математических моделей для решения производственных задач; имитационные модели, основанные на методах экспериментального изучения социально-экономических задач с помощью ЭВМ.

Укажем справочник по математике для экономистов [43], в котором отражены основные разделы элементарной и высшей математики, которые в настоящее время широко применяются при анализе экономических систем.

Отметим ещё один нюанс. Подготовка математиков-экономистов позволяет наряду с дискретными моделями мак-

Тузик Альфред Иванович. *Доцент, к. ф.-м. н. каф. высшей математики Брестского государственного технического университета.*

Рубанов Владимир Степанович. *К. ф.-м. н., зав. каф. высшей математики Брестского государственного технического университета.*

Сидоревич Михаил Павлович. *Доцент, к. ф.-м. н. каф. высшей математики Брестского государственного технического университета.*

Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская 267.

роэкономических систем [44-46] рассматривать их интегральные модели [47-49], которые учитывают длительность предыстории воздействия процесса, обладают большими потенциальными возможностями для управлением развитием экономических систем, включая модели развития рыночной экономики [48]. В учебнике [45] приведены новые результаты, полученные его автором по *трехсекторной* модели экономики и её использованию для исследования и моделирования инфляции, налоговой политики государства, других важных макроэкономических процессов. В монографии [48] указаны программные комплексы для прогноза развития экономических систем с учетом технического прогресса, выполненные на основе интегральных моделей систем с управляемой памятью.

В заключение подчеркнём, что мы солидарны с авторами учебника [8] с тем, что "в условиях рыночной экономики, когда каждой хозяйственной единице надо самостоятельно принимать решение, т.е. делать выбор, становится необходимым математический расчет. Поэтому роль математических методов в экономике постоянно возрастает". Со своей стороны особо выделим важную роль статистических подходов и методов в экономических исследованиях и решении конкретных экономических задач [25,26,50-55], учитывая особенности сбора и обработки статистической информации [50-55], а также соответствующих рисков и прогнозов [56-58] в условиях рыночной экономики.

Примечание. Публикуется текст *обзорного* доклада, сделанного авторами 21.06.2000 г. на международной VIII Белорусской математической конференции [59].

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Самаль С.А., Денисенко Н.В. Финансовая математика в системе подготовки финансово-банковских работников// Тезисы докл. международн. матем. конф. "Еругинские чт. – VI". Ч.2. Гомель, ГГУ. – 1999. – С. 150-151.
2. Крыньский Х.Э. Математика для экономистов. – М.: Статистика. – 1970. – 580 с.
3. Колесников А.Н. Краткий курс математики для экономистов. – М.: ИНФРА–М. – 1997. – 208 с.
4. Кузнецов А.В., Янчук Л.Ф. и др. Высшая математика: Общий курс. – Мн.: Вышэйшая школа. – 1993. – 350 с.
5. Жевняк Р.М., Карпук А.А. и др. Общий курс высшей математики. – Орша: АРФА. – 1996. – 318 с.
6. Кремер Н.Ш., Путко Б.А. и др. Высшая математика для экономистов. – М.: ЮНИТИ. – 1998. – 472 с.
7. Красс М.С. Математика для экономических специальностей. – М.: ИНФРА-М. – 1998. – 464 с.
8. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В. Математика в экономике. Ч.1. – М.: Финансы и статистика. – 1999. –224 с.
9. Солодовников А.С., Бабайцев В.А. и др. Математика в экономике. Ч.2. – М.: Финансы и статистика. – 1999. – 376 с.
10. Малыхин В.И. Математика в экономике. – М.: ИНФРА-М. – 1999. – 356 с.
11. Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемных Ю.Н. Математические методы в экономике. – М.: МГУ, Дело и Сервис. – 1999. – 368 с.
12. Минюк С.А., Ровба Е.А. Высшая математика. – Гродно: ГрГУ. – 2000. – 394 с.
13. Кочович Е. Финансовая математика. Теория и практика финансово-банковских расчетов. – М.: Финансы и статистика. – 1994. – 268 с.
14. Четыркин Е.М. Методы финансовых и коммерческих расчетов. – М.: "Дело Лтд". – 1995. – 320 с.
15. Мелкумов Я.С. Теоретическое и практическое пособие по финансовым вычислениям. – М.: ИНФРА-М. – 1996. – 336 с.
16. Башарин Г.П. Начала финансовой математики. – М.: ИНФРА-М. – 1997. – 160 с.
17. Бухвалов А.В., Идельсон А.В. Самоучитель по финансовым расчетам. – М.: Мир. – 1997. – 176 с.
18. Медведев Г.А. Начальный курс финансовой математики. – М.: ТОО "Остожье". – 2000. – 267 с.
19. Аванесов Э.Т., Ковалев М.М., Руденко В.Г. Финансово-экономические расчеты: анализ инвестиций и контрактов. – Мн.: БГУ. – 1998. – 228 с.
20. Салин В.Н., Ситникова О.Ю. Техника финансово-экономических расчетов. – М.: Финансы и статистика. – 1999. – 80 с.
21. Капитоненко В.В. Финансовая математика и её приложения. – М.: ПРИОР. – 1999. – 144 с.
22. Капельян С.Н., Левкович О.А. Основы коммерческих и финансовых расчетов. – Мн.: НТЦ "АПИ". – 1999. – 224 с.
23. Ковалев В.В., Уланов В.А. Курс финансовых вычислений. – М.: Финансы и статистика. – 1999. – 328 с.
24. Овчаренко Е.К., Ильина Е.В., Балыбердин Е.В. Финансово-экономические расчеты в EXCEL. – М.: "Филинъ". – 1998. – 184 с.
25. Мацкевич И.П., Свирид Г.П. Высшая математика. Теория вероятностей и математическая статистика. – Мн.: Вышэйшая школа. – 1993. – 272 с.
26. Колемаев В.А., Калинина В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: ИНФРА-М. – 1997. – 302 с.
27. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. – М.: Прогресс. – 1975. – 607 с.
28. Сакович В.А. Оптимальные решения экономических задач. – Мн.: Вышэйшая школа. – 1982. – 282 с.
29. Костевич Л.С., Лапко А.А. Теория игр. Исследование операций. –Мн.: Вышэйшая школа. – 1982. – 232 с.
30. Сакович В.А. Исследование операций. – Мн.: Вышэйшая школа. – 1985. – 256 с.
31. Исследование операций в экономике / Под ред. Н.Ш. Кремера. –М.: ЮНИТИ. – 1997. – 407 с.
32. Конюховский П.В. Математические методы исследования операций в экономике. – СПб.: "Питер". – 2000. – 208 с.
33. Кузнецов А.В., Сакович В.А., Холод Н.И. Высшая математика. Математическое программирование. – Мн.: Вышэйшая школа. – 1994. – 288 с.
34. Балашевич В.А., Андронов А.М. Экономико-математическое моделирование производственных систем. – Мн.: БГУ. – 1995. – 240 с.
35. Горчаков А.А., Орлова И.В. Компьютерные экономико-математические модели. – М.: ЮНИТИ. – 1995. – 214 с.
36. Лабскер Л.Г., Михайлова В.П., Серегин Р.А. Математическое моделирование финансово-экономических ситуаций с применением компьютера. – М.: ФАПРФ. – 1997. – 258 с.
37. Лабскер Л.Г., Бабешко Л.О. Теория массового обслуживания в экономической сфере. – М.: ЮНИТИ. 1998. – 319 с.
38. Экономико-математические методы и прикладные модели / Под ред. В.В. Федосеева. – М.: ЮНИТИ. – 1999. –391 с.
39. Экономико-математические методы и модели / Под ред. А.В. Кузнецова. – Мн.: БГЭУ. – 2000. – 413 с.
40. Харин Ю.С., Малюгин В.И. и др. Основы имитационного и статистического моделирования. – Мн.: Дизайн ПРО. – 1997. – 288 с.
41. Доугерти К. Введение в эконометрику. – М.: ИНФРА-М. – 1999. – 402 с.
42. Хацкевич Г.А. Эконометрическое моделирование и анализ неустойчивых экономических процессов. – Мн.: НИУиП. – 2000. – 196 с.

43. Справочник по математике для экономистов/ Под ред. В.И. Ермакова. – М.: Высшая школа. – 1997. – 384 с.
44. Ашманов С.А. Введение в математическую экономику. – М.: Наука. – 1984. – 293 с.
45. Колемаев В.А. Математическая экономика. – М.: ЮНИТИ. – 1998. – 240 с.
46. Альсевич В.В. Математическая экономика. Конструктивная теория. – Мн.: Дизайн ПРО. – 1998. – 240 с.
47. Глушков В.М., Иванов В.В., Яненко В.М. Моделирование развивающихся систем. – М.: Наука. – 1983. – 352 с.
48. Яценко Ю.П. Интегральные модели систем с управляемой памятью. – К.: Наукова думка. – 1991. – 220 с.
49. Тузик А.И., Тузик С.А. Интегральные модели некоторых экономических задач // Тезисы докл. международн. матем. конф. "Еругинские чт. – VI". Ч.1. Гомель, ГГУ. – 1999. – С.169-171.
50. Елисеева И.И., Юзбашев М.М. Общая теория статистики. – М.: Финансы и статистика. – 1999. – 480 с.
51. Ефимова М.Р., Петрова Е.В., Румянцев В.Н. Общая теория статистики. – М.: ИНФРА-М. – 2000. – 416 с.
52. Теория статистики / Под ред. Р.А. Шмойловой. – М.: Финансы и статистика. – 1999. – 576 с.
53. Сиденко А.В., Попов Г.Ю. Матвеева В.М. Статистика. – М.: Дело и Сервис. – 2000. – 464 с.
54. Экономическая статистика / Под ред. Ю.Н. Иванова. – М.: ИНФРА-М. – 2000. – 480 с.
55. Курс социально-экономической статистики/ Под ред. М.Г. Назарова. – М.: Финстатинформ, ЮНИТИ-ДАНА. – 2000. – 772 с.
56. Первозванский А.А., Первозванская Т.М. Финансовый рынок: расчет и риск. – М.: ИНФРА-М. – 1994. – 192 с.
57. Лапуста М.Г., Шаршукова Л.Г. Риски в предпринимательской деятельности. – М.: ИНФРА-М. – 1998. – 224 с.
58. Рубахов А.И., Головач Э.П. Коммерческие риски. – Брест: БПИ. – 1999. – 340 с.
59. Тузик А.И., Рубанов В.С., Сидоревич М.П. Математика для экономистов // Тезисы докл. международн. VIII Белорусск. матем. конф. Ч.4. Мн.: ИМ НАНБ. – 2000. – С.180.

УДК 513.82

Андреев А.С., Юдов А.А.

КАНОНИЧЕСКИЙ ЛИФТ ПОДМНОГООБРАЗИЯ ОДНОРОДНОГО ПРОСТРАНСТВА В СТРУКТУРНУЮ ГРУППУ ЛИ И В ЕЕ АЛГЕБРУ ЛИ

Пусть G – группа Ли, H – её замкнутая подгруппа Ли, $M = {}^{G}\!/_{H}$ –однородное G - пространство,

$$\pi : G \to {}^{G}\!/_{H} : a \mapsto aH \quad (1)$$

– каноническая проекция.

Группа G действует в M с помощью левых сдвигов:

$$G \times M \to M : (a, bH) \mapsto abH = a \cdot bH = T_a(bH).$$

(2)

<u>**Определение:**</u> *Подмногообразием* размерности n однородного пространства M будем называть пару $(\mathcal{U}_0, f)$, где $\mathcal{U}_0$ – окрестность нуля евклидова пространства R_n, f – аналитическое вложение $\mathcal{U}_0$ в M.

Таким образом, подмногообразия однородного пространства изучаются локально.

Теория построения канонического репера подмногообразия подробно описана в работах [1], [2]. Ниже излагаются идеи работ [1], [2].

Предположим, что $f(0) = \pi(e)$. В противном случае, если $f(0) = \pi(a) \neq \pi(e)$, от подмногообразия $(\mathcal{U}_0, f)$ перейдём к ему эквивалентному $(\mathcal{U}_0, T_{a^{-1}}, f)$. Пусть $\dim G = n$, $\dim H = s$, тогда $\dim M = n - s = m$.

Рассмотрим пространство Γ_1 всех касательных к M n-мерных подпространств. Действие группы G на M продолжается в действии на Γ_1, на котором группа G будет действовать с помощью дифференциалов левых сдвигов пространства M:

$$G \times \Gamma_1 \to \Gamma_1 : (a, \mathcal{K}) \mapsto dT_a(\mathcal{K}) = a^{o}\mathcal{K}. \quad (3)$$

При этом Γ_1 становится G-пространством, но необязательно однородным. Наряду с G-пространством Γ_1 будем рассматривать его подмножество Q_1, состоящее из n-мерных подпространств, касательных к M в точке $\pi(e)$. Q_1 будет H-пространством, тоже необязательно однородным. Между H-орбитами множества Q_1 и G-орбитами множества T_1 существует естественное взаимно-однозначное соответствие. Далее будем рассматривать G-орбиты пространства Γ_1. Каждой такой орбите будет сопоставляться класс n-мерных подмногообразий пространства M, такой, что все касательные подпространства подмногообразия этого класса попадут в данную орбиту (по крайней мере, в некоторой окрестности). Предположим, что подмногообразие $(\mathcal{U}_0, f)$ принадлежит классу с орбитой $O(\mathcal{K}_1) = \{a^{o}\mathcal{K}_1 | a \in G\}$, где $\mathcal{K}_1 = T_{f_1(0)}(\mathrm{Im} f)$, $\mathrm{Im} f = f(\mathcal{U}_0)$. Пусть H_1 – группа стационарности элемента $\mathcal{K}_1$:

$$H_1 = \{ a \in G \mid a^{o}\mathcal{K}_1 = \mathcal{K}_1 \},$$

Тогда, $O(\mathcal{K}_1)$, как G-пространство, изоморфно ${}^{G}\!/_{H_1}$ [3, с. 25].

Необходимым и достаточным условием того, что размерность орбиты $O(\mathcal{K}_1)$ равна размерности Γ_1 есть условие [1]:

$$\dim H - \dim H_1 = \dim Q. \quad (4)$$

В этом случае касательные пространства к подмногообразию $(\mathcal{U}_0, f)$ принадлежат орбите $O(\mathcal{K}_1)$ (быть может, в меньшей, чем $\mathcal{U}_0$ окрестности).

Андреев Алексей Сергеевич. *Студент V курса математического факультета Брестского государственного университета.*
Юдов Александр Андреевич. *К. ф.-м. н., доцент каф. алгебры и геометрии Брестского государственного университета.*
Беларусь, БГУ, 224665, г. Брест, бульвар Космонавтов 21.