НЕОДНОРОДНЫЕ МНОГОМЕРНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ДИФФЕРЕНЦИАЛАХ В АЛГЕБРЕ ОБОБЩЕННЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Т.И. Русина (БГТУ, Брест)

В алгебре обобщенных случайных процессов $\mathbf{G}(\widetilde{T},\Omega)$ [1] рассматривается уравнение в дифференциалах, которое на уровне представителей имеет вид:

$$\begin{cases} X_n^i(t+h_n) - X_n^i(t) = \sum\limits_{j=1}^{m} f_n^{ij}(t, X_n(t))[B_n^j(t+h_n) - B_n^j(t)] + \\ +g_n^i(t, X_n(t)), \\ X_n^i(t)|_{[0,h_n)} = X_n^{0i}(t), \quad i=\overline{1,k}, \quad t \in [0;T], \end{cases} \tag{1}$$

где $B_n^j(t) = (B^j * \rho_n^j)(t) = \int_0^{1/n} B^j(t+s)\rho_n^j(s)ds$, $\rho_n^j(t) \in \mathbf{C}^\infty(\mathbb{R})$, $\rho_n^j \geq 0$, $supp\ \rho_n^j(t) \subset [0,1/n]$, $\int_0^{1/n} \rho_n^j(s)ds = 1$, $j=\overline{1,m}$, $B(t) = (B^1(t),\ldots,B^m(t))$ – m-мерный стандартный процесс броуновского движения, $f_n^{ij} = (f^{ij} * \overline{\rho}_n)$, $g_n^i = (g^i * \overline{\rho}_n)$,

$f^{ij} \in \mathbf{C}_B^2(\mathbb{R}^{k+1})$, $g^i \in \mathbf{C}_B^1(\mathbb{R}^{k+1})$, а $\overline{\rho}_n$ – неотрицательная бесконечно дифференцируемая функция, носитель которой содержится в $[0, 1/n]^{k+1}$ и

$$\int_0^{1/n} \ldots \int_0^{1/n} \overline{\rho}(s, s_1, \ldots s_k) ds ds_1 \ldots ds_k = 1.$$

Система уравнений, ассоциированных системе (1) имеет вид

$$X_i(t) = x_i + \sum_{j=1}^{m} (\theta_j) \int_0^t f^{ij}(s, X(s)) dB^j(s) + \int_0^t g^i(s, X(s)) ds, \ i = \overline{1, k}.$$

Пусть поток σ-алгебр $\{\mathcal{F}_t\}_{t \in [0;T]}$ порожден процессом $B(t)$.

Рассмотрим числовые последовательности

$$K_j(n, h_n) = \iint\limits_{\substack{0 \le s, \tau \le 1/n \\ |s-\tau| \le h_n}} \left(1 - \frac{|s-\tau|}{h_n}\right) \rho_n^j(s) \rho_n^j(\tau) ds d\tau, \ j = \overline{1, m}.$$

Теорема 1. *Пусть* $f^{ij} \in \mathbf{C}_B^2(\mathbb{R}^{k+1})$, $g^i \in \mathbf{C}_B^1(\mathbb{R}^{k+1})$, $i = \overline{1, k}$, $j = \overline{1, m}$, *"начальное условие"задачи Коши (1)* $X_n^{0i}(t)$ *принадлежит* $\mathbf{L}^2(\Omega, \mathcal{A}, P)$ *и является* $\mathcal{F}_{t+\frac{1}{n}}$ *измеримым для любого* $t \in [0, h_n)$. *Если* $n \to \infty$, $h_n \to 0$, *так что* $1/n^2 = o(h_n)$ *причем* $\sup\limits_{t \in [0; h_n)} E[X_n^{0i}(t) - x^i]^2 \to 0$, $i = \overline{1, k}$, *а* $K_j(n, h_n) \to (1 - 2\theta_j), \theta_j \in [0; 1/2]$, $j = \overline{1, m}$ *то* $\sup\limits_{t \in [0;T]} E[X_n^i(t) - X^i(t)]^2 \to 0$.

Теорема 2. *Пусть выполнены условия первой теоремы и* $X_n^i(t)$, $i = \overline{1, k}$ *сходится, тогда последовательности* $K_j(n, h_n)$, $j = \overline{1, m}$ *сходятся.*

Литература

[1] *Лазакович Н.В.* Стохастические интегралы в алгебре обобщенных случайных процессов // Доклады АН Беларуси. – 1994. – Т.38. – №5. – С.23–27.