

Учреждение образования
«Брестский государственный технический университет»
Факультет электронно-информационных систем

Кафедра физики

СОГЛАСОВАНО
Заведующий кафедрой
Т.Л. Кушнер 
«19» 06 2025 г.

СОГЛАСОВАНО
Декан факультета
В.С. Разумейчик 
«19» 06 2025 г.

ЭЛЕКТРОННЫЙ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ "ФИЗИКА" Ч.1
МЕХАНИКА. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

6-05-0811-03 Мелиорация и водное хозяйство

Составитель: Маркевич Константин Михайлович - старший преподаватель
кафедры физики БрГТУ

Рассмотрено и утверждено на
заседании научно-методического совета БрГТУ
«26» 06 2025 г, протокол № 4.

рег. н. уч. н. 24/25-240

ПЕРЕЧЕНЬ МАТЕРИАЛОВ В КОМПЛЕКСЕ

Электронный учебно-методический комплекс содержит:

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ	4
1.1 КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ФИЗИКА».....	4
2. ПРАКТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ	86
2.1 МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ФИЗИКА».....	86
2.2 МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ФИЗИКА».....	140
3. РАЗДЕЛ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ	199
3.1 ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К ЭКЗАМЕНУ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	199
4. ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЙ РАЗДЕЛ	203
4.1 УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ «ФИЗИКА».....	203

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Электронный учебно-методический комплекс (ЭУМК) по учебной дисциплине «Физика» создан в соответствии с требованиями Постановления Министерства образования Республики Беларусь от 26 июля 2011 г. № 167 «Об утверждении положений об учебно-методических комплексах» по уровням основного образования и предназначен для студентов специальностей, которые связаны со строительством.

Содержание разделов ЭУМК соответствует образовательным стандартам, структуре и тематике учебной программы по дисциплине: «Физика».

Цели ЭУМК:

- повышение эффективности образовательного процесса;
- внедрение перспективных технологий хранения и передачи информации в электронном виде;
- обеспечение открытости и доступности образовательных ресурсов путем размещения ЭУМК в локальной сети университета.

Структура ЭУМК включает:

1. Теоретический раздел, состоящий из конспекта лекций по физике по темам механики (кинематика, динамика) и молекулярной физики.
2. Практический раздел, в котором представлены материалы для практических и лабораторных занятий студентов.
3. Контроль компетенций, представлен вопросам для подготовки к зачету.
4. Вспомогательный раздел ЭУМК, представленный в виде учебной программы по учебной дисциплине «Физика» и список изданий, рекомендуемых для изучения.

Рекомендации по организации работы с ЭУМК:

Необходим IBM PC–совместимый ПК стандартной конфигурации.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

1.1 КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ФИЗИКА. МЕХАНИКА»

Тема 1. Введение. Кинематика. Кинематика поступательного движения	5
Тема 2. Криволинейное движение. Кинематика вращательного движения	10
Тема 3. Динамика поступательного движения	16
Тема 4. Динамика вращательного движения: основные понятия и параметры. Момент инерции	22
Тема 5. Кинетическая энергия во вращательном движении. Момент силы. Момент импульса	26
Тема 6. Основное уравнения динамики вращательного движения	31
Тема 7. Аналогия динамических параметров и законов поступательного и вращательного движений	34
Тема 8. Движение тела по наклонной плоскости в системе со ступенчатым блоком, масса которого отлична от нуля	38
Тема 9. Колебания. Волна. Уравнение гармонического колебания	45
Тема 10. Математический и физический маятники	49
Тема 11. Колебания в вязкой среде. Вынужденные колебания. Резонанс	53
Тема 12. Молекулярная физика. Основы термодинамики	58
Тема 13. Энергетические законы термодинамики	63
Тема 14. Теплоемкость. Адиабатический процесс в термодинамике	66
Тема 15. Круговые процессы в термодинамике. Статистические методы в молекулярной физике	70
Тема 16. Основы механики сплошных сред	78

Тема 1. Введение. Кинематика. Кинематика поступательного движения

Предмет физики. Роль физики в становлении инженера. Методы физического исследования: опыт, гипотеза эксперимент, теория. Задачи физики. Физика как фундаментальная наука. Механика. Задачи механики.

Кинематика. Кинематика поступательного движения. Система отсчета. Описание движения материальной точки в кинематике. Поступательное движение. Параметры поступательного движения: координата местоположения, скорость, ускорение.

Физика – наука о материи и ее движении. **Материя** – объективная реальность, данная нам в ощущениях. **Движение** – процесс изменения материи, от простого перемещения, до превращения ее в другие формы и даже процесс мышления. Физика развивалась в соответствии потребностей цивилизации. Основные этапы ее развития: время механики, время электричества, микромир, мегамир Физика изучает явления: тепловые, световые, оптические, атомные и ядерные, квантовые и т. д. Эта наука связана с другими науками, как следствие, образовались смешанные науки: астрофизика, биофизика, геофизика, физическая химия и т. д.

В недрах физики выросли прикладные науки. Механика породила теоретическую механику, сопромат, строительную механику, молекулярную физику, механику жидкости и газа, механику сплошных сред и др. Электричество – электротехнику, теорию цепей и сигналов, радиотехнику, радиоэлектронику, электронику, теорию электрических измерений, электронные приборы и др.

Методы физического исследования: опыт, гипотеза, эксперимент, теория.

Международная система СИ. Строится на 7 основных и 2 дополнительных единицах: м, кг, сек, а, К, моль, кд и еще, радиан, стерадиан.

Механика разделяется на кинематику, динамику, статику, кинетику, молекулярную физику, теорию сплошных сред и т.д.

Изучение дисциплины начнем с кинематики.

Кинематика – раздел физики, изучающий движение безотносительно причин его вызывающих. Основные понятия и определения кинематики:

- **материальная точка** – физический объект, размерами которого в условии задачи можно пренебречь;

- **движение** – процесс в ходе, которого материальная точка (физическое тело) изменяет свое состояние (положение).

Несмотря на существующее многообразие движений в природе, их условно разделяют на поступательное и вращательное движения. Соответственно, **кинематика разделяется на:**

- **кинематику поступательного движения;**

- **кинематику вращательного движения.**

Поступательное движение - это когда прямая, жестко связанная с движущимся телом, движется параллельно своему первоначальному положению.

Вращательное движение – это движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения.

Основные параметры кинематики поступательного движения: длина пути, перемещение, скорость (средняя, средняя путевая, мгновенная, средне-квадратичная, максимальная ...), ускорение (полное, центростремительное, нормальное, тангенциальное, более высоких порядков ...), время.

Основная задача кинематики: по пройденному пути определять скорость и ускорение движущегося объекта. Обратная задача: по известным скорости и ускорению движущегося объекта определять его пройденный путь.

Положение точки М в пространстве в прямоугольной системе координат

Это положение можно задать в скалярной и (или) векторной форме. **Число степеней свободы физической системы** – число независимых координат, однозначно определяющих местоположение системы в пространстве.

Скалярный метод задания положения точки в пространстве - указываем значения всех координат x, y, z .

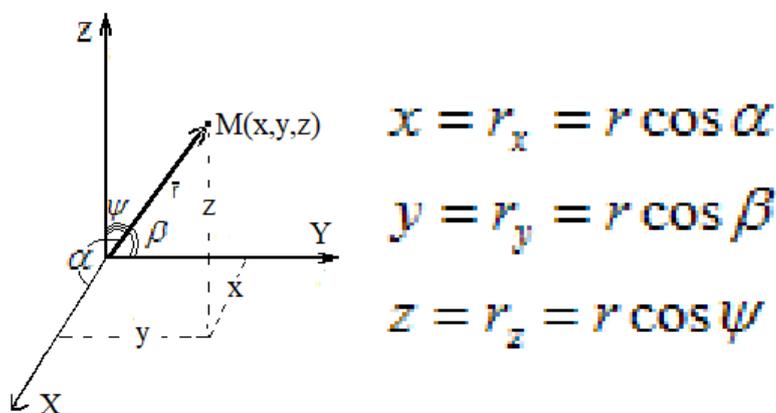


Рисунок 1.1 Задание местоположения материальной точки в прямоугольной системе координат XYZ

Векторный метод задания положения точки в пространстве - указываем значение радиус-вектора \vec{r} , проведенного в точку М из начала координат (рисунок 1.1). Положение и движения материальной точки М(x, y, z) описывается векторными уравнениями (1.1):

$$\begin{aligned} \vec{r} &= r_x \vec{i} + r_y \vec{j} + r_z \vec{k}; \\ \vec{V} &= V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k}; \\ \vec{a} &= a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}; \end{aligned} \tag{1.1}$$

* В тексте лекций векторные величины могут быть указаны полужирным шрифтом

Вектор \mathbf{r} описывает местоположение материальной точки M в системе координат x, y, z ; вектор \mathbf{V} - скорость ее движения, \mathbf{a} - ускорение.

При движении точки $M(x, y, z)$ изменяется ее координата или радиус вектор \mathbf{r} . Для задания ее движения в скалярной форме необходимо задать функциональную зависимость: $M = f(x, y, z, t)$ либо: $x=x(t)$; $y=y(t)$; $z=z(t)$. В векторной форме: $\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)$.

Кинематика поступательного движения. Основные понятия и параметры поступательного движения.

Далее рассмотренный материал справедлив как для материальной точки, так и твердого тела или любого движущегося объекта. Кроме того, уравнения (1.2) – (1.4) рассматриваются для модулей векторных величин.

Законы поступательного движения (школьная физика) для параметров кинематики: ускорения, скорости и пройденного пути (1.2).

$$S = V_0 t + \frac{at^2}{2}; \quad V = V_0 + at; \quad a = \frac{V - V_0}{t}; \quad (1.2)$$

Возьмем производную по времени t от параметра S (1.2), процедура которой представлена в (1.3), получим уравнение для модуля скорости V . Обратная задача, когда по известному закону скорости V определяется пройденный путь S требует процедуры интегрирования, которое возможно как для определенного, так и неопределенного интегралов (1.3).

$$S' = \frac{dS}{dt} = V_0 + at = V; \quad V = \frac{dS}{dt}; \quad dS = V dt, \quad S = \int V dt, \quad S = \int_t^{t_2} V dt \quad (1.3)$$

Если взять вторую производную от S по параметру времени t , получим ускорение a (1.4), которое также определяется как первая производная от величины скорости V . Обратная задача позволяет интегрированием по известному закону ускорения a , найти скорость движения V ; причем интегрирование возможно как для определенного, так и неопределенного интегралов (1.4).

$$S'' = \frac{d^2 S}{dt^2} = (V_0 + at)' = a; \quad a = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2 S}{dt^2}; \quad dV = a dt, \\ V = \int a dt, \quad V = \int_t^{t_2} a dt \quad (1.4)$$

Используя процедуры дифференцирования и интегрирования, можно осуществлять связь между величинами основных параметров кинематики, указанных в уравнениях (1.2). Более того, использование математического аппарата

высшей математики позволяет расширить понимание многих физических аспектов кинематики, которые рассмотрим далее. Величины кинематики: перемещение, скорость, ускорение – это векторные величины. Поэтому в общем случае, многие уравнения законов (1.2) – (1.4) могут быть представлены как уравнения векторных величин (1.5).

$$\begin{aligned}
 \bar{v} &= \frac{d\bar{S}}{dt}; & \bar{S} &= \int \bar{v} dt, \\
 \bar{a} &= \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d^2\bar{S}}{dt^2}; & \bar{v} &= \int \bar{a} dt, \\
 \bar{S} &= S\bar{r}_0 & \bar{v} &= \int_{t_1}^{t_2} \bar{a} dt \\
 \bar{r}_0 & - \text{единичный вектор} & \bar{S} &= \iint \bar{a} dt
 \end{aligned}
 \tag{1.5}$$

Процедуры дифференцирования и интегрирования решают прямую и обратную задачи кинематики.

Скорость

Скорость имеет много разновидностей в науке и технике. Известны скорости: средняя, мгновенная, максимальная, минимальная, среднеквадратичная и др. В кинематике – это, сопоставление метров со временем (м/с). Рассмотрим ее сущность и некоторые виды.

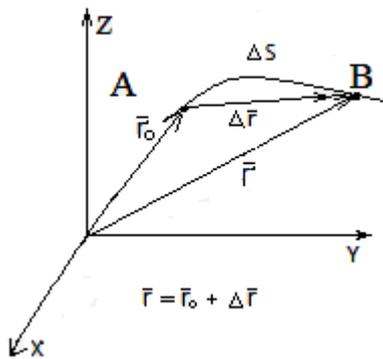


Рисунок 1.2. Движение из пункта А в пункт В

Движение материальной точки между состояниями А и В (рисунок 1.2).

ΔS – длина пути;

$\Delta S = \Delta S(t)$ – скалярная длина пути как функция времени;

$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0$ перемещение;

Средняя путевая скорость (1.6):

$$\langle V \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t}
 \tag{1.6}$$

Средняя скорость (1.7):

$$\langle \vec{V} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad (1.7)$$

При переходе к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$, получим производную от вектора перемещения \mathbf{r} (1.8):

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V} \quad (1.8)$$

В векторной форме скорость \mathbf{V} имеет вид (1.9):

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k} \quad (1.9)$$

Компоненты скорости \mathbf{V} представлены в (1.10). Векторы \mathbf{i} , \mathbf{j} и \mathbf{k} – единичные векторы осей x , y и z .

$$V_x = \frac{dx}{dt}; V_y = \frac{dy}{dt}; V_z = \frac{dz}{dt} \quad (1.10)$$

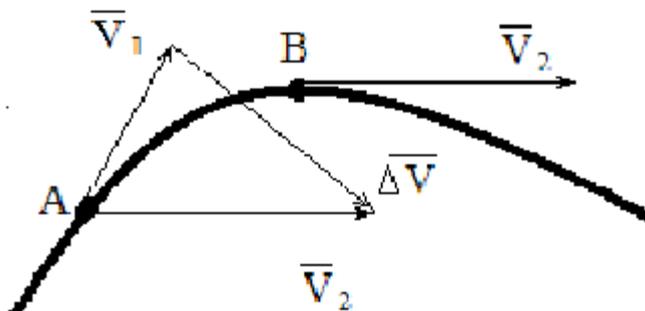
Модуль скорости (1.11):

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} \quad (1.11)$$

Модуль первой производной от пройденного пути определяет мгновенную скорость движущегося тела.

Ускорение

Это векторная величина, характеризующая изменение скорости по величине и направлению. Существуют понятия линейного, центростремительного,



тангенциального, нормального, мгновенного, среднего и др. ускорений. Рассмотрим некоторые виды ускорения в кинематике.

Рисунок 1.3. Векторное сложение скоростей

Пусть в пункте А модуль скорости движущегося тела был V_1 и направлен по касательной к траектории движения (рисунок 1.3). За время Δt тело переместилось в точку В и модуль его скорости стал V_2 . Направление скорости V_2 также определяется касательной, но

в точке В. Если вектор скорости V_2 перенести в точку А, то получим треугольник скоростей, соответствующий векторному сложению (1.12):

$$\vec{V}_2 = \vec{V}_1 + \Delta\vec{V} \quad (1.12)$$

Изменение скорости позволяет определить среднее ускорение (1.13):

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t} \quad (1.13)$$

При переходе к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$ получим производную от вектора скорости – вектор ускорения (1.14):

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t} = \vec{a}; \vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \quad (1.14)$$

Ускорение – есть векторная величина, равная первой производной от скорости. Представление ускорения в виде вектора имеет вид (1.15):

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} \quad (1.15)$$

Компоненты вектора ускорения \mathbf{a} приведены в (1.16). \mathbf{i} , \mathbf{j} и \mathbf{k} – единичные векторы осей x , y и z .

$$a_x = \frac{dV_x}{dt}; a_y = \frac{dV_y}{dt}; a_z = \frac{dV_z}{dt} \quad (1.16)$$

Модуль ускорения (1.17):

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (1.17)$$

Модуль первой производной от скорости движения объекта определяет мгновенное ускорение движущегося тела.

Тема 2. Криволинейное движение. Кинематика вращательного движения

Криволинейное движение материальной точки. Тангенциальное и нормальные ускорения. Полное ускорение. Параметры вращательного движения:

угловая скорость, угловое ускорение. Аналогия законов кинематики поступательного и вращательного движений.

Криволинейное движение – это такое движение материальной точки, при котором на одних участках траектории его движение можно рассматривать (условно) как прямолинейное; на других - как вращательное с некоторым радиусом кривизны. Рисунок 1.3 – пример криволинейного движения. Движение материальной точки слева и до пункта А условно можно считать прямолинейным. Условно прямолинейным можем считать и вторую половину траектории после пункта В. Криволинейный участок траектории можем рассматривать как вращение с некоторым радиусом кривизны. Если требуется более точный расчет криволинейного участка траектории для рисунка 1.3, то его следует разделить на 2, а то и 3 участка вращательного движения с разными радиусами кривизны. Это позволит более точно рассчитывать кинематические параметры криволинейного движения.

Рассмотрим некоторые аспекты криволинейного (вращательного) движения. Скорость считается постоянной, если она не меняется с течением времени по величине и направлению.

Скорость будет переменной если будет выполняться одно из условий:

- будет изменяться модуль скорости;
- будет изменяться направление скорости;
- одновременно будут изменяться модуль и направление скорости.

Такое понимание переменной скорости позволило в кинематике криволинейного (вращательного) движения выделить компоненты ускорения, одна из которых будет определять быстроту изменения модуля скорости; другая - быстроту изменения направления скорости.

Ускорение, характеризующее быстроту изменения модуля скорости, называется тангенциальным (касательным) ускорением.

Ускорение, характеризующее быстроту изменения направления скорости, называется нормальным ускорением.

Тангенциальное ускорение

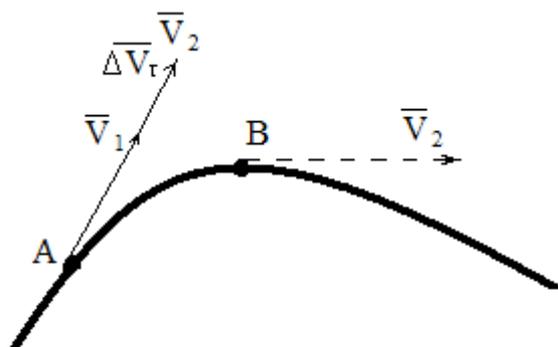


Рисунок 2.1. Изменение модуля скорости

Пусть имеем криволинейное движение рисунка 1.3. Поместим вектор V_2 в точку А так, чтобы он совпал по направлению с вектором V_1 (рисунок 2.1).

Разница между величинами V_2 и V_1 даст величину, определяющую изменение модуля скорости ΔV_t .

Переходя к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$, получим (2.1):

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}_\tau}{dt} = \frac{d\vec{V}_\tau}{dt} = \vec{a}_\tau \quad (2.1)$$

\vec{a}_τ – тангенциальное ускорение, характеризующее быстроту изменения скорости по величине. Модуль тангенциального ускорения равен производной от модуля скорости (1.11) и определяется выражениями (2.2):

$$a_\tau = \frac{dV}{dt}; V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} \quad (2.2)$$

Направлено тангенциальное ускорение по касательной к траектории движения материальной точки и совпадает с направлением вектора $\Delta \vec{V}_\tau$.

Нормальное ускорение

Если вектор разности $\Delta \vec{V}$ (рисунок 1.3) рассматривать как результирующий для вектора $\Delta \vec{V}_\tau$, то на основе правила параллелограмма можно построить еще один вектор, который обозначим $\Delta \vec{V}_n$ (рисунок 2.2 б, в). Для наглядности построения этого вектора воспроизведем еще раз рисунок 2.1.

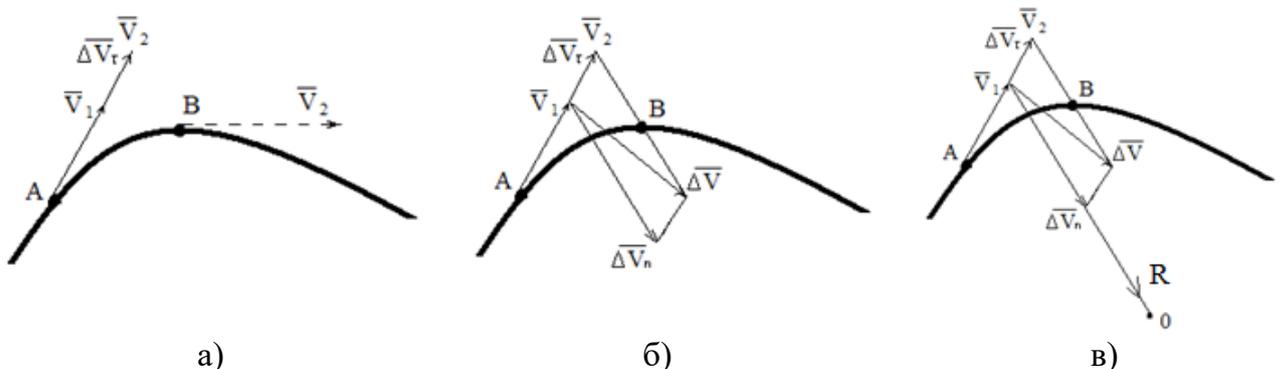


Рисунок 2.2. а) – изменение модуля скорости; б) – построение вектора нормального ускорения $\Delta \vec{V}_n$ на основе правила параллелограмма; в) – определение центра вращения O для траектории криволинейного движения

Вектор $\Delta \vec{V}_n$ определяет быстроту изменения вектора $\Delta \vec{V}$ по направлению. Возьмем отношение вектора $\Delta \vec{V}_n$ ко времени Δt , получим среднее значение вектора нормального ускорения (2.3):

$$\langle \vec{a}_n \rangle = \frac{\Delta \vec{V}_n}{\Delta t} \quad (2.3)$$

При переходе к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$ получим вектор нормального ускорения \vec{a}_n (2.4):

$$\vec{a}_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}_n}{\Delta t} \quad (2.4)$$

Модуль нормального ускорения (2.5):

$$a_n = \frac{V^2}{R} \quad (2.5)$$

Величина нормального ускорения a_n характеризует быстроту изменения скорости по направлению. Вектор нормального ускорения направлен вдоль радиуса R в рассматриваемой точке криволинейного движения к центру его вращения O (рисунок 2.2 в). Таким же выражением (2.5) определяется центростремительное ускорение. В чем разница нормального и центростремительного ускорений, рассмотрим далее.

Полное ускорение в криволинейном движении

Тангенциальное и нормальное ускорения являются компонентами полного ускорения. Напомним, *тангенциальное ускорение*, определяется как производная от модуля скорости и характеризует быстроту ее изменения; *нормальное ускорение*, характеризует быстроту изменения направления скорости и определяется также, как и величина центростремительного ускорения. Баланс центростремительного и нормального ускорений позволяют осуществлять криволинейное движение. Если трасса автомобиля имеет закругление и при повороте этого автомобиля по закруглению центростремительное ускорение машины превосходит по величине нормальное ускорение (что возможно при больших величинах скорости движения автомобиля V), то может произойти ее опрокидывание. Баланс этих ускорений делает движение автомобиля устойчивым.

Полное ускорение материальной точки (физического объекта) при криволинейном движении, определяется векторным сложением нормального и тангенциального ускорений (2.6):

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau \quad (2.6)$$

Модуль полного ускорения (2.7):

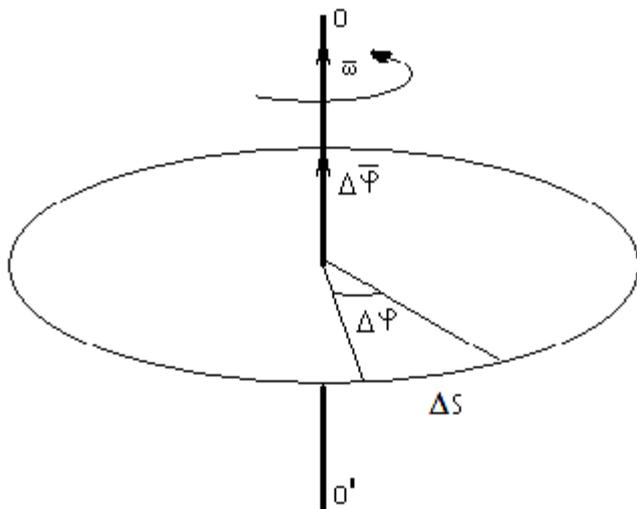
$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} \quad (2.7)$$

Кинематика вращательного движения

Ранее отмечено, что вращательное движение – это, когда все точки твердого тела (физического объекта) движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения (стр. 6). Для вращательно-

го движения имеются параметры, аналогичные поступательному движению. Этими параметрами являются угловая скорость и угловое ускорение.

Угловая скорость во вращательном движении.



Имеем диск, который вращается вокруг оси OO' . Пусть за время Δt положение диска изменилось на угол $\Delta\varphi$. Тогда величина (2.8) средняя угловая скорость диска. Как следует из рисунка 2.3, вектора $\Delta\varphi$ и $\vec{\omega}$ направлены вдоль оси вращения диска. Они не имеют определенных точек приложения на оси вращения и могут откладываться из любой точки оси вращения.

$$\langle \vec{\omega} \rangle = \frac{\vec{\Delta\varphi}}{\Delta t} \quad (2.8)$$

Рисунок 2.3. Вращение диска

получим (2.9)

При переходе к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$,

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{\Delta\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \quad (2.9)$$

Это мгновенная угловая скорость. Вектора $\Delta\varphi$ и $\vec{\omega}$ называются псевдовекторами или аксиальными векторами.

Угловое ускорение во вращательном движении

Это векторная величина, характеризующая при вращении быстроту изменения угловой скорости за единицу времени. Как известно из (1.4), линейная ускорение материальной точки определяется как первая производная от закона скорости ее движения или, вторя производная от пройденного пути. По аналогии, угловое ускорение определяется также как первая производная от угловой скорости или вторая производная от угла поворота вращающегося тела, что отражается уравнением (2.10):

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2} \quad (2.10)$$

Вращение диска может происходить с нарастанием угловой скорости (ускорением) или снижением угловой скорости (замедлением) (рисунок 2.4).

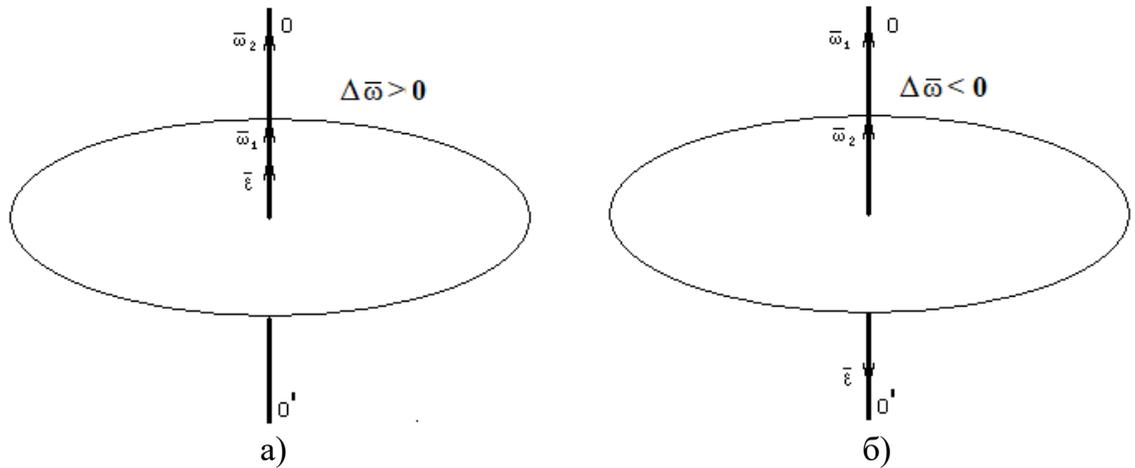


Рисунок 2.4. а) – ускоренное вращение диска; б) замедленное вращение диска

Если $\omega_2 > \omega_1$, то $\Delta\omega > 0$ и векторы углового ускорения ϵ и $\Delta\omega$ направлены в одну сторону (рисунок 2.4 а); происходит вращение диска с возрастающей угловой скоростью. В случае, когда $\omega_1 > \omega_2$ то $\Delta\omega < 0$ и вектор углового ускорения ϵ направлен противоположно вектору $\Delta\omega$ (рисунок 2.4 б), происходит торможение вращения диска. Угол поворота вращающейся системы за время t при начальной угловой скорости ω_0 и угловом ускорении ϵ , определяется выражением (2.11):

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\epsilon t^2}{2} \quad (2.11)$$

При начальной угловой скорости ω_0 и угловом ускорении ϵ за время t угловая скорость вращающегося тела станет равной ω (2.12):

$$\omega = \omega_0 \pm \epsilon t \quad (2.12)$$

При равнопеременном вращении физического тела угловое ускорение определяется в соответствии (2.13):

$$\epsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t} \quad (2.13)$$

На основе рассмотренных математических моделей нетрудно заметить одинаковую форму математических законов кинематики поступательного и вращательного движений. Существует аналогия для между понятиями: параметр движения (S, φ), скорость (V, ω), ускорение (a, ϵ).

Аналогия кинематических параметров поступательного и вращательного движений

Единство природы проявляется в единстве законов ее описывающих, что наглядно иллюстрируется на математических моделях кинематики. Все процессы, явления, события в природе и науке изучаются во времени. Это наблюдается в единстве дифференциальных и интегральных уравнений кинематики.

Поступательное движение

Параметры: S, \bar{V}, \bar{a}, t

$$\bar{V} = \frac{d\bar{S}}{dt}; \quad S = \int V dt,$$

$$\bar{a} = \frac{d\bar{V}}{dt} = \frac{d^2\bar{S}}{dt^2};$$

$$S = V_0 t \pm \frac{at^2}{2};$$

$$V = V_0 \pm at,$$

$$a = \frac{V - V_0}{t};$$

Вращательное движение

Параметры: $\varphi, \bar{\omega}, \bar{\varepsilon}, t$

$$\bar{\omega} = \frac{d\bar{\varphi}}{dt}; \quad \varphi = \int \omega dt;$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{d\bar{\omega}}{dt} = \frac{d^2\bar{\varphi}}{dt^2};$$

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$$

$$\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t},$$

Тема 3. Динамика. Динамика поступательного движения

Динамика. Разделы динамики. Основные задачи динамики. Основные понятия и параметры динамической системы в поступательном движении: масса, сила, импульс, энергия. Законы Ньютона в поступательном движении. Задача о движении тела на наклонной плоскости на тонкой нерастяжимой нити в системе с невесомым блоком. Составление уравнений в задаче о наклонной плоскости.

Центр инерции. Движение центра инерции. Инерциальная система отсчета. Импульс.

Динамика - раздел физики, изучающий движение и причины его вызывающие. Как и кинематика, динамика разделяется на два раздела:

- *динамику поступательного движения;*
- *динамику вращательного движения.*

Динамика решает прямую и обратную задачу механики.

Прямая задача динамики: по известному характеру движения определить действующие на физическую систему или материальную точку, силы.

Обратная задача динамики: определение характера движения физической системы или материальной точки как результата действия сил.

Динамика поступательного движения

Основные понятия и параметры динамики поступательного движения: степень свободы, масса, сила, импульс, время.

Степень свободы, как и в кинематике, это число независимых координат однозначно определяющих местоположение материальной точки или физической системы в пространстве (стр. 6).

Масса – мера инертности тела. Есть масса инертная и гравитационная. С точностью до 10^{-12} кг они равны друг другу.

Сила – векторная величина, мера механического воздействия одного тела на другое; или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет форму и размеры. Направление силы совпадает с линией взаимодействия тел.

Импульс (количество движения) – векторная величина, равная произведению массы тела на его скорость. По направлению (импульс) совпадает с направлением скорости.

В основе динамики поступательного движения лежат законы Ньютона.

I закон Ньютона. Всякое тело или физическая система сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, пока и поскольку под действием внешних сил не изменит этого состояния. Справедлив для инерциальных систем отсчета.

II закон Ньютона. Ускорение, приобретаемое физическим телом, пропорционально силе его вызывающей, совпадает с ней по направлению и обратно пропорционально массе этого тела.

Скорость изменения импульса равна действующей на него силе (3.1):

$$\bar{a} = \frac{\bar{F}}{m}; \quad \bar{F} = m\bar{a} = m \frac{d\bar{V}}{dt} = \frac{dm\bar{V}}{dt} = \frac{d\bar{P}}{dt}; \quad \bar{F} = \frac{d\bar{P}}{dt} \quad (3.1)$$

III закон Ньютона. Силы, с которыми действуют друг на друга два физических тела всегда равны по величине и противоположны по направлению и действуют вдоль линии, соединяющей эти тела (3.2).

$$\bar{F}_{12} = -\bar{F}_{21} \quad (3.2)$$

F_{12} – модуль силы, действующий со стороны первого тела на второе;
 F_{21} – модуль силы, с которой действует второе тело на первое.

Инерциальная система отсчета – система отсчета, в которой все свободные тела движутся прямолинейно и равномерно либо покоятся. Существование систем, обладающих указанным свойством, постулируется первым законом Ньютона.

Движение физического тела по наклонной плоскости с невесомым блоком и нерастяжимой нитью

Задача. Два тела массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 1$ кг соединены невесомой нерастяжимо нитью (рисунок 3.1 а), перекинутой через невесомый блок. Угол наклонной плоскости $\varphi = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения о наклонную поверхность $k = 0,11$. Определить ускорение движущихся тел и силы натяжения нитей.

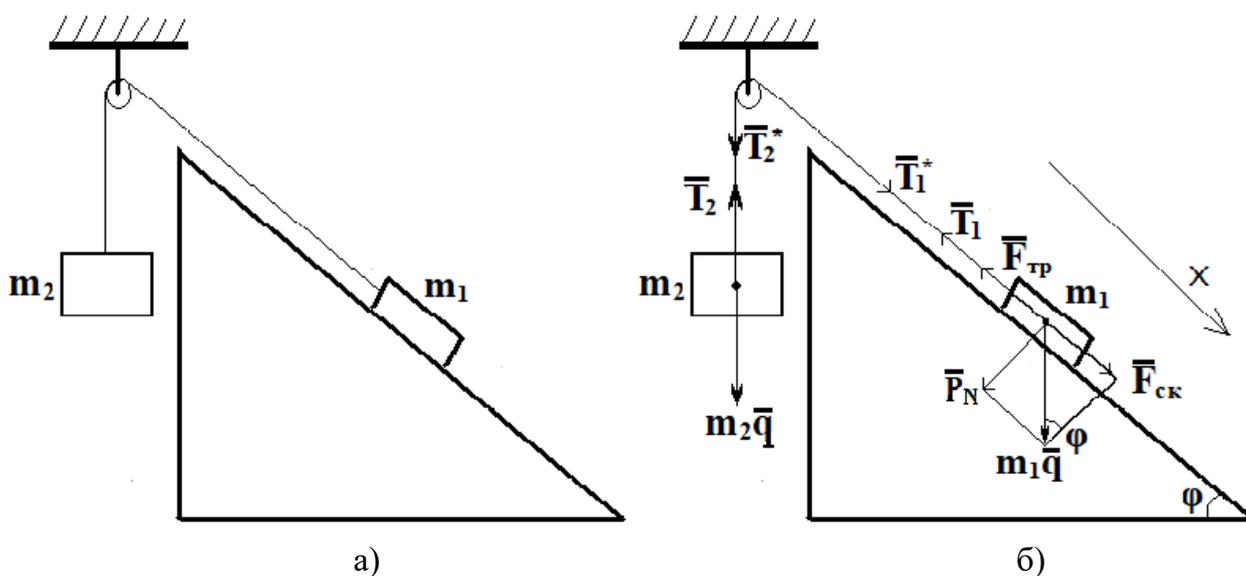


Рисунок 3.1. а) –графическое условие задачи; б) - физическая модель задачи

Создадим физическую модель задачи, на ее основе будем создавать математическую модель (решение).

Анализ данных и взаимодействия сил в системе рисунка 3.1 а позволил получить физическую модель задачи в виде рисунка 3.1 б. Положительное направление движения системы выбрано исходя из величин масс тел m_1 и m_2 . В задаче пренебрегаем силой растяжения нити. Модули сил T_1 и T_1^* равны, но приложены к разным объектам. Это относится и к модулям сил T_2 и T_2^* . Так как блок невесомый, то работа силы T_1^* не идет на его вращение, поэтому справедливо следующее:

$$T_1 = T_1^* = T_2 = T_2^* = T$$

В системе три движущихся объекта, что предполагает 3 уравнения, описывающих ее движение. Поскольку массой блока пренебрегли, то уравнений будет 2. Линейные скорости и ускорения всех точек нити будут одинаковыми, поэтому: $a_1 = a_2 = a$.

$$\begin{aligned} m_1 a_1 &= m_1 a = \\ m_2 a_2 &= m_2 a = \end{aligned}$$

Рассмотрим движение тела массой m_1 (рисунок 3.1 б). Сила, под действием которой будет происходить движение системы - $F_{ск}$. Из треугольника сил следует:

$$F_{ск} = m_1 g \sin \varphi.$$

Коэффициент трения в задаче задан, следовательно необходимо учитывать силу трения. Коэффициент трения скольжения показывает, какую долю от силы нормального давления P_N составляет сила трения F_{mp} . Последнее, а также треугольник сил физической модели приводят к следующим соотношениям:

$$k = F_{mp} / P_N; \text{ отсюда: } F_{mp} = k P_N. P_N = m_1 g \cos \varphi. F_{mp} = k m_1 g \cos \varphi.$$

Сила натяжения нити $T_1 = T$ «тормозит» движение системы; она направлена против X. Силы, способствующие движению тела массой m_1 в направлении X будут в уравнении со знаком «+»; силы, препятствующие его движению – со знаком «-».

$$m_1 a = F_{ск} - F_{mp} - T = m_1 g \sin \varphi - k m_1 g \cos \varphi - T$$

Рассмотрим движение тела массой m_2 . Это движение обусловлено модулем силы $T_2 = T$, поэтому результирующая сила $m_2 a$ должна иметь тот же знак, что и T_2 . Учитывая, что силы, действие которых со направлено X, должны иметь знак «+», а силы действие которых противоположно X, должны иметь знак «-», получаем уравнение:

$$\begin{aligned} -m_2 a &= -T + m_2 g; \quad \text{или} \\ m_2 a &= T - m_2 g \end{aligned}$$

Последнее уравнение получено умножим предыдущего на (-1). Это означает, что существует не единственный подход в определении знаков сил в уравнениях по 2 закону Ньютона. Второй подход предполагает рассматривать движение тел как независимых компонентов системы, имеющих общую стратегическую цель: произвольно выбранное направление движения системы.

Имеем два уравнения с двумя неизвестными, что решается с точки зрения математики.

$$\begin{aligned} m_1 a &= m_1 g \sin \varphi - k m_1 g \cos \varphi - T \\ m_2 a &= T - m_2 g \end{aligned}$$

Решение полученной системы уравнений относительно величины модуля ускорения приводит к следующему выражению:

$$a = \frac{m_1 q \sin \varphi - k m_1 q \cos \varphi - m_2 q}{m_1 + m_2}$$

Сила натяжения нити может быть определена из второго уравнения системы:

$$T = m_2 a + m_2 q = m_2 (a + q)$$

Ответ: $a = 0,85 \text{ м/с}^2$; $T = 10,66 \text{ Н}$.

Ускорения движения системы со знаком «+» означает, что система действительно движется в направлении X.

Центр инерции. Движение центра инерции

Центр масс (инерции) – точка в физическом теле, в которой условно сосредоточена вся его масса; характеризует распределение массы этого тела по объему. Скалярное представление центра масс физического тела на плоскости дано в (3.3). С – точка центра масс физического тела в координатах (x, y):

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i}; y_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i}; \quad i = 1, 2 \dots n \quad (3.3)$$

x_i и y_i - координаты центра масс i -го элемента физического объекта массой m_i . Сумма масс элементов m_i - масса физического объекта в целом; n – число элементов (или точек) составляющих физическое тело.

Центр масс посредством радиус-вектора r_c определяется выражением (3.4):

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{m}; m = \sum_{i=1}^n m_i \quad i = 1, 2 \dots n \quad (3.4)$$

m_i и r_i - соответственно масса и радиус-вектор i -й материальной точки физического тела; m – масса всех точек (элементов) этого тела;

С – точка расположения центра масс в объеме физического тела, определенная радиус-вектором.

Импульс тела (количество движения)

В физике имеются величины, которые человечество научилось измерять сравнительно точно. В первую очередь, это величины системы СИ. В динамике имеется параметр, который базируется непосредственно на величинах СИ: кг, м, сек. Это *импульс* или *количество движения*.

Импульс (количество движения) - векторная величина, численно равная произведению массы движущегося тела m на скорость его движения \vec{V} (3.5):

$$\vec{P} = m\vec{V} \quad (3.5)$$

Вектор импульса совпадает с направлением вектора скорости.

Закон сохранения импульса: в замкнутой системе (вектор суммы внешних сил, действующих на систему равен нулю) сумма импульсов всех тел системы есть величина постоянная (3.6):

$$\sum_{i=1}^n \vec{P} = \sum_{i=1}^n m\vec{V} = const \quad i = 1, 2 \dots n; \quad (3.6)$$

Закон сохранения импульса разнится, в зависимости от того, какой удар произошел: упругий или неупругий.

Удар - толчок, кратковременное взаимодействие тел, при котором происходит перераспределение кинетической энергии. Удар может быть упругий и неупругий.

Упругий удар, это при котором выполняется:

- закон сохранения импульса и
- закон сохранения энергии.

Неупругий удар, это при котором выполняется только:

- закон сохранения импульса.

Пусть имеем два тела массами m_1 и m_2 , которые двигаются по воздушной подушке ($F_{тр} = 0$) со скоростями V_1 и V_2 , причем, модули их скоростей такие, что $V_1 > V_2$. Тела движутся в одном направлении (рисунок 3.2).

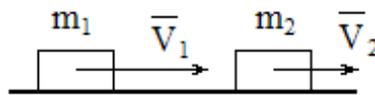


Рисунок 3.2. Взаимодействие физических тел на основе удара

После соударения, для *абсолютно упругого удара* справедлив следующий *закон сохранения импульса* (3.7):

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = m_1 \vec{V}_1^* + m_2 \vec{V}_2^* \quad (3.7)$$

m_1 и m_2 - массы соударяющихся тел;

V_1 и V_2 - модули скоростей тел с массами m_1 и m_2 , соответственно, до соударения;

V_1^* и V_2^* - модули скоростей тел с массами m_1 и m_2 , соответственно, после соударения.

Для такого соударения справедлив закон сохранения энергии (3.8):

$$\frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} = \frac{m_1 (V_1^*)^2}{2} + \frac{m_2 (V_2^*)^2}{2} \quad (3.8)$$

При неупругом ударе закон сохранения энергии не выполняется.

Закон сохранения импульса для тех же тел массами m_1 и m_2 при неупругом ударе (3.9):

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = (m_1 + m_2) \vec{V} \quad (3.9)$$

При неупругом ударе скорость тел после взаимодействия одинакова.

Тема 4. Динамика вращательного движения: основные понятия и параметры. Момент инерции

Основные понятия и параметры динамики вращательного движения: центр вращения, ось вращения, момент инерции.

Момент инерции цилиндра. Момент инерции основных геометрических форм: обруча, тонкого стержня, сферы. Теорема Штейнера-Гюйгенса. Момент инерции тонкого стержня относительно его конца.

Центр вращения – точка, относительно которой происходит (рассматривается) вращение объекта. **Ось вращения** - прямая, которая образуется центрами вращения всех точек твердого тела, когда тело находится во вращательном движении. Ось вращения может и не проходить через тело, а располагаться за его пределами.

Основными динамическими параметрами вращательного движения являются: момент инерции, момент силы, момент импульса, работа, кинетическая энергия. Рассмотрим каждый из них.

Момент инерции

Инерционные свойства вращающегося тела зависят не только от его массы, но и геометрических размеров. Физическая величина, учитывающая эти два фактора - **момент инерции**. Момент инерции физического тела относительно точки или оси – это, в общем случае, разные моменты инерции.

Момент инерции материальной точки относительно оси вращения (4.1):

$$J = mr^2 \quad (4.1)$$

m – масса материальной точки;

r – расстояние от оси вращения до материальной точки.

Момент инерции физического тела относительно оси вращения (4.2):

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \quad i = 1, 2 \dots n \quad (4.2)$$

m_i – масса i -го элемента физического тела, находящегося на расстоянии r_i от оси вращения.

При непрерывном распределении массы тела по объему сумма моментов инерций элементов тела сводится к интегралу (4.3), где интегрирование ведется по всему объему тела $r=f(x,y,z)$.

$$J = \int r^2 dm \quad (4.3)$$

В физике известны моменты инерции для различных геометрических форм. Есть геометрические формы, которые чаще других встречаются в науке и технике. Такой формой является – цилиндр. Рассчитаем момент инерции однородного сплошного цилиндра относительно его геометрической оси (рисунок 4.1).

Выделим в объеме цилиндра образующую толщиной dr , средняя линия которой на расстоянии r от оси вращения. Высота цилиндра – b .

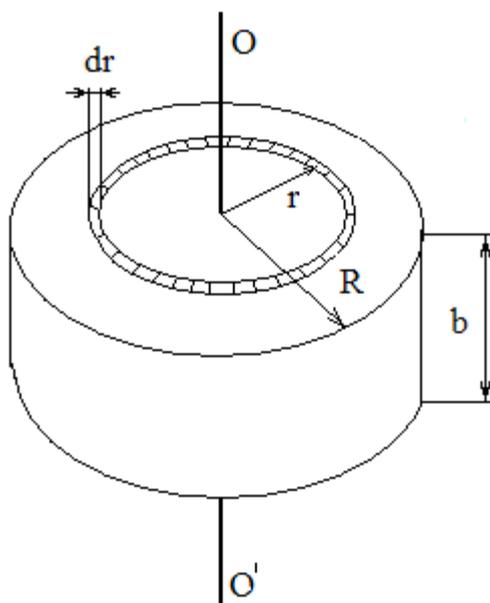


Рисунок 4.1. Физическая модель цилиндра

Момент инерции любого тела со сплошным распределением массы определяется в соответствии (4.2).

dm – элемент образующей.

В соответствии рисунка 4.1, параметром интегрирования будем использовать dr . Приведем параметр интегрирования dm к dr . Это позволит суммировать моменты инерции всех образующих dr от $r=0$, до $r=R$. Воспользуемся понятием плотности физического тела, получим (4.4):

$$\rho = \frac{m}{V}; \quad \rho = \frac{dm}{dV}; \quad dm = \rho dV;$$

$$dV = b2\pi r dr; \quad dm = b2\pi r \rho dr \quad (4.4)$$

Если dm подставим в интеграл и полученное выражение проинтегрируем по параметру r от 0 до R , получим: (4.5)

$$J = \int_0^R r^2 b2\pi r \rho dr; \quad J = 2\pi b \rho \int_0^R r^3 dr; \quad J = 2\pi b \rho \frac{r^4}{4} \Big|_0^R = 2\pi b \rho \frac{R^4}{4}; \quad (4.5)$$

$$\pi R^2 b \rho = S b \rho = V \rho = m$$

Момент инерции цилиндра относительно геометрической оси (4.6):

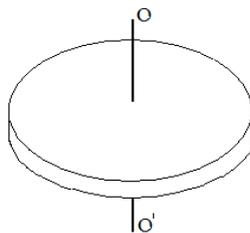
$$J = \frac{1}{2} m R^2 \quad (4.6)$$

Справочные данные моментов инерции некоторых геометрических форм, наиболее часто встречающихся в науке и технике

Момент инерции материальной точки массой m , находящейся на расстоянии R от центра вращения:

$$J = mR^2$$

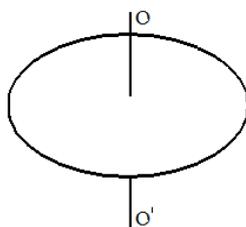
Цилиндр и диск, момент инерции относительно геометрической оси.



$$J = \frac{1}{2} m R^2;$$

R – радиус
диска,
цилиндра

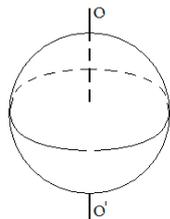
Обруч и тонкостенный цилиндр, момент инерции относительно геометрической оси.



$$J = mR^2$$

R – радиус
обруча

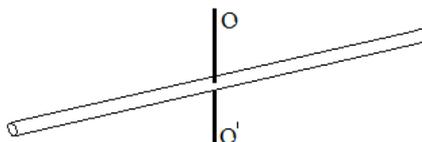
Сфера, момент инерции относительно геометрической оси.



$$J = \frac{2}{5} mR^2$$

R – радиус
сферы

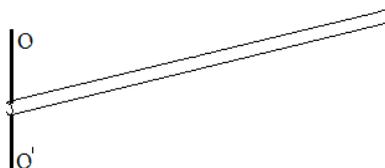
Тонкий стержень: относительно оси, проходящей перпендикулярно стержню через его центр масс.



$$J = \frac{1}{12} m\ell^2$$

ℓ – длина
стержня

Тонкий стержень: относительно оси, проходящей перпендикулярно через конец.



$$J = \frac{1}{3} m\ell^2$$

ℓ – длина
стержня

Теорема Штейнера-Гюйгенса

Момент инерции тела J относительно любой оси, не проходящей через центр масс, равен моменту инерции этого тела относительно оси, проходящей через центр масс J_0 , плюс произведение массы тела m на квадрат расстояний d между параллельными осями, одна из которых проходит через центр масс; другая – относительно которой определяем момент инерции J (4.7):

$$J = J_0 + md^2 \quad (4.7)$$

J_0 – момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс;
 m – масса тела; d – расстояние между параллельными осями, одна из которых проходит через центр масс и той, относительно которой определяем J .

Определение момента инерции тонкого стержня относительно его конца, если известен момент инерции этого стержня относительно его центра масс

Момент инерции тонкого стержня относительно центра масс (4.8):

$$J = \frac{1}{12} m \ell^2; \quad (4.8)$$

Воспользуемся теоремой Штейнера-Гюйгенса, получим (4.9):

$$J = J_0 + md^2 = \frac{1}{12} m \ell^2 + m \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{1}{12} m \ell^2 + m \frac{\ell^2}{4} = \frac{1}{12} m \ell^2 + 3 \frac{m \ell^2}{12};$$

$$J = \frac{1}{3} m \ell^2. \quad (4.9)$$

Результат совпадает со справочными данными (стр. 25).

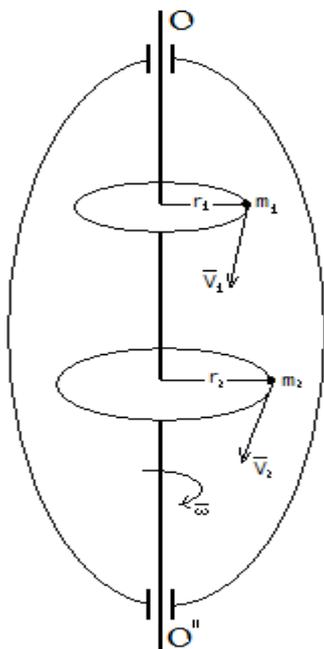
Тема 5. Динамика вращательного движения: кинетическая энергия во вращательном движении, момент силы, момент импульса

Кинетическая энергия вращающегося тела.

Векторное произведение как математическая модель процессов и явлений в физике. Момент силы. Момент импульса. Момент силы и момент импульса относительно неподвижной точки и оси.

Кинетическая энергия вращающегося тела

Пусть физическое тело вращается вокруг оси OO'' с угловой скоростью ω (рисунок 5.1). Кинетическая энергия этого тела равна сумме кинетических энергий всех точек n , составляющих это тело (5.1):



$$T_{ep} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i V_i^2}{2}; i = 1, 2, \dots, n \quad \dots\dots\dots(5.1)$$

Все точки тела имеют одинаковую угловую скорость:

$$\omega = \frac{V_1}{r_1} = \frac{V_2}{r_2} \dots \frac{V_n}{r_n};$$

Если в (5.1) от линейной скорости V перейти к угловой скорости ω , то получим выражение для кинетической энергии, вращающегося тела (5.3). После некоторых преобразований получим (5.2):

Рисунок 5.1. Вращающиеся физическое тело

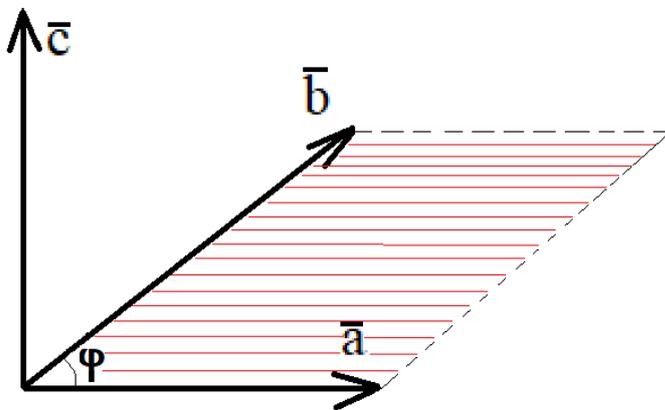
$$T_{\text{сп}} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i V_i^2}{2} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i \omega^2 r_i^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = \frac{\omega^2}{2} J; \quad (5.2)$$

$$T_{\text{сп}} = \frac{J\omega^2}{2}; \quad (5.3)$$

Уравнение (5.3), по своей форме, сходно с уравнением кинетической энергии для поступательного движения (5.1), где в числителе этих выражений параметры инерции тела (m , J) и, скорости их движения (\mathbf{V} , ω).

Векторное произведение двух векторов.

В математике имеется понятие: **векторное произведение**. Многие явления в физике описываются с его помощью. Векторное произведение является математической моделью ряда физических явлений. В электричестве векторным произведением описываются сила Ампера, сила Лоренца, закон Био-Савара-Лапласа и др.; в механике: сила Кориолиса, момент силы, момент импульса. Рассмотрим два последних понятия. Однако, чтобы лучше их понять сначала вспомним сущность векторного произведения.



Рассмотрим два последних понятия. Однако, чтобы лучше их понять сначала вспомним сущность векторного произведения.

Рисунок 5.2. Векторное произведение вектора \mathbf{a} и вектора \mathbf{b}

Векторным произведением вектора \mathbf{a} на вектор \mathbf{b} является третий вектор \mathbf{c} , перпендикулярный плоскости, в которой находятся вектора \mathbf{a} и \mathbf{b} , модуль которого численно равен площади параллелограмма, построенного на векторах \mathbf{a} и \mathbf{b} , и направленный так, чтобы наименьшее вращение от вектора \mathbf{a} к вектору \mathbf{b} вокруг вектора \mathbf{c} осуществлялось против часовой стрелки, если смотреть с конца вектора \mathbf{c} (рисунок 5.2). Модуль вектора \mathbf{c} (5.4):

$$c = a b \sin \varphi \quad (5.4)$$

φ – угол между векторами \mathbf{a} и \mathbf{b}

Для определения направлений векторов \mathbf{a} , \mathbf{b} и результата умножения, вектора \mathbf{c} , удобно использовать правило буравчика. Режущая часть и острие буравчика (или шурупа) моделируют вектор \mathbf{c} . Векторы \mathbf{a} и \mathbf{b} должны организовать закручивание буравчика (шурупа). Это возможно, если вектор \mathbf{b} перенести параллельно самому себе в конец вектора \mathbf{a} , тогда под действием вектора \mathbf{b} , может осуществляться закручивание

буравчика (шурупа). Определение направления результирующего вектора \vec{c} , с помощью правила буравчика, иллюстрировано с помощью рисунка 5.3. Правило буравчика наиболее наглядно, когда векторное произведение рассматривается на физических моделях.

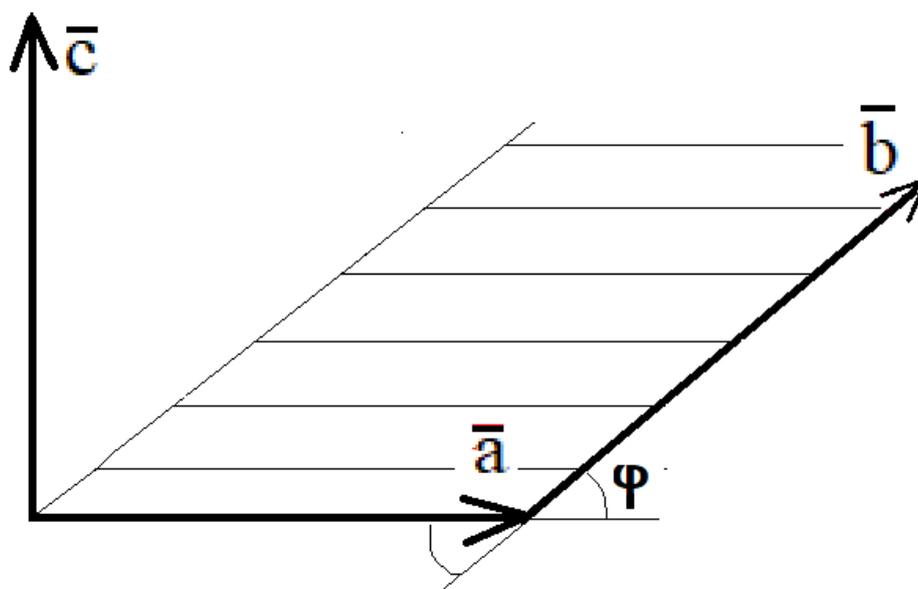


Рисунок 5.3. Определение направления результирующего вектора \vec{c} векторного произведения векторов \vec{a} и \vec{b} , с помощью правила буравчика. Вектор \vec{b} «работает» на закручивание буравчика

Момент силы

Если в физической (технической) системе наблюдается вращение, то его организует момент силы. Момент силы - динамическая, силовая характеристика вращательного движения. В поступательном движении процесс движения организует сила, во вращательном - движение организует момент силы.

Момент силы относительно неподвижной точки и относительно неподвижной оси, это разные моменты силы.

Момент силы относительно неподвижной точки, векторная величина, определяемая векторным произведением радиус-вектора \vec{r} , проведенного из неподвижной точки к точке приложения силы \vec{F} , на эту силу \vec{F} (5.5):

$$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}] \quad (5.5)$$

Модуль векторного произведения (5.6):

$$M = Fr \sin \alpha = Fd; \quad d = r \sin \alpha; \quad (5.6)$$

d - плечо силы, кратчайшее расстояние до направления действия силы.

Физическая модель векторного произведения иллюстрирована рисунком 5.4, где направление векторов представлено на основе правила буравчика.

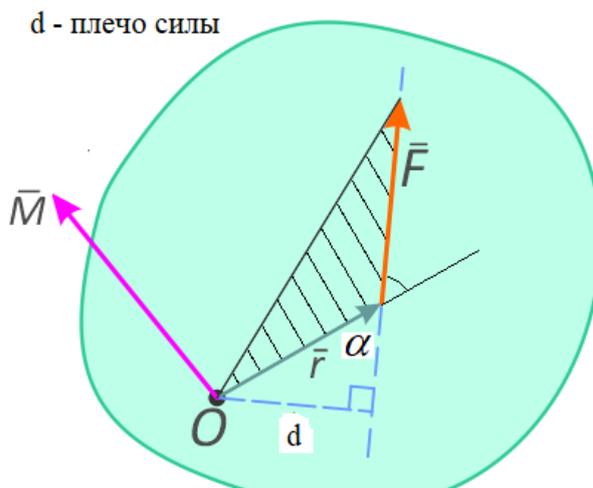
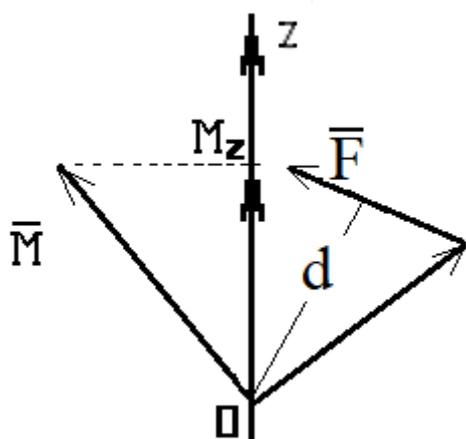


Рисунок 5.4 Физическая модель момента силы относительно точки

Момент силы относительно неподвижной оси.

Ранее было отмечено, что момент силы относительно неподвижной точки и относительно неподвижной оси, это разные моменты силы. Рассмотрим, как они взаимосвязаны.



Момент силы относительно неподвижной оси, это скалярная величина M_z , равная проекции на эту ось вектора момента силы M , определенного относительно произвольной точки O данной оси Z . Значение момента M_z не зависит от выбора положения точки O на оси Z .

Если ось Z совпадает с направлением вектора момента силы M , то момент силы представляется в виде вектора, совпадающего с осью Z (рисунок 5.5) (5.7):

$$\vec{M}_z = [\vec{r} \times \vec{F}]_z \quad (5.7)$$

Рисунок 5.5. Момент силы относительно оси

Момент импульса физического тела

Как и для момента силы, момент импульса рассматривается относительно точки и относительно оси, и это разные моменты импульса. Физическая и математическая модели момента импульса имеют сходные формы с физической и математической моделями момента силы. Математическая модель момента импульса также так же, как и математическая модель момента силы, использует

векторное произведение. Такая аналогия позволяет скорее понять этот физический параметр вращательного движения физического тела.

Момент импульса физического тела, находящегося на расстоянии r от центра вращения O , количество движения которой $m\mathbf{V}$, есть вектор \mathbf{L} , перпендикулярный плоскости, в которой находятся векторы \mathbf{r} и $m\mathbf{V}$ и, который образует с ними правовинтовую систему рисунок 5.6.

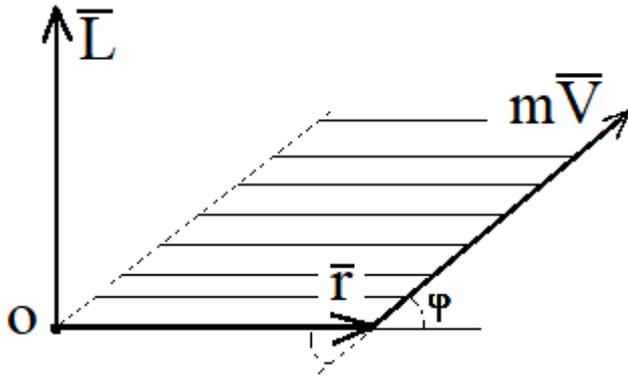


Рисунок 5.6. Момент импульса

Математическая модель вектора момента импульса представляется векторным произведением (5.8):

$$\vec{L} = [\vec{r} \times m\vec{V}] \quad (5.8)$$

Модуль момента импульса (5.9):

$$L = mVr \sin(\widehat{r \ mV}) \quad (5.9)$$

Угол φ , есть угол между векторами \mathbf{r} и $m\mathbf{V}$. Для вектора момента импульса \mathbf{L} , как и для вектора момента силы \mathbf{M} , существует понятие «плечо», но в данном случае его называют «плечо момента импульса». Смысл его аналогичен смыслу плеча силы. Плечо момента импульса – это кратчайшее расстояние до направления действия импульса $m\mathbf{V}$.

Моментом импульса относительно неподвижной оси Z называется скалярная величина L_z , равная проекции на эту ось вектора момента импульса, определенного для какой-то точки этой оси. Еще одна аналогия с моментом силы.

Момент импульса твердого тела вокруг неподвижной оси Z складывается из моментов импульсов всех его точек, которые движутся вокруг оси по окружностям с радиусами r_i со скоростями V_i : (5.10):

$$L_z = \sum_{i=1}^n m_i V_i r_i; i = 1, 2, \dots, n \quad V_i = r_i \omega; \quad (5.10)$$

откуда (5.11):

$$L_z = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \omega = \omega \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = \omega J_z; \quad L_z = J_z \omega; \quad (5.11)$$

В общем случае, векторное представление момента импульса физического тела имеет вид (5.12):

$$\vec{L} = J \vec{\omega}; \quad (5.12)$$

При вращении вокруг оси, вектор момента импульса физического тела \mathbf{L} , относительно неподвижной оси равен произведению его момента инерции J , относительно этой же оси, на угловую скорость вращения ω .

Тема 6. Основное уравнение динамики вращательного движения

2 закон Ньютона на основе момента импульса как основа уравнение динамики вращательного движения в дифференциальной форме. Энергетический подход в выводе основного уравнения динамики вращательного движения. Работа во вращательном движении. Интегрально-дифференциальное представление законов динамики вращательного движения.

Основное уравнение динамики вращательного движения, по своей сути, является вторым законом Ньютона для вращательного движения.

Воспользуемся понятием момента импульса физического тела относительно оси (5.11). Продифференцируем выражение для момента импульса относительно оси Z по параметру времени, получим (6.1):

$$L_z = J_z \omega; \quad \frac{dL_z}{dt} = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon = M_z; \quad (6.1)$$

Полученное означает, что результирующий момент внешних сил, действующих на вращающееся тело, равен производной от его момента импульса.

В общем случае, переходя к векторным величинам, этот закон представлен в (6.2):

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}; \quad (6.2)$$

Этот подход аналогичен представлению второго закона Ньютона в поступательном движении, как производной по времени от количества движения физического тела (3.1).

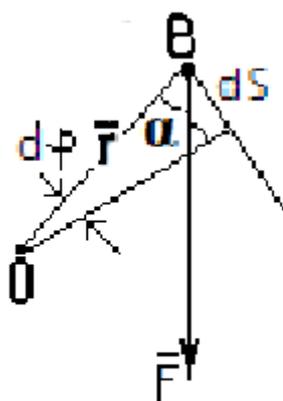


Рисунок 6.1. Организация вращения листа

Рассмотрим еще один подход вывода основного уравнения динамики для вращательного движения (6.2). Это энергетический подход, использующий физическое понятие «работа».

Пусть имеем лист бумаги, лежащий на гладкой поверхности. Проткнем его иглой в центре листа, чтобы создать ось вращения O . Пусть сила \mathbf{F} в произвольной точке B листа бумаги приложена в соответствии рисунка 6.1. Для этого другой иглой, не протыкая лист бумаги, создаем (усилие) силу \mathbf{F} . Результат действия силы \mathbf{F} уйдет на поворот

плоского тела (листа бумаги) на угол $d\varphi$ и путь dS .

Произойдет вращательное движение. Интересно то, что это вращательное движение в этом опыте будет происходить при любом направлении действия силы \mathbf{F} , кроме случая, когда эта сила будет строго направлена к центру вращения O . Этот опыт показывает природу возникновения вращательного движения.

При повороте листа совершается работа. При ее определении берется проекция силы на направление движения. Согласно рисунку 6.1, используя угол α , можем записать (6.3):

$$dA = FdS \sin \alpha; \quad (6.3)$$

$d\varphi$ – малая величина, синусы малых величин можем рассматривать как сами углы. Выразим dS через $d\varphi$. Согласно рисунку 6.1 для угла $d\varphi$, можем записать (6.4):

$$\frac{dS}{r} = \sin d\varphi \approx d\varphi; \quad dS \approx rd\varphi; \quad (6.4)$$

Подставляя (6.4) в уравнение (6.3), получаем выражение (6.5):

$$dA = FdS \sin \alpha = Fr \sin \alpha d\varphi; \quad (6.5)$$

В выражении (6.5) произведение $(r \sin \alpha)$ есть плечо проекции силы $F_S = F \sin \alpha$ (6.3). Будем считать, что вращение происходит относительно оси Z , тогда справедливо (6.6), то есть рассматривать проекцию момента силы на ось вращения Z .

$$Fr \sin \alpha = M_Z; \quad (6.6)$$

С учетом (6.6) выражение (6.5) принимает вид (6.7):

$$dA = M_Z d\varphi; \quad (6.7)$$

(6.7) определяет работу физического тела во вращательном движении; сходно с работой поступательного движения ($dA = F_S dS$), что еще раз свидетельствует об аналогии законов динамики в этих разных видах движения.

Таким образом работа во вращательном движении рисунка 6.1 в дифференциальной форме имеет вид (6.7).

Работа при вращении может идти на изменение, в нашем случае, увеличения кинетической энергии вращающегося физического тела (6.8):

$$dA = dT; \quad (6.8)$$

Если продифференцируем выражение для кинетической энергии (5.3), получим (6.9):

$$dT = d\left(\frac{J_z \omega^2}{2}\right) = J_z \omega d\omega; \quad (6.9)$$

Подставляя в (6.8) выражение для работы (6.7) и энергии (6.9), приходим к уравнению (6.10):

$$J_z \omega d\omega = M_z d\varphi \quad (6.10)$$

Если левую и правую части уравнения умножим или поделим на одно и то же число, то получим тождественное уравнение. Делим левую и правую части уравнения (6.10) на одну и ту же величину dt, получим (6.11):

$$J_z \omega \frac{d\omega}{dt} = M_z \frac{d\varphi}{dt}; \quad (6.11)$$

В последнем уравнении угловые скорости можем сократить, а производная от угловой скорости есть угловое ускорение. Эти преобразования приводят уравнение (6.11) к выражению момента силы относительно оси Z (6.12):

$$J_z \frac{d\omega}{dt} = M_z; \quad \frac{d\omega}{dt} = \varepsilon; \quad J_z \varepsilon = M_z; \quad (6.12)$$

В общем случае, в векторной форме основной закон динамики вращательного движения имеет вид (6.13):

$$\overline{J \varepsilon} = \overline{M}; \quad \overline{\varepsilon} = \frac{\overline{M}}{J}; \quad (6.13)$$

(6.13) - 2 закон Ньютона для вращательного движения. Угловое ускорение, с которым движется тело во вращательном движении, прямо пропорционально моменту действующих на него сил, и обратно пропорционально его моменту инерции.

M- результирующий момент сил, действующих на вращающееся тело; определяется векторным сложением (6.14):

$$\overline{M} = \overline{M}_1 + \overline{M}_2 + \dots + \overline{M}_n; n = 1, 2, \dots; \quad (6.14)$$

Динамическое уравнения для вращательного движения представляется как в дифференциальной, так и интегральной формах (6.15), (6.16):

$$J \frac{d\bar{\omega}}{dt} = \bar{M}; \quad Jd\bar{\omega} = \bar{M}dt; \quad \bar{\omega} = \frac{1}{J} \int \bar{M}dt; \quad (6.15)$$

$$J \frac{d^2\bar{\varphi}}{dt^2} = \bar{M}; \quad Jd^2\bar{\varphi} = \bar{M}dt; \quad \bar{\varphi} = \frac{1}{J} \iint \bar{M}dt; \quad (6.16)$$

При этом, интеграл может быть как неопределенным, так и определенным.

Тема 7. Аналогия динамических параметров и законов поступательного и вращательного движений

Аналогия физических параметров для меры инерции, скорости и ускорений в поступательном и вращательном движении. 2 закон Ньютона в дифференциальной и интегральной формах в поступательном и вращательном движении. Законы сохранения импульса и момента импульса для обоих видов движения. Аналогия уравнений работы и кинетической энергии в поступательном и вращательном движении.

Параметры и законы динамики поступательного и вращательного движений

Поступательное движение:

m – масса;

F – сила;

P – импульс;

2-й закон Ньютона:

$$m\bar{a} = \bar{F}; \quad m \frac{d\bar{V}}{dt} = \bar{F}; \quad \frac{d\bar{P}}{dt} = \bar{F};$$

Кинетическая энергия:

$$K = \frac{mV^2}{2};$$

Закон сохранения импульса:

$$\bar{P} = m\bar{V} = const;$$

Вращательное движение:

J – момент инерции;

M – момент силы;

L – момент импульса;

2-й закон Ньютона:

$$J\bar{\varepsilon} = \bar{M}; \quad J \frac{d\bar{\omega}}{dt} = \bar{M}; \quad \frac{d\bar{L}}{dt} = \bar{M};$$

Кинетическая энергия:

$$K = \frac{J\omega^2}{2};$$

Закон сохранения момента импульса:

$$\bar{L} = J\bar{\omega} = const;$$

Работа. Работа – мера энергии. Энергия – универсальная мера различных форм движения и взаимодействия. Аналогия параметров работы поступательного и вращательного движений.

Работа в поступательном движении:

$$A = F_s S = FS \cos \alpha;$$

$$F_s = F \cos \alpha;$$

$$\alpha = (\overline{F} \overline{S});$$

Элементарная работа:

$$dA = \overline{F} d\overline{r};$$

Работа во вращательном движении:

$$A = M_\varphi \varphi = M\varphi \cos \alpha;$$

$$M_\varphi = M \cos \alpha;$$

$$\alpha = (\overline{M} \overline{\varphi});$$

Элементарная работа:

$$dA = \overline{M} d\overline{\varphi};$$

При переходе системы из состояния r_1 в r_2 .

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F dr;$$

При переходе системы из состояния φ_1 в φ_2 .

$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M d\varphi;$$

Сравнение параметров и законов динамики поступательного и вращательного движений показывают единство природы в формах физических и математических моделей для сходных процессов, явлений и систем.

Работа в поле консервативных сил

Сила – мера контактного взаимодействия, но не всегда. Есть силы, природа которых обусловлена местоположением. Это **консервативные силы**.

Поле – среда, через которое происходит силовое взаимодействие между физическими объектами.

Если работа сил поля по замкнутому контуру равна нулю, то такое поле называется **полем консервативных сил**. Признак консервативных сил: **работа по замкнутому контуру равна нулю**.

Рассмотрим примеры консервативных сил.

Работа силы упругости

Пусть пружина была растянута до состояния X_1 , а затем немного отпущена и переведена в состояние X_2 . Масса пружины мала. При этом была произведена работа (7.1):

$$dA = F(x)dx; \quad (7.1)$$

Закон Гука для пружины (7.2):

$$F = -kx; \quad (7.2)$$

Подставляя (7.2) в уравнение (7.1) и, проведя интегрирование в пределах сжатия пружины от X_1 до X_2 , получим выражение для работы A_{12} (7.3):

$$A_{12} = -\int_{x_1}^{x_2} kx dx = -\frac{kx^2}{2} \Big|_{x_1}^{x_2} = -\frac{kx_1^2}{2} + \frac{kx_2^2}{2}; \quad A_{12} = \frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}; \quad (7.3)$$

Работа сил упругости пружины определяется разностью ее потенциальных энергий в состояниях X_1 и X_2 и не зависит от того, каким образом осуществлялся переход между этими состояниями.

Работа силы тяжести

Пусть тело массой m , в поле силы тяжести, переходит из состояния 1 в состояние 2 (рисунок 7.1). Разобьем траекторию движения тела на элементы $\Delta \vec{r}_i$. $\Delta \vec{r}_i$ - вектор перемещения в рассматриваемой точке. Он направлен по касательной к траектории движения. Вся траектория будет содержать n элементов; $i = 1, 2, \dots, n$. Работа i -го элемента определяется скалярным произведением векторов $\Delta \vec{r}_i$ и $m\vec{g}$ (7.4):

$$A_i = m\vec{g}\Delta \vec{r}_i; \quad (7.4)$$

Поскольку работа предполагает произведение проекции силы на перемещение, то выражение (7.4) примет вид (7.5). α - угол между векторами $\Delta \vec{r}_i$ и $m\vec{g}$.

$$A_i = mg\Delta r_i \cos \alpha; \quad (7.5)$$

(7.6) - элемент высоты Δh_i :

$$\Delta r_i \cos \alpha = \Delta h_i; \quad (7.6)$$

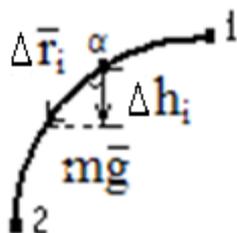


Рисунок 7.1. Работа в поле силы тяжести

Если просуммировать работу всех элементов n на участке 1 – 2, то получим (7.7):

$$A_{12} = \sum_{i=1}^n mg \Delta h_i; i = 1, 2 \dots n; \quad A_{12} = mg \sum_{i=1}^n \Delta h_i = mg(h_1 - h_2); \quad (7.7)$$

Из последнего выражения следует: работа в поле силы тяжести не зависит от траектории движения, а от начального и конечного положения физического тела.

Работа в поле гравитационных сил

Пусть малая планета массой m в гравитационном поле большой планеты массой M переходит из состояния 1 в состояние 2 (рисунок 7.2). Состояние малой планеты, по отношению к планете массой M , первоначально определялось радиус-вектором \vec{r}_1 . В результате перехода планеты массой m , ее состояние стало характеризоваться радиус-вектором \vec{r}_2 . В процессе перехода планеты совершалась работа A_{12} , которая определяется определенным интегралом (7.8):

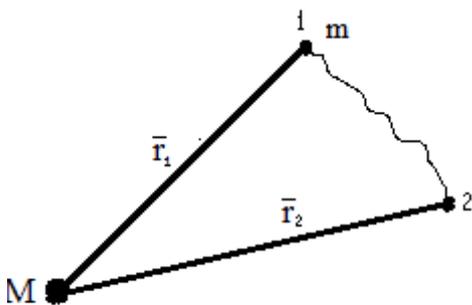


Рисунок 7.2. Гравитационное взаимодействие планет

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} F(\vec{r}) d\vec{r}; \quad (7.8)$$

Силовое взаимодействие планет описывается законом гравитации (7.9),

$$F(\vec{r}) = G \frac{Mm}{r^2} \vec{r}_0; \quad (7.9)$$

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг} \text{ с}^2$ - постоянная гравитации;
 r – расстояние между планетами массами m и M ;
 \vec{r}_0 – единичный вектор.

Подставим закон гравитации (7.9) в уравнение работы A_{12} (7.8) и проведем интегрирование в пределах от r_1 до r_2 . Получим выражение (7.10), где массы планет M и m и гравитационная постоянная G вынесены за знак интеграла, как постоянные величины.

$$A_{12} = MmG \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2}; \quad A_{12} = -GMm \frac{1}{r} \Big|_{r_1}^{r_2} = GMm \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right); \quad (7.10)$$

Из уравнения (7.10) следует: работа по движению планеты из одного состояния в другое не зависит от траектории движения, а зависит от начального и конечного положения планеты (физического объекта).

Рассмотренные примеры показали, что во всех случаях работа, совершенная разными физическими объектами, не зависела от траектории перемещения системы из одного состояния в другое, а зависела от ее начального и конечного положения.

Если во всех трех случаях рассмотреть обратное перемещение (для силы упругости, силы тяжести и силы гравитационного поля), т.е. наоборот; переход системы из состояния 2 в состояние 1 (было из 1 в 2), то получим те же величины работы, но с противоположным знаком. Суммарная работа по замкнутому контуру будет равна нулю. Это есть признак того, что работа осуществляется консервативными силами.

Еще одно следствие из рассмотренного.

mgh – потенциальная энергия тела массой m в поле силы тяжести;

$kx^2/2$ – потенциальная энергия пружины, растянутой на расстояние x ;

GMm^*1/r – потенциальная энергия системы планет массами m и M , находящихся на расстоянии r друг от друга.

Работа в поле консервативных сил равна разности потенциальных энергий физической системы при ее переходе из одного состояния в другое (7.11):

$$A_{12} = W_2 - W_1 \quad (7.11)$$

W_1 – потенциальная энергия физической системы в состоянии 1;

W_2 – потенциальная энергия физической системы в состоянии 2

Тема 8. Движение тела по наклонной плоскости в системе со ступенчатым блоком, масса которого отлична от нуля

Создание физической модели задачи. Динамические уравнения для поступательного движения на наклонных и горизонтальных плоскостях. Динамические уравнения вращательного движения для одноступенчатого и двухступенчатого шкивов. Зависимость линейных и угловых ускорений при вращении шкива. Расчет моментов инерции одноступенчатого двухступенчатого шкивов.

Система динамических уравнений для физического тела находящегося в поступательном и вращательном движениях в рамках единой механической системы.

Задача. Механическая система состоит из следующих элементов (рисунок 8.1 а). Грузы массами m_1 и m_2 движутся поступательно. К грузам прикреплены

невесомые нерастяжимые нити, перекиннутые или намотанные на блоки массами m_3 и m_4 , вращающиеся без трения вокруг осей. Блок массой m_3 – сплошной цилиндр, с радиусом r_3 ; блок массой m_4 – сплошной двухступенчатый цилиндр с радиусами ступеней r_4 и R_4 , одинаковой высоты h (рисунок 8.1 б). При движении нити по блокам не проскальзывают и параллельны плоскостям, по которым движутся грузы. Коэффициент трения о любую плоскость μ . Движение начинается из состояния покоя. Нити и участки плоскостей имеют достаточную длину, а $r_3 = r_4$. Блоки сделаны из одного материала.

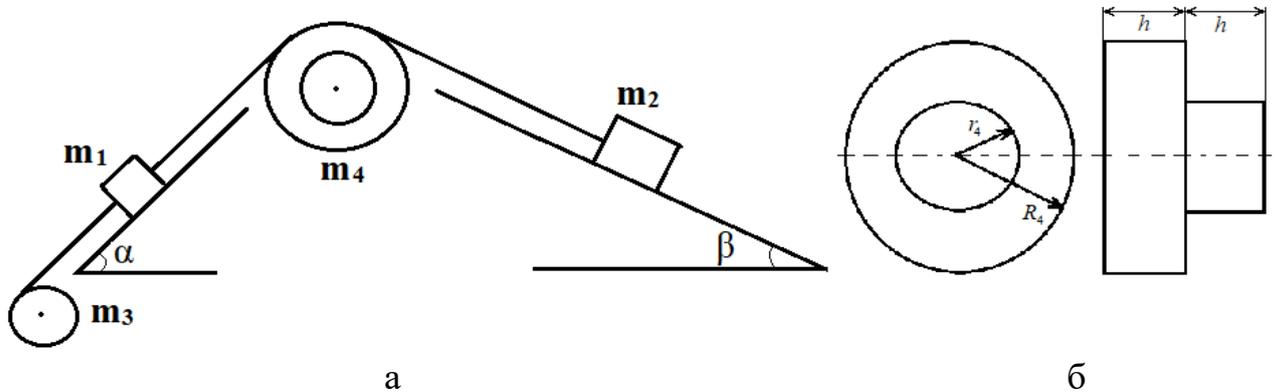


Рисунок 8.1. – Система движущихся тел (а) и схема двухступенчатого сплошного блока массой m_4 (б)

Задание 1. Найти линейные ускорения a_1 и a_2 грузов массами m_1 и m_2 и угловые ускорения блоков ε_3 , ε_4 .

Движение системы будет описываться 4 уравнениями динамики. Два уравнения будут описывать движение грузов массами m_1 и m_2 на наклонных плоскостях, а два (для блоков массами m_3 и m_4) – вращательное движение.

В соответствии 2 закона Ньютона для поступательного движения для тела массой m_1 справедливо уравнение (8.1):

$$m_1 \vec{a}_1 = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i; i = 1, 2 \dots n \quad (8.1)$$

F_{1i} - результирующий вектор сил груза массой m_1 , движущегося с линейным ускорением a_1 .

Для груза массой m_2 справедливо уравнение (8.2):

$$m_2 \vec{a}_2 = \sum_{\gamma=1}^z \vec{F}_\gamma; \gamma = 1, 2 \dots z \quad (8.2)$$

$F_{2\gamma}$ - результирующий вектор сил груза массой m_2 , движущегося с линейным ускорением a_2 .

Для блока массой m_3 справедливо основное уравнение динамики вращательного движения (8.3):

$$J_3 \vec{\varepsilon}_3 = \sum_{k=1}^p \vec{M}_k; k = 1, 2 \dots p \quad (8.3)$$

M_{3k} – результирующий вектор момента сил для блока массой m_3 , движущегося с угловым ускорением ε_3 .

Для блока массой m_4 справедливо основное уравнение динамики вращательного движения (8.4):

$$J_4 \vec{\varepsilon}_4 = \sum_{d=1}^s \vec{M}_d; d = 1, 2 \dots s \quad (8.4)$$

M_{4d} – результирующий вектор момента сил для блока массой m_4 , движущегося с угловым ускорением ε_4 .

i, γ, k, d – компоненты, соответственно, векторов: $F_{1i}, F_{2\gamma}, M_{3k}, M_{4d}$.

Чтобы определить компонентный состав этих векторов (n, m, p и l) создадим физическую модель задания.

Модель – система, наиболее полно отражающая свойства прототипа (условия задачи). Физическая модель задачи позволяет понять взаимодействие элементов системы и на ее основе создавать математические модели. Конечная формула решения задачи – есть математическая модель. Если в задаче надо определить несколько величин, то для каждой из них будет своя физическая и математическая модели. Учитывая цели задания 1, создадим его физическую модель.

На элементы механической системы действует множество сил, но не все они прямо или косвенно влияют на движение этих элементов. Силы, влияющие на движение элементов механической системы, следует вычленить из множества – и, на основе законов физики, выявить их взаимосвязь. В этом состоит функция физической модели задачи.

Нарисовав рисунок задания, задаем произвольно направление движения грузов и вращения блоков; указываем действующие силы на грузы и блоки. Если ввести обозначения сил натяжения нитей как на рисунка 8.2, то будут справедливы следующие равенства: $T_1 = T_1'; T_2 = T_2'; T_3 = T_3'$. Это справедливо для модулей сил, но не их векторов; ибо вектора приложены к разным элементам системы и направлены противоположно.

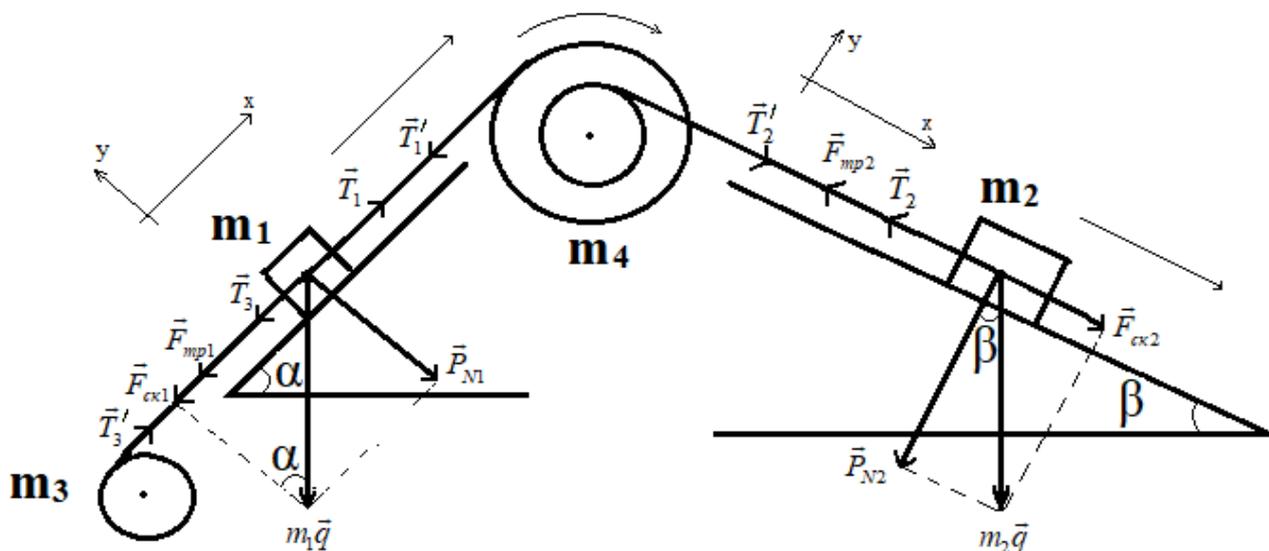


Рисунок 2. Физическая модель задания для определения линейных и угловых ускорений грузов и блоков механической системы

Перейдем от векторных уравнений (8.1) – (8.4) к алгебраическим уравнениям, и последовательно рассмотрим действие сил на каждый элемент системы.

Уравнение движения груза массой m_1 .

Расположим систему координат так, чтобы направление оси X совпало с направлением движения груза. Силы, действующие вдоль оси Y, имеют проекции равные нулю на направление движения; поэтому их не отражаем на рисунке. Однако помним, что сила реакции опоры N_1 равна силе нормального давления P_{N1} , и, последняя влияет на силу трения скольжения (8.6).

На движение будут влиять силы, действующие вдоль оси X:

- сила, под действием которой происходит скатывание груза, ее будем называть скатывающей силой и ее модуль обозначим как F_{ck1} ;
- сила трения, направленная противоположно движению груза F_{mp1} ;
- модули сил натяжения нитей T_1 и T_3 .

Разложим силу m_1q на компоненты в соответствии рисунка 8.2. Это позволит установить следующее (8.5):

$$F_{ck1}/m_1q = \sin \alpha; \quad F_{ck1} = m_1q \sin \alpha \quad (8.5)$$

Коэффициент трения скольжения определяет какую долю от силы нормального давления $P_{N1} = m_1q \cos \alpha$ составляет сила трения, откуда имеем (8.6):

$$\mu = F_{mp1}/P_{N1} = F_{mp1}/m_1q \cos \alpha; \quad F_{mp1} = \mu m_1q \cos \alpha \quad (8.6)$$

Итак, на движение груза влияют силы T_1 и T_3 , а F_{ck1} и F_{mp1} являются компонентами m_1q . Уравнение (8.1) можно представить как (8.7):

$$m_1 \vec{a}_1 = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{T}_1 + \vec{T}_3 + \vec{F}_{ck1} + \vec{F}_{mp1} \quad (8.7)$$

Все силы, действие которых способствует движению в выбранном положительном направлении, в алгебраическом уравнении будут иметь знак «+»; силы действие которых направлено противоположно движению – знак «-» (8.8).

$$m_1 a_1 = T_1 - T_3 - F_{ck1} - F_{mp1} = T_1 - T_3 - m_1 g \sin \alpha - \mu m_1 g \cos \alpha \quad (8.8)$$

Уравнение движения груза массой m_2 .

На движение этого груза влияют те же силы: скатывания, трения и натяжения нити. Сила $m_2 g$ имеет компоненты F_{ck2} и F_{mp2} (рисунок 8. 2). Уравнение (8.2) представим как (8.9):

$$m_2 \vec{a}_2 = \sum_{\gamma=1}^z \vec{F}_\gamma = \vec{T}_2 + \vec{F}_{ck2} + \vec{F}_{mp2} \quad (8.9)$$

Так как угол наклона плоскости для второго груза β , а коэффициент трения для обеих плоскостей один и тот же μ , то получаем (8.10) и (8.11):

$$F_{ck2} / m_2 g = \sin \beta; \quad F_{ck2} = m_2 g \sin \beta \quad (8.10)$$

$$\mu = F_{mp2} / P_{N2} = F_{mp2} / m_2 g \cos \beta; \quad F_{mp2} = \mu m_2 g \cos \beta \quad (8.11)$$

В алгебраической форме, с учетом выбранного положительного направления движения в задании, уравнение для второго груза будет иметь вид (8.12):

$$m_2 a_2 = F_{ck1} - F_{mp1} - T_2 = m_2 g \sin \beta - \mu m_2 g \cos \beta - T_2 \quad (8.12)$$

Уравнение движения блока массой m_3 .

Сопоставление величин m_1 и m_2 не определяет направление вращения блока массой m_3 (раскручивание или закручивание), поскольку блок массой m_4 имеет разные плечи сил для ступеней (масса в 100 г может «перевесить» 1 кг). Истинное направление движения системы дает лишь решение задачи, ибо оно учитывает наклоны плоскостей, величины плеч сил в блоках, массы грузов и самих блоков. По условию задачи, моментом силы трения пренебрегаем, поэтому результирующий момент определяется лишь силой натяжения нити T_3' и радиусом блока r_3 ; (8.3) можно представить как (8.13). Так как направление T_3' совпадает с направлением движения системы, то уравнение (8.13) в алгебраической форме принимает вид (8.14):

$$J_3 \vec{\varepsilon}_3 = \sum_{k=1}^p \vec{M}_{3k} = \vec{M}_{31} \quad (8.13)$$

$$J_3 \varepsilon_3 = M_{31} = T_3' r_3 \quad (14)$$

Приведем ε_3 к параметру линейного (тангенциального) ускорения. Линейное ускорение нити между элементами массами \mathbf{m}_1 и \mathbf{m}_3 такое же, как и у груза массой \mathbf{m}_1 . Связь тангенциального и углового ускорений: $a_\tau = \varepsilon r$. Откуда получаем (8.15):

$$a_1 = \varepsilon_3 r_3; \quad \varepsilon_3 = a_1 / r_3 \quad (8.15)$$

Блок массой \mathbf{m}_3 имеет цилиндрическую форму, его момент инерции (8.16):

$$J_3 = \frac{1}{2} m_3 r_3^2 \quad (8.16)$$

Из (8.14), (8.15) и (8.16) получаем (8.17):

$$\frac{m_3 a_1}{2} = T_3 \quad (8.17)$$

Уравнение движения блока массой \mathbf{m}_4 .

Блок, двухступенчатый. Его вращение определяется силами T_1' и T_2' ; поэтому результирующий момент сил этого блока имеет две компоненты. Уравнение (8.4) принимает вид (8.18):

$$J_4 \vec{\varepsilon}_4 = \sum_{d=1}^l \vec{M}_{4d} = \vec{M}_{41} + \vec{M}_{42} \quad (8.18)$$

С учетом направления сил T_1' и T_2' (8.18) переходит в (8.19):

$$J_4 \varepsilon_4 = \sum_{d=1}^l M_{4d} = -M_{41} + M_{42} = -T_1' R_4 + T_2' r_4 = T_2' r_4 - T_1' R_4 \quad (19)$$

Перейдем от углового ускорения ε_4 к линейному ускорению a_2 . Так как линейное ускорение точек радиуса r_4 блока будет таким же как у нити и у груза массой \mathbf{m}_2 , то справедливо (8.20):

$$a_2 = \varepsilon_4 r_4; \quad \varepsilon_4 = a_2 / r_4 \quad (8.20)$$

Тогда (8.19) примет вид (8.21):

$$J_4 \frac{a_2}{r_4} = T_2' r_4 - T_1' R_4 \quad (8.21)$$

Определение момента инерции ступенчатого блока массой m_4 .

Решение задачи упростится, если найдем величину момента инерции J_4 . Из рисунка 8.1 б имеем (8.22):

$$J_4 = J_{4r} + J_{4R} = \frac{1}{2} m_{4r} r^2 + \frac{1}{2} m_{4R} R^2 \quad (8.22)$$

Масса блока известна, но неизвестны массы его цилиндров с радиусами r_4 и R_4 . Блоки сплошные из одного материала, одинаковой высоты h ; значит их плотности равны; откуда получаем выражение (8.23) для цилиндра с радиусом m_{4r} :

$$\begin{aligned} \rho_r = \rho_R; \quad \frac{m_{4r}}{V_r} = \frac{m_4}{V_r + V_R}; \quad \frac{m_{4r}}{h\pi r^2} = \frac{m_4}{h(\pi r^2 + \pi R^2)}; \\ m_{4r} = \frac{m_4 h \pi r^2}{h(\pi r^2 + \pi R^2)} = \frac{r^2}{R^2 + r^2}; \quad m_{4R} = \frac{m_4 R^2}{R^2 + r^2}; \end{aligned} \quad (8.23)$$

Для m_{4R} получаем (8.24):

$$m_{4R} = \frac{m_4 R^2}{R^2 + r^2}; \quad (8.24)$$

Выражения m_{4r} и m_{4R} позволяют определить численное значение J_4 (8.22).

Система алгебраических уравнений для определения линейных ускорений грузов массами m_1 и m_2 по наклонным плоскостям

Получили 4 линейных уравнения: (8.8), (8.12), (8.17) и (8.21) с 5 неизвестными: T_1 , T_2 , T_3 , a_1 , и a_2 (8.25):

$$\begin{aligned} m_1 a_1 &= T_1 - T_3' - m_1 q \sin \alpha - \mu m_1 q \cos \alpha \\ m_2 a_2 &= m_2 q \sin \beta - \mu m_2 q \cos \beta - T_2 \\ J_4 \frac{a_2}{r_4} &= T_2' r_4 - T_1' R_4 \\ \frac{m_3 a_1}{2} &= T_3 \end{aligned} \quad (8.25)$$

Уменьшим число неизвестных, исключив a_2 . Все точки блока массой m_4 будут иметь одинаковые угловые ускорения, т.е. (8.26):

$$\varepsilon_{4r} = \varepsilon_{4R}; \quad \frac{a_2}{r_4} = \frac{a_1}{R_4}; \quad a_2 = a_1 \frac{r_4}{R_4}; \quad (8.26)$$

Так как $T_1=T_1'$; $T_2=T_2'$; $T_3=T_3'$ и учитывая (8.26) и величину J_4 , получим (8.27):

$$\begin{aligned} m_1 a_1 &= T_1 - T_3 - m_1 g \sin \alpha - \mu m_1 g \cos \alpha \\ m_2 a_1 \frac{r_4}{R_4} &= m_2 g \sin \beta - m_2 g \cos \beta - T_2 \\ J_4 \frac{a_1}{R_4} &= T_2 r_4 - T_1 R_4 \\ \frac{m_3 a_1}{2} &= T_3 \end{aligned} \quad (8.27)$$

Имеем систему 4 уравнений с 4 неизвестными величинами. Знание a_1 и a_2 позволяет определить модули ε_3 и ε_4 .

Если в результате решения задания получим отрицательное значение линейного ускорения, то это значит, что реальное направление движения механической системы противоположно. Следует задать реальное (произвольное) направления движения системы и скорректировать решение задачи, что означает – перерешать ее.

Задание 2. Используя уравнения задания 1, определите модули сил натяжения нитей (T_1 , T_2 и T_3) на каждом участке механической системы.

Задание 3. Определите силы реакций обоих блоков на их оси.

Тема 9. Колебания. Волна. Уравнение гармонического колебания

Основные понятия и параметры теории колебаний: амплитуда колебания, колебание, фаза, период, частота, угловая частота. Моделирование процесса колебаний как вращающегося вектора.

Волна. Уравнение волны. Состояние, скорость и ускорение колебательного процесса. Математический и физический маятники.

Колебания в физике - повторяющийся процесс, в ходе которого происходит переход одного вида энергии в другой. Колебания реализуются посредством колебательного контура – системы, имеющей два разнородных носителя энергии. Один из наиболее распространенных видов колебаний, это гармонические колебания; они описываются посредством гармонических функций (синуса или косинуса).

Пусть математический маятник при $t=0$ отклонен на угол φ . Этот процесс можно рассматривать через косинус. Но приходится рассматривать колебания,

где начало колебаний совпадает с началом отсчета времени. Здесь удобно пользоваться синусом. Поэтому, колебания можно рассматривать как через синус, так и через косинус (рисунок 9,1 а, б, в), поскольку они связаны через 90° (9.1).

$$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha \quad (9.1)$$

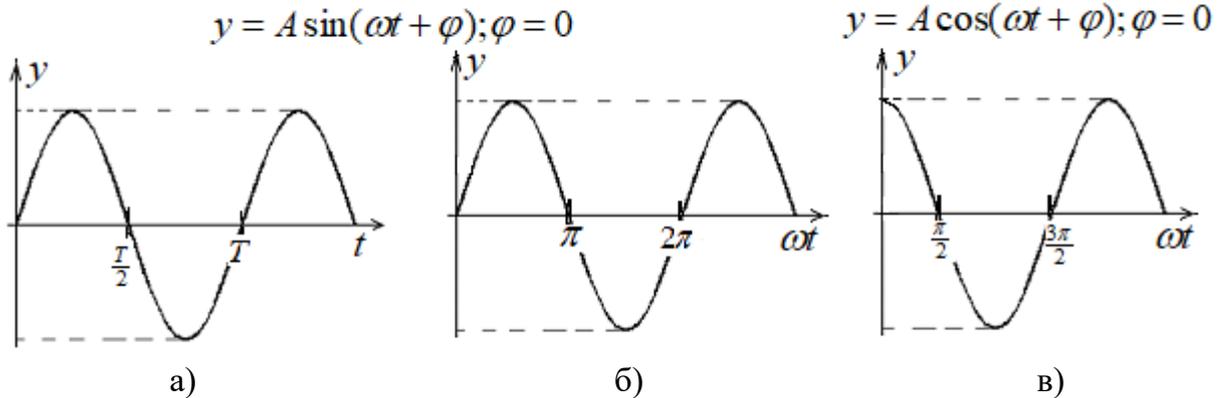


Рисунок 9.1. а) – синусоидальный колебательный процесс в зависимости от времени t ; б) – синусоидальный колебательный процесс как функция угла ωt ; в) – косинусоидальный колебательный процесс.

Уравнение колебания (9.2):

$$y = A \cos(\omega t + \varphi); \quad (9.2)$$

y – состояние колебания в момент времени t ;

A – амплитуда колебания - наибольшее отклонение колебательной системы от положения равновесия;

$(\omega t + \varphi)$ – фаза колебаний – угол, который имеет колебательная система в момент времени t .

φ – начальная фаза колебаний – угол, который имеет колебательная система в момент времени $t=0$: или, угол, начиная с которого начинается колебательный процесс.

ω – угловая частота колебательного процесса, показывает скорость изменения угла за время одного периода (9.3):

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \quad (9.3)$$

T – период колебаний, время одного колебания.

ν – частота колебаний, число колебаний в единицу времени (9.4):

$$\nu = \frac{1}{T} \quad (9.4)$$

Величину y определяют: A , ω , φ и t . Вспомним, что вращение описывается таким же уравнением (9.2). Это сходство позволило любой гармонический процесс представлять в виде аналога, вращающегося вектора, у которого во вращении те же параметры: A , ω , φ , t . Подмена колебания вращающимся вектором – моделирование (рисунок 9.2).

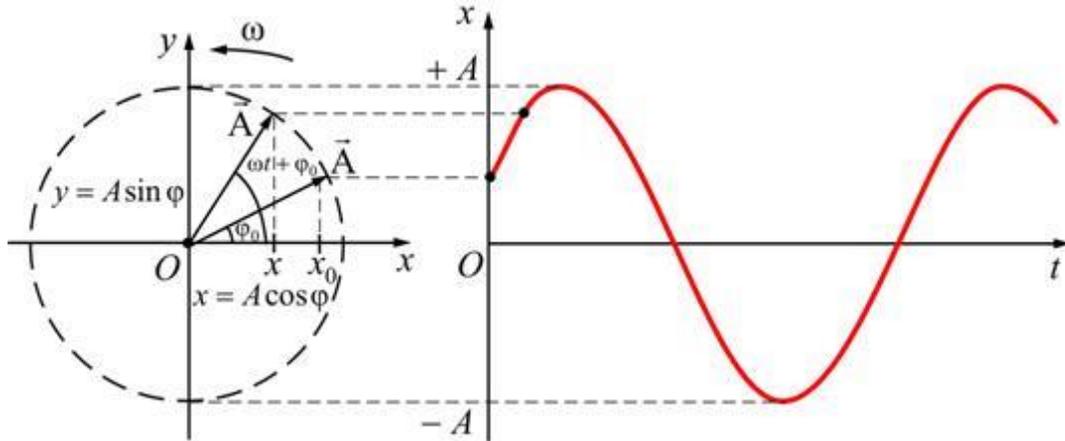


Рисунок 9.2. Моделирование процесса колебания на основе вращающегося вектора.

Если возьмем ось y , выберем на ней точку O и вокруг нее начнем вращать вектор с амплитудой величины A , то этот процесс также будет гармоническим колебанием, что иллюстрируется рисунком 9.2. Это описывается тем же уравнением (9.2). Проекция A на ось y будет изменяться от $-A$ до $+A$. Поэтому ω называют угловой скоростью колебательного процесса, так как он в модели определяет угловую скорость вращения вектора.

Волна

Волна – распространяющееся колебание, результат колебательного процесса, где происходит перенос энергии без переноса вещества.

Пусть колебание, имея скорость V , распространилось на расстояние X за время t^p , что отражено в уравнениях (9.5) и (9.6):

$$y = A \cos \left[\omega(t - t^p) + \varphi \right]; \quad y = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{V} \right) + \varphi \right]; \quad (9.5)$$

$$y = A \cos \left[\omega t - \frac{\omega x}{V} + \varphi \right]; \quad y = A \cos \left[\omega t - \frac{2\pi x}{TV} + \varphi \right]; \quad (9.6)$$

Произведение периода T на скорость волны V , есть длина волны, которую обозначим λ (9.7):

$$y = A \cos \left[\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi \right]; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}; \quad (9.7)$$

k - волновое число, показывающее, какое число волн укладывается на отрезке 2π . Уравнение волны (9.10):

$$y = A \cos[\omega t - kx + \varphi]; \quad (9.10)$$

Как следует из (9.10), уравнение волны отличается от уравнения колебаний наличием еще одного слагаемого в фазе колебания ($\omega t - kx + \varphi$), учитывается изменение фазы колебаний, обусловленное распространением колебания на расстояние X от источника колебаний.

Уравнение колебания:

$$y = A \cos(\omega t + \varphi);$$

Уравнение волны:

$$y = A \cos[\omega t - kx + \varphi];$$

Скорость и ускорение колебательного процесса

Пусть имеем колебательный процесс, который описывается через косинус. Его уравнение имеет вид (9.11), график представлен рисунком 9.3:

$$y = A \cos(\omega t + \varphi); \quad (9.11)$$

Если взять производную по времени от (9.11), то получим уравнение для скорости колебания, которое приведено к виду (9.12):

$$V = -A\omega \sin(\omega t + \varphi); \quad V = A\omega \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right); \quad (9.12)$$

При этом использовалась зависимость:

$$-\sin \alpha = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right);$$

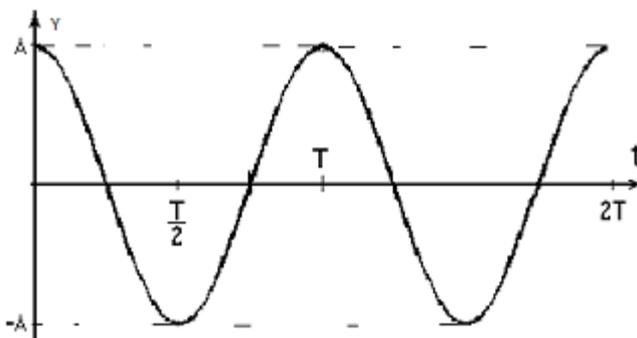


График скорости колебаний, согласно (9.12), сместился на 90° и приведен на рисунке 9.4. Амплитуда колебаний скорости $V_m = A\omega$.

Рисунок 9.3. График функции (9.11)

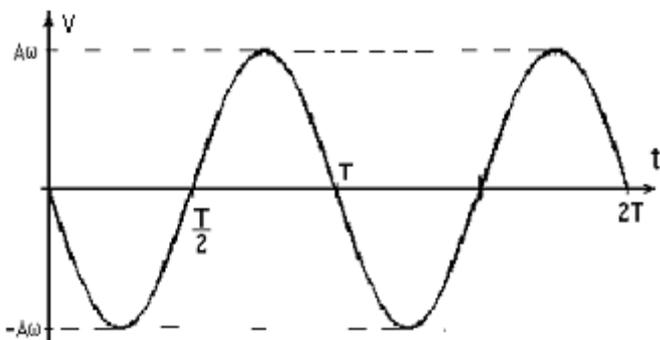


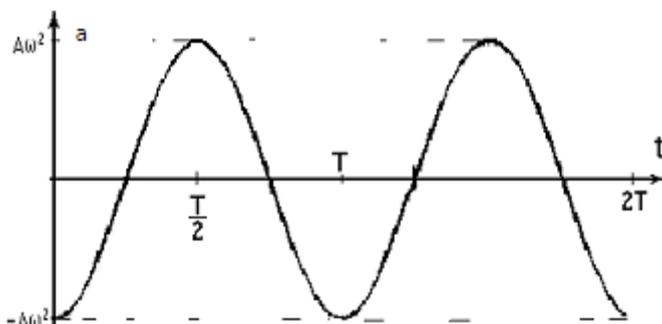
Рисунок 9.4. График зависимости скорости V колебательного процесса от времени t

Если взять производную по времени от скорости колебаний (9.12), то получим уравнение для параметра ускорения колебательного процесса (9.13):

$$a = V' = y'' = \left[A\omega \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \right]' = -A\omega^2 \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right); \quad (9.13)$$

Перевод выражения (9.13) к косинусу приводит к уравнению (9.14):

$$a = A\omega^2 \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi + \pi); \quad (9.14)$$



График, соответствующий уравнению (9.14), приведен на рисунке 9.5.

Рисунок 9.5. График зависимости ускорения a колебательного процесса от времени t

Из уравнения (9.14) следует, что параметр ускорения a сдвинут относительно графика колебаний (9.11) на угол 180° и находится по отношению к нему в противофазе. Амплитуда колебаний ускорения $a_m = A\omega^2$.

Графики рисунков (9.3–9.5) иллюстрируют взаимозависимость параметров состояния колебаний y , скорости (V) и ускорения (a). При этом:

- амплитуда колебания: $y_m = A$;
- максимальная скорость колебания: $V_m = A\omega$;
- максимальное ускорение колебания: $a = A\omega^2$.

Тема 10. Математический и физический маятники

Свободные колебания маятника. Физическая модель математического маятника. Дифференциальное уравнение колебаний математического маятника и его решение. Частота и период колебаний математического маятника.

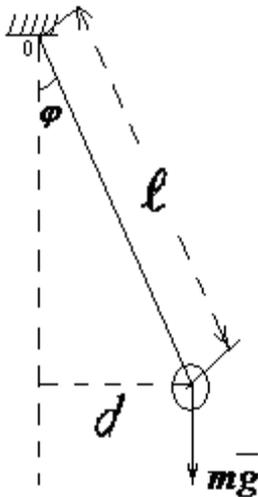
Физический маятник. Приведенная длина физического маятника. Период колебаний физического маятника.

Математический маятник - колебательная система, состоящая из нерастяжимой невесомой нити и груза, масса которого условно сосредоточена в одной точке и отклонение которого осуществляется на малые углы (термин принятый в математике).

Поскольку движение математического маятника имеет вращательный характер, то динамический процесс колебаний описывается основным уравнением динамики для вращательного движения. В соответствии физической модели колебательного процесса рисунка 10.1, имеем уравнение (10.1):

$$J\bar{\varepsilon} = \bar{M}; \quad J\varepsilon = J\varphi'' = -mg\ell \sin \varphi; \quad (10.1)$$

Знак « - » учитывает то, что действие момента силы направлено противоположно отклонению математического маятника.



$$\sin \varphi \approx \varphi; \quad \ell \sin \varphi = d; \quad J\varphi'' = -mg\varphi; \quad (10.2)$$

Переносим правую часть уравнения - в левую, имеем (10.3):

$$J\varphi'' + mg\ell \varphi = 0; \quad \varphi'' + \frac{mg\ell}{J} \varphi = 0; \quad (10.3)$$

Математический маятник является материальной точкой, подвешенной на невесомой нерастяжимой нити. Следовательно, его момент инерции определяется формулой (4.1). Подставим момент инерции математического маятника в (10.3), получим (10.4):

$$J = ml^2; \quad \varphi'' + \frac{g}{\ell} \varphi = 0; \quad \text{введем обозначение:} \quad \frac{g}{\ell} = \omega_0^2; \quad (10.4)$$

После подстановки получим однородное дифференциальное уравнение второго порядка (10.5):

$$\varphi'' + \omega_0^2 \varphi = 0; \quad (10.5)$$

(10.5) описывает процесс свободных колебаний математического маятника. **Свободный процесс колебания** – это такой процесс, который совершается после прекращения действий внешних воздействий на колебательную систему. Маятник был отведен на некоторый угол φ от положения равновесия и, в мо-

мент времени $t = 0$, отпущен. Далее происходил свободный от внешних воздействий колебательный процесс.

Решением уравнения (10.5) будет уравнение, которое будучи подставлено в него даст тождество. Таким уравнением является уравнение вида (10.6), которое нам известно как уравнение гармонических колебаний.

Поскольку при проведении анализа гармонических колебаний математического маятника использован параметр угла φ (10.1 -10.5), то в качестве угла начальной фазы колебаний уравнения (10.6) используем обозначение α .

$$\varphi = A \cos(\omega_0 t + \alpha); \quad (10.6)$$

Как известно, период гармонических функций $\sin x$ и $\cos x$ равен 2π , поэтому справедливо (10,7):

$$\omega_0 t + \omega_0 T + \alpha = \omega_0 t + \alpha + 2\pi; \quad \omega_0 T = 2\pi; \quad (10.7)$$

Откуда следует (10.8):

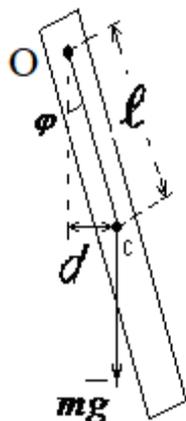
$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{\ell}}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}; \quad (10.8)$$

Период колебаний математического маятника не зависит от массы колеблющегося тела, а зависит от длины подвеса точечной массы.

Математический маятник – идеализированная система. Нить маятника невесомая и нерастяжимая, масса подвешенного груза – условно точечная, сопротивлением воздуха в ходе колебаний - пренебрегаем.

Физический маятник

Физический маятник - твердое тело, способное совершать колебания вокруг оси, не проходящей через центр масс. В положении равновесия центр инерции и точка подвеса находятся на одной прямой.



В форме прямоугольника в виде стержня он приведен на рисунке 10.2, где O – точка подвеса (ось вращения) физического маятника; C - центр масс физического маятника; d – плечо силы; φ – угол отклонения маятника от положения равновесия.

Рисунок 10.2. Физический маятник

Получим дифференциальное уравнение колебаний физического маятника как это было сделано для математического маятника.

Отклоним физический маятник на малый угол φ от положения равновесия и отпустим его; начнутся свободные колебания, математическое описание которых приводит к уравнению (10.9).

$$J\bar{\varepsilon} = \bar{M}; \quad J\varepsilon = M = -mgd = -mg\ell \sin \varphi = J\varphi''; \quad (10.9)$$

Как и для математического маятника, знак « - » учитывает то, что действие момента силы направлено противоположно отклонению математического маятника φ . Переносим все величины уравнения в его левую часть и, заменяя угловое ускорение ε второй производной по параметру φ , получим (10.10)

$$J\varphi'' + mg\ell \sin \varphi = 0; \quad \frac{mg\ell}{J} = \omega_0^2; \quad \sin \varphi \approx \varphi; \quad (10.10):$$

Откуда, уравнение колебания физического маятника (10.11):

$$\varphi'' + \omega_0^2 \varphi = 0; \quad (10.11)$$

Уравнение по виду совпадает с дифференциальным уравнением математического маятника (10.6). Его решение, как и для математического маятника, находится в виде гармонического колебания (10.12):

$$\varphi = A \cos(\omega_0 t + \alpha); \quad (10.12)$$

Найдем период колебаний физического маятника.

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}; \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{mg\ell}{J}}; \quad \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{mg\ell}{J}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mg\ell}};$$

откуда получаем (10.13):

$$T_\varphi = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mg\ell_\varphi}}; \quad (10.13)$$

J – момент инерции физического маятника относительно оси подвеса; m – масса физического маятника; ℓ_φ – расстояние от оси подвеса маятника до его центра масс.

Однако можно найти математический маятник с тем же периодом колебаний, что и данный физический. Определим длину нити подвеса математического маятника, период колебаний которого совпадает с периодом колебаний физического маятника. Для этого приравняем друг к другу выражения (10.8) и (10.13): $T_m = T_\phi$, получим (10.14):

$$2\pi \sqrt{\frac{\ell_m}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mg\ell_\phi}}; \quad \text{откуда:} \quad \ell_m = \frac{J}{m\ell_\phi} = \ell_{пр}; \quad (10.14)$$

$\ell_{пр}$ - приведенная длина физического маятника.

Приведенная длина физического маятника, это такая длина математического маятника, период колебаний которого совпадает с периодом колебаний данного физического маятника.

Как следует из (10.14), период колебаний физического маятника зависит от его момента инерции J , расстояния от точки подвеса до центра масс ℓ_ϕ и массы m самого маятника. Заметим, что период колебаний математического маятника (10.8) не зависит от массы самого маятника.

Тема 11. Колебания в вязкой среде. Вынужденные колебания. Резонанс

Свободные колебания в вязкой среде. Дифференциальное уравнение колебаний в вязкой среде и его решения. Аperiodический процесс колебаний. Затухающие гармонические колебания. Вынужденные колебания. Частотные свойства колебательной системы. Резонанс.

Пусть имеем пружинный маятник. Пружинный маятник - это колебательная система, которая представляет собой груз массой m подвешенный на пружине, жесткость которой позволяет осуществлять движение груза в вертикальной плоскости с некоторой амплитудой (рисунок 11.1). Определим уравнение таких колебаний. Процесс движения груза под действием силы упругости описывается уравнением (11.1):

$$ma = -kx; \quad (11.1)$$

k - коэффициент жесткости пружины; x - координата, вдоль которой происходит колебание и, которая определяет положение пружинного маятника с течением времени.

Знак « - » указывает на то, что смещение x направлено противоположно силе упругости.

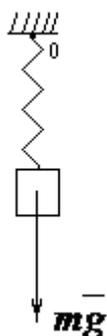


Рисунок 11.1. Пружинный маятник

При рассмотрении колебаний математического и физического маятников мы не учитывали силу сопротивления среды, в которой осуществлялось колебание. Будем считать, что среда, в которой осуществляется колебание, вязкая. Учтем силу сопротивления среды. Пусть эта сила будет пропорциональна скорости колебаний V (11.2):

$$F_{\text{сопр}} = -rV; \quad (11.2)$$

r – коэффициент пропорциональности. Знак « - » указывает на то, что сила сопротивления направлена противоположно скорости движения маятника.

На основе 2 закона Ньютона, с учетом (11.1) и (11.2) и, произведя некоторые преобразования, получим (11.3):

$$ma = -kx - rx'; \quad mx'' + rx' + kx = 0; \quad x'' + \frac{r}{m}x' + \frac{k}{m}x = 0; \quad (11.3)$$

$$\text{Введем обозначения. Пусть:} \quad \frac{r}{m} = 2\beta; \quad \frac{k}{m} = \omega_0^2;$$

β – коэффициент, характеризующий вязкость среды;

ω_0 – собственная частота колебательной системы.

С учетом обозначений, уравнение колебаний пружинного маятника в вязкой среде имеет вид (11.4):

$$x'' + 2\beta x' + \omega_0^2 x = 0; \quad (11.4)$$

Это линейное, однородное дифференциальное уравнение второго порядка. Его решение будем искать подстановкой Эйлера: $x = Ae^{pt}$. Подставим последнее выражение в (11.4), получим характеристическое уравнение нашего дифференциального. Решение характеристического уравнения дает корни p_1 и p_2 (11.5):

$$\begin{aligned} Ap^2 e^{pt} + 2\beta Ape^{pt} + \omega_0^2 Ae^{pt} &= 0; \\ p^2 + 2\beta p + \omega_0^2 &= 0; \\ p_{1,2} &= -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}; \end{aligned} \quad (11.5)$$

Дальнейшее решение уравнения колебаний пружинного маятника зависит от корней p_1 и p_2 . В зависимости от корней характеристического уравнения, колебательные процессы могут быть разными. p_1 и p_2 могут быть действительными или комплексными.

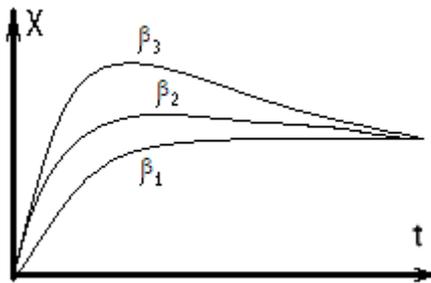
Поскольку корней характеристического уравнения два, то и величин A будет 2, которые обозначим, соответственно, A_1 и A_2 .

Если $\beta^2 > \omega_0^2$, то корни действительные и общее решение имеет вид (11.6):

$$x = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} = A_1 e^{(-\beta + \omega)t} + A_2 e^{(-\beta - \omega)t};$$

$$\omega = \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2};$$
(11.6)

Это так же означает, что в колебательной системе большая величина β (большое сопротивление среды) и, как следствие, возникает аperiodический процесс: колебания быстро заканчиваются, едва начавшись.



Аperiodический (затухающий) колебательный процесс для разных уровней вязкой среды ($\beta_1 > \beta_2 > \beta_3$) приведен на рисунке 11.2.

Рисунок 11.2. Графики аperiodических колебательных процессов с разной вязкостью среды

Рассмотрим следующий случай решения дифференциального уравнения. Положим, при решении характеристического уравнения (11.5), соответствующего нашему дифференциальному уравнению (11.4), получили такое соотношение для величин дискриминанта, что выполняется условие: $\beta^2 < \omega_0^2$

Это означает, что получаем комплексные корни характеристического уравнения и общее решение принимает вид (11.7):

$$x = A_1 e^{(-\beta + j\omega)t} + A_2 e^{(-\beta - j\omega)t};$$
11.7

На основе математических преобразований (11.8):

$$\cos \alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2}; \quad \sin \alpha = \frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2j};$$
(11.8)

(11.7) приводим к виду (11.9):

$$x = A e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi);$$
(11.9)

В последнем выражении (11.9) коэффициент затухания β имеет тот же смысл, что и в (11.3), однако частота колебаний пружинного маятника в вязкой среде отличается от собственной частоты колебаний ω_0 (11.10):

$$\beta = \frac{r}{2m}; \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}. \quad (11.10)$$

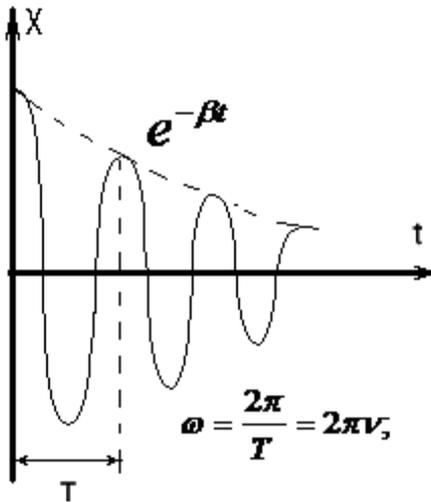


График функции (11.9) имеет вид затухающих гармонических колебаний (рисунок 11.3). Наблюдается экспоненциальное затухание амплитуды гармонических колебаний. Такой процесс колебаний наблюдается при малых значениях коэффициента β , то есть в средах с небольшой вязкостью.

Рисунок 11.3. Затухающие гармонические колебания пружинного маятника

Если $r \rightarrow 0$, то второе слагаемое дифференциального уравнения (11.4) так же стремится к 0 и получаем уравнение математического или физического маятников (10.5) или (10.11). В данном случае будем иметь незатухающие гармонические колебания.

Вынужденные колебания

Вынужденные колебания это те, которые происходят под влиянием внешнего фактора на колебательную систему.

Положим имеем детские качели, которые отклонили на угол φ и отпустили. Колебания будут затухающими и их уравнение (11.11):

$$x'' + 2\beta x' + \omega_0^2 x = 0; \quad (11.11)$$

Чтобы раскачивать качели, необходимо оказывать силовое воздействие так, чтобы частота воздействия совпадала или была близка к собственной частоте колебаний качелей ω_0 . Если это условие соблюдать, то будем наблюдать стабильное катание на качелях. Если же частота внешнего воздействия будет значимо отличаться от ω_0 , то возможно затухание колебаний вплоть до остановки качелей. Это так же означает, что силовое внешнее воздействие для стабильного катания на качелях должно иметь гармонический характер (11.12)

$$F = F_m \cos(\omega t + \varphi); \quad (11.12)$$

Учет (11.12) в уравнении (11.11) приводит к (11.13):

$$x'' + 2\beta x' + \omega_0^2 x = \frac{F_m}{m} \cos(\omega t + \varphi); \quad (11.13)$$

Это линейное, неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка. Оно описывает вынужденные колебания в физической системе. Его решение складывается из решения соответствующего ему однородного уравнения (11.11), плюс частное решение соответствующего ему, неоднородного уравнения.

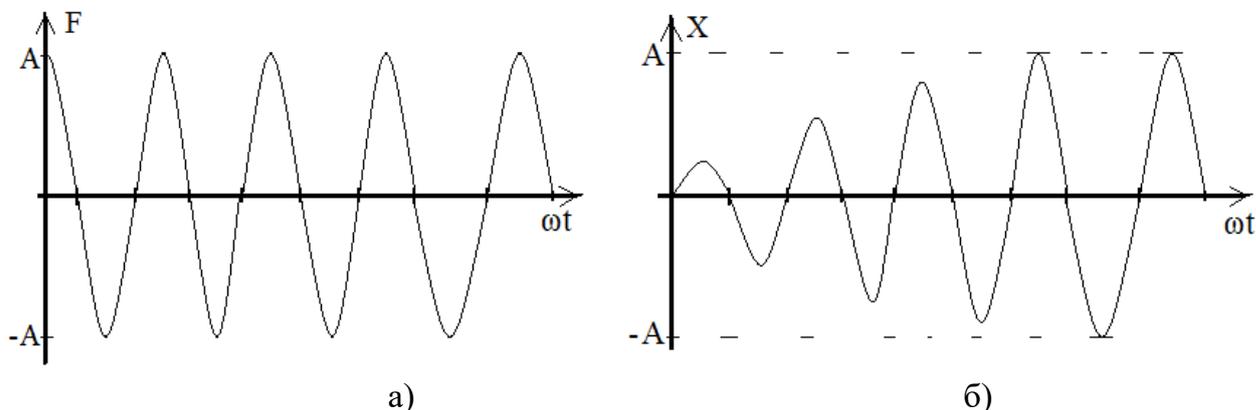


Рисунок 11.4. Графическое представление вынужденных колебаний:
 а) – гармоническое вынуждающее воздействие на колебательную систему;
 б) переходной процесс и установившейся режим колебательной системы с вынуждающим воздействием

Резонанс

В уравнении (11.13) собственная частота колебаний колебательной системы ω_0 различается с частотой вынуждающего воздействия ω . Однако замечено (стр. 56), что чем ближе будет частота колебаний внешнего воздействия ω к частоте собственных колебаний колебательной системы ω_0 , тем успешнее будет раскачивание качелей. На практике достижимо, когда $\omega = \omega_0$, при этом будет наблюдаться максимальное отклонение качелей от положения равновесия, то есть возрастет амплитуда колебаний. Такое состояние колебательной системы – резонанс.

Резонанс – явление, которое возникает в колебательной системе при совпадении частоты внешнего воздействия с ее собственной частотой, в результате чего наблюдается возрастание амплитуды колебаний.

Резонанс проявляется не только в механических системах, но и электрических, гидравлических, оптических, молекулярных и т.д.

Физическое описание резонанса осуществляется на основе амплитудно-частотной характеристики, устанавливающей зависимость возрастания амплитуды колебаний от частоты колебаний внешних воздействий. При резонансе в колебательных системах амплитуда колебаний может возрасти в десятки и сотни раз. Резонансные явления в технике могут иметь как разрушающее воздействие, так и использоваться во благо человека. Напомним.

Колебательная система – это физическая система, имеющая два различных носителя энергии.

Тема 12. Молекулярная физика. Основы термодинамики

Цели и задачи молекулярной физики. Подходы к изучению дисциплины. Основные понятия и определения термодинамики. Параметры термодинамики. Уравнение Менделеева-Клапейрона, Объединенный газовый закон. Изотермический, изобарный и изохорный процессы в термодинамических системах.

Адиабатический процесс. Уравнение Пуассона.

Молекулярная физика – раздел физики, изучающий строение и свойства вещества на основе молекулярно-кинетических представлений.

Цели молекулярной физики:

- математическое описание состояний газов и жидкостей;
- фазовые переходы одних веществ в другие;
- описание поведения массивов вещества в макро- мире.

Подходы к изучению молекулярной физики:

- термодинамический, на основе параметров P, V, T ;
- статистический, на основе теории вероятностей.

Основы термодинамики.

Основные понятия, определения и величины

Самые простые вещества – газы.

Одноатомные газы: $H, O, He, Ar, N \dots$

Двухатомные газы: $H_2, O_2, He_2, Ar_2, N_2 \dots$

Многоатомные газы: $H_2O; CO_2; NH_4 \dots$

Моль – единица количества вещества, 1 моль содержит $6,02 \cdot 10^{23}$ молекул.

$N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ – **число Авогадро**. Число Авогадро, определяет количество молекул в 1 моле любого вещества.

Число молей – отношение массы вещества m к его молекулярному весу μ [кг/моль]. Может быть представлено через плотность и объем вещества (12.1):

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{\rho V}{\mu}; \quad (12.1)$$

Для воды H_2O : $\mu = 18 \text{ а.е.} = 18 \text{ г/моль}$. $\mu = 0,018 \text{ кг/моль}$.

μ - относительная молярная масса.

1 а.е. - 1/12 массы атома углерода.

μ показывает, во сколько раз масса молекулы больше 1/12 массы атома углерода.

Концентрация молекул – количество молекул N , содержащихся в единице объема V (12.2):

$$n = \frac{N}{V}; \quad (12.2)$$

Число Авогадро и число молей (12.1) позволяют представить концентрацию молекул n в виде (12.3):

$$N = \nu N_A = \frac{m}{\mu} N_A = \frac{\rho V}{\mu} N_A; \quad n = \frac{N}{V} = \frac{\rho V N_A}{\mu V} = \frac{\rho N_A}{\mu}; \quad (12.3)$$

У идеального газа, собственный объем молекул = 0.

Число степеней свободы молекулы i - число независимых координат, однозначно определяющих местоположение молекулы в пространстве.

Для: одноатомного газа $i = 3$; двухатомного – $i = 5$; многоатомного (трех и более) – $i = 6$.

Основные термодинамические параметры:

давление P [Па]; объем V [м³]; температура T [К], t [кг],
плотность вещества ρ [кг/м³].

Давление P , силовое воздействие F на единицу площади S (12.4):

$$P = \frac{F}{S}; \quad \left[\frac{Н}{м^2} \right] = [Па]; \quad (12.4)$$

1 мм рт ст = 133 Па; 1 мм вод. ст = 9,81 Па; 760 мм рт ст = 1,01*10⁵ Па.

Объем V . 1л = 10⁻³ м³

Термодинамическая температура T . $T = 273,15 + t^{\circ}C$; T [К].

В процессах термодинамики одновременно изменяется не менее 2-х параметров. Всего этих процессов – 10. В школе $m, \mu = const$ и этих процессов 3:

$P = const, V = const, T = const$.

Переход системы из состояния 1 в состояние 2 может осуществляться в разных системах координат, в соответствии рисунка 12.1.

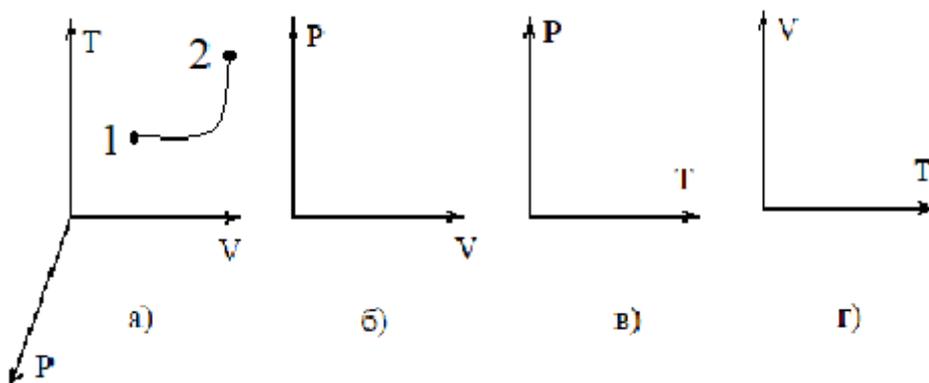


Рисунок 12.1. Координаты состояния термодинамической системы:

- а) - P, V, T ;
- б) - P, V ;
- в) - P, T ;
- г) V, T

Уравнение Менделеева-Клапейрона

Для одного моля любого газа справедливо соотношение (12.5):

$$\frac{PV}{T} = R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} * K); \quad (12.5)$$

R – универсальная газовая постоянная величина, показывает, что для изменения температуры для 1 моля любого газа на 1 К необходима энергия (работа) в 8,31 Дж. Если число молей: m/μ , то получаем соотношение (12.6):

$$\frac{PV}{T} = \nu R = \frac{m}{\mu} R \quad \text{или} \quad PV = \frac{m}{\mu} RT; \quad (12.6)$$

Последнее выражение есть уравнение Менделеева-Клапейрона, описывает состояние термодинамической системы в координатах P, V, T для конкретного газа массой m и молярного веса μ .

Объединенный газовый закон

Связь между точками 1 и 2 на диаграмме P, V, T осуществляется на основе объединенного газового закона. В общем виде и, в частности, для состояний 1 и 2 объединенный газовый закон представлен в (12.7):

$$\frac{PV}{T} = const; \quad \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}; \quad (12.7)$$

Процессы термодинамики

Изотермический процесс $T = const$. Закон Бойля-Мариотта (12.8):

$$PV = const; \quad \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}; \quad P_1 V_1 = P_2 V_2; \quad (12.8)$$

Изотермический процесс на основе закона Менделеева-Клапейрона (12.9):

$$PV = \frac{m}{\mu} RT; \quad \frac{m}{\mu} RT = const; \quad (12.9)$$

Графическое представление изотермического процесса приведено на рисунке 12. 2.

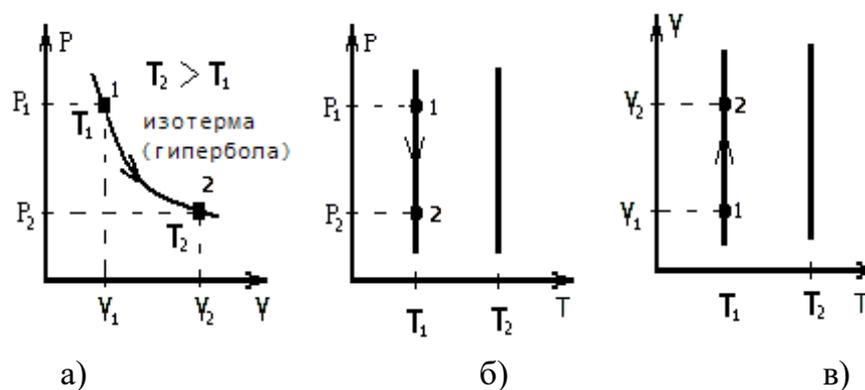


Рисунок 12.2. Изотермический процесс:
а) - в координатах P, V ; б) - P, T ; в) - V, T

Изохорный процесс $V = const$. Закон Шарля (12.10).

$$\frac{P}{T} = const; \quad \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}; \quad \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}; \quad (12.10)$$

Изохорный процесс на основе закона Менделеева-Клапейрона (12.11):

$$PV = \frac{m}{\mu} RT; \quad \frac{P}{T} = \frac{m R}{\mu V}; \quad \frac{m R}{\mu V} = const; \quad (12.11)$$

Графическое представление изохорического процесса приведено на рисунке 12. 3

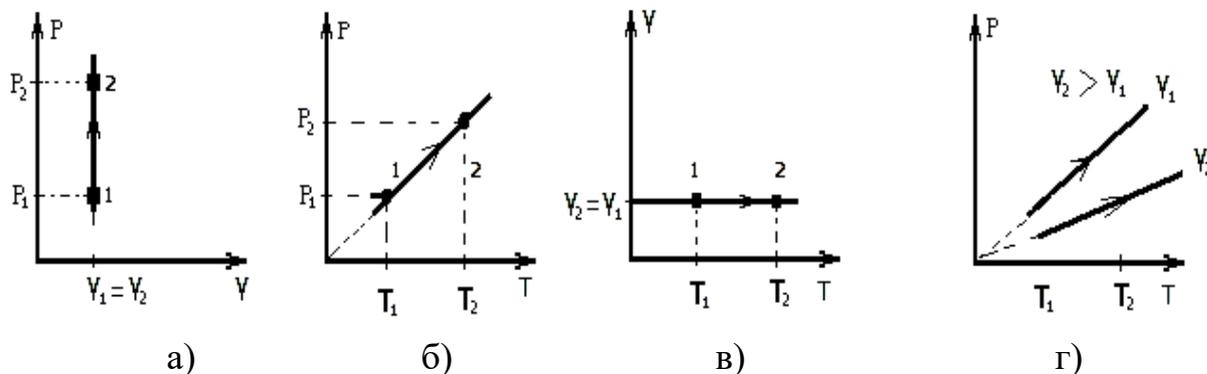


Рисунок 12.3. Изохорический процесс:

а) - в координатах P, V ; б) - P, T ; в) - V, T ; г)
г) - характер изохорного процесса в координатах P, T в зависимости от величины рабочего объема объема V

Изобарный процесс $P = \text{const}$. Закон Гей – Люссака (12.12).

$$\frac{V}{T} = \text{const}; \quad \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}; \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}; \quad (12.12)$$

Изобарный процесс на основе закона Менделеева-Клапейрона (12.13):

$$PV = \frac{m}{\mu} RT; \quad \frac{V}{T} = \frac{m R}{\mu P}; \quad \frac{m R}{\mu P} = \text{const}; \quad (12.13)$$

Изобарное расширение – нагрев.

Изобарное сжатие – охлаждение.

Графическое представление изобарического процесса приведено на рисунке 12.4.

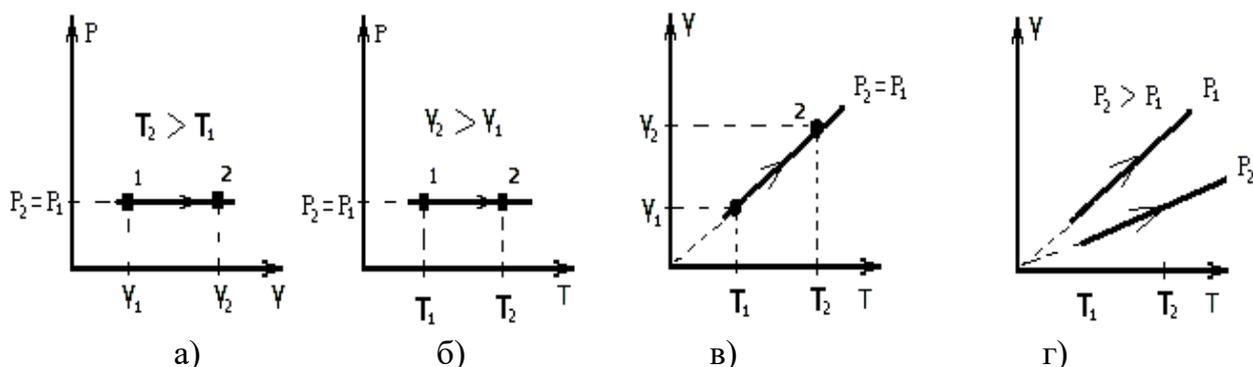


Рисунок 12.4. Изобарический процесс:

а) - в координатах P, V ; б) – P, T ; в) – V, T ; г) –

характер изобарического процесса в координатах V, T в зависимости от величины рабочего давления P

Адиабатический процесс - процесс без теплообмена с внешней средой, описывается уравнением Пуассона (12.14):

$$PV^\gamma = \text{const}; \quad (12.14)$$

γ - показатель адиабаты, определяется числом степеней свободы молекулы газа i : (12.15):

$$\gamma = \frac{i+2}{2} \quad (12.15)$$

При переходе системы из состояния 1 в состояние 2 (12.16):

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma; \quad (12.16)$$

Уравнение адиабаты может быть представлено и в координатах TV . При переходе системы из состояния 1 в состояние 2 оно имеет вид (12.17):

$$TV^{\gamma-1} = const; \quad T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1}; \quad (12.17)$$

Тема 13. Энергетические законы термодинамики

Внутренняя энергия идеального газа. Средняя энергия молекулы и идеального газа. Изменение внутренней энергии газа в координатах PV и T .

Работа идеального газа. Работа газа для изотермического, изохорического, изобарического процессов. Особенности работы газа в адиабатическом процессе. Работа газа в адиабатическом процессе в координатах PV и координатах TV .

Теплопередача. I-й закон термодинамики. Условия теплопередачи и работы в I – m законе термодинамики.

Внутренняя энергия идеального газа

Откуда берется давление газа? От соударений молекул.

Средняя энергия молекулы (13.1):

$$\langle E_k \rangle = \frac{i}{2} kT; \quad (13.1)$$

T - температура;

i – число степеней свободы молекулы газа;

$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К - постоянная Больцмана;

Сумма кинетических энергий молекул (13.2):

$$U = N \langle E_k \rangle = N_A \nu \langle E_k \rangle = N_A \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} kT; \quad (13.2)$$

N_A – число Авогадро; ν – число молей газа.

Учитывая, что $N_A * k = R$, сумму кинетических энергий молекул газа можем записать в соответствии выражения (13.3):

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT = \frac{i}{2} PV; \quad (13.3)$$

Изменение внутренней энергии газа при переходе системы из состояния U_1 в состояние U_2 можно представить соотношением (13.4):

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT_2 - \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT_1 = \frac{i}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1); \quad (13.4)$$

Если изменение внутренней энергии газа осуществлять в координатах PV, то в общем виде это (13.5):

$$\Delta U = U_{\text{кон}} - U_{\text{нач}} = \frac{i}{2} (P_{\text{кон}} V_{\text{кон}} - P_{\text{нач}} V_{\text{нач}}); \quad (13.5)$$

В величинах температуры - (13.6):

$$\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R (T_{\text{кон}} - T_{\text{нач}}); \quad (13.6)$$

Работа в термодинамике

Есть 2 способа молекулам двигаться быстрее.

1. Совершать работу.
2. Совершать теплопередачу.

Если надо находить работу газа, то строим график в координатах PV. Работа, численно, равна площади под графиком в осях PV. При элементарном изменении объема газа совершается работа. Она может определяться как на основе определенного, так и неопределенного интегралов (13.7):

$$A = \int P dV; \quad dA = P dV; \quad A = \int_{V_1}^{V_2} P dV; \quad (13.7)$$

Работа в термодинамике

Работа газа в изотермическом процессе. Чтобы найти работу газа при постоянной температуре, воспользуемся определенным интегралом из (13.7). Из уравнения Менделеева-Клапейрона выразим давление P и подставим в этот интеграл, получим (13.8):

$$PV = \frac{m}{\mu} RT; \quad P = \frac{mRT}{\mu V}; \quad A = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{mRT}{\mu V} dV = \frac{mRT}{\mu} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{mRT}{\mu} \ln \left| V \right|_{V_1}^{V_2};$$

Интегрируя последнее выражение от V_1 до V_2 , получим работу газа в изотермическом процессе (13.8):

$$A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}; \quad (13.8)$$

Работа газа в изобарическом процессе. Интегрируя (13.7) от V_1 до V_2 , получим уравнение работы газа в изобарическом процессе (13.9):

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV = P \int_{V_1}^{V_2} dV = PV \Big|_{V_1}^{V_2} = P(V_2 - V_1); \quad A = P(V_2 - V_1); \quad (13.9)$$

Работа газа в изохорическом процессе. Поскольку в изохорическом процессе $\Delta V = 0$, то и работа $A = 0$.

Работа газа в адиабатическом процессе. Адиабатический процесс – это процесс без теплообмена с внешней средой. Чтобы определить выражение для работы газа в адиабатическом процессе, воспользуемся первым началом термодинамики. В соответствии этого начала, теплота, подведенная к термодинамической системе Q уходит на повышение ее внутренней энергии ΔU и совершение работы A . Отсутствие теплообмена с внешней средой означает $Q = 0$. С учетом (13.6), получаем (13.10):

$$Q = \Delta U + A; \quad 0 = \Delta U + A; \quad A = -\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} (T_1 - T_2) R; \quad (13.10)$$

Работа газа в адиабатическом процессе обусловлена изменением его внутренней энергии. При этом работа может совершаться газом и, наоборот, работа может совершаться над газом.

Изменение внутренней энергии – это **теплопередача**.

Если $A > 0$, то $T_1 > T_2$ и происходит расширение, сопровождающееся охлаждением. Если $A < 0$, то $T_1 < T_2$ и происходит сжатие, сопровождающееся нагреванием.

Работа в адиабатическом процессе может определяться и другими выражениями. Работа в координатах объема и температуры (13.11):

$$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right]; \quad (13.11)$$

Работа координатах давления и объема (13.12):

$$A = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right]; \quad (13.12)$$

γ - показатель адиабаты, определяется в соответствии (12.15).

Первое начало термодинамики

Количество теплоты Q , подводимое к термодинамической системе, уходит на увеличение ее внутренней энергии ΔU и совершении работы A (13.13):

$$Q = \Delta U + A; \quad (13.13)$$

$Q > 0$ газ получает тепло;

$Q < 0$ газ отдает тепло.

$A > 0$ работа самого газа;

$A < 0$ работа над газом (работа внешних сил).

В дифференциальной форме первое начало термодинамики (13.14):

$$dQ = dU + dA; \quad (13.14)$$

Тема 14. Теплоемкость. Адиабатический процесс в термодинамике

Теплоемкость газа, молярная и удельная теплоемкости газа. Теплоемкость газа C_V при постоянном объеме. Теплоемкость газа C_P при постоянном давлении. Показатель адиабаты газа.

Первый закон термодинамики для адиабатического процесса. Уравнение адиабатического процесса в координатах P, V . Графики изотермического и адиабатического процессов.

Теплоемкость газа

Это величина, равная количеству теплоты, которое необходимо сообщить газу, чтобы повысить его температуру на один градус (14.1).

$$C = \frac{dQ}{dT}; \quad \left[\frac{\text{Дж}}{\text{град}} \right]; \quad (14.1)$$

Теплоемкость киломоля в газа (14.2):

$$C_\mu = \frac{C}{\mu}; \quad \left[\frac{\text{Дж}}{\text{град} \cdot \text{кмоль}} \right]; \quad (14.2)$$

Удельная теплоемкость газа (14.3):

$$C = \frac{dQ}{m dT}; \quad \left[\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}} \right]; \quad (14.3)$$

Однако теплоемкость газа зависит и от условий, при которых происходит нагревание. Существует теплоемкость при постоянном объеме C_V и теплоемкость при постоянном давлении C_P .

Теплоемкость газа при постоянном объеме C_V . Пусть в термодинамической системе происходит нагревание газа при $V=\text{const}$. Согласно 1-закону термодинамики имеем (14.4):

$$dQ_V = dU + PdV; \quad dV = 0; \quad (14.4)$$

Дифференцируя dQ_V по параметру температуры dT , получим теплоемкость C_V (14.1). Поскольку возможно дифференцирование выражения и по другим параметрам, то оно осуществляется в частных производных (14.5):

$$\frac{\partial Q_V}{\partial T} = \frac{\partial U}{\partial T} = C_V; \quad C_V = \frac{\partial U}{\partial T}; \quad (14.5)$$

Подставляя (13.3) в (14.5) для одного кило-моля газа, получим:

$$C_V = \frac{\partial U}{\partial T} = \frac{i}{2} R \frac{\partial T}{\partial T} = \frac{i}{2} R;$$

Теплоемкость газа при $V=\text{const}$ (14.6):

$$C_V = \frac{i}{2} R; \quad (14.6)$$

Теплоемкость газа при постоянном давлении. Пусть при $P=\text{const}$ происходит нагревание 1 кило-моля газа. Продифференцируем по температуре выражение 1-го закона термодинамики для этого газа (14.7):

$$dQ_P = dU_{км} + PdV_{км}; \quad C_P = \frac{dQ_P}{dT} = \frac{dU_{км}}{dT} + P \frac{dV_{км}}{dT}; \quad (14.7)$$

Производная от энергии по температуре есть теплоемкость C_V (14.5). С учетом этого, получаем (14.8).

$$C_P = C_V + P \frac{dV_{км}}{dT}; \quad (14.8)$$

Выразим $V_{км}$ из уравнения Менделеева-Клапейрона и подставим в (14.8):

$$PV_{км} = RT; \quad V_{км} = \frac{RT}{P}; \quad C_P = C_V + P \frac{RdT}{PdT} = C_V + R;$$

Теплоемкость газа при $P=\text{const}$ (14.9):

$$C_P = C_V + R; \quad (14.9)$$

Показатель адиабаты

Преобразуем выражение теплоемкости C_P , согласно (14.10):

$$C_P = C_V + R = \frac{i}{2}R + R = R\left(\frac{i}{2} + 1\right) = R\frac{i+2}{2}; \quad (14.10)$$

Если возьмем отношение теплоемкостей C_P/C_V , то получим (14.11):

$$\frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i} = \gamma \quad (14.11)$$

γ показатель адиабаты; показывает: во сколько раз теплоемкость при постоянном давлении больше теплоемкости при постоянном объеме.

Уравнение адиабаты идеального газа

Адиабатический процесс – это процесс, протекающий без теплообмена с внешней средой (стр. 65). Пусть имеем систему, которая в соответствии 1–го закона термодинамики и, с учетом (13.3) и (14.6), описывается уравнением (14.12):

$$dQ = dU + pdV = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RdT + pdV = \frac{m}{\mu} C_V dT + pdV; \quad (14.12)$$

Для адиабатического процесса $dQ=0$, получаем (14.13):

$$0 = \frac{m}{\mu} C_V dT + pdV; \quad (14.13)$$

Выразим P из уравнения Менделеева-Клайперона и подставим в (14.13), получим (14.14):

$$pV = \frac{m}{\mu} RT; \quad p = \frac{m}{\mu V} RT; \quad \frac{m}{\mu} C_V dT + \frac{m}{\mu} \frac{RT}{V} dV = 0; \quad (14.14)$$

После математических преобразований (14.14) имеем уравнение (14.15):

$$\frac{dT}{T} + \frac{RdV}{C_V V} = 0; \quad (14.15)$$

Если выражение (14.15) проинтегрировать, то получим (14.16):

$$\int \frac{dT}{T} + \int \frac{R}{C_V} \frac{dV}{V} = \ln|T| + \frac{R}{C_V} \ln|V| + C_1; \quad (14.16)$$

C_1 – постоянная интегрирования.

Поскольку C_1 неопределенная постоянная величина, то последнее уравнение запишем в несколько другом виде (14.17):

$$\ln|T| + \frac{R}{C_V} \ln|V| = const; \quad (14.17)$$

Из (14.6) и (14.9) следует (14.18):

$$C_p - C_V = R; \quad \frac{C_p}{C_V} - 1 = \frac{R}{C_V}; \quad (14.18)$$

C_p/C_V - показатель адиабаты. Проведем преобразования логарифмов, получим (14.18):

$$\gamma - 1 = \frac{R}{C_V}; \quad \ln|T| + (\gamma - 1) \ln|V| = const; \quad (14.18)$$

$$\ln|T| + (\gamma - 1) \ln|V| = \ln|T| + \ln V^{\gamma-1} = const; \quad \ln|TV^{\gamma-1}| = const;$$

Пропотенцировав последнее выражение, получим (14.19):

$$TV^{\gamma-1} = const; \quad (14.19)$$

Это уравнение адиабатического процесса в параметрах T и V .

Получим уравнение адиабатического процесса в параметрах P , V . Для этого воспользуемся уравнением Менделеева-Клапейрона. Выразим температуру T из уравнения Менделеева Клапейрона и подставим ее в последнее уравнение (14.19). Математические преобразования приведут к выражению (14.20):

$$pV = \frac{m}{\mu} RT; \quad T = \frac{\mu}{m} \frac{pV}{R};$$

$$TV^{\gamma-1} = \frac{\mu}{m} \frac{pV}{R} V^{\gamma-1} = pV^{\gamma} * \frac{\mu}{mR} = const;$$

Так как m , R и μ постоянные, можем записать уравнение в таком виде (14.20):

$$pV^{\gamma} = const * \frac{mR}{\mu} = const_0; \quad (14.20)$$

Вполне очевидно, что $const$ и $const_0$ разные постоянные. Как следует из математических суждений, адиабатический процесс может описываться уравнениями в координатах P, V и T, V ; о чем сказано на стр. 65. Типичный график адиабаты в координатах P, V приведен на рисунке 14.1. Для сравнения, рядом приведен типичный график изотермического процесса.



$$TV^{\gamma-1} = const;$$

$$pV^{\gamma} = const_0.$$

Рисунок 14.1. Типичные графики адиабатического и изотермического процессов

Уравнение изотермы (12.8) в координатах P, V ; сходно в этих же координатах с уравнением адиабаты (14.20). Однако кривая адиабатического процесса идет круче, чем изотермического.

Тема 15. Круговые процессы в термодинамике. Статистические методы в молекулярной физике

Круговые процессы. Цикл. Работа термодинамической системы за цикл. Прямые и обратные циклы в термодинамике. Тепловые двигатели и холодильные машины. Коэффициент полезного действия цикла. Обратимый и необратимый термодинамические процессы. Идеальные и реальные термодинамические процессы. КПД обратимой термодинамической системы.

Цикл Карно. КПД цикла Карно. Приведенное количество теплоты Энтропия. Второй закон термодинамики.

Статистические методы в молекулярной физике. Распределение Максвелла для молекул по скоростям и энергиям. Концентрация молекул над поверхностью Земли. Барометрическая формула. Распределение Больцмана.

Цикл – круговой процесс, при котором система пройдя ряд состояний, возвращается в исходное состояние. Цикл разбивается на процессы.

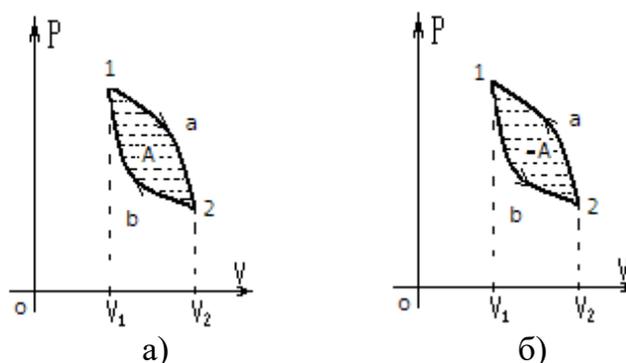


Рисунок 15.1. Цикл, совершаемый идеальным газом: а) – прямой цикл термодинамической системы (по часовой стрелке); б) – обратный цикл термодинамической системы (против часовой стрелки)

Для рисунка 15.1 а: 1-2 работа расширения газа; 2-1 – работа сжатия газа.

Работа расширения газа определяется площадью, охватываемой графиком процесса (1a2) и осью V , то есть площадью контура V_11a2V_2 . Если $dV > 0$, то $A > 0$ и цикл называется **прямым** (направлен по часовой стрелке).

Работа сжатия в цикле определяется площадью, охватываемой графиком (2b1) и осью V , то есть площадью контура V_22b1V_1 . В этом случае $dV < 0$, поэтому $A < 0$ и цикл называется **обратным** (направлен против часовой стрелки).

Для рисунка 15.1 б работа всегда отрицательна, поскольку всегда отнимаем от конечного – начальное, то есть от работы, определяемой площадью V_22a1V_1 , работу, соответствующую площади V_11b2V_2 .

Прямой цикл используется в тепловых двигателях; обратный – в холодильных машинах, а также установках, где за счет работы внешних сил теплота переносится от тел, менее нагретых, к телам с более высокой температурой. Компрессор - атрибут холодильной установки, понижающий температуру за счет уменьшения давления в термодинамической системе.

В результате кругового процесса система возвращается в исходное состояние и, следовательно, полное изменение внутренней энергии газа за цикл равно нулю. Поэтому первое начало термодинамики для кругового процесса описывается выражением (15.1):

$$Q = \Delta U + A = A; \quad (15.1)$$

Это также означает, что работа, совершаемая идеальным газом за цикл, равна количеству теплоты, полученному им извне. Однако в результате круго-

вого процесса система может как получать тепло Q_1 , так и отдавать его Q_2 . Тогда, количество теплоты, израсходованное за цикл: $Q = Q_1 - Q_2$. Если соотнести израсходованное в цикле количество теплоты Q с полученным - Q_1 , получим КПД кругового процесса (15.2):

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \quad (15.2)$$

В теории термодинамики тепловых машин принята терминология, в соответствии с которой:

теплоту, получаемую в ходе цикла извне Q_1 , называют теплотой нагревателя или теплотой, полученной от нагревателя;

теплоту, отдаваемую в ходе цикла во внешнюю среду Q_2 , называют теплотой, отдаваемой холодильнику.

Обратимый термодинамический процесс – это который происходит, сначала, в прямом, потом в обратном направлении и, система возвращается в исходное состояние. При этом, в окружающей среде и в самой термодинамической системе не происходит изменений. Процесс, не удовлетворяющий этим условиям, является **необратимым**. Реальные процессы – необратимы; обратимый процесс – идеализация в термодинамике.

Цикл Карно

Сади Карно, изучил обратимые процессы и пришел к выводу, что наиболее эффективны тепловые машины, цикл которых состоит из двух изотерм и двух адиабат. Такие тепловые машины имеет более высокий КПД сравнительно с другими реализуемыми циклами для обратимых процессов. В координатах P, V цикл Карно имеет вид, подобный рисунку 15. 2.

В этом цикле:

- 1 - 2 изотермическое расширение газа при температуре T_1 ;
- 2 - 3 адиабатическое расширение с понижением температуры до T_2 ;
- 3 – 4 изотермическое сжатие при температуре T_2 ;
- 4 – 1 адиабатическое сжатие с повышением температуры до температуры первоначального значения T_1 и, восстановление первоначальных параметров в цикле $P_1 V_1$.

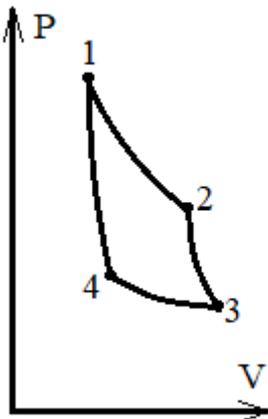


Рисунок 15. 2. Цикл Карно для обратимого процесса

Еще один результат, к которому пришел Карно, это то, что двигатель, работающий по предложенному им циклу, не зависит от свойств рабочего тела и конструкции самого двигателя, а зависит от температур T_1 (температуры нагревателя) и T_2 (температуры холодильника). Это позволило для цикла Карно установить следующее соот-

ношение (15.3):

$$\eta_{\kappa} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}; \quad (15.3)$$

Q_1 – теплота, полученная от нагревателя;

Q_2 – теплота, отданная холодильнику.

(15.3) показывает, что КПД теплового двигателя можно повышать разностью температур нагревателя и холодильника. Однако, ввиду различных дополнительных энергетических потерь в термодинамической системе, КПД цикла Карно не достижимо на практике. Прямой цикл Карно, идущий по часовой стрелке, лежит в основе работы тепловых двигателей; обратный, идущий против часовой стрелки, используется для построения холодильных машин.

Энтропия

Приведенное количество теплоты – это отношение теплоты Q , полученной телом в изотермическом процессе, к температуре T теплоотдающего тела. Строгий теоретический анализ показывает, что приведенное количество теплоты, сообщаемое телу в любом обратимом круговом процессе, равно нулю (15.4):

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0 \quad (15.4)$$

Из равенства нулю интеграла, взятого по замкнутому контуру, следует, что $\delta Q/T$ есть полный дифференциал некоторой функции, которая определяется только состоянием системы и не зависит от пути, по которому она пришла в это состояние. Таким образом, функция состояния dS (15.5):

$$\frac{\delta Q}{T} = dS \quad (15.5)$$

Функция состояния, дифференциалом которой является приведенное количество теплоты $\delta Q/T$, называется энтропией и обозначается S .

Для обратимых процессов $\Delta S=0$; для необратимых - $\Delta S>0$. В объединенном виде эти условия вошли в науку как неравенство Клаузиуса: $\Delta S \geq 0$, который ввел в термодинамику понятие энтропия. Энтропия показывает, что при теплообмене энергия переходит от тела с более высокой температурой к телу с более низкой температурой. Последняя формулировка, есть второй закон термодинамики, сформулированный Клаузиусом.

Статистические методы в молекулярной физике

Закон Максвелла для молекул идеального газа по скоростям и энергиям теплового движения. Джеймс Максвелл (1831 – 1879).

Имеется N молекул, движущихся хаотично в некотором диапазоне скоростей. Силовые поля на молекулы не действуют. Диапазон скоростей молекул можно разбить на малые диапазоны скоростей dv . На каждый такой интервал будет приходиться некоторое число молекул $dN(v)$. Тогда выражение (15.6):

$$\frac{dN(v)}{Ndv} \quad (15.6)$$

будет определять, какое число молекул $dN(v)$, из числа N , будут иметь скорости в диапазоне от v до $v+dv$. Это выражение зависит от скорости v . Его обозначают как $f(v)$ (15.7).

$$f(v) = \frac{dN(v)}{Ndv} \quad (15.7)$$

Применяя статистические методы, Дж. Максвелл нашел выражение для функции $f(v)$, которая называется функцией распределения молекул по скоростям $f(v)$ (15.8).

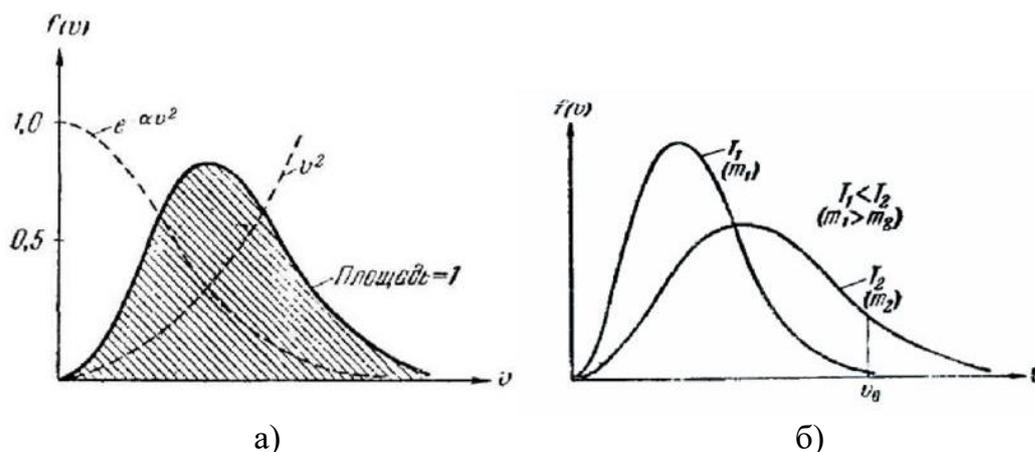


Рисунок 15.3. Графическое представление функции $f(v)$ распределения Максвелла: а) – формирование результирующего графика распределения Максвелла как компонент экспоненциальной и квадратичной функций; б) – вариации распределения Максвелла в зависимости от соотношений масс и температур газа

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} * v^2 e^{-m_0 \frac{v^2}{2kT}}; \quad (15.8)$$

Графическое распределение функции Максвелла представлено на рисунке 15.3. Как следует из последнего выражения (15.8), распределение молекул по скоростям зависит от рода газа m_0 и температуры T , но не зависит от давления P и объема газа V .

Распределение молекул по скоростям в дифференциальном виде (15.9):

$$dN(v) = Nf(v)dv = N4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} * v^2 e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} dv; \quad (15.9)$$

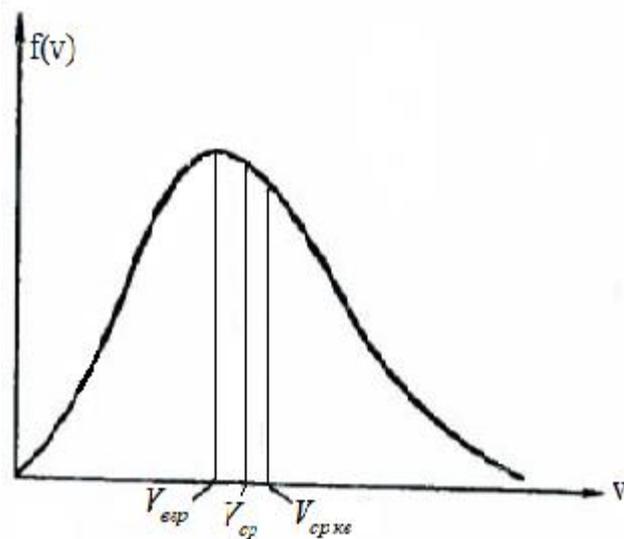
На основе теоретического распределения Максвелла были получены следующие скорости молекул (рисунок 15.4):

Наиболее вероятная скорость молекулы (15.10):

$$V_{вер} = \sqrt{2RT / \mu} \quad (15.10)$$

T – температура газа; μ – молекулярный вес молекулы. Средняя скорость молекулы (15.11):

$$V_{cp} = \sqrt{8RT / \pi\mu} \quad (15.11)$$



Средняя квадратичная скорость молекулы (15.12):

$$V_{ср.кв} = \sqrt{3RT / \mu} \quad (15.12)$$

Рисунок 15.4. Скорости молекул, полученные на основе распределения Максвелла, характеризующие состояние газа

Например, средняя скорость молекулы кислорода (32 г/моль) при T = 293 К: ≈ 500 м/с.

Распределение молекул по энергиям

Чтобы от распределения молекул по скоростям перейти к распределению молекул по кинетическим энергиям, выразим скорость из выражения для кинетической энергии и подставим в функцию распределения молекул по скоростям:

$$\varepsilon = \frac{m_0 v^2}{2}; \dots v = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m_0}}; \dots dv = \frac{1}{\sqrt{2m_0}} d\varepsilon;$$

получим (15.13):

$$dN(\varepsilon) = \frac{2N}{\sqrt{\pi}} (kT)^{\frac{3}{2}} * \varepsilon^{\frac{1}{2}} * e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} d\varepsilon = Nf(\varepsilon)d\varepsilon; \quad (15.13)$$

Функция распределения молекул по энергиям теплового движения (15.14):

$$f(\varepsilon) = \frac{2N}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-\frac{3}{2}} * \varepsilon^{\frac{1}{2}} * e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}; \quad (15.14)$$

На основе $f(\varepsilon)$ можно определить среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon \rangle$ молекулы идеального газа (15.15):

$$\langle \varepsilon \rangle = \int_0^{\infty} \varepsilon f(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{3}{2} kT; \quad (15.15)$$

Барометрическая формула

Распределение Максвелла предполагает: внешние силы на молекулы не действуют, они в объеме распределены равномерно. Реально – действуют силы тяготения, поэтому давление газа с высотой убывает. Выведем закон изменения давления с высотой. Считаем: тяготение однородно, температура постоянна, масса молекул одинакова.

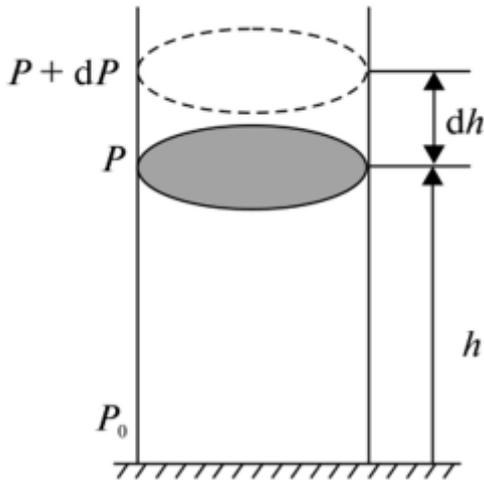


Рисунок 15.5. Цилиндрический столб воздуха над поверхностью Земли

Возьмем цилиндрический столб воздуха, простирающейся от поверхности Земли вверх, площадь основания цилиндра которого, 1 м^2 . Пусть на поверхности Земли давление P_0 , на высоте h от поверхности Земли – P . Поднимемся на бесконечно малую высоту dh относительно h и у нас давление станет $P+dP$ (рисунок 15.5). Поскольку давление газа определяется выражением (12.4), то разность давлений P и $P + dP$ равна весу газа, заключенному в цилиндре высотой dh с основанием площади равной 1 (15.16):

$$P - (P + dP) = \rho gh; \dots dP = -\rho gh; \quad (15.16)$$

ρ – плотность газа на высоте h . Выразим плотность газа из уравнения Менделеева-Клапейрона (12.6) и подставим в (15.16), получим (15.17):

$$PV = \frac{m}{\mu} RT; \dots \rho = \frac{m}{V} = \frac{P\mu}{RT}; \dots dP = -\frac{P\mu}{RT} gdh; \dots \frac{dP}{P} = -\frac{\mu}{RT} gdh; \quad (15.17)$$

С изменение высоты от h_1 до h_2 давление меняется от P_1 до P_2 . Проведя интегрирование в обозначенных пределах, получим (15.18):

$$\ln P \Big|_{P_1}^{P_2} = \ln P_2 - \ln P_1 = \ln \frac{P_2}{P_1} = -\frac{\mu g}{RT} h \Big|_{h_1}^{h_2} = -\frac{\mu g}{RT} (h_2 - h_1); \quad (15.18)$$

Перейдем к экспоненциальной форме (15.19):

$$\ln \frac{P_2}{P_1} = -\frac{\mu g}{RT} (h_2 - h_1); \dots \frac{P_2}{P_1} = e^{-\frac{\mu g}{RT} (h_2 - h_1)}; \dots P_2 = P_1 e^{-\frac{\mu g}{RT} (h_2 - h_1)}; \quad (15.19)$$

Если в качестве P_1 выбрать давление на поверхности Земли, т.е. P_0 , то получим уравнение, которое позволяет определять давление P_2 на любой высоте h_2 относительно поверхности Земли. (15.19) называют барометрической формулой. На ее основе работают высотомеры в авиации (альтиметры). В общем виде (15.19) представляется как (15.20):

$$P = P_0 e^{-\frac{\mu g}{RT} (h_2 - h_1)}; \quad (15.20)$$

Концентрация молекул над поверхностью Земли

Барометрическая формула (15.20) позволяет получить формулу расчета концентрации газа над поверхностью Земли.

Воспользуемся выражением: $P = nkT$. n – концентрация молекул; $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана; T – температура газа. (15.20) перейдет в (15.21):

$$n = n_0 e^{-\frac{\mu g}{RT} (h_2 - h_1)}; \quad (15.21)$$

n – концентрация молекул на высоте h ; n_0 – концентрация молекул на высоте $h=0$.

Распределение Людвига Больцмана (1844-1906)

Проведем некоторые преобразования степени формулы (15.21).

Молекулярный вес молекулы газа: $\mu = m_0 N_A$; где: m_0 – масса одной молекулы; N_A – число Авогадро.

$R = k N_A$; k – постоянная Больцмана.

Оперируя показателем степени и, перейдя к (15.21), получим (15.22):

$$\frac{\mu gh}{RT} = \frac{m_0 N_A gh}{k N_A T} = \frac{m_0 gh}{kT} = \frac{\Pi}{kT};$$

$$n = n_0 e^{-\frac{\Pi}{kT}}; \quad (15.22)$$

$m_0 gh = \Pi$ - потенциальная энергия молекулы в поле силы тяготения Земли.

Последнее выражение (15.22) называется распределением Больцмана во внешнем потенциальном поле. Из него следует, что при постоянной температуре плотность газа выше там, где меньше потенциальная энергия его молекул.

Если частицы имеют одинаковую массу и находятся в состоянии хаотического теплового движения, то распределение Больцмана справедливо в любом внешнем потенциальном поле, а не только в поле силы тяжести.

Тема 16. Основы механики сплошных сред

Свойства жидкостей и газов. Идеальная и вязкая жидкости. Уравнение движения и равновесия жидкости. Гидростатика несжимаемой жидкости. Стационарное движение идеальной жидкости. Уравнение Бернулли. Вязкость. Течение вязкой жидкости по трубе. Формула Пуазейля. Ньютоновы, не ньютоновы и вязко пластичные жидкости.

Жидкость и газ сходны в том, что способны изменять свою форму под воздействием даже малых сил, но плотность ρ у жидкостей выше, чем у газов. Газы могут переходить в жидкость, и наоборот; жидкость может переходить в газ. Жидкость и газ характеризуются **течением** и **потоком**. Движение этих субстанций отражается посредством линий тока. По густоте линий тока судят о величине скорости их течения. Касательная к линии тока в данной точке жидкости или газа совпадает с направлением вектора скорости в данной точке.

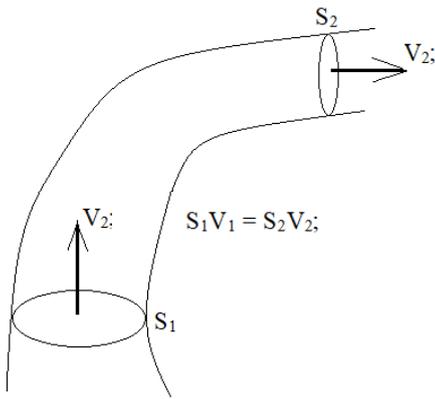
Вязкость - свойство жидкости (газа) оказывать сопротивление движению её частиц; проявляется в виде внутреннего трения при смещении прилегающих друг к другу слоёв жидкости. Стенки сосудов, которые организуют трубы (трубки) тока и, по которым движутся жидкости и газ, оказывают тормозящее действие на процесс их движения. Как следствие слои жидкости близкие к центру сосуда имеют более высокие скорости движения, чем те, которые прилегают к стенкам сосуда. Рассмотрим некоторые свойства, касающиеся жидкостей.

Жидкость может быть сжимаемой и несжимаемой. **Сжимаемая жидкость** – это жидкость, плотность которой является переменной величиной и в общем случае зависит от температуры и давления. **Несжимаемая жидкость** – абстрактная жидкость, в которой отсутствует вязкость.

Идеальная жидкость – это жидкость, в которой внутреннее трение (вязкость) полностью отсутствует; ее плотность неизменна при внешних давлениях, а молекулы взаимодействуют между собой только силами перпендикулярными течению жидкости.

Теорема о неразрывности струи

Имеем трубку тока рисунок (16.1). Пусть площади сечений S_1 и S_2 перпендикулярны скоростям течения жидкости в этих сечениях, соответственно, V_1 и V_2 . Если S_1 и S_2 взять очень малыми, то можно считать, что скорости частиц жидкости будут одинаковыми по всей площади сечения. Если при этом жидкость будет несжимаемой (плотность ее всюду одинакова), то за одинаковое время Δt через сечения S_1 и S_2 пройдут одинаковые объемы жидкости: $S_1 V_1 \Delta t = S_2 V_2 \Delta t$, откуда (16.1):



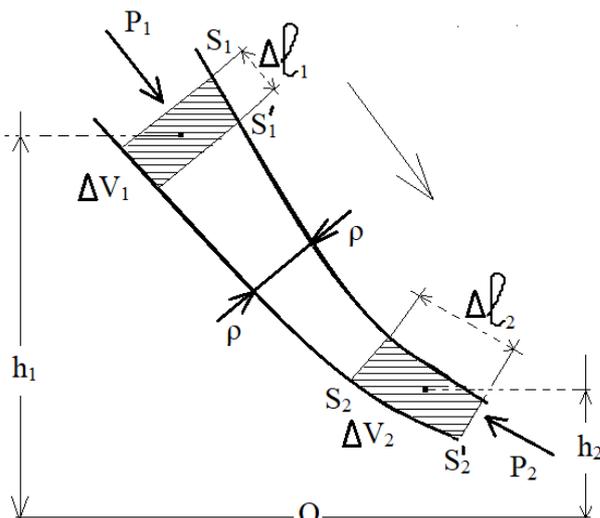
$$S_1 V_1 = S_2 V_2 \quad SV = \text{const}; \quad (16.1)$$

Рисунок 16.1 Труба тока жидкости

(16.1) – математическая модель течения жидкости при неразрывной струе, она же теорема о неразрывности струи; применима к реальным жидкостям и газам, когда их сжимаемостью можно пренебречь. Заметим, что жидкости, движущиеся со скоростями меньшими, чем скорость звука, с достаточной степенью точности можно считать несжимаемыми.

Уравнение Бернулли

Имеем стационарный поток идеальной жидкости в трубке тока рисунка 16.2. **Стационарное течение жидкости (установившееся)**, это такое ее течение, при котором в каждой точке пространства потока вектор скорости остается неизменным. То есть, при стационарном течении любая частица жидкости проходит данную точку пространства потока с одним и тем же значением вектора скорости V . Идеальность жидкости заключается в том, что в ней полностью отсутствует внутреннее трение (вязкость). Выделим в стационарно текущей идеальной жидкости трубку тока малого сечения S_1 и малого расстояния перемещения жидкости Δl_1 , которые образуют малый объем ΔV_1 (заштрихованная область рисунка 16.2).



Идеальность жидкости заключается в том, что в ней полностью отсутствует внутреннее трение (вязкость). Выделим в стационарно текущей идеальной жидкости трубку тока малого сечения S_1 и малого расстояния перемещения жидкости Δl_1 , которые образуют малый объем ΔV_1 (заштрихованная область рисунка 16.2).

Рисунок 16. 2. Ток жидкости в трубке с изменяющимся диаметром

Небольшие размеры указанных параметров позволяет считать, что все частицы жидкости в данном объеме имеют одинаковую высоту h_1 , относительно обозначенного нулевого уровня физической модели (рисунок 16.2) и, что они имеют одинаковые скорости v и давление P . Считаем, что за время Δt частицы жидкости переместились из сечения S_1 в сечение S_1' , пройдя расстояние Δl_1 . Энергетическое состояние жидкости объемом ΔV_1 , относительно выбранного нулевого уровня физической модели, будет определяться суммой кинетической и потенциальной энергий этого объема (16.2):

$$E_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} + m_1 g h_1 = \frac{\rho \Delta V_1 v_1^2}{2} + \rho \Delta V_1 g h_1; \quad (16.2)$$

m_1 – масса жидкости объема ΔV_1 , плотность которой ρ ; v_1 – величина скорости частиц этого объема.

Проведем аналогичные суждения для объема жидкости ΔV_2 ; он столь же мал, что и объем ΔV_1 . За время Δt частицы жидкости пройдут расстояние Δl_2 между сечениями S_2 и S_2' . Центр масс жидкости объема ΔV_2 находится на высоте h_2 . С учетом этого, энергетическое состояние жидкости массой m_2 , находящейся в заштрихованной области объема ΔV_2 , запишется так (16.3):

$$E_2 = \frac{m_2 v_2^2}{2} + m_2 g h_2 = \frac{\rho \Delta V_2 v_2^2}{2} + \rho \Delta V_2 g h_2; \quad (16.3)$$

m_2 – масса жидкости объема ΔV_2 , плотность которой ρ ; v_2 – величина скорости частиц этого объема.

В идеальной жидкости силы трения отсутствуют, поэтому изменение энергии в состояниях 1 и 2 равняется работе, совершаемой над выделенным объемом силами давления. Силы давления на боковую поверхность трубки направлены перпендикулярно по отношению к направлению течения жидкости, поэтому работы не совершают в ее перемещении. Работа по перемещению жидкости в трубке определяется давлениями P_1 и P_2 , действуя, соответственно на сечения S_1 и S_2 . Однако эти давления противодействуют друг другу. С учетом положительного направления течения жидкости (рисунок 16.2), работа по перемещению жидкости в трубке тока определяется выражением (16.4). В формуле учтено так же то, что в силу неразрывности струи уравнения (16.1) за одинаковое время Δt через сечения S_1 и S_2 пройдут одинаковые объемы жидкости, т. е. $\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$.

$$A = A_1 - A_2 = P_1 \Delta V_1 - P_2 \Delta V_2 = (P_1 - P_2) \Delta V; \quad (16.4)$$

Согласно закону сохранения энергии (16.5):

$$E_2 - E_1 = A = (P_2 - P_1)\Delta V; \quad (16.5)$$

Подставим в последнее выражение (16.2) и (16.3), получим (16.5):

$$\frac{\rho\Delta V_2 v_2^2}{2} + \rho\Delta V_2 g h_2 - \frac{\rho\Delta V_1 v_1^2}{2} - \rho\Delta V_1 g h_1 = (P_2 - P_1)\Delta V; \quad (16.5)$$

После сокращения уравнения на ΔV и перегруппировки данных имеем (16.6):

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + P_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + P_2; \quad (16.6)$$

(16.6) уравнение Бернулли,

где: P - статическое давление жидкости в трубке потока;

$\rho g h$ - гидродинамическое давление жидкости в трубке потока;

$\rho v^2/2$ - динамическое давление жидкости в трубке потока.

Уравнение Бернулли показывает, что в стационарно текущей идеальной жидкости вдоль любой линии тока выполняется условие: алгебраическая сумма статического, гидродинамического и динамического давлений есть величина постоянная (16.7):

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + P = const \quad (16.7)$$

Вязкость жидкостей и газов

Идеальная жидкость – абстракция. Реальным жидкостям и газам присуще внутреннее трение, т.е. вязкость. Чтобы изучить это свойство жидкостей и газа рассмотрим следующий опыт.

В жидкость погружены две пластины параллельные друг другу (рисунок 16.3). Их линейные размеры значительно превосходит расстояние d между ними. Нижняя пластина удерживается на месте, верхняя под действием силы f приводится в движение с постоянной скоростью V_0 . Раз пластина не получает ускорения, то f уравнивается силой вязкого трения $f_{тр}$, направленной противоположно движению.

Варьируя скорость движения V_0 , площадь пластины S и расстояние между ними d можно получить выражение (16.8):

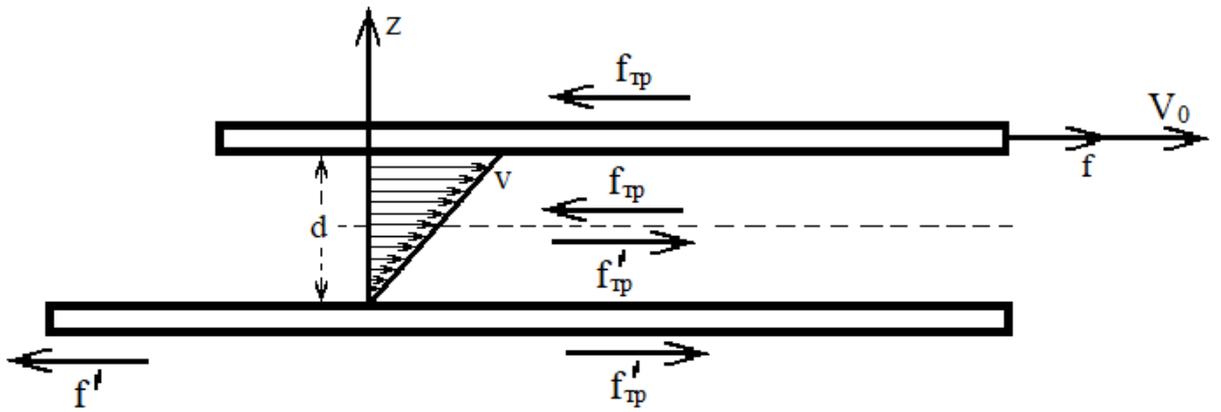


Рисунок 16.3. Движение параллельных пластин в вязкой жидкости

$$f_{mp} = \eta \frac{V_0}{d} S; \quad (16.8)$$

η - коэффициент вязкости (внутреннего трения). (16.8) определяет не только силу трения, действующую между пластинами, но и силу трения между соприкасающимися частями (слоями) жидкости.

В зоне соприкосновения пластины и жидкости скорость частиц жидкости максимальна и будет линейно уменьшаться по оси Z по мере отдаления от верхней пластины к нижней (16.9):

$$V(z) = \frac{V_0}{d} z; \quad (16.9)$$

Производная по z дает (16.10):

$$\frac{dV}{dz} = \frac{V_0}{d}; \quad (16.10)$$

(16.8) и (16.10) приводят к (16.11):

$$f_{mp} = \eta \frac{dV}{dz} S; \quad (16.11)$$

Величина dV/dz показывает, как быстро изменяется скорость в направлении z , и называется градиентом скорости. Точнее, это модуль градиента скорости; поскольку градиент – это вектор. (16.11) справедлива и для любого другого закона изменения скорости при переходе от слоя к слою. Однако в этом случае dV/dz следует брать в том месте потока жидкости, где проходит воображаемая граница раздела слоев.

На основе (16.11) определим физический смысл коэффициента вязкости η . Единицей вязкости в СИ является такая вязкость, при которой градиент скорости 1 м/сек на 1 м приводит к возникновению силы внутреннего трения в 1 Н на 1 м². Эта единица обозначается Н*сек/м².

Течение вязкой жидкости по трубе

При движении жидкости по круглой трубе ее скорость равна нулю у стенок трубы и максимальна на ее оси (рисунок 16.4). При небольших скоростях течения жидкости величина ее скорости V вдоль любого радиуса r потока изменяется по закону (16.12):

$$V = V_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right); \quad (16.12)$$

R – радиус трубы, r – расстояние от оси трубы до точки, в которой рассматривается скорость V жидкости, V_0 – скорость жидкости на оси трубы.

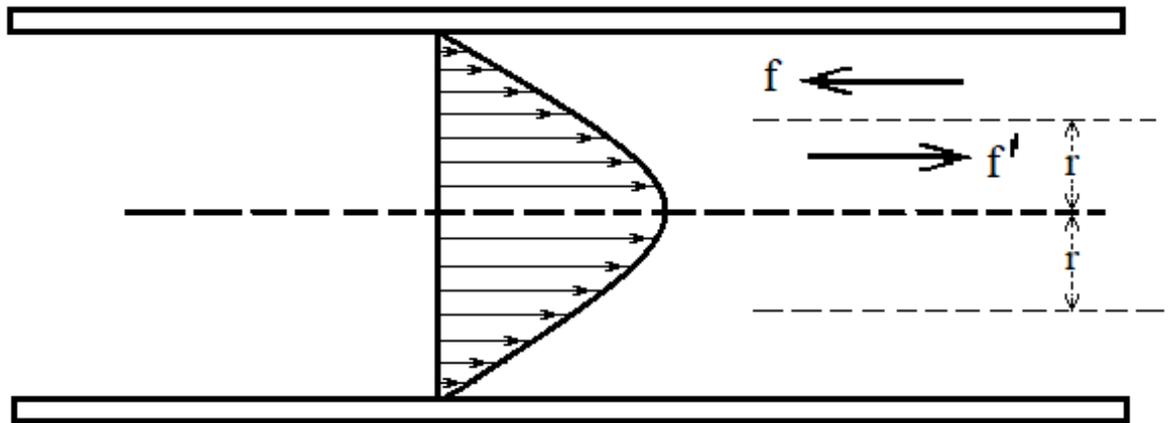


Рисунок 16.4. Течение вязкой жидкости по трубе

Проведем, мысленно, в жидкости цилиндрическую поверхность радиуса r . Части жидкости, лежащие по разные стороны поверхности, действуют друг на друга с силой, величина которой на единицу поверхности равна (16.13):

$$f = \eta \frac{dV}{dr} = \eta \frac{d}{dr} \left[V_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \right] = \eta \frac{2V_0 r}{R^2}; \quad (16.13)$$

Как следует из (16.13), сила взаимодействия между соприкасающимися слоями жидкости растет пропорционально расстоянию r . Знак (-), получающейся при дифференцировании опущен, поскольку нас интересует лишь модуль силы внутреннего трения. Все приведенное относится не только к жидкостям, но и газам.

Коэффициент вязкости существенно различен для жидкостей и газов. У жидкостей этот коэффициент понижается с повышением температуры жидкости; у газов – с повышением температуры этот коэффициент растет. Это обусловлено различием механизмов внутреннего трения для жидкостей и газов.

Формула Пуазейля для определения вязкости жидкости

Метод основан на ламинарном течении жидкости в тонком капилляре для ньютоновских жидкостей.

Существует два режима течения жидкостей: ламинарное и турбулентное.

Ламинарное (слоистое) течение жидкости – это когда каждый выделенный слой жидкости скользит относительно соседних, не перемешиваясь с ними. **Турбулентное (вихревое) течение жидкости** – это когда вдоль потока происходит вихреобразование и перемешивание жидкости, нарушающее движение по слоям. Определить характер течения жидкости можно на основе числа Рейнольдса (16.14):

$$\text{Re} = \frac{\rho \langle V \rangle d}{\eta} = \frac{\langle V \rangle d}{\nu}; \quad (16.14)$$

ρ – плотность жидкости; $\langle V \rangle$ – средняя скорость жидкости по сечению трубы; d – характерный линейный размер, например диаметр трубы, η – коэффициент вязкости жидкости, $\nu = \eta / \rho$ – кинематическая вязкость.

При $\text{Re} < 1000$ ламинарное течение жидкости;

$1000 < \text{Re} < 2000$ переход от ламинарного течения жидкости к турбулентному; при $\text{Re} > 2000$ течение жидкости турбулентное.

Ньютоновские жидкости, это жидкости, коэффициент вязкости которых η , не зависит от скорости течения жидкости V , $\eta \neq f(V)$. Жидкости, для которых $\eta = \text{const}$ – ньютоновские жидкости.

Неньютоновские жидкости, это жидкости, коэффициент вязкости которых меняется в зависимости от скорости течения жидкости, т.е. $\eta = f(V)$. Среди неньютоновских жидкостей есть вязко пластичные жидкости. Их особенность в том, что течение такой жидкости начинается только после приложения внешнего воздействия – механического напряжения.

Ж. Пуазейль (физиолог, физик) предложил метод измерения коэффициента вязкости на основе капиллярного течения жидкости или газа.

Имеем длинную трубку (капилляр) длиной L , радиус которой R . Можем за время t пропустить через эту длинную трубку объем жидкости (газа), который обозначим через Q . На входе и выходе этой длинной трубки будут разные давления: P_1 на входе и, P_2 – на выходе. Если трубку взять короткую, то давления будут одинаковыми по ее входу-выходу, но чем длиннее трубка, тем большая разница давлений будет на ее входе и выходе. На основе этих данных, которые можно определить экспериментально, предложена формула (16.15):

$$\eta = \frac{\pi R^4 \Delta P t}{8QL}; \quad (16.15)$$

$\Delta P = P_2 - P_1$ - разница давлений по входу-выходу длинной трубки; L - ее длина; R - ее радиус; Q - объем жидкости (газа), который пропускают через трубку за время t .

2. ПРАКТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

2.1 МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ФИЗИКА»

Практическое занятие №1. Кинематика материальной точки и твёрдого тела в поступательном движении	87
Практическое занятие №2. Криволинейное движение. Движение материальной точки и физического тела по окружности	94
Практическое занятие №3 Динамика материальной точки и твердого тела ..	100
Практическое занятие №4 Законы сохранения энергии и импульса в поступательном движении	105
Практическое занятие №5 Динамика вращательного движения	112
Практическое занятие №6 Свободные механические колебания	119
Практическое занятие №7 Молекулярная физика	126
Практическое занятие №8 Законы термодинамики	132

Практическое занятие 1

Кинематика материальной точки и твёрдого тела в поступательном движении

Теоретические сведения

Положение точки в пространстве задается радиус вектором \vec{r}^2 :

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$\vec{i}; \vec{j}; \vec{k}$ -единичные вектора направлений (орты); $x; y; z$ -координаты точки.
Кинематические уравнения движения в координатной форме:

$$x = f_1(t); y = f_2(t); z = f_3(t)$$

t – время.

Средняя скорость:

$$\langle \vec{V} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t};$$

где $\Delta \vec{r}$ – перемещение материальной точки за интервал времени Δt .

Средняя путевая скорость:

$$\langle V \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

где ΔS – путь, пройденный точкой за интервал времени Δt .

Мгновенная скорость:

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k}; \quad \text{где} \quad V_x = \frac{dx}{dt}; V_y = \frac{dy}{dt}; V_z = \frac{dz}{dt};$$

где $V_x; V_y; V_z$ - проекции скорости \vec{V} на оси координат.

Абсолютное значение скорости:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$$

Ускорение:

2 В дальнейшем, векторы в тексте выделяются полужирным шрифтом, в формулах – на основе стрелочных изображений

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}; \quad \text{где} \quad a_x = \frac{dV_x}{dt}; a_y = \frac{dV_y}{dt}; a_z = \frac{dV_z}{dt};$$

где $a_x; a_y; a_z$ - проекции ускорения \mathbf{a} на оси координат.

Абсолютное значение ускорения:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Кинематическое уравнение равномерного движения материальной точки вдоль оси x :

$$x = x_0 + Vt;$$

x_0 – начальная координата; t - время.

При равномерном движении $V = \text{const}$; $a = 0$.

Кинематическое уравнение равнопеременного движения материальной точки вдоль оси x :

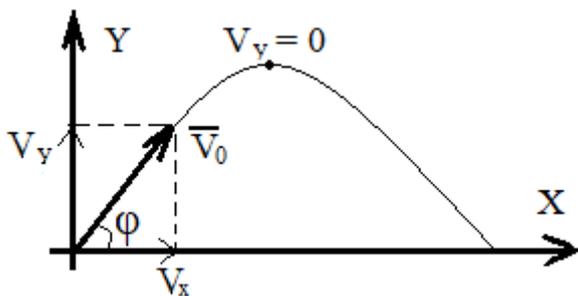
$$x = x_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2};$$

V_0 – начальная скорость; t – время.

Скорость точки при равнопеременном движении:

$$V = V_0 + at$$

Движение тела, брошенного под углом φ к горизонту в поле силы тяжести Земли. Считаем, что по оси X скоростью движения тела постоянна ($V_x = \text{const}$). Для координат X и Y :



$$x = (V_0 \cos \varphi)t = V_x t;$$

$$y = (V_0 \sin \varphi)t - \frac{gt^2}{2};$$

скорости по координатам X и Y :

$$V_x = V_0 \cos \varphi;$$

$$V_y = V_0 \sin \varphi - gt$$

Пример 1.

Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем относительно начала координат по закону: $\mathbf{r} = At^2 \mathbf{i} - Bt^2 \mathbf{j}$. $A = 2 \text{ м/с}^2$; $B = 5 \text{ м/с}^2$. \mathbf{i} и \mathbf{j} – орты осей x и y . Найти:

а) – уравнение траектории;

б) – проекции скоростей и ускорений на оси координат для момента времени $t = 0,2$ с;

в) – абсолютные (полные) значения скорости и ускорения в этот же момент времени;

г) зависимости от времени векторов скорости и ускорения.

1. Найдем уравнение траектории движения точки.

а) Уравнение движения материальной точки: $\mathbf{r} = 2t^2 \mathbf{i} - 5t^2 \mathbf{j}$ м;
 $t = 0,2$ с.

$x = 2t^2$; $y = 5t^2$. $t^2 = x/2$; $y = -5t^2 = -2,5x$;

уравнение движения материальной точки: $y = -2,5x$.

2. Найдем проекции скоростей и ускорений движения точки на оси координат в момент времени $t = 0,2$ с.

Проекции скоростей:

$$V_x = dx/dt = d(2t^2)/dt = 4t = 4 \cdot 0,2 = 0,8 \text{ (м/с)};$$

$$V_y = dy/dt = d(-5t^2)/dt = -10t = -10 \cdot 0,2 = -2 \text{ (м/с)};$$

проекция ускорений:

$$a_x = dV_x/dt = d(4t)/dt = 4 \text{ (м/с}^2\text{)};$$

$$a_y = dV_y/dt = d(-10t)/dt = -10 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

Ускорение движения материальной точки в координатной системе X,Y с течением времени не меняется.

3. Определим абсолютные значения скорости и ускорения при движении материальной точки.

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 1,62 \text{ (м/с)};$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 10,77 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

4. Запишем уравнения для векторов скорости и ускорения как функции времени.

$$\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j}; \quad \vec{V} = 4t \vec{i} - 10t \vec{j} \text{ (м/с)}$$

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}; \quad \vec{a} = 4 \vec{i} - 10 \vec{j} \text{ (м/с}^2\text{)}$$

Материальная точка движется с постоянным ускорением.

Пример 2.

Мяч, брошенный горизонтально с начальной скоростью $V_0 = 20,35$ м/с ударяется о стенку, находящуюся на расстоянии ℓ от места бросания. Мяч подлетает к стенке под углом $\varphi = 72,9^\circ$. Под действием силы тяжести, за время полета, мяч опустился на расстояние h от той высоты, с которой был брошен.

Определить расстояние по горизонтали L , которое пролетел мяч до соударения со стенкой. Определить высоту h , на которую опуститься мяч за время полета.

Дано: $V_0 = 20,35$ м/с

$\varphi = 72,9^\circ$

$L - ?; h - ?$

Создадим физическую модель задачи, отобразив все величины данных и те, которые могут помочь при ее решении.

Рассмотрим ту часть задачи, которая касается пройденного мячом расстояния L . Поскольку скорость движение тела по оси X постоянна, то:

$$L = V_x t; \quad V_x = V_0 \cos \alpha.$$

В верхней точке траектории, откуда начинается движение мяча, угол проекции α равен нулю и $\cos \alpha = 1$, откуда:

$$V_x = V_0$$

Займемся определением времени подлета мяча t к стенке. Поскольку угол подлета мяча φ известен, воспользуемся тангенсом угла:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{V_x}{V_y} = \frac{V_0}{gt};$$

откуда, определим t :

$$t = \frac{V_0}{g \operatorname{tg} \varphi} = \frac{20,35}{9,81 * 2,2} = 0,94(c);$$

можем определить расстояние полета мяча до соударения со стенкой L :

$$L = V_x t = V_0 t = 20,35 * 0,94 = 19,18 (м).$$

Так как мяч был брошен в горизонтальном направлении, то его начальная скорость вдоль оси Y равна нулю. С учетом этого, расстояние падения мяча h относительно горизонтального уровня, на котором был брошен мяч, определяется выражением:

$$h = \frac{gt^2}{2} = 4,33 (м)$$

Ответ: $L = 19,18$ м; $h = 4,33$ м.

Задача 1.1. Две материальные точки движутся в одной и той же системе отсчета согласно заданным уравнениям. В какой момент времени скорости этих точек будут одинаковыми? Найти скорости и ускорения точек в этот момент времени.

Номер задания	Уравнение движений первой точки, м	Уравнение движений второй точки, м
1	$x=20+4t-4,5t^2$	$x=2+2t+0,5t^2$
2	$x=12+19t+0,6t^2$	$x=21+16t+1,6t^2$
3	$x=8+12t-0,3t^2$	$x=9+15t-0,9t^2$
4	$x=23+2,6t+1,5t^2$	$x=16+8t-0,75t^2$
5	$x=24+6t+0,5t^2$	$x=8+20t-1,5t^2$
6	$x=6+17,8t-1,75t^2$	$x=17+3t+0,1t^2$
7	$x=30+15t-1,25t^2$	$x=25+14t+1,25t^2$
8	$x=11+3t-0,1t^2$	$x=10+6t-0,4t^2$
9	$x=21+19,4t-0,35t^2$	$x=15+8t+0,6t^2$
10	$x=13+12,9t-1,8t^2$	$x=30+5,2t-0,7t^2$
11	$x=7+1,2t+1,6t^2$	$x=4+18t-0,8t^2$
12	$x=29+10t+0,5t^2$	$x=18+14t+0,3t^2$
13	$x=15+9,4t-1,5t^2$	$x=24+7t-0,7t^2$
14	$x=4+16t+0,15t^2$	$x=5+19,5t-1,6t^2$
15	$x=26+2,2t+1,8t^2$	$x=32+15t+0,2t^2$
16	$x=19+6,2t-0,8t^2$	$x=20+4t+1,4t^2$
17	$x=18+10t+0,45t^2$	$x=11+11t+0,4t^2$
18	$x=3+18t-1,25t^2$	$x=26+7t+1,5t^2$
19	$x=25+20t-0,2t^2$	$x=6+16t-0,1t^2$
20	$x=10+7t+0,65t^2$	$x=19+13t-0,85t^2$
21	$x=27+14,7t+1,2t^2$	$x=3+30t-0,5t^2$
22	$x=2+16t-0,7t^2$	$x=29+17t-0,9t^2$
23	$x=22+6,2t+1,5t^2$	$x=23+14t+0,2t^2$
24	$x=14+15t-0,2t^2$	$x=12+10,2t+1,4t^2$
25	$x=5+12t+1,7t^2$	$x=14+14,2t+0,6t^2$
26	$x=28+20t-0,4t^2$	$x=28+13,4t+1,8t^2$

Задача 1.2. Радиус-вектор материальной точки относительно начала координат изменяется со временем по известному закону, в котором i и j – орты осей x и y . Найти: а) уравнение траектории и изобразить ее графически; б) проекции скорости на оси координат; в) зависимости от времени векторов скорости и ускорения и модули этих величин в момент времени t_1 .

Номер задания	Закон изменения радиуса вектора $r = r(t)$, м	A	B	t_1 , с
1	$r = Ati + Bt^2j$	2 м/с ²	6 м/с ²	1,5
2		1 м/с ²	5,5 м/с ²	3,0
3		4 м/с ²	48 м/с ²	0,5
4		3 м/с ²	18 м/с ²	1,0
5	$r = At^2i + Bt^2j$	3 м/с ²	5 м/с ²	2,0
6		2 м/с ²	4 м/с ²	3,0
7		2 м/с ²	3 м/с ²	0,5
8		4 м/с ²	6 м/с ²	0,2
9	$r = At^2i - Btj$	16 м/с ²	12 м/с ²	0,1
10		4 м/с ²	7 м/с ²	4,0
11		9 м/с ²	15 м/с ²	2,0
12		25 м/с ²	7,5 м/с ²	0,4
13	$r = Ati - Bt^2j$	1,5 м/с ²	5 м/с ²	1,0
14		2 м/с ²	6 м/с ²	2,0
15		0,5 м/с ²	2 м/с ²	0,5
16		3 м/с ²	4,5 м/с ²	5,0
17	$r = At^2i + Btj$	36 м/с ²	12 м/с ²	0,3
18		16 м/с ²	16 м/с ²	0,6
19		9 м/с ²	3 м/с ²	0,8
20		4 м/с ²	5 м/с ²	3,0
21	$r = At^2i - Bt^2j$	0,2 м/с ²	1,2 м/с ²	2,0
22		1,5 м/с ²	3 м/с ²	2,5
23		0,5 м/с ²	2 м/с ²	1,5
24		2 м/с ²	5 м/с ²	0,2
25	$r = Ati + Btj$	0,4 м/с ²	2 м/с ²	0,25

Задача 1.3. Мяч, брошенный горизонтально с начальной скоростью v_0 , ударяется о стенку, находящуюся на расстоянии l от места бросания. Угол, под которым мяч подлетает к поверхности стенки, равен φ , высота места удара мяча о стенку на Δh меньше высоты, с которой брошен мяч. Найти неизвестные величины согласно номеру задания в таблице. Сопротивление воздуха не учитывать.

Номер задания	l , м	v_0 , м/с	φ , град	Δh , м
1	?	11,2	?	2,5
2	6,0	?	36,9	?
3	?	24,75	81	?
4	10,5	?	?	6,0
5	5,0	5,92	?	?
6	?	11,88	?	5,0
7	8,5	?	46,7	?
8	?	18,78	80,5	?
9	7,0	?	?	3,0
10	11,0	9,94	?	?
11	?	10,58	?	0,7
12	9,0	?	66	?
13	?	22,27	84,9	?
14	4,5	?	?	2,5
15	8,0	25,04	?	?
16	?	22,27	?	0,8
17	10,0	?	84,3	?
18	?	11,07	68,2	?
19	12	?	?	4,0
20	5,5	7,7	?	?
21	?	10,51	?	7,5
22	6,5	?	81,25	?
23	?	8,95	49,4	?
24	4	?	?	1,0
25	7,5	26,25	?	?
26	?	24,35	?	1,0
27	9,5	?	40,8	?
28	?	20,35	72,9	?

Практическое занятие 2

Криволинейное движение. Движение материальной точки и физического тела по окружности

Теоретические сведения.

Ускорение при криволинейном движении определяется как векторная сумма нормальной и тангенциальной составляющих:

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau;$$

Величины ускорений:

$$a_n = \frac{V^2}{R}; \quad a_\tau = \frac{dV}{dt}; \quad a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2};$$

Кинематическое уравнение вращательного движения. Положение твердого тела (при заданной оси вращения) определяется углом поворота φ .

$$\varphi = f(t);$$

Средняя угловая скорость:

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t};$$

Мгновенная угловая скорость:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt};$$

Угловое ускорение:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt};$$

Уравнение равномерного движения:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t;$$

φ_0 – угловое положение, с которого начинается вращательное движение;
 t – время движения. При равномерном вращении: $\omega = const$; $\varepsilon = 0$.

Частота вращения:

$$n = \frac{N}{t}; \quad n = \frac{1}{T};$$

N – число оборотов, совершаемых телом за время t . T – период вращения, время одного оборота.

Уравнение равнопеременного вращения ($\varepsilon = \text{const}$):

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2};$$

Угловая скорость при равнопеременном вращении:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t;$$

Связь между линейными и угловыми величинами, характеризующими вращение материальной точки.

Длина пути материальной точки по дуге окружности радиусом R :

$$S = \varphi R; \quad \varphi - \text{угол поворота тела}$$

Линейная скорость точки:

$$V = \omega R; \quad V = [\omega R];$$

Тангенциальное ускорение точки:

$$a_\tau = \varepsilon R; \quad a_\tau = [\varepsilon R];$$

Нормальное ускорение точки:

$$a_n = \omega^2 R; \quad a_n = -\omega^2 R$$

Пример 1.

Законы движения материальной точки вдоль осей X и Y представлены уравнениями: $x = 5 + 2t + 1,5 t^2$ (м); $y = 18 + 0,25 t^3$ (м). Найти полное, тангенциальное и нормальное ускорения точки в момент времени $t = 1,3$ с. Определить радиус кривизны траектории криволинейного движения.

Дано:

$$x = 5 + 2t + 1,5 t^2 \text{ (м);}$$

$$y = 18 + 0,25 t^3 \text{ (м);}$$

$$t = 1,3 \text{ с}$$

$$a, a_\tau, a_n, R - ?$$

Полное ускорение:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2};$$

Найдем скорости движения материальной точки по осям X и Y.

$$V_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d(5 + 2t + 1,5t^2)}{dt} = 2 + 3t \text{ (м / с);}$$

$$V_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d(18 + 0,25t^3)}{dt} = 0,75t^2 \text{ (м / с);}$$

Находим ускорения вдоль осей X, Y и полное ускорение для $t = 1,3$ с.

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{d(2 + 3t)}{dt} = 3 \text{ (м / с}^2\text{);}$$

$$a_y = \frac{dV_y}{dt} = \frac{d(0,75t^2)}{dt} = 1,5t \text{ (м / с}^2\text{);}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{3^2 + (1,5t)^2} = \sqrt{3^2 + (1,5 \cdot 1,3)^2} = 3,58 \text{ (м / с}^2\text{);}$$

Найдем тангенциальное ускорение a_τ на основе производной от модуля скорости материальной точки.

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{d\sqrt{V_x^2 + V_y^2}}{dt} = \frac{d\sqrt{(2 + 3t)^2 + (0,75t^2)^2}}{dt} = \frac{d\sqrt{4 + 12t + 9t^2 + 0,562t^4}}{dt} \text{ (м / с}^2\text{);}$$

Получили производную от сложной функции. Обозначим подкоренное выражение через U . Возьмем производные от степенной функции и, выражения U ; их произведение приведет к необходимому результату.

$$U = 4 + 12t + 9t^2 + 0,562t^4 \quad \text{тогда,} \quad a_\tau = \frac{1}{2} U^{\left(\frac{1}{2}-1\right)} \cdot U'(t);$$

$$a_\tau = \frac{12 + 18t + 2,25t^3}{2\sqrt{4 + 12t + 9t^2 + 0,562t^4}} = 3,34 \text{ (м / с}^2\text{);}$$

Полное ускорение движения точки известно, тангенциальное – известно, можем определить нормальное ускорение.

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}; \quad a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = \sqrt{3,58^2 - 3,34^2} = 1,28 \text{ м / с}^2;$$

Определим радиус кривизны траектории криволинейного движения.

$$a_n = \frac{V^2}{R} = \frac{V_x^2 + V_y^2}{R} = \frac{(2+3t)^2 + (0,75t^2)^2}{R}; \quad V^2 = 36,03 \text{ (м}^2/\text{с}^2\text{)}; \quad R = \frac{V^2}{a_n} = 28,3 \text{ (м)};$$

Ответ: $a=3,58 \text{ м/с}^2$; $a_x=3,34 \text{ м/с}^2$; $a_n=1,28 \text{ м/с}^2$; $R=28,3 \text{ м}$

Пример 2.

Маховое колесо вращается равноускоренно. К моменту времени t после начала движения его частота вращения стала $\nu = 8,5 \text{ с}^{-1}$; при этом оно совершило число оборотов n , имея угловое ускорение $\varepsilon = 1,335 \text{ рад/с}^2$. Определить время t , которое ушло на раскрутку колеса до частоты ν , и число совершенных оборотов n .

Дано:

$$\nu = 8,5 \text{ с}^{-1};$$

$$\varepsilon = 1,335 \text{ рад/с}^2$$

$t, n - ?$

Определяем период вращения махового колеса, что позволит определить его угловую скорость:

$$\nu = 1/T; \quad \omega = 2\pi\nu;$$

Используем уравнение угловой скорости при равнопеременном движении. Оно позволит определить время раскрутки колеса t .

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t; \quad \omega_0 = 0; \quad \omega = \varepsilon t; \quad t = \omega/\varepsilon = 2\pi\nu/\varepsilon = 6,28 \cdot 8,5/1,335 = 40 \text{ (с)}$$

Уравнение равнопеременного движения позволит определить угол, на который повернется колесо за время t .

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \varepsilon t^2/2;$$

Поскольку вращение начиналось из состояния покоя, то при $t = 0$ угловая скорость $\omega_0 = 0$ и $\varphi_0 = 0$. Таким образом, за время t колесо накрутит угол:

$$\varphi = \varepsilon t^2/2;$$

Зная, что один оборот колеса составляет 2π , можем определить число совершенных оборотов n .

$$n = \varphi/2\pi = \varepsilon t^2/2 \cdot 2\pi = 170 \text{ (об)}$$

Ответ: $t = 40 \text{ с}$; $n = 170 \text{ об}$.

Задача 2.1. Заданы законы движения материальной точки вдоль осей x и y . Найти полное, тангенциальное и нормальное ускорения точки в момент времени t_1 , а также радиус кривизны траектории в этот момент времени.

Номер задания	Закон движения вдоль оси x , м	Закон движения вдоль оси y , м	t_1 , с
1	$x = 2t - t^3$	$y = t^2 + 2t^3$	0,2
2			0,4
3			0,6
4			0,8
5	$x = 2t + 3t^2$	$y = 24 - 4t^3$	0,1
6			0,3
7			0,8
8			1,0
9	$x = 34 - t + 2t^3$	$y = 5t - t^2$	0,6
10			0,8
11			1,0
12			1,2
13	$x = 0,5t^2 + 3t$	$y = 15 - 4t + 1,5t^3$	1,2
14			1,3
15			1,4
16			1,5
17	$x = 11 + t^2 - 0,5t^3$	$y = 7 - 2,5t^3$	0,2
18			0,3
19			0,4
20			0,5
21	$x = -6 + 0,1t^3$	$y = 0,2t^3 - t^2$	5,0
22			4,0
23			3,0
24			2,0
25	$x = 5 + 2t + 1,5t^2$	$y = 18 + 0,25t^3$	1,0
26			1,1
27			1,2
28			1,3

Задача 2.2. Маховое колесо, вращаясь равноускоренно, к моменту времени t после начала движения приобретает скорость, соответствующую частоте вращения ν , и успевает совершить n оборотов. Угловое ускорение колеса равно β . Найти неизвестные величины согласно номеру задания в таблице.

Номер задания	$t, \text{с}$	$\nu, \text{с}^{-1}$	$\epsilon, \text{рад/с}^2$	n
1	10	4	?	?
2	65	?	1,353	?
3	30	?	?	150
4	?	8	2,01	?
5	?	?	3,14	4
6	?	15	?	375
7	40	6	?	?
8	25	?	1,257	?
9	15	?	?	22,5
10	?	17	1,78	?
11	?	?	4,4	8,75
12	?	20	?	800
13	50	12,5	?	?
14	20	?	1,885	?
15	75	?	?	487,5
16	?	2,5	1,047	?
17	?	?	1,396	225
18	?	5,5	?	55
19	60	12	?	?
20	35	?	2,154	?
21	55	?	?	200,75
22	?	6,5	0,628	?
23	?	?	2,513	20
24	?	9	?	135
25	6	2,5	?	?
26	70	?	0,314	?
27	45	?	?	180
28	?	8,5	1,335	?

Практическое занятие 3

Динамика материальной точки и твердого тела

Теоретические сведения

Движение материальной точки (второй закон Ньютона). В координатной форме:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = \sum F_{xi}; \quad m \frac{d^2y}{dt^2} = \sum F_{yi}; \quad m \frac{d^2z}{dt^2} = \sum F_{zi};$$

Под знаком суммы стоят проекции сил F_i на оси координат.

Сила трения скольжения:

$$F_{mp} = k N;$$

k – коэффициент силы трения; N – сила нормального давления.

Координаты центра масс материальных точек:

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}; \quad y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}; \quad z_c = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i};$$

m_i – масса материальной точки; x_i, y_i, z_i – ее координаты.

Пример 1.

Конькобежец, масса которого равна $m_1 = 66$ кг, находясь на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой $m_2 = 6$ кг, вследствие чего начинает скользить со скоростью $V_1 = 2,1$ м/с. Через время, равное t , камень падает на расстоянии $S = 14,55$ м от конькобежца, Коэффициент трения коньков о лед равен $k = 0,042$, сопротивлением воздуха можно пренебречь. Найти время t , через которое камень падает на лед.

Дано:

$$m_1 = 66 \text{ кг}; \quad m_2 = 6 \text{ кг};$$

$$V_1 = 2,1 \text{ м/с}; \quad S = 14,55 \text{ м}; \quad k = 0,042$$

$t - ?$

Расстояние между конькобежцем и камнем после падения камня S :

$$S = S_1 + S_2;$$

S_1 – расстояние перемещения конькобежца от места бросания камня;

S_2 – расстояние от места бросания до места падения камня.

На основе закона сохранения импульса найдем скорость движения камня после броска:

$$m_1V_1 + m_2V_2 = 0; \quad V_2 = (m_1/m_2)*V_1 = - 48,51 \text{ (м/с)}$$

После бросания камня конькобежец переместиться на расстояние S_1 :

$$S_1 = V_1t - \frac{at^2}{2};$$

Ускорение a , с которым двигался конькобежец, найдем из второго закона Ньютона:

$$m_1a = F_{mp} = km_1g; \quad a = kg;$$

Скорость горизонтального полета камня V_2 считается постоянной, откуда:

$$S_2 = V_2t;$$

Поскольку расстояние между отъехавшим конькобежцем и упавшим камнем известно, то можем записать уравнение, решение которого определит искомое время t .

$$V_2t + V_1t - \frac{at^2}{2} - S = 0; \quad -\frac{m_1}{m_1}V_1t + V_1t - \frac{kg t^2}{2} - S = 0;$$

Подставим данные:

$$-\frac{66}{6}2,1t + V_1t - \frac{0,042*9,81t^2}{2} - 14,55 = 0;$$

Ответ: $t = 0,68 \text{ с}$

Пример 2.

Тело соскальзывает без начальной скорости по наклонной плоскости длина которой S_1 . Наклонная плоскость составляет с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. После того, как тело переместилось на горизонтальную поверхность, оно прошло еще $S_2 = 223 \text{ см}$. Коэффициент трения на всем пути $k = 0,16$. Определите длину наклонной плоскости S_1 . Задачу решить на основе законов кинематики и динамики.

Дано:

$$V_0 = 0; \quad \alpha = 45^\circ;$$

$$S_2 = 223 \text{ см}; \quad k = 0,16;$$

$$S_1 - ?$$

Составим систему уравнений для решения задачи.

Учтем, что начальная скорость при скатывании тела $V_0 = 0$ и, воспользуемся выражением:

$$V_t^2 - V_0^2 = 2a_n S_1; \quad V_t^2 = 2a_n S_1;$$

где V_0 и V_t , соответственно, начальная и конечная скорости тела при прохождении расстояния S_1 с ускорением на наклонной плоскости a_n .

Эта же формула для горизонтального участка пути S_2 :

$$2a_2 S_2 = 0^2 - V_t^2;$$

a_2 – ускорение тела на этом участке пути. Конечная скорость на участке S_2 равна 0, а начальная скорость тела на участке S_2 есть о конечная скорость этого тела на участке S_1 .

Для определения ускорений воспользуемся законами динамики. Уравнение движения тела по горизонтальной плоскости:

$$ma_2 = kmg; \quad a_2 = kg;$$

Уравнение движения тела по наклонно плоскости:

$$ma_n = mg \sin \alpha - kmg \cos \alpha; \quad a_n = g \sin \alpha - kg \cos \alpha;$$

Получили 4 уравнения с 4 неизвестными.

$$V_t^2 = 2a_n S_1; \quad a_n = g \sin \alpha - kg \cos \alpha;$$

$$2a_2 S_2 = V_t^2; \quad a_2 = kg;$$

Их решение относительно S_1 приводит к выражению:

$$S_1 = \frac{kS_2}{\sin \alpha - k \cos \alpha} = \frac{0,16 \cdot 2,23}{0,707 - 0,16 \cdot 0,707} = 0,6 \text{ (м)};$$

Ответ: $S_1 = 0,6 \text{ м}$

Задача 3.1. Два или три тела соединены невесомыми нерастяжимыми нитями, перекинутыми через блоки, массами которых можно пренебречь. Массы тел (m_1, m_2, m_3) даны, углы, которые составляют наклонные плоскости с горизонталью (α_1, α_2), известны, коэффициенты трения тел о поверхность (k_1, k_2). Найти ускорения, с которыми движутся тела, и силы натяжения нитей в системах, соответствующих номеру задания. Трением в блоках пренебречь.

	Система тел	m_1 , кг	m_2 , кг	m_3 , кг	α_1 , град	α_2 , град	k_1	k_2
1		2,0	1,0	—	30	—	0,12	0,15
2					40			
3					50			
4					60			
5		0,1	—	30	45	0,1	0,15	
6								0,3
7								0,4
8								0,5
9		3,0	1,0	—	45	—	0,1	—
10							0,2	
11							0,3	
12							0,4	
13		0,1	0,1	0,2	30	30	0,2	0,2
14				0,3				
15				0,4				
16				0,5				
17		0,2	0,1	0,5	—	—	0,1	0,1
18							0,2	0,2
19							0,3	0,3
20							0,4	0,4
21		0,1	0,1	0,2	—	—	0,15	0,15
22				0,4				
23				0,6				
24				0,8				
25		2,0	0,5	—	30	—	0,10	—
26							0,15	
27							0,20	
28							0,25	

Задача 3.2. Тело соскальзывает без начальной скорости по наклонной плоскости длиной s_1 , составляющей угол α с горизонтом, и, пройдя по горизонтальной плоскости расстояние s_2 , останавливается. Коэффициент трения на всем пути равен k . Найти неизвестную величину согласно номеру задания в таблице.

Номер задания	s_1 , см	α , град	s_2 , см	k
1	90	30	40	?
2	45	60	?	0,47
3	15	?	15	0,414
4	?	45	34	0,51
5	100	60	150	?
6	60	45	?	0,22
7	25	?	25	0,577
8	?	30	5,62	0,35
9	12	30	18,2	?
10	20	45	?	0,12
11	55	?	55	0,268
12	?	60	59,23	0,35
13	14	45	100	?
14	65	30	?	0,15
15	30	?	60	0,26
16	?	60	88,25	0,32
17	50	30	37,3	?
18	85	45	?	0,19
19	70	?	140	0,175
20	?	60	40,9	0,34
21	45	45	145	?
22	10	60	?	0,42
23	80	?	80	0,414
24	?	30	134,6	0,08
25	40	60	124	?
26	75	30	?	0,07
27	35	?	70	0,3464
28	?	45	223	0,16

Практическое занятие 4

Законы сохранения импульса и энергии в поступательном движении

Теоретические сведения

Закон сохранения импульса:

$$\sum_{i=1}^n m_i V_i = \text{const};$$

n - число материальных точек (или тел), входящих в систему.

Закон сохранения импульса для абсолютно упругого удара:

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = m_1 \vec{V}'_1 + m_2 \vec{V}'_2;$$

Закон сохранения импульса для неупругого удара:

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = (m_1 + m_2) \vec{V};$$

Работа, совершаемая постоянной силой:

$$\Delta A = \vec{F} \Delta \vec{r}; \quad \Delta A = F \Delta r \cos \alpha;$$

Средняя мощность за интервал времени Δt :

$$\langle N \rangle = \frac{\Delta A}{\Delta t};$$

Мгновенная мощность:

$$N = \frac{dA}{dt}; \quad N = FV \cos \alpha;$$

dA - работа, совершаемая за промежуток времени dt .

V – скорость тела, развиваемая под действием сила тяги F .

α – угол между направлениями F и V

Кинетическая энергия материальной точки (или тела, движущегося поступательно):

$$T = \frac{mV^2}{2};$$

m – масса материальной точки (тела), движущегося со скоростью V .

Потенциальная энергия тела, находящегося в однородном поле силы тяжести:

$$\Pi = mgh;$$

h – высота, на которой находится тела от принятого нулевого уровня.

Закон сохранения энергии в консервативном поле сил:

$$T + \Pi = const;$$

Пример 1.

Два движущихся тела ударяются не упруго. Скорость первого тела до удара $V_1 = 0,4$ м/с; скорость второго - $V_2 = 1,6$ м/с. Общая скорость тел после удара $V = 0,6$ м/с. Определить, во сколько раз кинетическая энергия первого тела до удара была больше аналогичной кинетической энергии второго тела.

Дано:

$$V_1 = 0,4 \text{ м/с}; \quad V_2 = 1,6 \text{ м/с};$$

$$V = 0,6 \text{ м/с};$$

n - ?

Отношение кинетических энергий тел до удара:

$$n = \frac{m_1 V_1^2}{2} : \frac{m_2 V_2^2}{2} = \frac{m_1 V_1^2}{m_2 V_2^2};$$

Задача сводится к определению соотношения между массами тел. Воспользуемся уравнением закона сохранения импульса для неупругого удара. Будем учитывать, что в задании знаки величин скоростей положительны:

$$m_1 V_1 + m_2 V_2 = (m_1 + m_2) V;$$

$$\frac{m_1}{m_2} V_1 + V_2 = \frac{m_1}{m_2} V + V; \quad \frac{m_1}{m_2} V_1 - \frac{m_1}{m_2} V = V - V_2;$$

Выражаем отношение масс тел и подставляем в уравнение для n , получим:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{V - V_2}{V_1 - V}; \quad n = \frac{m_1 V_1^2}{m_2 V_2^2} = \frac{(V - V_2) V_1^2}{(V_1 - V) V_2^2} = \frac{(0,6 - 1,6) \cdot 0,4^2}{(0,4 - 0,6) \cdot 1,6^2} = 0,31;$$

Ответ: $n = 0,31$

Пример 2.

Молот массой $m_1 = 200$ кг падает на поковку, масса m_2 которой вместе с наковальной 2500 кг. Скорость молота в момент удара $V_1 = 2$ м/с. Найти:

1) кинетическую энергию молота в момент удара; 2) энергию, переданную фундаменту; 3) энергию, затраченную на деформацию поковки; 4) к.п.д. удара молота о поковку. Удар молота о поковку рассматривать как неупругий.

Дано:

$$m_1 = 200 \text{ кг}; m_2 = 2500 \text{ кг};$$

$$V_1 = 2 \text{ м/с}$$

$$T_1; T_2; \Delta T; \eta - ?$$

Можем определить кинетическую энергию молота в момент удара о поковку (объект, на который будет нанесен удар):

$$T_1 = \frac{m_1 V_1^2}{2} = \frac{200 \cdot 2^2}{2} = 400 \text{ (Дж)}$$

Пусть после соприкосновения молота и поковки скорость всей системы массой $(m_1 + m_2)$ будет равна U . Это позволяет определить энергию, переданную фундаменту, на котором находится наковальня:

$$T_2 = \frac{m_1 + m_2}{2} U^2$$

U - найдем из закона сохранения импульса для не упругого удара:

$$m_1 V_1 + m_2 V_2 = (m_1 + m_2) U$$

Поскольку в момент удара скорость наковальни $V_2 = 0$, то последнее уравнение можем записать так:

$$m_1 V_1 = (m_1 + m_2) U$$

Откуда выразим U :

$$U = \frac{m_1 V_1}{(m_1 + m_2)}$$

Подставляя U в выражение для T_2 , получим:

$$T_2 = \frac{m_1 + m_2}{2} U^2 = \frac{m_1 + m_2}{2} \cdot \left[\frac{m_1 V_1}{(m_1 + m_2)} \right]^2 = \frac{m_1^2 V_1^2}{2(m_1 + m_2)} = \frac{m_1 \cdot T_1}{(m_1 + m_2)}$$

Таким образом, энергия, переданная фундаменту:

$$T_2 = \frac{200 \cdot 400}{2700} = 29,6 \text{ (Дж)}$$

Энергия, затраченная на деформацию поковки:

$$\Delta T = T_1 - T_2 = 370 \text{ (Дж)}$$

к.п.д. удара молота о поковку это отношение полезной энергии – к затраченной:

$$\eta = \frac{\Delta T}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{m_1 \cdot T_1}{(m_1 + m_2) \cdot T_1} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} = \frac{200}{200 + 2500} = 0,926$$

к.п.д. системы наковальня-молот тем выше, чем выше масса молота.

Ответ: $T_1 = 400 \text{ Дж}$; $T_2 = 29,6 \text{ Дж}$; $\Delta T = 370 \text{ Дж}$; $\eta = 92,6 \%$

Пример 3.

У первого автомобиля мощность двигателя 120 кВт и максимальная скорость движения 108 км/час , у второго 240 кВт и 144 км/ч . Определить максимальную скорость первого автомобиля, если он буксирует второй. Считаем, что сила сопротивления, действующая на автомобили, не зависит от скорости.

Дано:

$$N_1 = 120 \text{ кВт}; V_1 = 108 \text{ км/час} = 30 \text{ м/с};$$

$$N_2 = 240 \text{ кВт}; V_2 = 144 \text{ км/ч} = 40 \text{ м/с}$$

$V - ?$

Мощности, развиваемые каждым автомобилем по отдельности:

$$N_1 = F_1 V_1; \quad N_2 = F_2 V_2$$

Мощность первого автомобиля, который на сцепке везет второй автомобиль:

$$N_1 = (F_1 + F_2)V; \quad \text{откуда выражаем } V: \quad V = \frac{N_1}{F_1 + F_2} = \frac{N_1}{N_1/V_1 + N_2/V_2}$$

$$V = \frac{120000}{120000/30 + 240000/40} = 12 \text{ (м/с)}$$

Ответ: $V = 12 \text{ м/с}$

Задача 4.1 Два движущихся тела ударяются не упруго. Скорость первого тела до удара равна V_1 , скорость второго – V_2 . Общая скорость тел после удара равна V . Кинетическая энергия первого тела до удара была больше кинетической энергии второго тела в n раз. Найти неизвестную величину согласно номеру задания.

Номер задания	V_1 , м/с	V_2 , м/с	V , м/с	n
1	?	- 4,0	1,0	1,25
2	2,5	?	1,5	25,0
3	1,4	-5,0	?	0,1223
4	3,6	1,0	1,2	?
5	?	-1,2	-0,5	0,159
6	3,2	?	0,2	2,786
7	1,75	2,5	?	0,98
8	2,2	0,6	1,3	?
9	?	1,8	1,7	0,347
10	1,6	?	2,1	0,55
11	2,8	-3,5	?	0,75
12	1,0	-1,6	-0,25	?
13	?	4,5	3,0	2,9
14	0,75	?	-0,1	0,41
15	2,0	3,6	?	0,679
16	1,4	-0,8	1,25	?
17	?	-1,3	0,2	1,027
18	2,4	?	0,75	4,727
19	1,25	2,0	?	0,142
20	3,0	-3,4	0,5	?
21	?	-0,75	1,6	30,08
22	0,5	?	-0,4	0,11
23	1,8	-2,2	?	0,606
24	2,25	1,5	1,75	?
25	?	4,4	3,8	0,529
26	1,2	?	1,0	2,25
27	2,6	-3,0	?	1,252
28	0,4	1,6	0,6	?

Задача 4.2. Два шара подвешены на параллельных нитях одинаковой длины так, что они соприкасаются. Масса первого шара равна m_1 , масса второго — m_2 . Первый шар отклоняют так, что его центр тяжести поднимается на высоту H , и отпускают. После упругого соударения второй шар поднимается на высоту h_2 , а первый — на высоту h_1 . Найти неизвестные величины согласно номеру задания.

Номер задания	$m_1, кг$	$m_2, кг$	$H, см$	$h_1, см$	$h_2, см$
1	0,2	0,1	4,5	?	?
2	0,05	0,03	?	?	7,81
3	0,16	0,12	?	0,2	?
4	0,8	?	?	1,17	33,33
5	0,45	0,4	12	?	?
6	0,25	0,15	?	?	12,5
7	0,12	0,08	?	0,68	?
8	0,04	?	?	2,89	46,22
9	0,09	0,05	20	?	?
10	0,75	0,5	?	?	40,32
11	0,12	0,04	?	1,75	?
12	0,1	?	?	1,44	23,11
13	1,0	0,75	14	?	?
14	0,06	0,05	?	?	21,42
15	0,4	0,25	?	0,48	?
16	0,15	?	?	1,2	43,2
17	0,5	0,4	25	?	?
18	0,9	0,45	?	?	10,67
19	0,03	0,02	?	0,84	?
20	0,14	?	?	0,744	16,2
21	0,7	0,3	15	?	?
22	0,02	0,01	?	?	42,67
23	0,55	0,2	?	0,87	?
24	0,3	?	?	1,08	38,88
25	0,6	0,4	23	?	?
26	0,35	0,3	?	?	18,556
27	0,04	0,01	?	3,96	?
28	0,08	?	?	0,306	19,59

Задача 4.3. В покоящийся баллистический маятник массой M попала пуля массой m под углом α к горизонтали и застряла в нем. Сколько процентов полученной маятником энергии переходит во внутреннюю энергию системы маятник-пуля. Выполнить дополнительное задание.

Номер задания	m , кг	M , г	α , град	Построить график зависимости
1	12	80	10	$\beta = f(\alpha)$
2			20	
3			30	
4			40	
5	10	100	25	$\beta = f(m)$
6	20			
7	30			
8	40			
9	10	100	15	$\beta = f(M)$
10		200		
11		300		
12		400		
13	20	150	15	$\beta = f(\alpha)$
14			30	
15			45	
16			60	
17	5	120	10	$\beta = f(m)$
18	10			
19	15			
20	20			
21	15	150	30	$\beta = f(M)$
22		300		
23		450		
24		600		
25	8	75	0	$\beta = f(\alpha)$
26			20	
27			40	
28			60	

Практическое занятие 5

Динамика вращательного движения

Теоретические сведения

Момент инерции материальной точки:

$$J = mr^2$$

m – масса материальной точки; r – ее расстояние от оси вращения.

Момент инерции твердого тела:

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \quad \text{если тело однородно, то} \quad J = \int r^2 dm$$

Теорема Штейнера-Гюйгенса:

$$J = J_0 + md^2$$

J_0 – момент инерции этого тела относительно оси, проходящей через центр масс; m – масса тела; d – расстояние между параллельными осями, одна из которых проходит через центр масс – другая, относительно которой определяем J .

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси:

$$J \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{dJ\vec{\omega}}{dt} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

M – момент силы,

действующий на тело в течение времени dt , J – момент инерции тела; ω – угловая скорость; $L = J\omega$ – момент импульса.

Момент силы F , действующий на тело относительно оси вращения:

$$M = F_{\perp} l$$

F_{\perp} – проекция силы F на плоскость перпендикулярную оси вращения; l – плечо силы F (кратчайшее расстояние до направления действия силы).

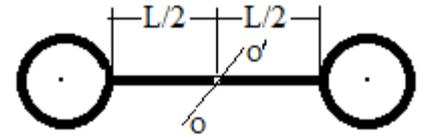
Сила трения скольжения на горизонтальной поверхности:

$$F_{mp} = k \cdot P_N = k \cdot mg$$

k – коэффициент трения между телом массой m и горизонтальной поверхностью; P_N – сила нормального давления тела массой m на горизонтальную поверхность.

Пример 1.

Диски массами $m_1 = 150 \text{ г}$ и $m_2 = 120 \text{ г}$ с одинаковым радиусом $r = 10 \text{ см}$ скреплены стержнем длиной $L = 50 \text{ см}$ и находятся на концах стержня. На середине стержня находится ось вращения, относительно которой система может вращаться. Определить момент инерции системы относительно оси вращения, если масса стержня $m_3 = 1 \text{ кг}$.



Дано:

$$m_1 = 150 \text{ г}; m_2 = 120 \text{ г}; m_3 = 1 \text{ кг}$$

$$r = 10 \text{ см}; L = 50 \text{ см}$$

$J - ?$

Момент инерции системы:

$$J = J_1 + J_2 + J_3$$

J_1 – момент инерции диска массой m_1 ;

J_2 – момент инерции диска массой m_2 ; J_3 – момент инерции стержня.

J_1 и J_2 будем определять на основе теоремы Штейнера-Гюйгенса:

$$J_1 = J_0 + m_1 d^2$$

Согласно справочным данным, момент инерции диска (цилиндра) относительно центра масс:

$$J_0 = \frac{1}{2} m_1 r^2;$$

расстояние между параллельными осями: $d = (L/2) + r$,
откуда:

$$J_1 = \frac{1}{2} m_1 r^2 + m_1 [(L/2) + r]^2$$

Подставляем данные:

$$J_1 = \frac{1}{2} \cdot 0,15 \cdot 0,1^2 + 0,15(0,25 + 0,1)^2 = 0,019 (\text{кг} \cdot \text{м}^2)$$

Аналогично определяем J_2 :

$$J_2 = \frac{1}{2} m_2 r^2 + m_2 [(L/2) + r]^2$$

Подставляем данные:

$$J_2 = \frac{1}{2} \cdot 0,12 \cdot 0,1^2 + 0,12(0,25 + 0,1)^2 = 0,015 (\text{кг} \cdot \text{м}^2)$$

Согласно справочным данным, момент инерции стержня относительно центра масс:

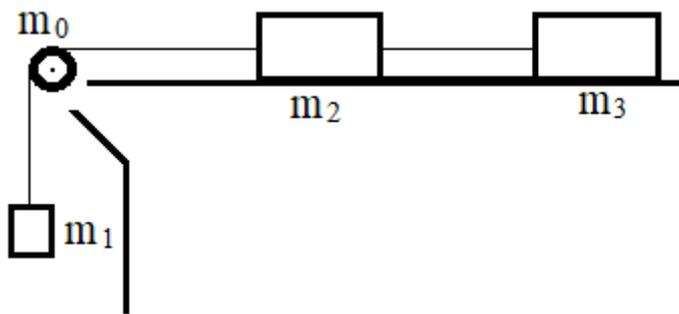
$$J_3 = \frac{1}{12} m_3 L^2 = \frac{1}{12} \cdot 1 \cdot 0,5^2 = 0,021 \text{ (кг} \cdot \text{м}^2)$$

Момент инерции системы: $J = 0,055 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

Ответ: $J = 0,055 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

Пример 2.

Тела массами: $m_1 = 4 \text{ кг}$; $m_2 = 2 \text{ кг}$ и $m_3 = 1 \text{ кг}$ составляют механическую систему, представленную посредством физической модели. При этом блок системы - весомый и его масса $m_0 = 0,5 \text{ кг}$. Тела соединены между собой гибкой невесомой и нитью и могут двигаться под действием груза массой m_1 . Коэффициент трения скольжения k между горизонтальной поверхностью и телами массами m_2 и m_3 составляет $0,2$. Блок массой m_0 имеет цилиндрическую форму и является однородным.



Определить ускорение, с которым будут двигаться тела, если их привести в движение посредством тела массой m_1 . Найти силы натяжения нитей на всех участках соединений. Трением на оси блока пренебречь. Движение нити - без проскальзывания.

Подвижная механическая система

Дано:

$$m_1 = 4 \text{ кг}; m_2 = 2 \text{ кг}; m_3 = 1 \text{ кг};$$

$$m_0 = 0,5 \text{ кг}. k = 0,2$$

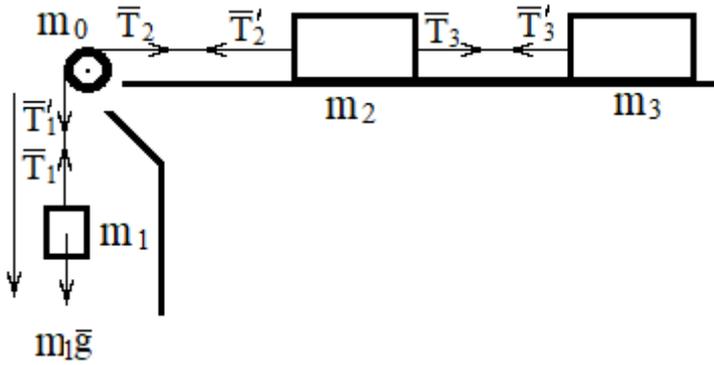
$$a; T_1; T_2; T_3 - ?$$

Решение.

В соответствии данных задачи, под действием груза массой m_1 начнут двигаться тела с массами m_2 и m_3 . Составим физическую модель задачи, отражающую взаимодействие сил, влияющих на движение системы.

Для модулей сил натяжения нитей (но не векторов этих сил), а также модулей ускорений ($a_1 - a_3$), с которыми будут двигаться компоненты системы, справедливы следующие равенства:

$$T_1 = T_1'; T_2 = T_2'; T_3 = T_3' \quad a_1 = a_2 = a_3 = a$$



Физическая модель механической системы

Для тела массой m_1 :

$$m_1 a = m_1 g - T_1$$

Для тела массой m_2 :

$$m_2 a = T_2 - T_3 - F_{2mp} = T_2 - T_3 - k m_2 g$$

Для тела массой m_3 :

$$m_3 a = T_3 - F_{3mp} = T_3 - k m_3 g$$

В последних двух уравнениях используется выражение силы трения скольжения F_{mp} для горизонтальной поверхности. Коэффициент трения скольжения k показывает: какую часть от силы нормального давления составляет сила трения: $k = F_{mp} / P_N$. Для тел массами m_2 и m_3 силы нормального давления $m_2 g$ и $m_3 g$, соответственно, $F_{2mp} = k m_2 g$ и $F_{3mp} = k m_3 g$.

Знак результирующей силы в уравнении определяется выбранным положительным направлением в системе. Силы, способствующие движению тела, имеют тот же знак в уравнении, что и результирующая сила. Знаки (-) перед силами означает, что они противоположны движению системы (выбранному положительному направлению).

Блок массой m_0 , – осуществляет вращательное движение, его динамическое состояние описывается 2 законом Ньютона для этого вида движения:

$$J_0 \vec{\varepsilon}_0 = \vec{M}; \quad J_0 \varepsilon_0 = M_1 - M_2;$$

$$M_1 = T_1 r; \quad M_2 = T_2 r; \quad J_0 \varepsilon_0 = (T_1 - T_2) r$$

M_1 и M_2 - моменты сил. M_1 - положительно, поскольку T_1 способствует движению; T_2 - противоположно движению, поэтому имеет знак (-). r – радиус блока. J_0 – момент инерции блока, движущегося с угловым ускорением ε .

Поскольку блок однородный, цилиндрический, то его момент инерции, согласно справочным данным:

$$J_0 = \frac{1}{2} m_0 r^2$$

Поскольку подвижными компонентами механической системы являются тела с массами: m_0 ; m_1 ; m_2 и m_3 , то динамических уравнений, описывающих движение механической системы, будет 4.

Составим эти динамические уравнения.

Движение нити - без проскальзывания; ее линейное ускорение такое, как и у точек блока радиуса r . Линейное ускорение точек блока (тангенциальное), связано с угловым ускорением соотношением: $a = \varepsilon r$. После некоторых преобразований, уравнение динамического блока примет вид:

$$J_0 \varepsilon_0 = (T_1 - T_2)r; \quad \frac{1}{2} m_0 r^2 \frac{a}{r} = (T_1 - T_2)r; \quad \frac{m_0 a}{2} = T_1 - T_2$$

Получили систему из 4-х алгебраических уравнений с 4-я неизвестными. Подстановку численных данных делаем в системе СИ, ибо используем постоянную $g = 9,81 \text{ м/с}^2$, размерность которой приводится в единицах СИ.

$$\begin{aligned} m_1 a &= m_1 g - T_1; & 4a &= 39,24 - T_1; \\ m_2 a &= T_2 - T_3 - km_2 g; & 2a &= T_2 - T_3 - 3,92; \\ m_3 a &= T_3 - km_3 g; & a &= T_3 - 1,96 \\ \frac{m_0 a}{2} &= T_1 - T_2 & 0,25a &= T_1 - T_2 \end{aligned}$$

Для решения уравнений используем метод подстановок. Выразим T_1 из первого уравнения и подставим в четвертое уравнение.

$$T_1 = 39,24 - 4a; \quad 0,25a = 39,24 - 4a - T_2; \quad 4,25a = 39,24 - T_2$$

Из третьего уравнения выразим T_3 и подставим во второе уравнение.

$$T_3 = a + 1,96; \quad 2a = T_2 - (a + 1,96) - 3,92; \quad 3a = T_2 - 5,88$$

Приравниваем два последних уравнения по параметру T_2 и определяем a .

$$3a + 5,88 = 39,24 - 4,25a; \quad 7,25a = 33,36; \quad a = 4,6 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

Зная ускорение движения системы, определяем силы натяжения нитей между компонентами системы:

$$T_1 = 39,24 - 4a = 39,24 - 4 \cdot 4,6 = 20,84 \text{ (н)}$$

$$T_2 = 3a + 5,88 = 3 \cdot 4,6 + 5,88 = 19,68 \text{ (н)}$$

$$T_3 = a + 1,96 = 1 \cdot 4,6 + 1,96 = 6,56 \text{ (н)}$$

Ответ: $a = 4,6 \text{ м/с}^2$; $T_1 = 20,84 \text{ н}$; $T_2 = 19,68 \text{ н}$; $T_3 = 6,56 \text{ н}$

Задача 5.1. Одно или несколько тел (цилиндры, шары, диски, обручи) радиусом r и массой m_1 подвешены в точке A или закреплены на стержнях массой m_2 , длина которых L значительно превышает их толщину. Найти моменты инерции J систем тел относительно заданной оси OO' или точки A .

Номер задания	Физическая модель	m_1 , г	r , см	m_2 , г	l , см	Система
1		100	4	150	20	Два шара по концам стержня
2		200				
3		300				
4		400				
5		600	5	72	5	Сплошной цилиндр на стержне
6					10	
7					15	
8					20	
9		100	10			Два сплошных одинаковых обруча
10			20			
11			30			
12			40			
13		100	2	60	30	Два тонкостенных цилиндра по концам стержня
14		200				
15		300				
16		400				
17		500	10	200	20	Диск на стержне
18					40	
19					60	
20					80	
21				100	20	Три одинаковых спаянных стержня
22					30	
23					40	
24					50	
25		150	4	120	10	Два диска на концах стержня
26			6			
27			8			
28			10			

Задача 5.2. Несколько тел с массами m_1, m_2, m_3 соединены невесомыми нерастяжимыми нитями, перекинутыми через блоки массой m_0 . Углы, которые составляют наклонные плоскости с горизонтальной, равны α_1 и α_2 , коэффициент трения тел о поверхность — k . Найти ускорения, с которыми движутся тела, и силы натяжения нитей. Блоки считать однородными дисками. Трением на осях блоков пренебречь.

N	Система тел	m_0 , кг	m_1 , кг	m_2 , кг	m_3 , кг	k	α_1 , град	α_2 , град	
1		0,2	0,3	0,3	1,0	0,1	10		
2							20		
3							30		
4							40		
5		0,5	0,2	0,2	2,0				
6			0,4	0,4					
7			0,6	0,6					
8			0,8	0,8					
9		0,2	0,3	0,25			0,1		
10							0,2		
11							0,3		
12							0,4		
13		0,3	0,6	0,6		0,2	1,0		
14							1,5		
15							2,0		
16							2,5		
17		0,4	1,4	0,5		0,15	25	10	
18								20	
19								30	
20								40	
21		0,2	0,8	1,0		0,25	45		
22									0,4
23									0,6
24									0,8
25		0,4	1,5	0,6	0,4		0,1		
26							0,2		
27							0,3		
28							0,4		

Практическое занятие 6.

Свободные механические колебания

Теоретические сведения

Уравнение гармонических колебаний:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

x – смещение колеблющейся точки от положения равновесия; t – время; A , ω , φ – соответственно амплитуда, круговая (циклическая) частота и начальная фаза колебаний; $(\omega t + \varphi)$ – фаза колебаний в момент времени t .

Круговая частота колебаний:

$$\omega = 2\pi\nu, \text{ или } \omega = 2\pi/T$$

ν и T – частота и период колебаний.

Скорость точки, совершающей гармонические колебания:

$$V = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi) = A\omega \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$$

Ускорение при гармоническом колебании:

$$a = A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}) = A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi + \pi);$$

Уравнение траектории точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях с амплитудами A_1 и A_2 и, одинаковыми начальными фазами φ , описывает движение по эллипсу:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$$

Период колебаний физического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{L/g} = 2\pi\sqrt{J/mga}$$

J – момент инерции колеблющегося тела относительно оси колебания; a – расстояние центра масс тела до оси колебаний;

$L = J/ma$ – приведенная длина физического маятника.

Пример 1.

Гармонические колебания происходят с амплитудой $A = 5,2$ см. За время $t = 48$ с совершено $n = 240$ колебаний; начальная фаза колебаний $\varphi_0 = \pi/2$. Найти: а) – период и частоту гармонического колебания и записать уравнение этих колебаний; б) - смещение точки в момент времени $t = 0$; в) - максимальную скорость колеблющейся точки; г) - ее максимальное ускорение.

$$A = 5,2 \text{ см}; t = 48 \text{ с};$$
$$n = 240; \varphi_0 = \pi/2$$
$$x; V_m; a_m - ?$$

Период колебаний T , время в течение которого произойдет 1 колебание, частота колебаний – число колебаний за 1 секунду:

$$T = t/n = 0,2 \text{ с}. \text{ Частота колебаний: } \nu = 1/T = 5 \text{ с}^{-1};$$

Уравнение гармонического колебания.

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) = 5,2 \cos(2\pi\nu t + \pi/2) = 5,2 \cos(2\pi n/t + \pi/2);$$
$$x = 5,2 \cos(31,4t + \pi/2) \text{ (см)}$$

Смещение колеблющейся точки при $t = 0$:

$$x_0 = 5,2 \cos(31,4 \cdot 0 + \pi/2) \text{ (см)} = 0 \text{ (см)}$$

Максимальная скорость колеблющейся точки (амплитудное значение скорости):

$$V_{\text{макс}} = V_m = A\omega = 5,2 \cdot 10^{-2} \cdot 31,4 = 1,63 \text{ (м / с)}$$

Максимальная ускорение колеблющейся точки (амплитудное значение ускорения):

$$a_{\text{макс}} = a_m = A\omega^2 = 5,2 \cdot 10^{-2} \cdot 31,4^2 = 51,32 \text{ (м / с}^2\text{)}$$

$$\text{Ответ: } T = 0,2 \text{ с}; \nu = 5 \text{ Гц}; x = 5,2 \cos(31,4t + \pi/2) \text{ см};$$
$$x_0 = 0 \text{ см}; V_{\text{макс}} = 1,63 \text{ м/с}; a_{\text{макс}} = 51,32 \text{ м/с}^2.$$

Пример 2.

Начальная фаза гармонического колебания равна нулю. При смещении точки от положения равновесия на расстояние $x_1 = 0,6$ см, ее скорость составила величину V_1 , а при ее смещении на расстояние $x_2 = 1,2$ см, скорость стала $V_2 = 1,4$ м/с. Период колебаний системы $T = 2,46$ с. Определить скорость V_1 .

$$x_1 = 0,6 \text{ см}$$

$$x_2 = 1,2 \text{ см}; V_2 = 1,4 \text{ м/с};$$

$$T = 2,46 \text{ с}$$

$$V_1 - ?$$

Воспользуемся уравнением траектории, когда колебания взаимно перпендикулярны и имеют одинаковые начальные фазы.

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$$

Уравнения смещения x колеблющейся точки:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Уравнение скорости V перемещения колеблющейся точки:

$$V = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)$$

Циклическая частота колебаний: $\omega = 2\pi/T = 6,28/2,46 = 2,55 \text{ рад/с}$.

Из предыдущих уравнений имеем:

$$\frac{x}{A} = \cos(\omega t + \varphi) \qquad -\frac{V}{A\omega} = \sin(\omega t + \varphi)$$

Возведем в квадрат левые и правые части последних уравнений и сложим их, получим:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{V^2}{A^2\omega^2} = \cos^2(\omega t + \varphi) + \sin^2(\omega t + \varphi) = 1$$

Полученное выражение основывается на тригонометрической формуле: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$. Оно так же показывает, что траектория результирующего колебания будет иметь вид эллипса.

На основе данных для x_2 и V_2 определим амплитуду колебаний A .

$$\frac{x_2^2}{A^2} + \frac{V_2^2}{A^2\omega^2} = 1 \qquad x_2^2 + \frac{V_2^2}{\omega^2} = A^2 \qquad A = \sqrt{x_2^2 + \frac{V_2^2}{\omega^2}} = 1,32 \text{ (см)}$$

Уравнение для данных x_1 и V_1 :

$$\frac{x_1^2}{A^2} + \frac{V_1^2}{A^2 \omega^2} = 1$$

Из последнего выражения определяем V_1

$$V_1 = \omega \sqrt{A^2 - x_1^2} = 3 \text{ (см/с)}$$

Ответ: $V_1 = 3 \text{ см/с}$

Пример 3.

Стержень длиной $L_1 = 1 \text{ м}$, подвешен на нити, длиной $L_2 = 50 \text{ см}$, к гвоздю на стене и совершает малые колебания в плоскости, параллельной стене. Найти период колебания стержня.

Дано:

$$L_1 = 1 \text{ м}; L_2 = 50 \text{ см}$$

$T - ?$

Период колебаний физического маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{J / mga}$$

J – момент инерции стержня, подвешенного на нити. a – расстояние между осью подвеса физического маятника и его центром масс. m – масса стержня.

J найдем на основе теоремы Штейнера-Гюйгенса:

$$J = J_0 + md^2 = 1/12mL_1 + m(L_1 + L_2)^2$$

J_0 – момент инерции стержня относительно его центра масс. d – расстояние между параллельными осями, одна из которых проходит через центр масс стержня, другая – относительно которой определяем J .

В рамках задачи $d = a = (L_1 + L_2)$.

Согласно справочным данным, момент инерции стержня относительно его центра масс $J_0 = (1/12) mL_1$. С учетом указанного, период колебаний данного физического маятника определяется выражением:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1/12mL_1 + m(L_1 + L_2)^2}{mg(L_1 + L_2)}} = 1,5 \text{ (с)}$$

Ответ: $T = 1,5 \text{ с}$

Задача 6.1. Написать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой A , если за время t совершено n колебаний и начальная фаза колебания φ_0 . Найти: а) смещение точки в момент времени $t = 0$; б) максимальную скорость движения точки; в) максимальное ускорение при движении. Начертить график этого движения.

Номер задания	A , см	t , с	n	φ_0
1	0,5	60	60	$\pi/4$
2	1,0	23	30	π
3	1,5	45	90	$-\pi$
4	2,0	67	120	$-\pi/4$
5	2,5	89	150	$\pi/4$
6	3,0	93	180	$2\pi/4$
7	3,5	13	210	$-\pi/4$
8	4,0	25	240	$\pi/3$
9	4,5	337	270	$2\pi/3$
10	5,0	39	300	$-\pi/3$
11	4,7	58	260	$\pi/4$
12	4,2	78	200	$-\pi/3$
13	3,7	56	290	$\pi/4$
14	3,3	19	190	$\pi/2$
15	3,5	20	140	$\pi/6$
16	5,5	34	110	$\pi/5$
17	0,7	41	195	$-\pi/5$
18	0,9	67	226	0
19	1,4	85	245	$-\pi/6$
20	1,9	73	147	$-\pi$
21	2,2	100	345	$3\pi/4$
22	2,9	78	230	$\pi/2$
23	3,3	34	70	$2\pi/3$
24	1,8	26	80	$-2\pi/3$
25	1,9	26	90	$-/4$
26	3,1	93	100	$-\pi/2$
27	4,7	56	110	$\pi/4$
28	4,4	51	165	0

Задача 6.2. Начальная фаза гармонических колебаний материальной точки равна нулю. При смещении точки от положения равновесия на расстояние x_1 скорость ее составляет V_1 , а при смещении ее на расстояние x_2 - скорость становится V_2 . Период колебаний T . Найти неизвестную величину согласно номеру задания. Определите амплитуду колебания с точностью до 0,01 см.

Номер задания	$x_1, \text{ см}$	$x_2, \text{ см}$	$V_1, \text{ см/с}$	$V_2, \text{ см/с}$	$T, \text{ с}$
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					
22					
23					
24					
25					
26					
27					
28					

Задача 6.3. Физическое тело заданных форм и размеров, подвешенное на гвозде, вбитом в стену, совершает малые колебания в плоскости, параллельной стене. Найти период колебаний для заданного тела согласно номеру задания. Размерами петли, на которую подвешено тело, пренебречь.

Номер задания	Физическое тело	Размеры тела		Длина нити L, см
		Радиус r , см	Длина l , см	
1	Обруч	19,6		
2		4,9		
3		122,5		
4		44,1		
5	Диск	5,29		
6		9,19		
7		10,0		
8		25,0		
9	Диск на нити	15,29		35
10		29,19		45
11		10,0		56
12		35,0		67
13	Шар	6,0		
14		7,0		
15		8,0		
16		9,0		
17	Шар на нити	16,0		50
18		17,0		60
19		18,0		70
20		19,0		80
21	Стержень		20	
22			30	
23			40	
24			50	
25	Стержень на нити		20	30
26			30	40
27			40	50
28			50	60

Практическое занятие 7.

Молекулярная физика

Теоретические сведения

Количество вещества (число молей):

$$\nu = m/M; \quad \text{или} \quad \nu = N/N_A$$

m – масса вещества; M – молекулярный вес вещества; N – число структурных элементов (молекул, атомов, ионов и т.п.); N_A – число Авогадро.

Уравнение состояния идеального газа (Менделеева-Клапейрона):

$$PV = \frac{m}{M} RT$$

P – давление газа; V – объем газа; T – температура газа; m – масса газа; M – молекулярный вес газа; $R = 8,31$ Дж/(моль К) – универсальная газовая постоянная.

Давление смеси газов равно сумме их парциальных давлений P_i :

$$P = \sum P_i$$

Внутренняя энергия газа:

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT;$$

i – число степеней свободы идеального газа.

Для одноатомного газа $i = 3$; двухатомного – $i = 5$; многоатомного $i = 6$.

Концентрация частиц (молекул, атомов и т.п.) однородной системы:

$$n = N/V = N_A \cdot \rho / M$$

N – число частиц, находящихся в объеме V ; M – молекулярный вес частицы; ρ – плотность вещества.

Основное уравнение кинетической теории газов:

$$P = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_n \rangle = \frac{2}{3} n \left\langle \frac{3}{2} kT \right\rangle = nkT; \quad \langle \varepsilon_n \rangle = \frac{3}{2} kT$$

$\langle \varepsilon_n \rangle$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы;
 $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

Пример 1.

В сосуде находится смесь двух газов: кислорода и паров воды, причем содержание паров воды g , составляет 80% от всей смеси. При этом давление в сосуде $P = 2,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$, а температура - $T = 340 \text{ К}$. Найти плотность этой смеси при данных значениях P и V .

Дано:

$$M_1 = 32 \text{ г/моль}; M_2 = 18 \text{ г/моль};$$

$$g = 80\%; P = 2,5 \cdot 10^5 \text{ Па}, T = 340 \text{ К}$$

ρ - ?

Уравнение Менделеева -Клапейрона для смеси газов:

$$PV = \left(\frac{0,2m}{M_1} + \frac{0,8m}{M_2} \right) RT; m_1 = 0,2m; m_2 = 0,8m; PV = \left(\frac{0,2m}{M_1} + \frac{0,8m}{M_2} \right) RT$$

Откуда выражаем массу смеси газов m и деля ее на объем V находим ρ :

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{PM_1M_2}{(0,2M_2 + 0,8M_1)RT} = \frac{2,5 \cdot 10^5 \cdot 18 \cdot 32}{8,31 \cdot 340(0,2 \cdot 18 + 0,8 \cdot 32)} = 1,74 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Ответ: $\rho = 1,74 \text{ кг/м}^3$

Пример 2.

В закрытом сосуде находится смесь газов: азота $N_2 = 28 \text{ г/моль}$ и углекислого газа $CO_2 = 44 \text{ г/моль}$. Масса первого газа — $m_1 = 7 \text{ г}$, масса второго газа — $m_2 = 8,8 \text{ г}$. Температуры смеси изменилась на $\Delta T = 26 \text{ К}$. Определить, на сколько при этом изменилась внутренняя энергия смеси газов.

Дано:

$$N_2 = 28 \text{ г/моль}; CO_2 = 44 \text{ г/моль};$$

$$m_1 = 7 \text{ г}; m_2 = 8,8 \text{ г}; \Delta T = 26 \text{ К}$$

ΔU - ?

Воспользуемся уравнением для внутренней энергии газа и определим изменение энергии каждого компонента смеси:

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT; \Delta U_1 = \frac{i_1}{2} \frac{m_1}{M_1} R\Delta T; \Delta U_2 = \frac{i_2}{2} \frac{m_2}{M_2} R\Delta T$$

Изменение энергии смеси газов:

$$\Delta U = \frac{i_1}{2} \frac{m_1}{M_1} R \Delta T + \frac{i_2}{2} \frac{m_2}{M_2} R \Delta T = 264,63 \text{ (Дж)}$$

Ответ: $\Delta U = 264 \text{ Дж}$

Пример 3.

Газ, находящейся под давлением P при температуре $T = 400 \text{ K}$ имеет концентрацию молекул $n = 9,06 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$. Определить среднюю кинетическую энергию поступательного движения одной молекулы газа $\langle \varepsilon_n \rangle$ и давления P .

Дано:

$$n = 9,06 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}; T = 400 \text{ K}$$

$P; \langle \varepsilon_n \rangle - ?$

Из основного уравнения кинетической теории газа можем определить давление P , под которым находился газ:

$$P = nkT = 9,06 \cdot 10^{24} \cdot 1,38 \cdot 10^{23} \cdot 400 = 5 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

Определяем среднюю кинетическую энергию одной молекулы:

$$\langle \varepsilon_n \rangle = \frac{3}{2} kT = 1,5 \cdot 1,38 \cdot 10^{23} \cdot 40 \cdot 400 = 8,3 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$$

Ответ: $P = 5 \cdot 10^4 \text{ Па}; \langle \varepsilon_n \rangle = 8,3 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$.

Задача 7.1. В сосуде находится смесь двух газов, причем процентное содержание второго газа равно g . Найти плотность этой смеси при температуре T и давлении p . Построить график зависимости плотности смеси от процентного содержания второго газа.

№	Первый газ	Второй газ	$g, \%$	$p, \text{Па}$	$T, \text{К}$
1	Углекислый газ	Азот	20	$5 \cdot 10^5$	400
2			40		
3			60		
4			80		
5	Водород	Аргон	20	$2 \cdot 10^5$	3210
6			40		
7			60		
8			80		
9	Гелий	Кислород	20	$4 \cdot 10^5$	360
10			40		
11			60		
12			80		
13	Углекислый газ	Неон	20	10^5	2690
14			40		
15			60		
16			80		
17	Азот	Кислород	20	$1,5 \cdot 10^5$	300
18			40		
19			60		
20			80		
21	Кислород	Углекислый газ	20	$3 \cdot 10^5$	350
22			40		
23			60		
24			80		
25	Кислород	Пары воды	20	$2,5 \cdot 10^5$	340
26			40		
27			60		
28			80		

Задача 7.2. Газ находится под давлением p при температуре T . Концентрация молекул газа равна n , средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы — W . Найти неизвестные величины согласно номеру задания в таблице.

Номер задания	p , Па	T , К	n , m^{-3}	W , Дж
1	$8 \cdot 10^4$	220	?	?
2	$2,5 \cdot 10^5$?	?	$7,245 \cdot 10^{-21}$
3	?	?	$6,44 \cdot 10^{25}$	$9,315 \cdot 10^{-21}$
4	?	250	$1,45 \cdot 10^{24}$?
5	$1,5 \cdot 10^5$	300	?	?
6	10^4	?	?	$5,175 \cdot 10^{-21}$
7	?	?	$5,43 \cdot 10^{25}$	$8,28 \cdot 10^{-21}$
8	?	270	$2,15 \cdot 10^{25}$?
9	10^3	230	?	?
10	$3 \cdot 10^5$?	?	$7,87 \cdot 10^{-21}$
11	?	?	$2,72 \cdot 10^{25}$	$8,28 \cdot 10^{-21}$
12	?	260	$2,79 \cdot 10^{24}$?
13	$5 \cdot 10^4$	280	?	?
14	10^5	?	?	$1,076 \cdot 10^{-20}$
15	?	?	$3,29 \cdot 10^{23}$	$4,55 \cdot 10^{-21}$
16	?	360	$4,03 \cdot 10^{25}$?
17	$2 \cdot 10^5$	340	?	?
18	$8 \cdot 10^3$?	?	$5,175 \cdot 10^{-21}$
19	?	?	$1,34 \cdot 10^{25}$	$5,59 \cdot 10^{-21}$
20	?	500	$5,8 \cdot 10^{25}$?
21	$5 \cdot 10^3$	240	?	?
22	$2,8 \cdot 10^5$?	?	$7,66 \cdot 10^{-21}$
23	?	?	$2,41 \cdot 10^{25}$	$6,21 \cdot 10^{-21}$
24	?	300	$7,25 \cdot 10^{24}$?
25	$2,5 \cdot 10^5$	600	?	?
26	10^5	?	?	$6,83 \cdot 10^{-21}$
27	?	?	$8,7 \cdot 10^{23}$	$5,175 \cdot 10^{-21}$
28	?	400	$9,06 \cdot 10^{24}$?

Задача 7.3. В закрытом сосуде находится смесь газов. Масса первого газа — m_1 , масса второго газа — m_2 . При изменении температуры смеси на ΔT , внутренняя энергия ее изменяется на ΔU . Найти неизвестную величину согласно номеру задания.

Номер задания	Первый газ	Второй газ	m_1 , Г	m_2 , Г	ΔT , К	ΔU , Дж
1	Кислород	Углекислый газ	?	11	-30	-342,8
2			4	?	58	463,7
3			3	4	?	243,2
4			12	22	44	?
5	Азот	Кислород	?	8	52	645,6
6			14	?	40	4741,5
7			7	4	?	-467,4
8			3,5	3,2	-28	?
9	неон	Закись азота	?	8,8	34	381,4
10			5	?	-50	-269,1
11			4	4,4	?	199,4
12			10	11	64	?
13	Кислород	пары воды	?	4,5	22	194,2
14			6,4	?	60	997,2
15			8	4,5	?	-228,5
16			16	18	-36	?
17	Гелий	Кислород	?	2,4	-46	-238,9
18			4	?	24	382,3
19			8	6	?	903,7
20			2	4	-32	?
21	Аргон	Водород	?	4	54	2327,8
22			8	?	-20	-1296,4
23			4	2	?	1541,5
24			10	8	-42	
25	Азот	Углекислый газ	?	11	38	434,2
26			14	?	-56	-1279,7
27			5,6	4	?	-321,1
28			7	8,8	26	?

Практическое занятие 8.

Законы термодинамики

Теоретические сведения

Первое начало термодинамики: количество теплоты Q , сообщенное системе, идет на увеличение ее внутренней энергии ΔU и совершение системой работы A :

$$Q = \Delta U + A$$

Внутренняя энергия одного моля газа:

$$U_0 = \frac{i}{2} RT = \frac{i}{2} k N_A T$$

i – число степеней свободы молекулы; R – универсальная газовая постоянная; k – постоянная Больцмана; N_A – число Авогадро; T – температура.

Внутренняя энергия ν молей газа:

$$U = \nu \frac{i}{2} RT = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} RT \qquad \Delta U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R \Delta T$$

ν – количество вещества (число молей газа); M – молекулярный вес газа.

Работа газа при изобарическом процессе ($P = const$):

$$A = P(V_2 - V_1)$$

V_1 и V_2 , соответственно, начальное и конечное значение объема газа в ходе изобарического процесса.

Работа газа при изотермическом процессе ($T = const$):

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

V_1 и V_2 , соответственно, начальное и конечное значение объема газа в ходе изотермического процесса.

Работа газа в ходе изохорического процесса ($V = const$): $A = P \Delta V = 0$.

Работа газа в ходе адиабатического процесса:

$$A = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} R(T_1 - T_2)$$

T_1 – начальная температура газа; T_2 – конечная температура газа.

Уравнение газового состояния при адиабатическом процессе (уравнение Пуассона) при переходе термодинамической системы из состояния 1 в состояние 2:

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma; \quad PV^\gamma = const;$$

γ – показатель адиабаты, определяется числом степеней свободы молекулы:

$$\gamma = \frac{i + 2}{i}$$

Связь между начальными и конечными значениями параметров состояния газа при адиабатическом процессе:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Теплоемкость газа: (необходимое количество теплоты, для изменения его температуры на 1 К):

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}; \quad C = \frac{dQ}{dT}$$

Молярная теплоемкость газа, теплоемкость газа C , соотнесенная с молекулярным весом M :

$$C_M = \frac{C}{M} = \frac{dQ}{MdT}$$

Удельная теплоемкость газа, теплоемкость газа C , соотнесенная с его массой m :

$$C_m = \frac{C}{m} = \frac{dQ}{mdT}$$

Пример 1.

Газ – закись азота NO_2 , ($M = 62$ г/моль), массой $m = 4,4$ г расширяется в $n = 1,6$ раз при начальной температуре T_1 и постоянном давлении за счет притока тепла Q извне. Работа расширения газа равна A , изменение внутренней энергии $\Delta U = 553,45$ Дж.

Определить количество теплоты Q , поступившее в систему, температуру T , при которой происходило расширение газа и, какая при этом совершалась работа A .

Дано:

NO_3 , ($M = 62$ г/моль); $m = 4,4$ г;

$\Delta U = 553,45$ Дж. $n = 1,6$

T_1 ; A ; Q - ?

Зная газ и изменение внутренней энергии ΔU при изобарном процессе можем определить изменение температуры ΔT , которое произошло при сообщении системе количества тепла Q .

$$\Delta U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R\Delta T; \quad \Delta T = \frac{\Delta U \cdot 2M}{imR} = \frac{553,45 \cdot 2 \cdot 0,062}{6 \cdot 0,0044 \cdot 8,31} = 312,8 \text{ (K)}$$

Для определения количества подведенной к системе теплоты Q воспользуемся первым законом термодинамики. С помощью уравнения Менделеева-Клапейрона, в выражении для работы A перейдем от параметров P, V к параметру температуры T , получим:

$$Q = \Delta U + A = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R\Delta T + P\Delta V = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R\Delta T + \frac{m}{M} \cdot R\Delta T = \frac{m}{M} \cdot R\Delta T \left(\frac{i}{2} + 1 \right);$$
$$Q = \frac{0,0044}{0,062} \cdot 8,31 \cdot 312,8 \cdot \left(\frac{6}{2} + 1 \right) = 737,8 \text{ (Дж)}$$

Поскольку Q известно, можем определить работу в ходе термодинамического процесса. В результате получаем следующее:

$$Q = \Delta U + A; \quad A = Q - \Delta U = 737,8 - 553,45 = 184,44 \text{ (Дж)}$$

Запишем уравнение для работы через параметры P, V при постоянном давлении. Будем учитывать, что в ходе изобарного процесса объем газа увеличился в n раз; получим:

$$A = P(V_2 - V_1) = P(V_1 n - V_1) = PV_1(n - 1)$$

В последнем выражении $PV_1 = P_1 V_1$, то есть состояние системы при температуре T_1 . Воспользуемся уравнением Менделеева-Клапейрона и определим начальную температуру T_1 .

$$P_1 V_1 = \frac{m}{M} R T_1; \quad P V_1 = P_1 V_1 = \frac{A}{n - 1}; \quad T_1 = \frac{A}{(n - 1) \cdot \frac{m}{M} R} = \frac{184,44 \cdot 0,062}{0,6 \cdot 0,0044 \cdot 8,31} = 521,24 \text{ (K)}$$

Ответ: $Q = 737,8$ Дж; $A = 184,44$ Дж; $T_1 = 521,24$ К

Пример 2.

Газ неон ($N_e = 20$ г/моль) массой m , находящейся под давлением $P_1 = 2,5 \cdot 10^5$ Па и занимающий объем $V_1 1,5 \cdot 10^{-2}$ м³ изотермически расширился при температуре $T = 360$ К таким образом, что его давление уменьшилось в n раз. При этом, работа произведенная газом при расширении, равна $A = 1643,5$ Дж.

Определить: какова была масса газа m в процессе и, во сколько раз n уменьшилось его давление.

Дано:

$$N_e = 20 \text{ г/моль};$$

$$P_1 = 2,5 \cdot 10^5 \text{ Па}; V_1 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3;$$

$$T = 360 \text{ К}; A = 1643,5 \text{ Дж.}$$

m ; n - ?

Имеются все данные, чтобы найти массу газа из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$P_1 V_1 = \frac{m}{M} RT; \quad m = \frac{P_1 V_1 M}{RT} = \frac{2,5 \cdot 10^5 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2} \cdot 20}{8,31 \cdot 360} = 25 \text{ (г)}$$

Чтобы найти отношение n , воспользуемся уравнением работы для изотермического процесса. Будем учитывать, что $P_1/P_2 = n$.

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}; \quad P_1 V_1 = P_2 V_2; \quad A = P_1 V_1 \ln \frac{P_1}{P_2}; \quad A = P_1 V_1 \ln n$$

От логарифмической формы уравнения перейдем к показательной форме уравнения, получим:

$$e^n = \frac{A}{P_1 V_1} = \frac{1643,5}{2,5 \cdot 10^5 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2}} = 0,438; \quad n = 1,55$$

Ответ: $m = 25$ г; $n = 1,55$

Пример 3.

Газ азот ($N_2 = 28$ г/моль) массой m и температурой T_1 адиабатически расширился, увеличив объем в $n_1 = 1,3$ раза. Потом температура газа уменьшилась до значения $T_2 = 330$ К. Затем при изотермическом сжатии объем уменьшился в $n_2 = 1,35$ раза. При этом, полная работа, совершенная газом $A = -16,17$ Дж.

Найти массу газа m и первоначальную температуру T_1 .

Дано:

$$(N_2 = 28 \text{ г/моль});$$

$$n_1 = 1,3; n_2 = 1,35;$$

$$T_2 = 330 \text{ K}; A = -16,17 \text{ Дж}$$

$$m; T_1 - ?$$

Можем определить первоначальную температуру адиабатического процесса T_1 . Для этого воспользуемся уравнением адиабаты в параметрах T, V .

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

Показатель адиабаты $\gamma = (i+2)/i$. Число степеней свободы i для двух атомного газа $i = 5$. Связь объема газа на первом этапе: $V_2 = n_1 V_1$.

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{n_1 V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{1}{n_1}\right)^{0,4} = 0,9; \quad T_1 = T_2 / 0,9 = 365,5 \text{ (K)}$$

Поскольку газ сначала адиабатически расширялся, а потом его изотермически сжимали, то полная работа A определяется следующей разностью работ:

$$A = A_{ад} - A_{из}$$

$A_{ад}$ – работа адиабатического расширения:

$$A_{ад} = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} R(T_{нач} - T_{кон}) = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} R(T_1 - T_2)$$

$A_{из}$ - работа изотермического сжатия:

$$A_{из} = \frac{m}{M} RT_2 \ln n_2;$$

откуда:

$$A = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} R(T_1 - T_2) - \frac{m}{M} RT_2 \ln n_2;$$

Л

$$m = \frac{AM}{\frac{iR}{2}(T_1 - T_2) - RT_2 \ln n_2} = \frac{16,17 \cdot 28}{\frac{5 \cdot 8,31}{2}(366,5 - 330) - 8,31 \cdot 330 \cdot 0,3} = 7 \text{ (г)}$$

Ответ: $T_1 = 366,5 \text{ K}; m = 7 \text{ г}$

Задача 8.1. Газ массой m при температуре T расширяется в n раз при постоянном давлении за счет при извне количества теплоты Q . Работа расширения газа равна A , изменение внутренней энергии – ΔU . Найти неизвестные величины согласно номеру задания в таблице.

Номер задания	Газ	m , г	n	Q , Дж	A , Дж	ΔU , Дж
1	Азот	?	3	?	664,8	?
2		5,5	1,75	?	?	1040,6
3		?	2,2	2493	?	?
4		20	?	?	?	1840
5	Водород	?	2,4	12215,7	?	?
6		1,5	1,5	?	903,7	?
7		1	?	?	2617,7	?
8		6	1,6	18847	?	?
9	Углекислый газ	?	2	?	?	9632
10		16	1,25	966,9	?	?
11		11	?	?	623,25	?
12		33	1,75	?	?	5328,8
13	Аргон	40	1,2	?	498,6	?
14		10	?	4155	?	?
15		?	1,5	1298,5	?	?
16		12	2,6	?	957,3	?
17	Кислород	?	2,5	?	?	4986
18		24	?	?	?	1495,6
19		8	2,4	?	581,7	?
20		?	1,4	3374	?	?
21	Гелий	12	3,2	38392	?	?
22		4	?	?	548,5	?
23		8	2,6	20608,8	?	?
24		?	2,5	?	?	6226,2
25	Закись азота	15	?	?	155,8	
26		?	3	?	?	2243,7
27		11	?	2490,2	?	?
28		4,4	1,6	?	?	553,45

Задача 8.2. Газ массой m , находившийся под давлением p_1 и занимавший объем V_1 , изотермически расширился при температуре T таким образом, что его давление уменьшилось в n раз. Работа, совершенная газом при расширении, равна A . Найти неизвестные величины согласно номеру задания в таблице.

Номер задания	Газ	m , г	p_1 , Па	V_1 , м ³	T , К	n	A , Дж
1	Гелий	2,477	$2,5 \cdot 10^5$	$7 \cdot 10^{-3}$?	?	822,5
2		0,714	$1,15 \cdot 10^5$?	310	1,35	?
3		0,023	?	$1,2 \cdot 10^{-3}$	200	?	8,4
4		?	$1,8 \cdot 10^5$	$2,2 \cdot 10^{-2}$	370	1,5	?
5	Углекислый газ	43,32	$3 \cdot 10^5$	$1,8 \cdot 10^{-2}$?	?	4948
6		15,16	$1,4 \cdot 10^5$?	400	?	706,6
7		1,76	?	$2 \cdot 10^{-3}$	230	1,8	?
8		?	$2 \cdot 10^5$	$1,2 \cdot 10^{-2}$	350	1,25	?
9	Кислород	6,42	$1,25 \cdot 10^5$	$4 \cdot 10^{-3}$?	1,75	?
10		34,45	$1,7 \cdot 10^5$?	380	?	892
11		21,88	?	$1,25 \cdot 10^{-2}$	330	1,4	?
12		?	$9 \cdot 10^3$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	210	?	10,64
13	Аргон	1,18	$7,5 \cdot 10^3$	$7,5 \cdot 10^{-3}$?	2,0	?
14		4,17	$1,3 \cdot 10^5$?	300	1,45	?
15		5,35	?	$3,5 \cdot 10^{-3}$	315	?	63,8
16		?	$8 \cdot 10^4$	$1,6 \cdot 10^{-2}$	250	?	716,3
17	Водород	0,0212	10^4	$2,2 \cdot 10^{-3}$?	?	8,92
18		0,226	$2 \cdot 10^5$?	320	1,3	?
19		0,866	?	$4,5 \cdot 10^{-3}$	375	?	301,25
20		?	$6 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^{-3}$	260	1,55	?
21	Азот	9,63	$4 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^{-2}$?	?	545,5
22		2,76	10^5	?	305	?	92,9
23		3,57	?	$1,8 \cdot 10^{-3}$	340	1,2	?
24		?	$2,5 \cdot 10^4$	$1,2 \cdot 10^{-2}$	220	1,7	?
25	Неон	2,91	$1,5 \cdot 10^5$	$2,5 \cdot 10^{-3}$?	1,6	?
26		1,42	$1,6 \cdot 10^5$?	325	?	57,62
27		1,6	?	$8 \cdot 10^{-3}$	240	2,2	?
28		?	$2,5 \cdot 10^5$	$1,5 \cdot 10^{-2}$	360	?	1643,5

Задача 8.3. Газ массой m и температурой T_1 адиабатически расширился, увеличив объем в n_1 раз. Температура газа уменьшилась до T_2 , затем при изотермическом сжатии объем уменьшился в n_2 раз. Полная работа совершенная газом при этом равна A . Найти неизвестные величины.

В-т	Газ	m , г	T_1 , К	n_1	T_2 , К	n_2	A , Дж
1	Водород	?	?	2,4	280	1,8	5356,6
2		6	360	?	329,25	?	1134,2
3		4	341	1,5	?	1,4	?
4		8	?	2,7	240	?	3441
5	Аргон	10	416	?	220	2,0	?
6		?	394,2	1,4	?	1,2	510
7		30	?	1,15	324,3	1,3	?
8		?	384	?	340	1,5	-298,6
9	Углекис- лый газ	22	340,6	1,8	?	?	283,66
10		?	?	2,9	230	3,0	85,84
11		5,5	395,4	?	305	?	62,1
12		8,8	320	1,1	?	1,25	?
13	Кислород	16	?	3,0	200	?	385,34
14		4	360,7	?	250	2,4	?
15		?	356	2,0	?	2,2	11,53
16		8	?	1,6	300	1,5	?
17	Гелий	?	457,6	?	220	2,6	2429,6
18		2	316,2	1,2	?	?	13,5
19		?	?	2,5	260,6	3,6	-39,14
20		4	397	?	250,1	?	-233,2
21	Закись азота	11	358	1,7	?	1,8	?
22		5,5	?	2,8	210	?	77,025
23		22	360	?	314,5	1,6	?
24		?	315	2,2	?	2,1	322,85
25	Азот	7	?	1,9	290	2,0	?
26		?	366	?	320	1,5	-61,28
27		28	293	2,6	?	?	547,78
28		?	?	1,3	330	1,35	-16,17

2. ПРАКТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

2.2 МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ФИЗИКА»

Лабораторная работа 1. Изучение поступательного и вращательного движений на машине Атвуда	141
Лабораторная работа 2. Упругий удар шаров	144
Лабораторная работа 3. Определение скорости пули при помощи крутильного баллистического маятника	149
Лабораторная работа 4. Изучение законов вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси на маятник Обербека	154
Лабораторная работа 5. Определение моментов инерции твёрдых тел с помощью крутильного маятника	158
Лабораторная работа 6. Физический и математический маятники	162
Лабораторная работа 7. Определение коэффициента трения качения	167
Лабораторная работа 8. Изучение газовых законов	174
Лабораторная работа 9. Измерение характеристик идеального газа	179
Лабораторная работа 10. Определение коэффициента вязкости воздуха	183
Лабораторная работа 11. Изучение зависимости коэффициента поверхностного натяжения воды от температуры методом Ребиндера	190
Лабораторная работа 12. Определение молярной газовой постоянной	196

Лабораторная работа М 2 «Изучение поступательного и вращательного движений на машине Атвуда»

Цели работы:

- изучение законов поступательного и вращательного движения;
- определения момента сил трения ($M_{тр}$).

Приборы и принадлежности:

- установка с машиной Атвуда;
- набор перегрузков кольцеобразной формы.

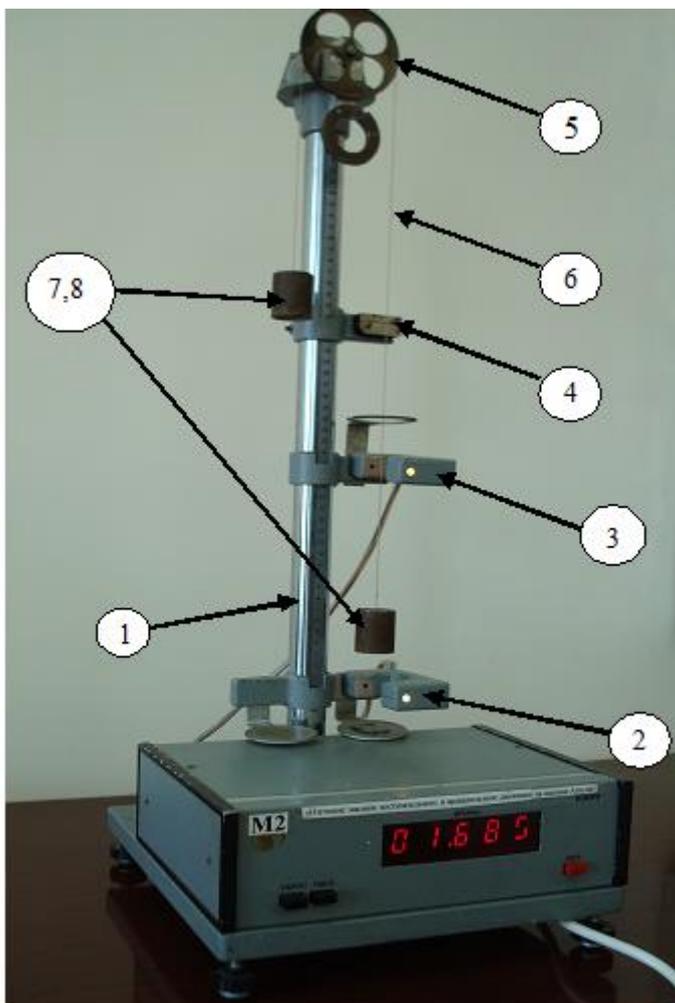


Рисунок 1. Машина Атвуда.

Описание установки.

Общий вид машины Атвуда показан на рисунке 1.

На вертикальной колонне (1) расположены три кронштейна: нижний кронштейн (2) неподвижен, а кронштейны (3) и (4) могут перемещаться вдоль колонки и фиксироваться в любом положении стопорными винтами. Расстояние между кронштейнами может быть найдено с помощью миллиметровой шкалы на колонке. В верхней части колонки находится блок (5), через который перекинута нить (6) с привязанными на её концах грузами (7) и (8) одинаковой массы, винты для горизонтирования установки (9). В экспериментальной установке имеется три перегрузка кольцеобразной формы различной массы, которые можно класть порознь, по два вместе и, наконец, все три вместе.

Подготовка прибора к работе и проведение измерений.

Установка работает следующим образом: устанавливаются необходимые расстояния между нижним и средним кронштейнами (S_2) и верхним и средним кронштейнами (S_1). Нажимается кнопка «СЕТЬ». При этом специальный электромагнит препятствует свободному вращению блока. На правый груз кладётся один или несколько перегрузков кольцеобразной формы, которые имеются в комплекте. Груз с перегрузком рукой устанавливается в положение, когда его нижняя грань совпадает с чертой на верхнем кронштейне. В этом положении

груза нажимается кнопка «ПУСК». Когда правый груз с перегрузками достигает среднего кронштейна, перегрузки снимаются, и специальный фотоэлектрический датчик включает секундомер. Когда правый груз достигает нижнего кронштейна с другим фотодатчиком, то секундомер выключается. Для продолжения измерений нажимается кнопка «СБРОС», подготавливая секундомер для дальнейших измерений. Отжимается кнопка «ПУСК».

Последующие измерения начинаются с установки правого груза с перегрузком в исходное положение, описанное выше. Устраняются колебания грузов. Нажимается кнопка «ПУСК» и т. д. Возможно, при движении правого груза он задевает кольцо на среднем кронштейне, предназначенное для снятия перегрузков, и дальнейшее движение грузов сопровождается колебаниями. Возможно также, что правый груз не попадает в приемное окно нижнего кронштейна. Для проведения измерений эти эффекты нужно устранить!

Это достигается горизонтированием установки с помощью винтов (9) и небольшим поворотом в горизонтальной плоскости среднего кронштейна (3).

В дальнейшем изложении будем использовать следующие обозначения:

$M_{\text{тр}}$ – момент силы трения; $[M_{\text{тр}}] = \text{Н}\cdot\text{м}$;

m – массы грузов, висящих на нити, перекинутой через блок; $[m] = \text{кг}$;

Δm – масса перегрузка, который кладётся на правый груз; $[\Delta m] = \text{кг}$;

S_1 – расстояние между верхним и средним кронштейнами, т. е. путь, который проходит груз вместе с перегрузком; $[S_1] = \text{м}$;

S_2 – расстояние между средним и нижним кронштейнами, т. е. путь, который проходит груз без перегрузка; $[S_2] = \text{м}$;

t – время движения правого груза на этапе 2; $[t] = \text{сек}$;

a_1 – ускорение правого груза на этапе 1; $[a_1] = \text{м}/\text{с}^2$;

a_2 – ускорение правого груза на этапе 2; $[a_2] = \text{м}/\text{с}^2$

R – радиус блока; $[R] = \text{м}$.

Этап движения с перегрузком называется далее *этапом 1*, а этап движения без перегрузка – *этапом 2*.

Установка позволяет делать *прямые измерения времени движения t* правого груза на пути S_2 между средним и нижним кронштейнами при различных задаваемых значениях масс перегрузков Δm , перемещения S_1 на этапе 1 и перемещения S_2 на этапе 2.

Задание.

Определение момента силы трения $M_{\text{тр}}$

1. Выберите любое значение S_1 в интервале от 6 до 15 см. Установите минимальное возможное значение S_2 ($S_2 \geq 5$ см).

2. Измерьте не менее трёх раз время движения правого груза на этапе 2, используя на этапе 1 перегрузок кольцеобразной формы Δm . Найдите среднее время движения t .

3. Теория даёт следующую систему уравнений для поступательного движения грузов и вращательного движения блока на *этапе 1*:

$$\begin{cases} ma_{1x} = T_1 - mg & (1) \\ (m + \Delta m)a_{1x} = (m + \Delta m)g - T_2 & (2) \\ T_2 R - T_1 R = M_{TP} & (3) \end{cases}$$

Получить математическое выражение для ускорения правого груза на этапе 1 ($a_{1x} - ?$) из системы уравнений 1 – 3.

4. Теория даёт следующую систему уравнений для поступательного движения грузов и вращательного движения блока на этапе 2:

$$\begin{cases} ma_{2x} = T'_1 - mg & (4) \\ ma_{2x} = mg - T'_2 & (5) \\ (T'_2 - T'_1)R = M_{TP} & (6) \end{cases}$$

Получить математическое выражение для ускорения правого груза на этапе 2 ($a_{2x} - ?$) из системы уравнений 4 – 6.

5. Получить следующее математическое выражение для пути (7), проходимого правым грузом (без перегрузка), используя для этого уравнения кинематики и результаты заданий 2, 3 и 4:

$$S_2 = \sqrt{\frac{2\Delta mg - \frac{2M_{TP}}{R}}{2m + \Delta m} \cdot S_1 \cdot t - \frac{M_{TP}}{4mR} \cdot t^2} \quad (7)$$

6. Из полученного выражения (7), подставив измеренное в задании 1 время t и все остальные известные параметры, найти момент силы трения M_{TP} .

7. Рассчитать относительную погрешность определения момента силы трения. Из-за сложности математического выражения для определения момента силы трения можно воспользоваться упрощённым вариантом расчёта погрешности M_{mp} . Для этого относительные погрешности прямым образом определяемых величин (m , t , S) принять равными: $\Delta m/m \approx 0,01$; $\Delta t/t \approx 0,01$; $\Delta S/s \approx 0,01$.

Рассчитать относительную погрешность определения момента силы трения как сумму относительных погрешностей прямым образом определяемых величин $\Delta M_{mp}/M_{mp}$.

Контрольные вопросы.

1. Определение понятия «Момент силы». Что есть момент силы трения?
2. Основные законы динамики поступательного движения.
3. Основные законы динамики вращательного движения.
4. Аналогия законов поступательного и вращательного движений.
5. Момент инерции. Теорема Штейнера-Гюйгенса.

Лабораторная работа М 3 «Упругий удар шаров»

Цели работы:

- найти зависимость времени соударения шаров от скорости;
- найти зависимость силы удара от скорости.

Приборы и принадлежности:

- набор шаров;
- установка для исследования удара шаров.

Теоретические сведения

При абсолютно упругом ударе выполняются законы сохранения импульса $\vec{P} = \overline{const}$ и механической энергии ($E = const$). Время удара мало, поэтому перемещением соударяющихся тел за это время можно пренебречь. Поэтому потенциальная энергия этих тел в силовом поле Земли за время удара не изменяется, и суммарная кинетическая энергия тел до и после удара одинакова. В работе рассматривается прямой центральный удар двух шаров.

Рассмотрим процесс соударения. При сближении шаров, начиная с момента их первоначального соприкосновения, возрастают силы деформации, соответственно, возрастают и упругие силы, препятствующие деформациям. Скорости тел при этом изменяются, пока не станут равными. В этот момент деформации максимальны, максимальны и упругие силы взаимодействия. В системе отсчёта, где центр масс шаров покоится, полная кинетическая энергия шаров равна нулю, т. е. кинетическая энергия, которой обладали шары до соударения, полностью переходит в потенциальную энергию упругих деформаций шаров. Затем силы деформации расталкивают шары до тех пор, пока они не разойдутся. При этом потенциальная энергия деформаций шаров переходит обратно в их кинетическую энергию, шары восстанавливают свою форму и оказываются недеформированными. Реально процесс удара намного сложнее, так как при соударении в шарах возбуждаются упругие волны, и на это уходит энергия. Ввиду малости этой энергии, учитывать ее не будем. Физическая модель процесса упругого соударения шаров приведена на рисунке 1.

Запишем закон сохранения механической энергии для абсолютно упругого, прямого, центрального удара двух шаров (1):

$$mgh = \frac{mV^2}{2}; \quad mg(l - \cos \alpha) = \frac{mV^2}{2}; \quad (1)$$

Выразим скорость налетающего шара при соударении (2):

$$1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}; \quad V = 2\sqrt{gl} \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \quad (2)$$

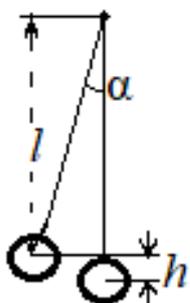


Рисунок 1. Физическая модель упругого соударения шаров

h – расстояние между центром масс налетающего шара после его отклонения на угол α и уровнем, когда он находится в состоянии покоя;

l – расстояние между центром оси подвеса налетающего шара и его центром масс.

Движение шара состоит из поступательного движения по окружности и вращения вокруг оси, перпендикулярной плоскости движения и проходящей через центр шара с угловой скоростью ω . Поэтому кинетическая энергия шара складывается из энергии поступательного движения $mV^2/2$ и энергии вращательного движения $J_0\omega^2/2$, где I_0 – момент инерции шара относительно оси, проходящей через его центр. Однако расчет показывает, что неучёт энергии вращения даёт ошибку не более 1%, поэтому (1) достаточно верна.

Закон сохранения импульса для абсолютно упругого удара (3):

$$m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 = m_1\vec{V}_1' + m_2\vec{V}_2' \quad (3)$$

В нашем случае $V_2 = 0$; $m_1 = m_2 = m$.

Найдём среднюю по времени силу, действующую на один из шаров. По определению средняя сила равна:

$$\langle \vec{F} \rangle = \frac{\int_{t_i}^{t_1} \vec{F} dt}{t_1 - t_i} \quad (4)$$

t_o – момент начала соударения;

t_l – момент времени конца соударения;

\vec{F} – мгновенная сила взаимодействия шаров.

Согласно второму закону Ньютона (5):

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}, \text{ тогда } \langle \vec{F} \rangle = \frac{1}{t_1 - t_i} \int_{t_i}^{t_1} \frac{d\vec{P}}{dt} dt \quad (5)$$

Откуда (6):

$$\langle \vec{F} \rangle = \frac{\vec{P}_l - \vec{P}_o}{t_l - t_o} = \frac{|\Delta\vec{P}|}{t} \quad (6)$$

здесь \vec{P}_o – импульс шара до удара; \vec{P}_l – импульс шара после удара; $t = t_l - t_i$ – время соударения. Тогда модуль средней силы равен (7):

$$|\langle \vec{F} \rangle| \equiv \langle F \rangle = \frac{|\Delta\vec{P}|}{t} \quad (7)$$

Если шары одинаковы и один из них до удара покоился, то налетающий шар после удара останавливается, а ранее покоящийся начинает движение со

скоростью, какую имел налетающий шар в момент удара. В этом случае для первоначально покоящегося шара имеем: $P_0 = 0$, $P_1 = mV$, где m – масса шара. Тогда скорость налетающего шара (8):

$$F = \frac{mV}{t} \quad (8)$$

Порядок выполнения лабораторной работы

Описание установки. Установка состоит из (рисунок 1):



- 1) двух стальных шаров равного диаметра, подвешенных на нитях равной длины;
- 2) микросекундомера;
- 3) угловой шкалы.

Подготовка прибора к работе и проведение измерений.

Прибор включается кнопкой "СЕТЬ". Так как в данной работе рассматривается прямой удар двух шаров, являющихся в силу их однородности центральным, проверить симметричность расположения шаров друг относительно друга по высоте и горизонтали. Отрегулировать, если требуется, длину нитей, убедиться в их параллельности.

– Отклоните правый шар от положения равновесия на угол " α ".

– Нажмите кнопку «СБРОС». Магнит зафиксирует шар.

Рисунок 1. Прибор для изучения упругого удара

– Нажмите кнопку «ПУСК». Происходит удар, и второй шар начинает движение с той скоростью, которую имел первый в начальный момент удара.

– Запишите время соударения шаров, указанное на микросекундомере. Опыт повторите 3 раза и время усредните.

Установка позволяет проводить прямые измерения следующих физических величин:

- угла отклонения шара от положения равновесия до и после удара;
- время соударения шаров.

Задание 1. Построить график зависимости времени соударения шаров от скорости налетающего шара

1. Согласно методике, описанной выше, измерьте время соударения шаров для различных значений угла α (от 8 до 10 значений). Данные измерений занесите в таблицу 1.

2. Зная угол отклонения нити перед ударом " α " рассчитать скорость шара непосредственно перед соударением по формуле (1). l – длина нити подвеса от центра масс шара до центра оси вращения, к которой подвешен шар: Результаты расчетов занесите в таблицу 1.

$$V = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha}{2}$$

3. Рассчитайте погрешность определения скорости по формуле:

$$\Delta V = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{g}{l}} \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \Delta l\right)^2 + \left(\alpha \sqrt{gl} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \Delta \alpha\right)^2}$$

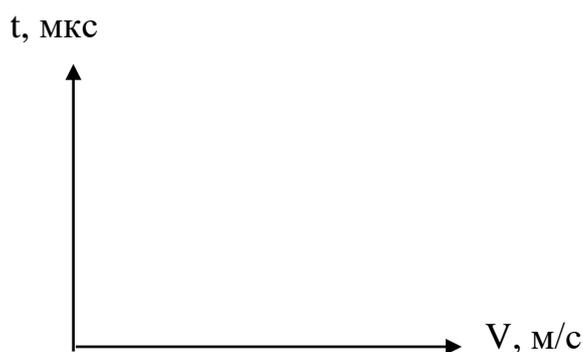
Погрешности прямым образом измеряемых величин принять равными:

$\Delta l = 1$ мм; $\Delta \alpha = 0,5^\circ$.

4. По данным таблицы 1 и постройте график зависимости $t = f(V)$.

Таблица 1

№ п/п	α , град	t_1 , мкс	t_2 , мкс	t_3 , мкс	t_{cp} , мкс	V , м/с	ΔV , м/с
1.	– « –	– « –	– « –	– « –	– « –	– « –	– « –
2.	– « –	– « –	– « –	– « –	– « –	– « –	– « –
...
8							



Задание 2. Установить зависимость средней силы удара от скорости

1. По формуле (8) рассчитать силу удара $\langle F \rangle_i$ для каждого из полученных значений скорости V_i и времени удара t_{cpi} из первого задания.

$$\langle F \rangle_i = \frac{mV_i}{t_{cpi}}$$

где t_{cpi} – время соударения шаров из табл. 1; V_i – скорость шара из таблицы 1.

2. Рассчитайте погрешность определения силы по формуле расчёта погрешности косвенного измерения:

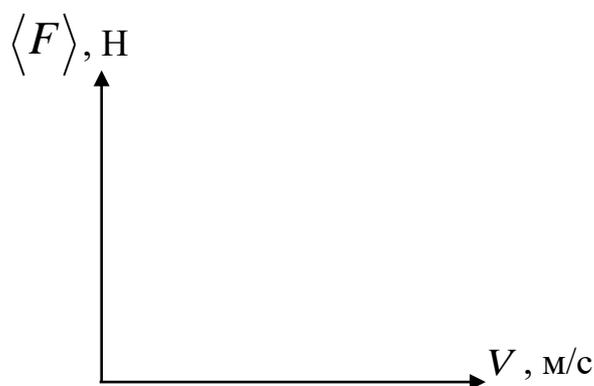
$$\Delta F_{cp} = \sqrt{\left(\frac{V}{t_{cp}} \cdot \Delta m\right)^2 + \left(\frac{m}{t_{cp}} \cdot \Delta V\right)^2}$$

Погрешности прямым образом измеряемых величин принять равными:

$$\Delta m = 0,5 \text{ г}; \Delta t \approx 0.$$

Значение ΔV взять из предыдущего задания, усреднив полученные значения ΔV_i .

3. Постройте график зависимости силы удара от скорости $\langle F \rangle = f(V)$.



Контрольные вопросы.

1. Сформулируйте определения для абсолютно упругого и не упругого ударов.

2. Математические модели для абсолютно упругого и не упругого ударов, в чем их сходство и различие?

3. Могут ли скорости шаров после прямого центрального абсолютно упругого удара стать равными между собой?

4. Как найти максимальную энергию упругой деформации шаров в данном исследовании?

5. Сформулируйте выводы по полученным графикам исследования.

6. Запишите законы сохранения для косоугольного удара гладких шаров.

Лабораторная работа М4 «Определение скорости пули при помощи крутильного баллистического маятника»

Цели работы:

- экспериментальные измерения периода колебаний баллистического маятника в зависимости от его момента инерции;
- вычисление коэффициента упругих сил кручения и момента инерции;
- определение скорости пули с помощью баллистического маятника.
- практическое знакомство с законом сохранения момента импульса.

Приборы и принадлежности.

Установка «Баллистический маятник ГРМ-02» (Рисунок 1).



Ее компоненты: 1) – баллистический маятник из стержней с перемещающимися на них грузами; 2) - мишень; 3) - стреляющее устройство 4) - фото-датчик; 5) - счетчик колебаний; 6) - миллисекундомер; 7) - угловая шкала; 8) - клавиши управления.

Подготовка установки к работе.

Проверьте равновесие баллистического маятника; оно должно соответствовать нулю угловой шкалы. Закрепите грузы на стержнях на одинаковом расстоянии от оси вращения, пользуясь делениями сантиметровой шкалы. Нажмите клавишу «Сеть».

Рисунок 1. Установка «Баллистический маятник ГРМ-02»

Измерение периода колебаний баллистического маятника

Перед измерением нажмите клавишу «Сброс». Отведите аккуратно рукой маятник примерно на угол $\varphi \approx 20^\circ$ и, отпустите. Если Вы желаете измерить время 10 полных колебаний баллистического маятника, то при высвечивании на табло цифры «9» нажмите клавишу «Стоп». В этом случае счет времени и количества полных колебаний остановится на «10». Для вычисления периода колебаний T разделите время t , показанное миллисекундомером, на 10. Для повторения измерения периода колебаний необходимо нажать клавишу «Сброс».

Измерение амплитуды отклонения баллистического маятника

Для измерения угловой амплитуды следует научиться стрелять так, чтобы после выстрела пуля застревала в пластилиновой мишени. В противном случае, установку необходимо привести в исходное состояние, и опыт повторить.

После абсолютно неупругого соударения пули с мишенью, зарегистрируйте визуально угол отклонения баллистического маятника по угловой шкале.

Основные положения физической модели

Баллистическая идея измерения скорости пули заключается в том, что за время соударения пули с маятником, угловая скорость вращения баллистического маятника, которая была равна нулю, изменяется значительно, а его угловое перемещение за это же время – незначительно и им можно в теоретической модели пренебречь. Это условие может выполняться только тогда, когда масса маятника намного больше массы пули.

Скорость пули в момент соударения теоретически определяется по измерению максимального значения угла отклонения маятника от положения равновесия после абсолютно неупругого соударения с пулей. В этом случае физическая ситуация может быть описана с помощью закона сохранения момента импульса для самого процесса соударения и закона сохранения механической энергии для последнего движения системы.

Любая теоретическая модель - приближение реальной физической ситуации, так как пренебрегает рядом эффектов физического эксперимента. Но если пренебрежения конечного результата не больше чем на $1/20$ от его реального значения, то такая теоретическая модель в лабораторном физпрактикуме является приемлемой и позволяет определить искомую физическую величину.

В нашем случае мы пренебрегаем незначительным смещением центра масс маятника после соударения с пулей, упругими колебаниями, которые при этом возникают и, соответственно, перераспределением механической энергии между крутильными и упругими колебаниями. Также считаем крутильные колебания незатухающими, пренебрегая сопротивлением воздуха и диссипацией энергии неупругих колебаний в местах подвеса упругой проволоки и т.п. Тем не менее, предложенная теоретическая модель позволяет получить вполне хорошие реальные результаты.

Выполнение лабораторной работы. Базовый уровень

Задание 1. Измерение периодов колебаний баллистического маятника

1. Установите подвижные грузы на стержнях на одинаковом минимальном расстоянии R_1 от оси вращения (R_1 - расстояние от оси вращения до середины груза).

2. Отклонив баллистический маятник на угол $\varphi \approx 20^\circ$ и отпустив, измерьте период колебаний T_1 как среднее значение за 10 колебаний.

3. Повторите опыт, не изменяя расстояние R_1 , три раза и вычислите среднее значение периода колебаний из трех измерений T_{1cp} .

4. Увеличьте расстояние от грузов до оси до максимально возможного и, повторив опыт 3 раза, вычислите среднее значение периода колебаний T_{2cp} .

5. Вычислите абсолютную погрешность измерения периода колебаний баллистического маятника ΔT , как прямого измерения, для каждого расстояния R :

$$\Delta T = \sqrt{(\Delta T_{разб.})^2 + (\Delta T_{прибор})^2 + (\Delta T_{окруж.})^2}.$$

$$\Delta T_{разб.} = \frac{|\Delta T_1| + |\Delta T_2| + |\Delta T_3|}{3},$$

$$\text{где } |\Delta T_1| = |T_{1cp} - T_1|, |\Delta T_2| = |T_{1cp} - T_2|, |\Delta T_3| = |T_{1cp} - T_3|.$$

Как определить $\Delta T_{прибор}$ и $\Delta T_{окруж.}$, посоветуйтесь с преподавателем.

6. Вычислите по формуле (1) коэффициент упругих сил кручения C металлической проволоки:

$$C = \frac{8\pi m(R_2^2 - R_1^2)}{T_{2cp}^2 - T_{1cp}^2}, \quad (1)$$

m – масса одного груза.

Вычисления проведите в системе СИ.

7. Вычислите момент инерции баллистического маятника I_0 (2):

$$I_0 = \frac{2m(T_{1cp}^2 R_2^2 - T_{2cp}^2 R_1^2)}{T_{2cp}^2 - T_{1cp}^2}. \quad (2)$$

Ответы должны иметь вид: $T_1 = T_{1cp} \pm \Delta T_1$, $T_2 = T_{2cp} \pm \Delta T_2$.

Задание 2. Определение скорости пули

1. Установите подвижные грузы на баллистическом маятнике на произвольном одинаковом расстоянии R и закрепите их.

2. Выстрелите так, чтобы пуля застряла в мишени. Зафиксируйте максимальное отклонение баллистического маятника φ_{\max} . Повторите опыт три раза. По формуле (3) вычислите для каждого опыта скорость пули и определите ее среднее значение:

$$v = \sqrt{Cl} \frac{\varphi_{\max}}{m_1 l}, \quad (3)$$

Величина C определена в задании 1

Момент инерции баллистического маятника с грузами $I = I_0 + 2mR^2$.

I_0 – определено в задании 1, m – масса одного подвижного груза, m_1 – масса пули, l – расстояние от оси вращения до места попадания пули в мишень.

Основной уровень.

Задание 1. Определение момента инерции баллистического маятника I_0 и постоянной упругих сил кручения проволоки C

1. Установите грузы маятника на минимальном одинаковом расстоянии от оси. Отклонив баллистический маятник на угол $\approx 20^\circ$, отпустите его и измерьте период T десяти его колебаний. Нажмите «Стоп» при появлении на табло «9», тогда счетчик учтет последнее колебание и будет справедливо $T_1 = t_1/10$.

2. Изменяя R_i от оси вращения до середины подвижного груза 5-7 раз, получите набор значений для зависимостей: $T_1 = f(R_1)$ и $T_1^2 = f(R_1^2)$. Данные эксперимента сведите в таблицу. Для зависимости: $T_1^2 = f(R_1^2)$, постройте график.

3. Проверьте, чтобы точки графика (с приближением) реализовали прямую. Если это требование не выполняется, эксперимент повторите.

Для построения теоретической модели исследования пренебрежем вязким трением воздуха и, воспользуемся основным уравнением динамики вращательного движения (4):

$$I \cdot \varepsilon = M_{\text{упр}}, \quad (4)$$

где I – момент инерции баллистического маятника, ε – его угловое ускорение; $M_{\text{упр}}$ – вращающий момент упругих сил деформации стальной проволоки.

Угловое ускорение – это вторая производная по времени от угла поворота. Момент упругих сил кручения пропорционален углу поворота маятника φ : $M = -C \cdot \varphi$. C – постоянная упругих сил кручения проволоки. Знак «-» указывает, что вращение маятника и действие момента упругих сил противоположны. (4) можем записать в виде (5):

$$I \cdot \ddot{\varphi} = -C \cdot \varphi \quad (5)$$

Это дифференциальное уравнение (6):

$$\ddot{\varphi} + \left(\frac{C}{I}\right) \cdot \varphi = 0. \quad (6)$$

Это уравнение вида: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$. Его решение – свободные гармонические колебания: $x = A \cdot \cos(\omega_0 t + \alpha)$. A – амплитуда колебаний; ω_0 – циклическая частота; α – начальная фаза; x – параметр колебаний. Параметром колебаний в данном исследовании является φ , поэтому решение (6) и его циклическая частота запишутся в виде (7):

$$\varphi = \varphi_{\text{max}} \cdot \cos(\omega t + \alpha), \quad \omega = \sqrt{\frac{C}{I}} \quad (4.10) \quad (7)$$

φ_{max} – амплитуда колебания, t – время колебаний.

Поскольку $\omega = 2\pi/T$, то с учетом (7) получим период колебаний баллистического маятника (8):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{C}}. \quad (8)$$

Согласно теореме Штейнера-Гюйгенса, момент инерции баллистического маятника (9):

$$I = I_0 + 2mR^2 \quad (9)$$

I_0 – момент инерции баллистического маятника относительно оси вращения, R – расстояние от оси вращения до центра масс грузов, m – масса каждого груза. Из (8) и (9), получим (10):

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{I_0 + 2mR^2}{C} \quad T^2 = \frac{4\pi^2 I_0}{C} + \frac{8\pi^2 m}{C} R^2 \quad (10)$$

В уравнении (10) имеется линейная зависимость между T^2 и R^2 . Ее можно представить уравнением (11):

$$y = A + B \cdot x. \quad (11)$$

В этом уравнении: $y=T^2$; $x=R^2$.

A и B представляются как:

$$A = \frac{4\pi^2 I_0}{C} \quad \text{и} \quad B = \frac{8\pi^2 m}{C}$$

Это позволяет использовать метод наименьших квадратов (МНК) для обработки экспериментальных данных. По коэффициентам A и B можно вычислить постоянную упругих сил кручения C (12):

$$C = \frac{8\pi^2 \cdot m}{B} \quad (12)$$

И момент инерции I_0 (13):

$$I_0 = \frac{A \cdot C}{4\pi^2} \quad (13)$$

По экспериментальным точкам постройте прямую $y=A+B \cdot x$ и убедитесь, что она наилучшим образом отражает графическое распределение данных.

Вычислите погрешности измерения ΔC и ΔI_0 и запишите конечный результат в виде:

$$I_0 = \langle I_0 \rangle \pm \Delta I; \quad C_0 = \langle C_0 \rangle \pm \Delta C$$

Контрольные вопросы.

1. Что есть физическая модель баллистического маятника.
2. Что есть математическая модель баллистического маятника.
3. Что характеризует момент инерции баллистического маятника J_0 ?. Какова его размерность?
4. Физическая сущность коэффициента сил кручения C , его размерность.
5. Теорема Штейнера-Гюйгенса.

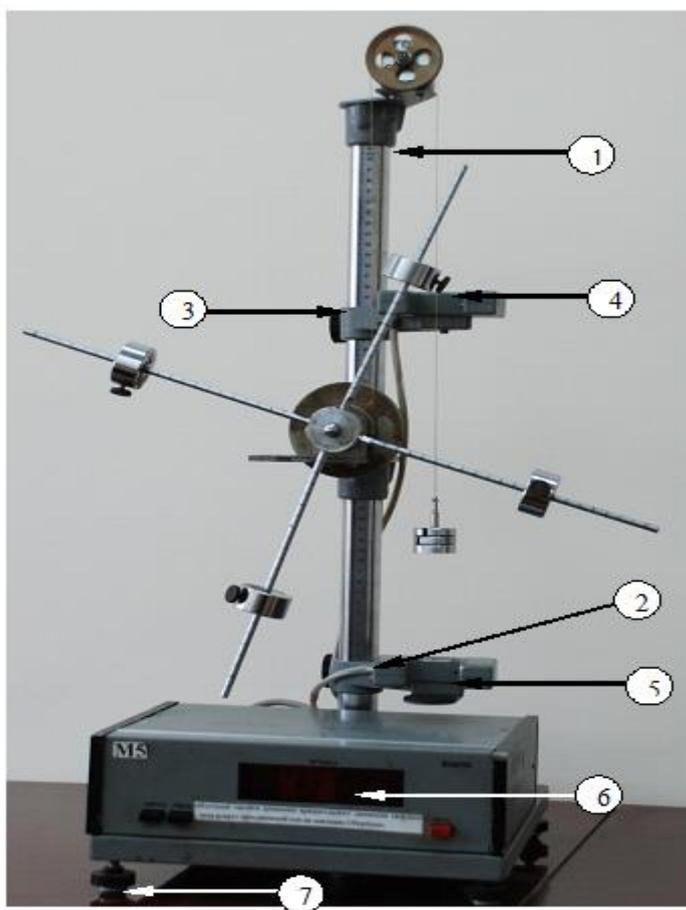
Лабораторная работа М 5 «Изучение законов динамики вращательного движения твердого тела на маятнике Обербека»

Цели работы:

- изучение законов динамики вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси;
- экспериментальная проверка зависимостей между физическими величинами, характеризующими вращение твердого тела вокруг неподвижной оси.

Приборы и принадлежности:

- маятник Обербека; комплект перегрузов; миллисекундомер.



Установка «Маятник Обербека» (рисунок 1).

Маятник установлен на вертикальной колонне с миллиметровой шкалой (длины перемещения грузов). На колонне (1) прикреплены два кронштейна: нижний (2) неподвижный и верхний (3) подвижный. Кронштейн (3) можно перемещать вдоль колонны (1) и фиксировать его в любом положении, задавая расстояние H , которое проходят грузы. Имеются два фотодатчика (4 и 5), для измерения времени движения грузов. Маятник с грузами удерживается в покое тормозным электромагнитом. На четырех стержнях симметрично расположены грузы массой m . Их можно установить на любом расстоянии ρ от оси вращения. (6) – миллисекундомер;

(7) – регулировка горизонтального положения прибора.

Рисунок 1. Установка «Маятник Обербека»

На установке можно провести прямое измерение времени движения груза массой m_1 на пути H и получить множество значений времени при различных m_1 , H , ρ и радиусах намотки r_1 и r_2 и различных положениях грузов m .

Математическая модель установки. Будем считать, что трение в оси верхнего блока отсутствует, этот блок невесом, а момент сил трения M_{mp} , в оси блока с крестовиной не зависит от угловой скорости вращения. В этих условиях ускорение груза массой m постоянно на всем отрезке H и равно (1):

$$a = \frac{mg - \frac{M_{TP}}{r}}{m + \frac{I}{r^2}} \quad (1)$$

где r – радиус намотки блока с крестовиной ($r = r_1$ либо r_2). Момент инерции этого блока I определяется на основе теоремы Гюйгенса - Штейнера (2):

$$(I = I_o + 4m\rho^2) \quad (2)$$

m – масса груза на стержне крестовины; ρ – расстояние от оси вращения крестовины до центра масс груза массой m .

Поскольку, a – постоянная величина, кинематические законы позволяют записать (3):

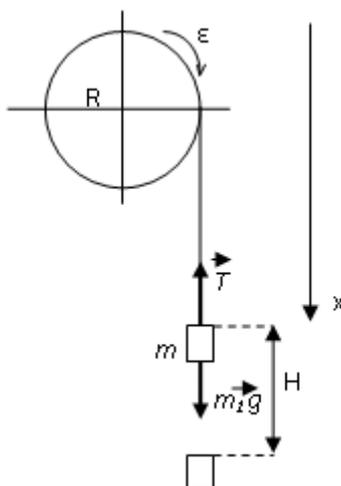
$$a = \frac{2H}{t^2} \quad (3)$$

где H – задаваемое перемещение груза; t – время его движения. Из (1) и (3) получим (4), математическую модель маятника Обербека.

$$\frac{2H}{t^2} = \frac{mg - \frac{M_{TP}}{r}}{m + \frac{I}{r^2}} \quad (4)$$

Задание 1. Определить момент инерции (I_o) крестовины без грузов

Физическая модель эксперимента приведена на рисунке 2. Чтобы получить математическую модель данного эксперимента и численные данные для него, сделайте следующее.



1. Освободите стержни крестовины от грузов массой m . Добейтесь состояния безразличного равновесия путем незначительного ввинчивания или вывинчивания стержней крестовины в ось блока.

2. Измерьте время движения груза m_1 с высоты H . Измерения сделать 3 раза и усреднить.

3. Рассчитайте экспериментальное значение ускорения груза m_1 по формуле (5):

Рисунок 2. Физическая модель эксперимента для определения момента инерции крестовины I_o без грузов

$$a_x = \frac{2H}{t^2} \quad (5)$$

Запишем уравнения второго закона Ньютона для поступательного движения груза m_1 и, вращательного движения крестовины без грузов (6):

$$\begin{aligned} ma_x &= m_1g - T; \\ I_0\varepsilon &= TR \end{aligned} \quad (6)$$

T – сила натяжения нити;

R – радиус намотки нити; ε – угловое ускорение вращения крестовины.

Поскольку нить по блоку не скользит, то: $\varepsilon = a/R$. Из (5) и (6) получим значение ускорения груза m_1 (7):

$$a_x = \frac{m_1g}{m_1 + \frac{I_0}{R^2}} \quad \frac{m_1g}{m_1 + \frac{I_0}{R^2}} = \frac{2H}{t^2} \quad (7)$$

4. Из (7) выразите и рассчитайте момент инерции I_0 . Повторите пункты 2) – 4) при различных значениях H и m_1 . Полученные значения I_0 усредните.

5. Рассчитайте погрешность определения момента инерции по формуле (8):

$$\Delta J_o = \sqrt{\left(R^2 \left(\frac{gt^2}{2H} - 1 \right) \Delta m_1 \right)^2 + \left(2m_1 R \left(\frac{gt^2}{2H} - 1 \right) \Delta R \right)^2 + \left(\frac{m_1 R^2 gt}{H} \Delta t \right)^2 + \left(m_1 R^2 \frac{gt^2}{2H^2} \Delta H \right)^2}$$

Погрешности прямым образом измеренных величин принять равными:

$$\Delta m = 0,1 \text{ г}; \Delta R = 1 \text{ мм}; \Delta t = 0,005 \text{ сек}; \Delta H = 0,5 \text{ мм}.$$

Задание 2. Определить момент инерции (I) крестовины с закреплёнными на ней грузами массой m каждый

Физическая модель эксперимента - рисунок 3; его математическая модель - (7), но вместо I_0 , момент инерции крестовины с грузами I . Чтобы получить численные данные измерений, сделайте следующее.

1. Закрепите грузы m на указанном преподавателем расстоянии (ρ) от оси и опять проверьте, находится ли система в состоянии безразличного равновесия.

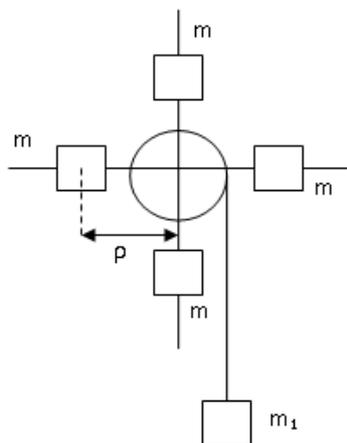


Рисунок 2. Физическая модель эксперимента для определения момента инерции крестовины I с грузами

Если это не так, небольшими смещениями грузов на стержнях крестовины добейтесь, чтобы это состояние имело место.

2. Установите кронштейн с верхним фотодатчиком на минимальное значение H из рабочего интервала.

3. Закрепите один конец диска нити на диске радиуса $R = r_1$ или $R = r_2$ по указанию преподавателя, перекиньте нить с подвешенным на другом её конце грузом (основной груз + указанное преподавателем число добавочных грузов) через неподвижный блок и добейтесь, чтобы нижний край груза m_1 совпал с чертой на корпусе верхнего фотодатчика.

4. Измерьте время движения груза m_1 с высоты H . Измерения сделать 3 раза и усреднить.

Из равенства (8) рассчитайте экспериментальное значение момента инерции ($I = ?$) крестовины с закреплёнными на ней грузами массой m :

$$\frac{m_1 g}{m_1 + \frac{I}{R^2}} = \frac{2H}{t^2} \quad (8)$$

Повторите пункты 1) – 4) при разных значениях ρ . Полученные значения I усредните.

5. Посчитайте теоретическое значение момента инерции по формуле (9):

$$I_{теор} = I_0 + 4m\rho^2 \quad (9)$$

6. Оцените относительную погрешность измерений по формуле (10):

$$\varepsilon = \frac{I_{теор} - I_{эксп}}{I_{теор}} \cdot 100\% \quad (10)$$

Контрольные вопросы.

1. Дайте определение момента инерции относительно неподвижной оси.
2. Сформулируйте теорему Гюйгенса – Штейнера. Каким образом теорема используется в данной лабораторной работе?
3. Дайте определение момента силы относительно неподвижной оси.
3. Сформулируйте основное уравнение динамики твердого тела для вращательного движения относительно неподвижной оси.
4. Проведите аналогию между кинематическими параметрами вращательного и поступательного движений абсолютно твердого тела.
5. Проведите аналогию между динамическими параметрами вращательного и поступательного движений абсолютно твердого тела.
6. Какие причины возникновения ошибок в ходе эксперимента?

Лабораторная работа М 6 «Определение моментов инерции твердых тел с помощью крутильного маятника»

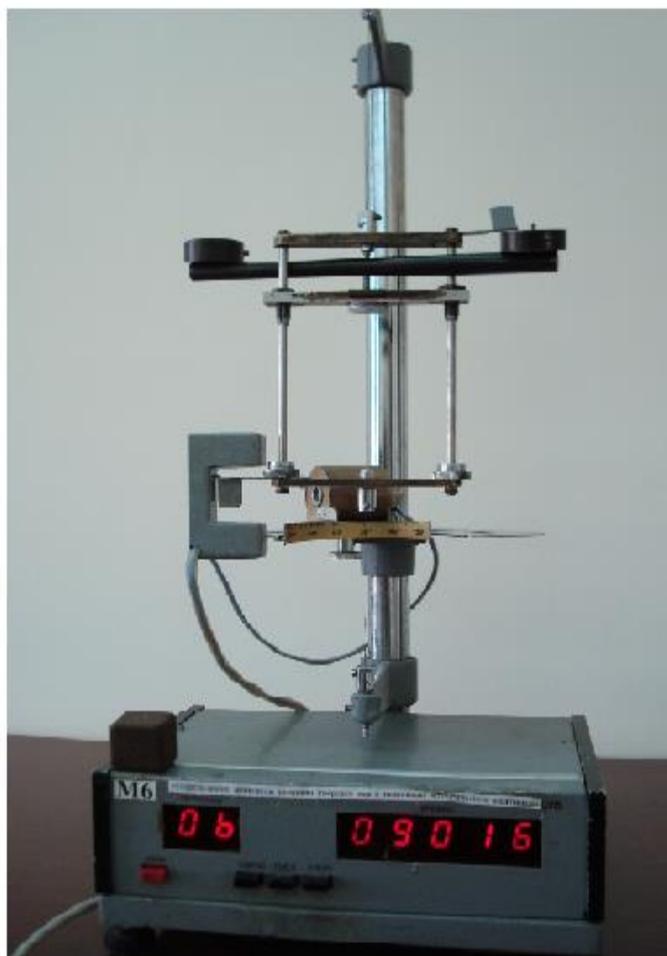
Цели работы:

- определение моментов инерции твёрдых тел относительно разных осей;
- экспериментальное подтверждение основных теоретических соотношений для крутильного маятника.

Приборы и принадлежности:

- крутильный маятник ГРМ-05;
- набор исследуемых тел.

Установка «Крутильный маятник» (рисунок 1) позволяет проводить *прямые измерения периода крутильных колебаний* рамки с закрепленными в ней телами. Передвигая электромагнит, устанавливают желаемую угловую амплитуду колебаний и фиксируют положение электромагнита. Нажмите кнопку "СЕТЬ", зафиксируйте рамку электромагнитом. Кнопка «ПУСК» при этом должна быть отжата. Нажмите кнопку "СБРОС", а затем утопите кнопку «ПУСК». Начинаются колебания; их число фиксируется на счётчике "ПЕРИОДЫ", а время - на счетчике справа. Обычно измеряется время 10 полных колебаний.



Для этого, после появления «9» на счётчике периодов нажимается кнопка «СТОП» и отсчёт времени прекращается после 10 колебаний. $T = t/10$, где t – показания правого счётчика. Счетчик обнуляется нажатием кнопки «СБРОС».

В лабораторной работе приняты следующие допущения.

1. Пренебрегаем диссипативными потерями, т. е. силами трения, сопротивления воздуха и т. д. при осуществлении колебаний.

2. Предполагаем, что оси, на которых находятся крепежные штырьки для исследуемых тел, проходят через центры масс соответствующих тел.

3 Крепление рамки обеспечивает параллельность этих осей и оси, вокруг которой происходят колебания.

Рисунок 1. Установка «Крутильные колебания»

4. Конструкция, участвующая в крутильных колебаниях, симметрична относительно оси колебаний.

Задание 1. Определение момента инерции рамки (I_p) и коэффициента упругих сил кручения (C).

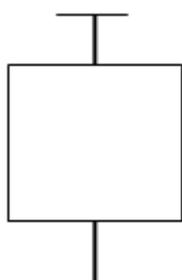
1. По методике, описанной выше, определите период колебаний рамки без закреплённых в ней тел. Обозначим его через T_1 . Теория даёт следующее выражение для такого периода крутильных колебаний (1):

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_p}{C}} \quad (1)$$

C – коэффициент упругих сил кручения;

I_p – момент инерции рамки без закреплённых в ней тел.

2. Определите период колебаний рамки с кубом T_2 . Этот период определяется как среднее арифметическое трех измерений периодов (2).



$$T_2 = \frac{T_{21} + T_{22} + T_{23}}{3} \quad (2)$$

Закрепите в рамке эталонный куб в центрах противоположных граней и найдите период T_{21} колебаний системы (рисунок 2). Повторите измерения для остальных двух пар противоположных граней, найдя T_{22} ; T_{23} . Усредняя найденные значения.

Рисунок 2. Схема крепления исследуемого куба в рамке крутильного маятника

В соответствии теоретических представлений, период колебаний крутильного маятника с кубом, определяется выражением (3):

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_p + \frac{ma^2}{6}}{C}} \quad (3)$$

m – масса куба; a – сторона куба,

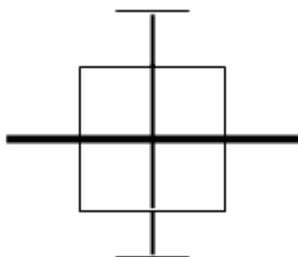
C – постоянная упругих сил кручения.

3. Из системы уравнений (1) и (3) определите I_p и C .

4. Рассчитайте относительную погрешность определения момента инерции рамки $\Delta I_p/I_p$ и $\Delta C/C$.

Относительные погрешности прямым образом определяемых величин (m , T , a) принять равными: $\frac{\Delta m}{m} \approx 0,01$; $\frac{\Delta T}{T} \approx 0$; $\frac{\Delta a}{a} \approx 0,02$.

Задание 2. Определение момента инерции длинного стержня



1. Определение периода колебаний T_3 рамки со стержнем.

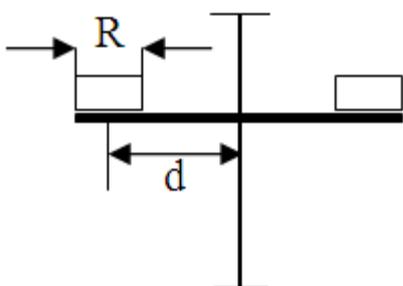
Закрепите стержень в рамке так, чтобы ось колебаний проходила через его центр (рисунок 3). Следует аккуратно крепить стержень в рамке, соблюдая перпендикулярность стержня к оси колебаний. Вследствие аддитивности момента инерции, согласно теории имеем (4):

Рисунок 3. Схема крепления стержня в рамке крутильного маятника

$$T_3 = 2\pi \sqrt{\frac{I_p + I_{cm}}{C}} \quad (4)$$

I_{cm} – момент инерции стержня.

Из выражения (4), зная I_p из предыдущего задания, определит момент инерции стержня I_{cm} .



Задание 3. Определение момента инерции груза цилиндрической формы

На расстоянии d от центра стержня, в соответствии схемы рисунка 4, прикрепите к нему два одинаковых груза цилиндрической формы (с помощью имеющихся на них штырьков). Найдите период колебаний этой конструкции T_4 :

Рисунок 4. Схема крепления стержня с грузами цилиндрической формы в рамке крутильного маятника

В соответствии теории крутильного маятника для созданной колебательной конструкции, ее период колебаний T_4 определяется выражением (5):

$$T_4 = 2\pi \sqrt{\frac{I_p + I_{cm} + 2I_{cp}}{C}} \quad (5)$$

На основе (5), а также ранее полученных данных для моментов инерции рамки I_p , стержня I_{cm} и коэффициента кручения C , определите момент инерции цилиндрического груза I_{gp} .

На основе выражения (6) рассчитайте этот же момент инерции I_{gp} по теореме Гюйгенса-Штейнера. Сравните полученный экспериментальный результат с результатом, полученным расчетным методом.

$$I_{gp} = m_{gp} d^2 + \frac{1}{2} m_{gp} R^2 \quad (6)$$

R – радиус груза; m_{gp} – масса груза;

d – расстояние от центра масс груза до оси вращения.

Оцените относительную погрешность экспериментального измерения момента инерции ε , сравнительно с теоретическим расчетом этой же величины.

В реальной практике приходится определять момент инерции тел сложной геометрической формы. Вычисление моментов инерции таких тел достаточно затруднен, поэтому разумно использовать экспериментальные методы. Один из таких методов и рассмотрен в данной работе.

Контрольные вопросы.

1. Сформулируйте основное уравнение динамики твёрдого тела для вращательного движения относительно неподвижной оси.

2. Запишите момент инерции материальной точки, системы материальных точек и однородного тела.

3. Приведите аналогии между кинематическими характеристиками вращательного и поступательного движений абсолютно твёрдого тела; то же для динамических характеристик.

4. В чём причины возникновения ошибок в ходе эксперимента?

5. Прямые измерения каких физических величин позволяет проводить данная установка?

6. Какие физические величины возможно косвенно определить в данной работе в рамках предложенной модели?

7. Назовите основные положения предложенной теоретической модели для данной установки.

8. Получите выражение для момента инерции стержня относительно оси, проходящей через конец стержня если известен его момент инерции относительно центра масс.

Лабораторная работа М 7 «Физический и математический маятники»

Цели работы:

- экспериментальное определение ускорения свободного падения g с помощью математического маятника;
- экспериментальное определение ускорения свободного падения g с помощью обратного маятника;
- экспериментальная проверка зависимостей между физическими величинами, характеризующими колебания математического и обратного маятников.

Приборы и принадлежности:

- универсальный маятник FRM-4 с миллисекундомером;
- счетчиком числа периодов.

Описание установки

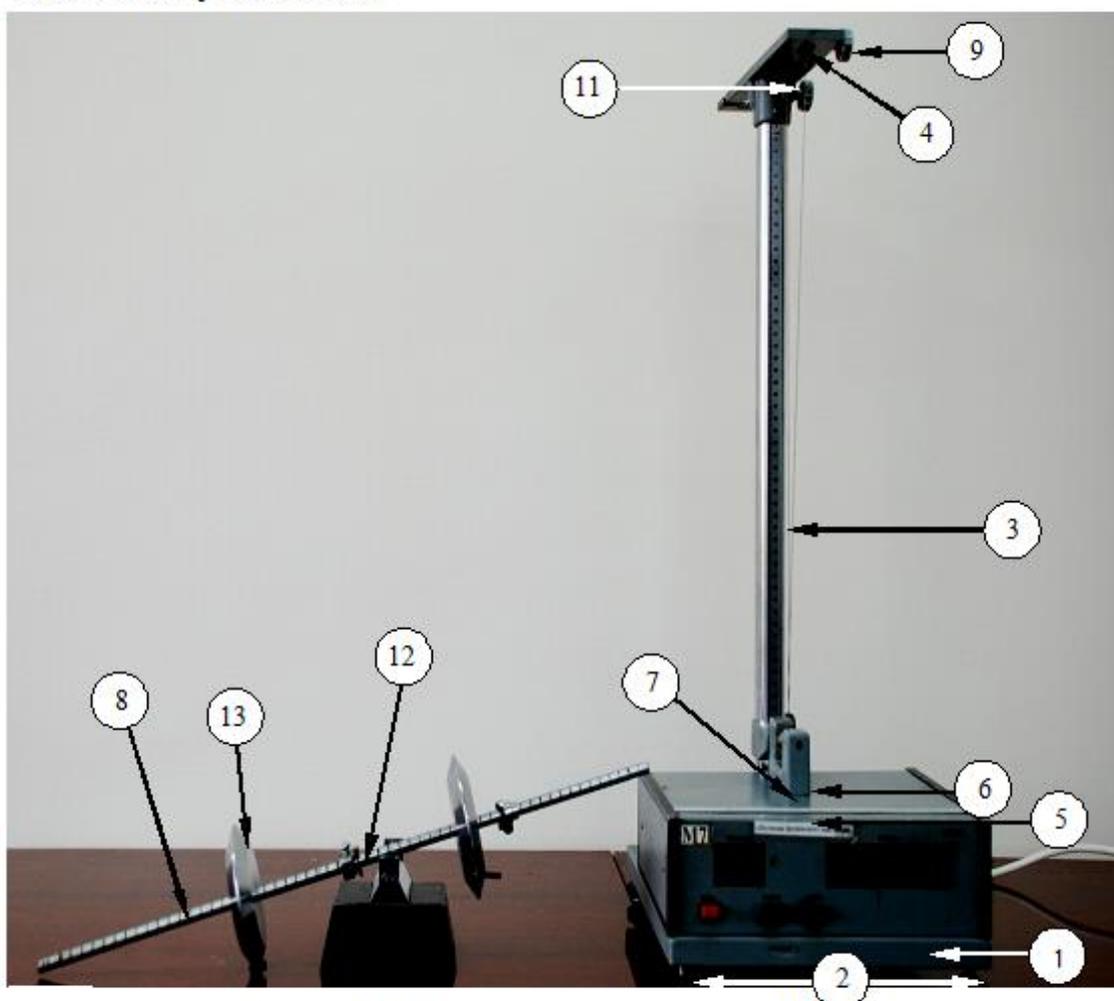


Рисунок 1 – Общий вид установки FRM-04

Универсальный маятник FRM-04 представлен на рисунке 1.

Основание (1) оснащено регулируемыми ножками (2), которые позволяют произвести горизонтальную установку прибора. В основании закреплена колонка (3), на которой зафиксированы верхний кронштейн (4) и нижний кронштейн (5) с фотоэлектрическим датчиком (6).

После отвинчивания воротка (11) верхний кронштейн (4) можно поворачивать вокруг колонки. Затыжка воротка (11) фиксирует кронштейн в любом произвольно выбранном положении. С одной стороны кронштейна (4) находится математический маятник (7), с другой, на вмонтированных вкладышах - оборотный маятник (8). Оба маятника – математический и оборотный – представляют собой различные реализации физического маятника.

Длина математического маятника может регулироваться при помощи воротка (9) и определяется положением верхнего кронштейна (5) относительно шкалы на колонке (3). При этом маятник должен быть установлен таким образом, чтобы черта на шарике (7) была продолжением черты на корпусе фотоэлектрического датчика (6).

Оборотный маятник (8) имеет вид стального стержня, на котором зафиксированы две опорные призмы (12) и две чечевицы (13). На стержне нанесены кольцевые нарезки по 10 мм, позволяющие определить расстояние между опорными призмами. Эти призмы и чечевицы можно перемещать вдоль стержня и фиксировать. Кронштейн (5) вместе с фотодатчиком можно перемещать вдоль колонки и фиксировать в произвольном положении.

Для работы с установкой, необходимо:

- нажмите кнопку "СЕТЬ" и убедитесь в том, что все индикаторы измерителя показывают цифру ноль и горит лампочка фотоэлектрического датчика;
- отгоризонтировать установку с помощью регулируемых ножек.

Установка позволяет провести *прямые измерения периода колебаний* математического и оборотного маятников. Для измерения периода колебаний поворотом кронштейна (4) и перемещением кронштейна (5) установите маятник таким образом, чтобы шарик математического маятника или стержень оборотного маятника в положении равновесия прерывал световой поток в фотоэлектрическом датчике (6), но при колебаниях не задевал за датчик. Затем отклоните маятник на угол $\sim 10^\circ$ от положения равновесия и отпустите его без толчка. Обычно измеряется время 10 полных колебаний. После появления на счетчике периодов цифры «9» нажимается кнопка "СТОП", и отсчет времени прекращается после завершения 10 колебаний. Период колебаний маятника равен $T = t/10$, где t - показания миллисекундомера. Повторный запуск миллисекундомера и счетчика периодов осуществляется нажатием кнопки "СБРОС".

Методика измерений

Исследования будут проводиться с соблюдением следующих допущений:

- считаем, что имеют место незатухающие колебания и поэтому пренебрегаем силами трения, сопротивления воздуха и т. д.
- считаем, что колебания математического и оборотного маятников *являются малыми*.

При этих допущениях период колебаний математического маятника определяется выражением (1):

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1)$$

l – длина математического маятника; g – ускорение свободного падения.

Для физического маятника эти допущения приводят к теоретической формуле (2):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_c}{mgd} + \frac{d}{g}} \quad (2)$$

I_c – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через его центр масс; m – масса маятника; d – расстояние от оси качаний до центра масс маятника.

Формулы (1) и (2) позволяют определять ускорение свободного падения g по параметрам T, d, l, m ; но только при указанных допущениях.

Критерий малых колебаний. Отклоните маятник на малый угол φ_1 и определите его период колебаний T_1 . Сделайте еще меньший угол φ_2 , и определите T_2 . Если $|T_1 - T_2| \leq 0,001$, то для измерений можно выбирать любое отклонение маятника, меньшее φ_1 . Если же $|T_1 - T_2| > 0,001$, то следует уменьшить начальное отклонение маятника и добиться выполнения предыдущего критерия.

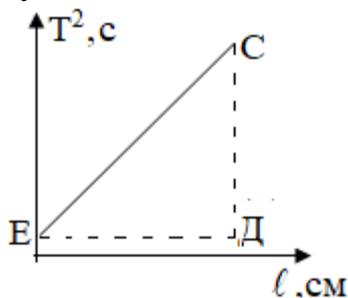
Задание 1. Определение ускорения свободного падения с помощью математического маятника

1. Измерьте период колебаний математического маятника T , взяв расстояние l (от точки подвеса – до черты на шарике) 35 - 40 см,. Изменяя l в сторону увеличения расстояния, определите период колебаний математического маятника для 6 – 8 значений. При каждом значении l измерения периода проводите 3 раза и усредняйте полученные значения. Данные занесите в таблицу:

Таблица

№ п/п	l , см	T_1 , сек	T_2 , сек	T_3 , сек	$\langle T \rangle$, сек	$\langle T \rangle^2$, сек
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						

2. Постройте график зависимости $T^2 = f(l)$. Для этого: нанесите на график экспериментальные точки и, проведите через них наилучшую прямую (т. е. такую, чтобы отклонение каждой экспериментальной точки от данной прямой было примерно одинаковым).



T и l для математического маятника связаны между собой зависимостью (1), откуда имеем (3):

Рисунок 2. Графическая зависимость $T^2 = f(l)$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \ell \quad \text{или} \quad Y = Al, \quad \text{где,} \quad Y = T^2; \quad A = \frac{4\pi^2}{g} \quad (3)$$

A есть тангенс угла (угловой коэффициент), который определяется как отношение CD к ED , то есть (4):

$$A = \frac{CD}{ED} = \frac{4\pi^2}{g}; \quad (4)$$

откуда имеем (5) для определения g :

$$g = \frac{4\pi^2 \cdot ED}{CD} \quad (5)$$

Погрешность измерения ускорения свободного падения определяется выражением (6):

$$\Delta g = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{T^2} \Delta \ell\right)^2 + \left(\frac{8\pi^2}{T^3} \Delta T\right)^2} \quad (6)$$

где $\Delta \ell = 0.5 \text{ мм}$; $\Delta T = 0.005 \text{ с}$.

Задание 2. Определение ускорения свободного падения с помощью обратного маятника и момента инерции J_c обратного маятника

1. Зафиксируйте чечевицы на стержне обратного маятника так, чтобы одна находилась вблизи конца стержня, а другая – около середины (рисунок 3).

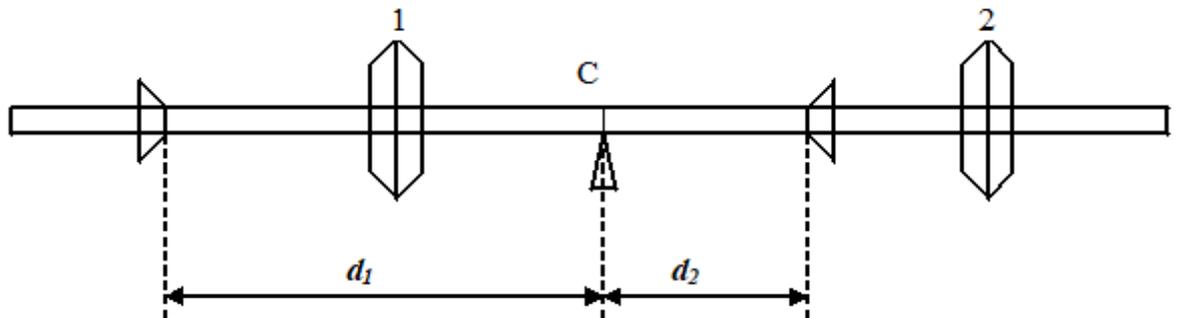


Рисунок 3. Обратный маятник

Одну опорную призму зафиксируйте вблизи конца стержня; другую – между чечевицами. Опорные проемы должны быть обращены друг к другу.

2. Определите центр масс (т. С) обратного маятника посредством опорной призмы (имеется в комплекте оборудования). Если т. С находится между опорными призмами, то обратный маятник собран правильно.

Точность определения ускорения свободного падения g будет высокой, если выполнять условие (7):

$$1,5d_2 < d_1 < 3d_2 \quad (7)$$

Используя нарезки на стержне обратного маятника, установите опорную призму, находящуюся между чечевицами на расстоянии $d_2 = 10 \div 15$ см от центра масс маятника. Вторую опорную призму зафиксируйте на таком расстоянии d_1 от центра масс маятника, которое удовлетворяет неравенству (7).

3. Установите маятник на вкладыши верхнего кронштейна опорной призмой на расстоянии d_1 от центра масс и, измерьте период его колебаний T_1 . Переверните маятник и, организуйте колебания на основе второй опорной призмы. Определите период его колебаний T_2 .

4. Используя данные d_1 , d_2 , T_1 , T_2 , решите систему уравнений (8) и (9) и рассчитайте ускорение свободного падения g и момент инерции маятника J_c относительно оси, проходящей через его центр масс.

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_c + md_1^2}{mgd_1}} & (8) \\ T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_c + md_2^2}{mgd_2}} & (9) \end{cases}$$

m – масса всего маятника;

J_c – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через т. С.

5. Не меняя положения чечевиц, повторите опыт при других значениях d_1 , d_2 отвечающих условию (7). Все полученные результаты J_c и g , усредните.

6. Рассчитайте относительные погрешности определения ускорения свободного падения $\Delta g/g$ и, момента инерции обратного маятника $\Delta J/J$.

Для определения данных погрешностей используйте упрощённым вариант расчёта. Для этого относительные погрешности прямым образом определяемых величин (M , d , T) принять равными: $\Delta M/M \approx 0,02$; $\Delta d/d \approx 0,02$. Относительной погрешностью измерения периода, в силу ее малости, пренебречь.

Контрольные вопросы

1. Запишите уравнение гармонических колебаний. Дайте определение всех величин, входящих в это уравнение.

2. Какие допущения используются при проведении лабораторной работы?

3. Дайте определение понятию «математический маятник».

4. Дайте определение понятию «физический маятник».

5. Сформулируйте определение понятия «приведенная длина физического маятника».

6. В чем сущность метода измерения ускорения свободного падения с помощью математического маятника?

7. Как повысить точность измерения ускорения свободного падения с помощью обратного маятника?

Лабораторная работа М 8 «Определение коэффициента трения качения»

Цели работы:

- экспериментальная проверка зависимостей между физическими величинами, характеризующими колебания установки;
- экспериментальное определение коэффициента трения качения.

Приборы и принадлежности:

- установка для определения коэффициента трения качения, 3 пары съёмных направляющих из различного материала, конструкция из сплошных цилиндров, съёмные магниты.

Описание установки

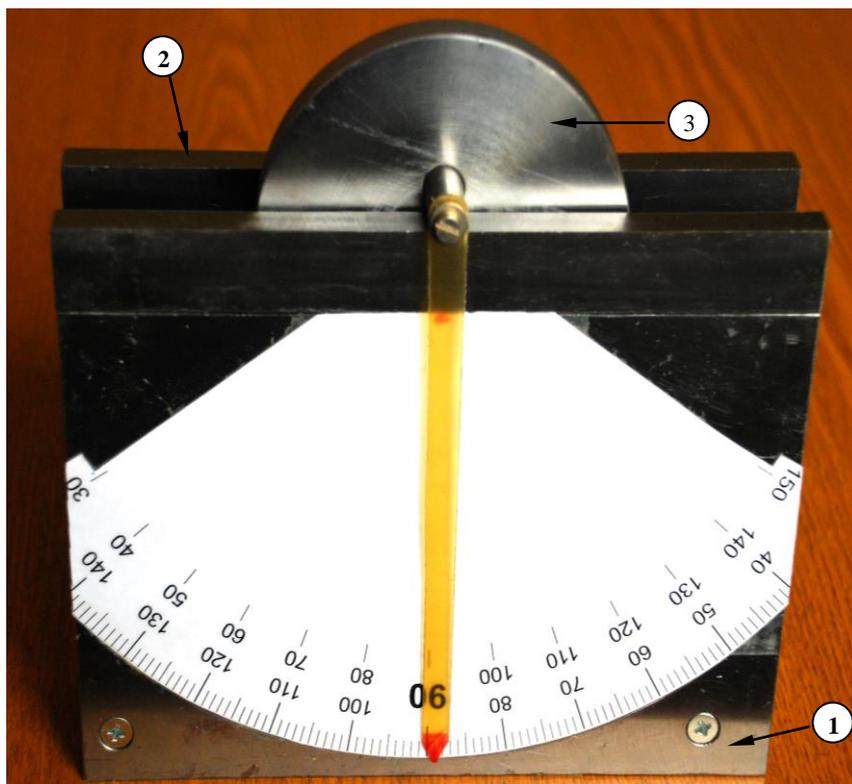


Рисунок 1. Установка для определения трения качения

Вид установки показан на рисунке 1. На основании (1) крепится пара съёмных направляющих (2), на которые устанавливается конструкция из сплошных цилиндров (3). Конструкция может совершать колебания.

Измеряя время t_k , за которое совершится k полных колебаний, можно найти период колебаний $T = t_k/k$ конструкции из сплошных цилиндров.

Если использовать наручные часы, то погрешность отсчёта составит примерно 1 с. При достаточной в данном случае относительной погрешности определения периода на уровне 5% можно взять $n = 20$. Установка позволяет также осуществлять прямые измерения угловой амплитуды колебаний. Шкала позволяет отсчитывать угол с точностью примерно 1° , т. е. $\pi/180$ радиан, так что для

сохранения приемлемой точности не следует измерять угловые амплитуды, которые меньше 10° . При такой относительной погрешности даже угол $\varphi_0 = 60^\circ = \pi/3$ может считаться малым, ибо замена в выражении для потенциальной энергии выражение $\sin \varphi_0/2 = 0,5$ на $\varphi_0/2 = \pi/6$ даёт относительную погрешность на уровне 4%.

Теоретические сведения.

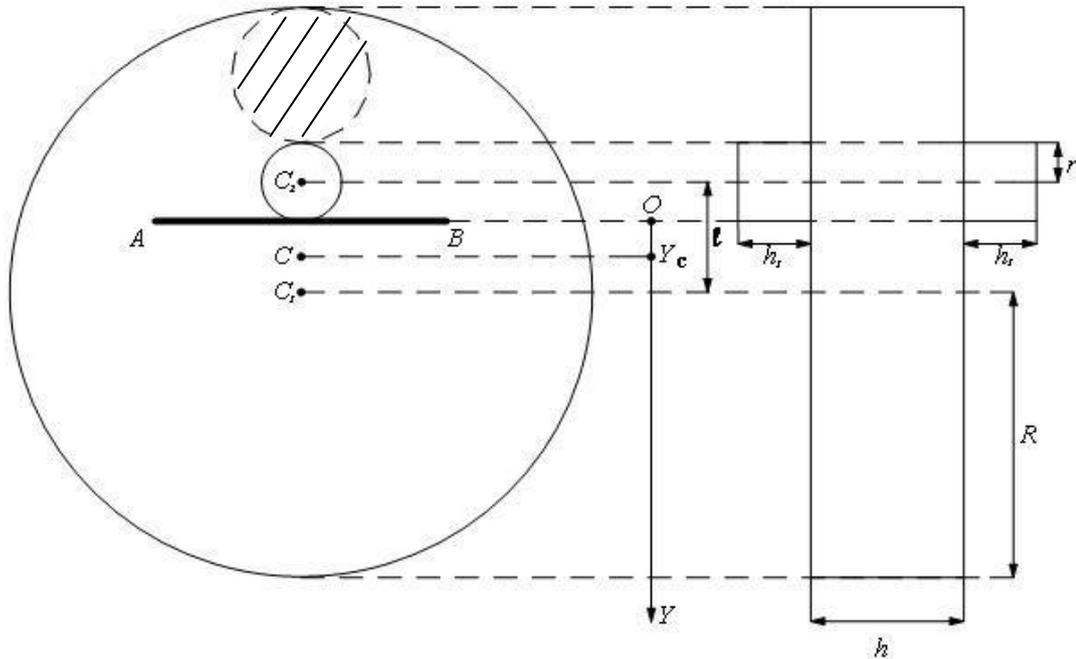


Рисунок 2. Физическая модель лабораторной установки

Рассмотрим конструкцию (рисунок 2), состоящую из трёх сплошных цилиндров, показанную на рисунке (заштрихованный цилиндр – съёмный). Пусть ρ – плотность материала цилиндров. Тогда массы цилиндров и масса системы равны (1):

$$M = \rho\pi R^2 h, \quad m = \rho\pi r^2 h_1, \quad M_o = \rho\pi(R^2 h + 2r^2 h_1) \quad (1)$$

Если систему поставить на две горизонтальные направляющие АВ и отклонить от положения равновесия, в котором центр масс C системы занимает самое низкое положение, то предоставленная самой себе система начнёт совершать колебания. Координата y_c центра масс системы определяется соотношением (2):

$$y_c = \frac{M(\ell - r) - 2mr}{M + 2m} = \frac{M}{M + 2m} \cdot \ell - r \quad (2)$$

Момент инерции системы относительно оси, проходящей через центр масс C находится по теореме Гюйгенса-Штейнера (3):

$$I_c = \frac{MR^2}{2} + M(\ell - r - y_{\bar{n}})^2 + 2\left[\frac{mr^2}{2} + m(r + y_{\bar{n}})^2\right]$$

и

$$I_{\bar{n}} = M\left[\frac{R^2}{2} + (\ell - r - y_{\bar{n}})^2\right] + m\left[r^2 + 2(r + y_{\bar{n}})^2\right] \quad (3)$$

Полная механическая энергия системы равна сумме кинетической и потенциальной энергий. Кинетическая энергия системы при качении по направляющим АВ находится по теореме Кёнига:

$$E_k = \frac{(M + 2m)V_c^2}{2} + \frac{I_c\Omega^2}{2},$$

Ω – угловая скорость вращения системы. Если качение происходит без проскальзывания, то скорость точки контакта системы с опорой равна нулю. Поэтому скорость центра масс связана с угловой скоростью соотношением $V_c = \Omega \cdot y_c$. Таким образом имеем (4):

$$E_k = \left[\frac{(M + 2m)y_c^2}{2} + \frac{I_c}{2}\right] \cdot \Omega^2 \quad (4)$$

Потенциальная энергия системы определяется высотой поднятия центра масс системы над положением равновесия. При повороте на угол φ центр масс системы поднимается на высоту $y_c(1 - \cos\varphi) = 2y_c \sin^2 \frac{\varphi}{2}$. Считая угол отклонения малым, имеем $\sin \frac{\varphi}{2} \approx \frac{\varphi}{2}$ и тогда, считая потенциальную энергию равной нулю в положении равновесия, получим для потенциальной энергии в отклонённом положении выражение (5):

$$E_{\Pi} = (M + 2m)g \cdot 2y_c \left(\frac{\varphi}{2}\right)^2 = \frac{(M + 2m)g \cdot y_c \cdot \varphi^2}{2} \quad (5)$$

Учитывая, что угловая скорость связана с углом отклонения соотношением $\Omega = \dot{\varphi}$, получим для полной механической энергии выражение (6):

$$E = \frac{(M + 2m)y_c^2 + I_c}{2} \cdot \dot{\varphi}^2 + \frac{(M + 2m)g \cdot y_c}{2} \varphi^2 \quad (6)$$

Если пренебречь всеми силами трения, то полная механическая энергии системы сохраняется, т. е. энергия постоянна. Поэтому дифференцируя (6) по времени и отбрасывая тривиальное решение $\dot{\varphi} = 0$, получим дифференциальное уравнение гармонических колебаний:

$$\ddot{\varphi} + \frac{(M + 2m)g \cdot y_c}{(M + 2m)y_c^2 + I_c} \varphi = 0 \quad (7)$$

Циклическая частота ω и период T этих колебаний равны соответственно (8):

$$\omega = \sqrt{\frac{(M + 2m)g \cdot y_c}{(M + 2m) \cdot y_c^2 + I_c}}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{(M + 2m)y_c^2 + I_c}{(M + 2m)g \cdot y_c}} \quad (8)$$

Реально на рассматриваемую конструкцию качения, при колебаниях, действуют две диссипативные силы: сила вязкого трения о воздух и сила трения качения (рисунок 3).

Влияние силы вязкого трения сказывается тем меньше, чем больше масса конструкции и меньше её угловая скорость Ω , т. е. угловая амплитуда колебаний. Для данной установки, как показывают расчёты, влиянием силы вязкого трения можно пренебречь. Трение качения возникает вследствие того, что при качении деформации опоры и катящегося тела не вполне симметричны и упруги (на рисунке показана только деформация опоры в сильно преувеличенном виде). При этом сила нормальной реакции $N = mg$ оказывается вынесенной вперёд относительно центра цилиндра C на отрезок, *длина которого S называется коэффициентом трения качения*.

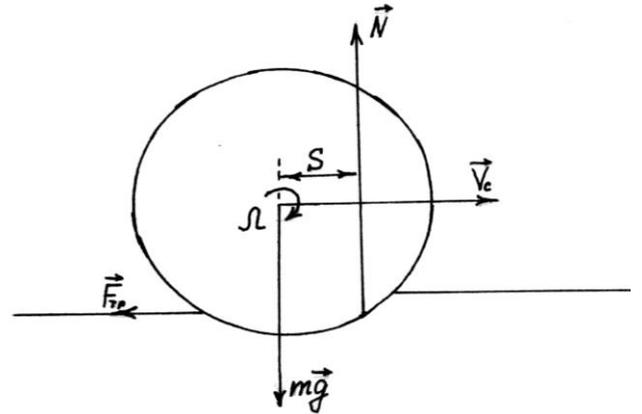


Рисунок 3. Модель диссипативных сил

Смысл этого названия состоит в следующем. Сила трения ($F_{тр}$), направленная против скорости \vec{V}_c , момент которой относительно оси, проходящей через центр масс, практически равен $F_{тр} \cdot r$ (деформация цилиндра реально очень мала!), увеличивает угловую скорость Ω вращения диска, но одновременно уменьшает скорость центра масс. Если, однако, что обычно подразумевается, проскальзывание при качении отсутствует, то $V_c = \Omega \cdot r$, так что тормозит вращение диска именно сила реакции опоры (N), момент которой относительно оси, проходящей через центр масс, равен NS . Опыт показывает, что сила трения качения обычно очень мала, т. е. можно считать, что:

$$F_{тр} r \approx NS = mgS,$$

$$F_{тр} = \frac{S}{r} N = \frac{S}{r} mg$$

В, принципе, для сохранения аналогии с силой сухого трения скольжения можно было бы величину $\mu_{кач} = \frac{S}{r}$ называть коэффициентом трения качения,

тогда $F_{TP} = \mu_{\text{кач}} N$, однако как сказано выше, исторически сложилось так, что **коэффициентом трения качения называется величина S** . Поэтому при наличии трения качения вместо уравнения (7) мы имеем следующее уравнение:

$$\ddot{\varphi} + \frac{(M + 2m)g \cdot y_c}{(M + 2m)y_c^2 + I_c} \varphi = \pm \frac{mgS}{(M + 2m)y_c^2 + I_c}$$

где знак "+" соответствует движению центра масс направо (поворот системы по часовой стрелке) и знак «минус» соответствует повороту против часовой стрелки. Поскольку постоянная правая часть в дифференциальном уравнении не изменяет величину ω , то она по-прежнему выражается формулой (8). Колебания при этом, однако, затухают, и если обозначить φ_0 начальный угол отклонения ($\varphi_0 > 0$, т. е. система при $t = 0$ повернута против часовой стрелки), то спустя период T отклонение составит:

$$\varphi_1 = \varphi_0 - \frac{S}{y_c},$$

а спустя n периодов (9):

$$\varphi_n = \varphi_0 - \frac{S \cdot n}{y_n} \quad (9)$$

Измеряя, таким образом, φ_n , можно определить коэффициент трения качения S . Зависимость $\varphi_n(n)$ линейная, поэтому лучшим способом определения S является метод наименьших квадратов, который в данном случае даёт (10):

$$S = y_c \frac{\varphi_0 \sum n_i - \sum \varphi_i n_i}{\sum n_i^2} \quad (10)$$

При этом подразумевается, конечно, что угол измеряется в радианах (по шкале прибора он отсчитывается в градусах: $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ рад).

Задания для самостоятельной работы

1. Используя указанные на рабочем месте значения размеров системы и плотности материала лабораторной установки, найдите по формуле (1) массы M и m , а также значение координаты центра масс y_c и момента инерции системы I_c по формулам (2) и (3).

2. Аккуратно установите систему так, чтобы стрелка указывала на угол $\varphi_0 = 50 \div 60^\circ$ и отпустите без толчка. Измерьте время, в течение которого совершается 20 колебаний, а затем, продолжая наблюдать колебания, измерьте время следующих 20 колебаний и т. д.

3. Найдите экспериментально период колебаний для первых 20 колебаний, следующих 20 колебаний, когда угловая амплитуда уменьшится и т. д. Сделайте вывод о том, с какой относительной погрешностью выполняется теоретический вывод о независимости периода от угловой амплитуды в предположении её малости. По формуле (8) рассчитайте теоретическое значение периода колебаний стрелки установки.

4. Наблюдая колебания, определите примерное количество колебаний, которое совершает система, пока угловая амплитуда уменьшится до 10° . Разделите это число на 5 и округлите до кратного 10 значения. Обозначим полученное значение n .

5. Вновь запустив колебания без начальной скорости при начальной угловой амплитуде φ_0 в указанных пределах, измерьте угловую амплитуду φ_1 через $n_1 = n$, φ_2 через $n_2 = 2n$, φ_i через $n_i = i \cdot n$ колебаний (угловая амплитуда измеряется по шкале в градусах, но переводится в радианы).

6. На координатной плоскости, откладывая по горизонтали величину числа колебаний n_i , а по вертикали угол отклонения φ_i , нанесите экспериментальные точки, полученные в исследовании. Теория предсказывает, что все точки должны лежать, примерно, на прямой.

7. По формуле, вытекающей из (9) и имеющей вид:

$$S_i = \frac{(\varphi_0 - \varphi_i) y_c}{n_i}$$

Найдите коэффициент трения качения для всех экспериментальных точек (S_i) исследования и усредните результат.

8. Повторите определение коэффициента трения качения по методу наименьших квадратов (МНК). В соответствии выражения (10), имеем:

$$S = y_c \frac{\varphi_0 \sum n_i - \sum \varphi_i \cdot n_i}{\sum n_i^2}$$

На указанной координатной плоскости проведите наилучшую прямую и визуально оцените соответствие экспериментальных данных теоретической модели.

9. По формуле:

$$E_{II} = \frac{(M + 2m) g \cdot y_c \cdot \varphi^2}{2}$$

найдите начальную потенциальную энергию системы при $\varphi = \varphi_0$ и $\varphi = \varphi_1$ через n периодов. Рассчитайте среднее уменьшение энергии за один период и относительное уменьшение ее за период (в %).

10. Снимите конструкцию с основания и с помощью преподавателя замените направляющие АВ на направляющие из другого материала. Повторите измерения п. п. 1 ÷ 4 для другой пары направляющих.

11.* Поскольку относительное уменьшение энергии за период мало, то максимальную угловую скорость Ω_{\max} системы можно рассчитать в соответствии выражения:

$$\Omega_{\max} = \varphi_0 \omega = \varphi_0 \frac{2\pi}{T}$$

Вычислите это значение.

Используя табличное значение для коэффициента вязкости воздуха η , оцените максимальный момент сил вязкого трения о воздух и сравните с величиной $(M + 2m)g \cdot S$, определяющей момент сил трения качения.

12.* Установка допускает магнитное крепление дополнительного груза массой m_0 и радиусом r_0 (на рисунке заштрихован).

Разработайте теорию и повторите выполнение всех заданий для новой системы.

Контрольные вопросы

1. Получите выражение для момента инерции системы для оси, проходящей через точку касания с направляющими.

2. Вычислите период малых колебаний шарика внутри полусферы.

3. Оцените, сколько колебаний совершает система до остановки. Сколько времени это займёт? Начальную угловую амплитуду задайте самостоятельно.

4. Осторожно наклонив основание, можно оценить, при каком угле наклона α_0 начнётся скольжение конструкции по основанию. Коэффициент трения скольжения при этом находится из соотношения $tg\varphi_0 = \mu$. Оцените отношение

$$\frac{\mu_{\text{кач}}}{\mu}, \text{ где } \mu_{\text{кач}} = \frac{S}{r}.$$

Лабораторная работа М 10 «Изучение газовых законов»

Цели работы:

- определение показателя адиабаты газа;
- определение и политропы газа.

Приборы и принадлежности:

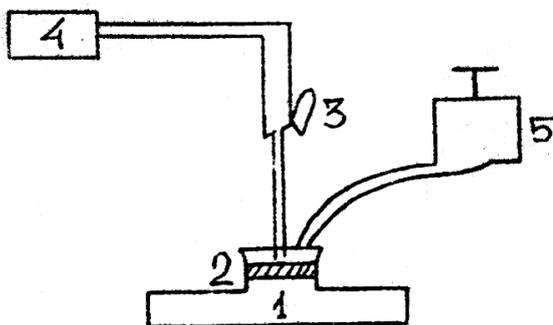
- установка для исследования газовых законов, секундомер.

Описание установки.

Установка Клемана и Дезорма (рисунок 2) состоит из стеклянного сосуда 1, закрытого пробкой 2. Сосуд сообщается с атмосферой через кран 3, манометром 4, насосом 5. С помощью насоса в сосуд нагнетается воздух. Кран 3 служит для выпуска воздуха из сосуда. Манометр 4 измеряет избыточное давление (ΔP).

Политропический процесс, такой процесс, состояние которого описывается уравнением вида (1):

$$pV^n = \text{const} \quad (1)$$



n – показатель политропы, принимает значения от 0 до ∞ . Все процессы, которые рассмотрим далее – частные случаи (1).

Если $n = 0$, то процесс изобарический;

$n = 1$ – изотермический;

$n = \infty$ – изохорический;

$n = \gamma$ – адиабатический.

Рисунок 1. Установка Клемана-Дезорма

На рисунке 2 показаны графики зависимости $p = f(V)$ для четырёх основных процессов в газе при одинаковых значениях p и V .

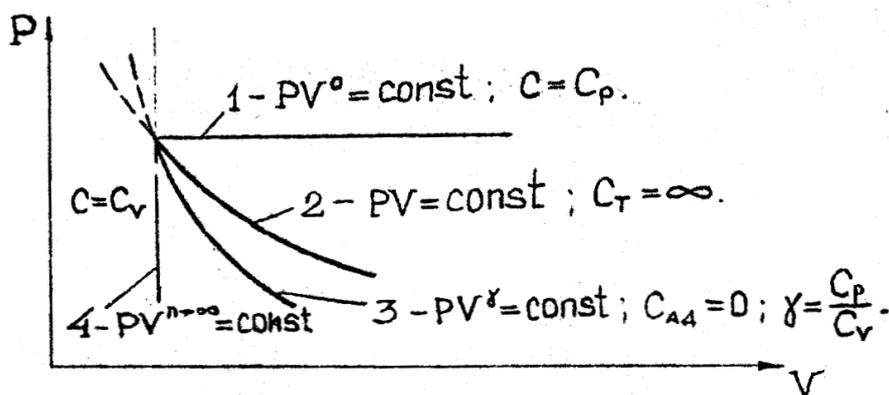


Рисунок 2. 1 – изобара; 2 – изотерма; 3 – адиабата; 4 – изохора.

C – теплоемкости: C_p – при постоянном давлении; C_T – при постоянной температуре; C_v при постоянном объеме; $C_{ад}$ – при адиабатическом процессе

Математическая модель определения показателя адиабаты.

Рассмотрим процессы, происходящие с газом при выполнении работы. Они изображены на диаграмме состояний в координатах P, T (рисунок 3).

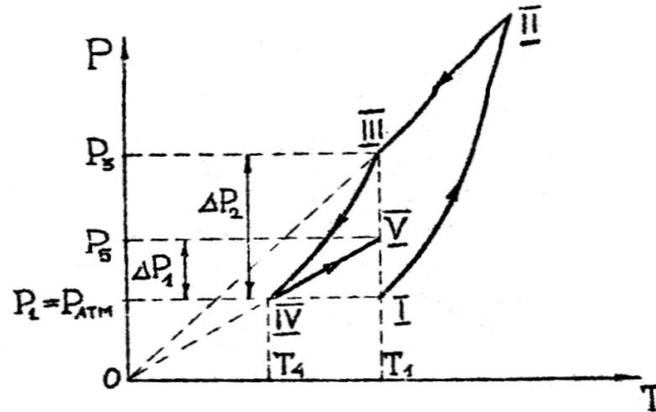


Рисунок 3. Процессы с газом при выполнении работы в координатах P, T

I. Кран 3 закрыт, давление в сосуде $P_1 = P_{\text{АТМ}}$. Температура газа в сосуде равна температуре окружающей среды T_1 .

I-II. Нагнетание насосом 5 воздуха в сосуд: воздух в сосуде нагревается до температуры T_2 (при закрытом кране К).

II-III. Кран открыт — воздух адиабатически расширяется.

В состоянии IV давление воздуха $P_4 = P_{\text{АТМ}}$, а температура $T_4 < T_1$. В этот момент кран закрывают.

IV-V. Изохорический нагрев газа из-за теплопроводности стенок сосуда при закрытом кране.

Для процесса III-IV, исходя из того, что адиабатический процесс в координатах P, T ; имеет место выражение вида (2):

$$PT^{1-\gamma} = const; \quad P_3 T_3^{1-\gamma} = P_2 T_4^{1-\gamma} \quad (2)$$

γ — показатель адиабаты;
для процесса IV-V имеем (3):

$$\frac{P_4}{P_3} = \frac{T_4}{T_3} \quad (3)$$

Манометр измеряет избыточное давление. Вводя избыточные давления ΔP_2 и ΔP_1 в состояниях III и V, соотношениями $P_3 = P_1 + \Delta P_2$ и $P_5 = P_1 + \Delta P_1$, учитывая, что $P_4 = P_1$ и $T_3 = T_1 = T_5$ из (2) и (3) получим выражение (4):

$$\frac{P_1 + \Delta P_2}{P_1} = \left(\frac{P_1}{P_1 + \Delta P_1} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \quad (4)$$

Логарифмируя последнее уравнение (4) и используя математическое приближение $\ln(1+x) \approx x$ для $x \ll 1$, получим (5):

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{\Delta P_2}{\Delta P_2 - \Delta P_1} \quad (5)$$

Задание 1. Определения показателя адиабаты

1. Закрыв кран 3, нагнетать воздух насосом 5. Спустя 2-3 минуты записать добавочное давление ΔP_2 , показываемое манометром.
2. Быстро открыть кран 3 и через 1-2 секунды быстро его закрыть.
3. Через 2-3 минуты записать показания добавочного давления ΔP_1 .
4. По формуле (5) определить $\gamma_{\text{экс}}$. Опыт повторить не менее 5 раз.
5. Значения $\gamma_{\text{экс}}$ усреднить, рассчитать погрешность.

Математическая модель определения показателя политропы.

Найдем показатель политропы воздуха в процессе I→II в разных режимах работы насоса при нагнетании воздуха в сосуд. Пусть V — объём сосуда, V_0 — объём рабочей камеры насоса, который, фактически представляет собой объём воздуха, захватываемого насосом из атмосферы при давлении P_0 за один ход. Пусть давление в сосуде и насосе перед накачиванием равно атмосферному давлению P_0 ; затем насос сделал K ходов и давление в сосуде возросло. Итак, в начальном состоянии есть объём воздуха $(V + KV_0)$ при давлении P_0 . В конечном состоянии весь этот воздух оказывается в сосуде объёмом V при некотором давлении P_T .

При медленной накачке температура газа и окружающей среды может считаться неизменной, поэтому, используя закон Бойля-Мариотта, получим уравнение для изотермического процесса (6):

$$P_0 (V + K_1 V_0) = P_T V \quad (6)$$

P_T — давление воздуха в сосуде после K_1 ходов насоса. Тогда объём камеры насоса V_0 (7):

$$V_0 = \frac{V}{K_1} \left(\frac{P_1}{P_0} - 1 \right) \quad (7)$$

Если накачка происходит быстро, то температура воздуха в сосуде будет больше температуры окружающей среды и, процесс, происходящий с газом, будет политропическим (8):

$$P_0 (V + K_2 V_0)^n = P V^n, \quad (8)$$

n — показатель политропы;

$$n = \frac{C - C_p}{C - C_v}$$

K_2 — число ходов насоса в случае неизотермической накачки; P — конечное давление в сосуде в этом случае. Из (7) и (8) находим (9):

$$n = \frac{\ln\left(\frac{P}{P_0}\right)}{\ln\left[1 + \frac{K_2}{K_1}\left(\frac{P_1}{P_0} - 1\right)\right]} \quad (9)$$

Выражения (7) и (9) можно упростить, если учесть, что избыточное давление в сосуде на много меньше атмосферного:

$$P = P_0 + \Delta P, \quad \frac{\Delta P}{P_0} \ll 1; \quad P_T = P_0 + \Delta P_T, \quad \frac{\Delta P_T}{P_0} \ll 1$$

Воспользовавшись разложением $\ln(1+x) \approx x$, получим (10):

$$V_0 = \frac{V}{K_1} \frac{\Delta P_T}{\Delta P_0} \quad (10)$$

В пределе, при очень быстром накачивании, теплообмен воздуха в сосуде с окружающей средой вообще не успевает произойти, т.е. процесс, происходящий с воздухом, становится близким к адиабатическому. Поэтому при возрастании скорости накачки n принимает вид (11).

$$n = \frac{K_1}{K_2} \frac{\Delta P}{\Delta P_T} \quad (11)$$

Задание 2. Определения показателя политропы

1. Провести измерение конечного давления в сосуде после K_1 ходов насоса при различных, но не больших скоростях его вращения (K_1 — по указанию преподавателя).

2. Отметить угловую скорость вращения ω_0 такую, что при скоростях ниже этой давление после K_1 ходов не зависит от скорости. Дальнейшие измерения в п.1 проводить при скоростях вращения, не превышающих найденную скорость. Задаваясь рядом значений K_1 по указанию преподавателя, найти соответствующие значения ΔP_{T_i} и по формуле (6) найти значение рабочего

объема насоса V_{0i} . Полученные результаты усреднить. Желательно для каждого значения K_{1i} измерения проводить несколько раз.

3. Провести измерения избыточных давлений в сосуде ΔP_i при тех же значениях K ходов поршня, но при скорости вращения в два раза большей, чем ω_0 . В соответствии с (7) при $K_{2i} = K_{1i}$ имеем $n = \frac{\Delta P_i}{\Delta P_{Ti}}$. На координатной плоскости (ΔP_{Ti} , ΔP_i) нанести соответствующие экспериментальные точки. Проводя через них наилучшую прямую, найти её угловой коэффициент. В соответствии с (7) он дает значение показателя политропы n при данной скорости вращения.

Найти соответствующее значение теплоёмкости процесса.

4. Провести измерения п.2 при скорости вращения $3\omega_0$, $4\omega_0$ и т.д., находя для каждого значения угловой скорости значение n .

5. Построить график зависимости n от ω . Сделать выводы.

Контрольные вопросы

1. Какая физическая величина называется теплоемкостью.
2. В чем смысл в физике понятия «удельная величина» и как оно соотносится с понятиями: «удельная теплоемкость» и, «удельная и молярной теплоемкость» газа (или жидкости)?
3. Что характеризует величина C_V - «теплоемкость при постоянном объеме» газа?
4. Что характеризует величина C_P - «теплоемкость при постоянном давлении» газа?
5. Почему $C_P > C_V$? Записать уравнение Майера.
6. Физический смысл показателя адиабаты.
7. Физический смысл показателя политропы.
8. Дать определения внутренней энергии, количества теплоты и работы, совершаемой телом при изменении объёма.
9. Первое начало термодинамики для всех изопроцессов (изотермического, изохорического, изобарического).
10. Первое начало термодинамики для адиабатического процесса.
11. В чём отличие обозначений ΔQ и dU ?
12. Работа, совершаемая идеальным газом при различных изопроцессах (изотермического, изохорического, изобарического).
13. Работа, совершаемая идеальным газом при адиабатическом процессе.
14. Что происходит с внутренней энергией газа при адиабатическом расширении? Что происходит при этом с температурой?
15. Уравнение Пуассона.
16. Нарисовать на $P-T$ – диаграмме все последовательные процессы, происходящие с газом в опыте при выполнении задания I.

Лабораторная работа М 11 «Измерение характеристик идеального газа»

Цели работы:

освоение методов измерений и расчета характеристик газов.

Приборы и принадлежности:

проградуированный цилиндр с поршнем, манометр, соединительные шланги, газовый тройник, калиброванный брусок, фиксатор хода поршня, барометр, термометр.

Описание установки.

Внешний вид установки показан на рисунке 1. В нее входит цилиндр с поршнем в виде медицинского шприца объемом 150 мл, манометр относительного давления, отрезки гибких соединительных шлангов, тройник зажим, соединяющий цилиндр с манометром и атмосферным воздухом, зажим. Затягивая или отпуская зажим, установленный в одно из плеч тройника, можно либо изолировать систему цилиндр-манометр от атмосферного воздуха, либо соединить с ним.

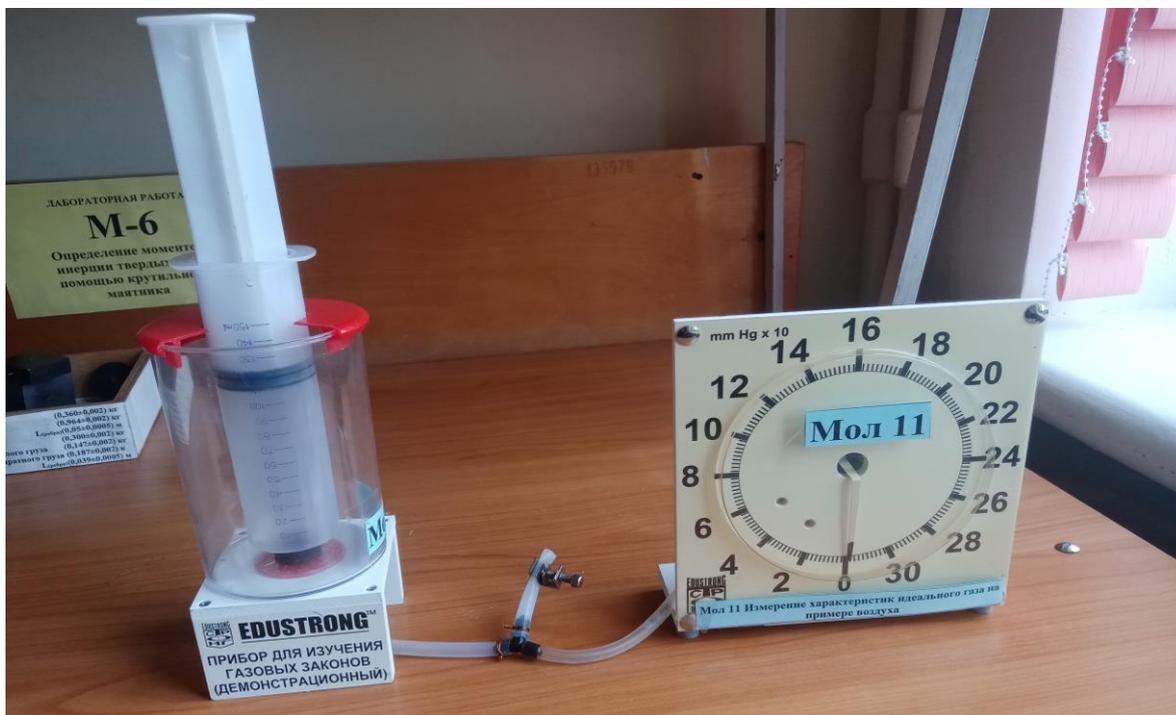


Рисунок 1. Установка для проведения исследований лабораторной работы

Используемый манометр называется относительным, поскольку его показания соответствуют разности измеряемого атмосферного давления. Для получения абсолютного величины давления необходимо к показанию манометра прибавить величину атмосферного давления. Последнее определяется с помощью лабораторного барометра, расположенного на стене аудитории.

Опыт 1. Измерение объема системы цилиндр-манометр.

Внутренний объем лабораторной установки включает в себя объем цилиндра под поршнем, объем соединительных шлангов с объемом тройника и, объемом манометра. Для определения этого суммарного объема воспользуемся законом Бойля-Мариотта, согласно которому произведение давления идеального газа на занимаемый им объем остается неизменным при условии неизменности температуры и массы газа.

Если начальный объем V_0 уменьшить на известную величину ΔV путем опускания поршня, то манометр зафиксирует изменение давления на величину ΔP . Начальный объем при этом можно вычислить по формуле (1):

$$V_0 = \Delta V \left(1 + \frac{P_0}{\Delta P}\right) \quad (1)$$

P_0 - начальное давление газа, которое в нашем случае равно атмосферному давлению.

Проведение опыта 1.

Установить поршень на отметку 150 мл.

Открыть зажим на 0,5 – 1 минуту, запустив атмосферный воздух во внутренний объем системы. Затем закрыть зажим.

Приложить калибровочный брусок к штоку поршня и отпустить поршень на определяемое бруском расстояние. Удерживать поршень в этом состоянии. Отсчитать по шкале цилиндра величину изменения объема ΔV .

Удерживать поршень в опущенном положении пока не прекратиться изменение давления в цилиндре. После этого сделать отсчет изменения давления ΔP .

По барометру определить величину атмосферного давления P_0 .

Вычислить величину внутреннего объема V_0 .

Определение числа молекул газа во внутреннем объеме.

Очень простая модель идеального газа позволяет сделать многие вычисления его характеристик по результатам немногих измерений. Известно, что 1 моль любого газа содержит число молекул, определяемое числом Авогадро:

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$$

Известно так же, что 1 моль идеального газа при нормальных условиях ($P_n = 1,01 \cdot 10^5$ Па; $T_n = 273,15$ К) занимает объем 22,4 л. Кроме того идеальный газ удовлетворяет уравнению Менделеева-Клапейрона (2):

$$PV = \nu RT \quad (2)$$

ν – число молей газа; T – абсолютная температура в Кельвинах; P и V соответственно давление и объем газа. Применим это уравнение к 1 моллю газа при нормальных условиях:

$$P_n V_n = \nu R T_n \quad (3)$$

Для произвольного количества газа при произвольных условиях на основе (2) и (3) можем записать (4):

$$\frac{PV}{P_n V_n} = \frac{\nu}{1 \cdot \text{моль}} \cdot \frac{T_n}{T}; \quad \nu = 1 \cdot \text{моль} \cdot \frac{PV}{P_n V_n} \cdot \frac{T_n}{T} \quad (4)$$

Зная число молей газа ν , можем определить количество молекул газа N в рассматриваемом объеме (5) и, его концентрацию n (6).

$$N = \nu N_A \quad (5)$$

$$n = N/V \quad (6)$$

Вычисление постоянной Больцмана.

Если давление газа определять как результат ударов молекул о стенки сосуда, то для определения k , воспользуемся выражением (7):

$$P = nkT \quad (7)$$

k – постоянная Больцмана;

n – концентрация молекул; T – температура.

Вычисления выполняйте в системе СИ.

Опыт 2. Измерение адиабаты атмосферного воздуха.

Измерительный опыт проводится в два этапа.

Первый этап – быстрое сжатие воздуха от объема V_1 до объема V_2 . Это сжатие можно считать адиабатным, поэтому соотношение объема и давления описываются уравнением адиабаты Пуассона (8). При адиабатном сжатии температура сжимаемого воздуха увеличивается:

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \quad (8)$$

γ – искомый показатель адиабаты.

Второй этап – изохорное остывание воздуха до первоначальной температуры. Так как температура возвращается к первоначальному значению, то параметры $P_1 V_1$ и $P_3 V_3$ будут связаны уравнением изотермы (9)

$$P_1 V_1 = P_3 V_3 \quad (9)$$

На основе адиабатического закона (8) и, изотермического - (9) получим значение показателя адиабаты (10):

$$\gamma = \frac{\ln(P_1 / P_2)}{\ln(P_1 / P_3)} \quad (10)$$

Проведение опыта 2.

Установит поршень на отметку 150 мл.

Открыть зажим на 0,5 – 1 минуту, запустив атмосферный воздух во внутренний объем системы. Затем закрыть зажим.

Приложить калибровочный брусок к штоку поршня и быстро отпустить поршень на определяемое бруском расстояние. При этом надо определять до какого деления шкалы манометра отклонится его стрелка. Это отклонение даст величину адиабатного приращения давления ΔP_1 .

Удерживать поршень в опущенном положении пока не прекратится изменение давления в цилиндре. После этого сделать отсчет изотермического приращения давления ΔP_2 .

По барометру определить атмосферное давление P_0 , которое в опыте имеет смысл начального давления P_1 , то есть: $P_0 = P_1$.

Вычислить величины давлений: $P_2 = P_0 + \Delta P_1$ и $P_3 = P_0 + \Delta P_2$.

Вычислить показатель адиабаты γ .

Выражение (10) для расчета показателя адиабаты можно упростить. Поскольку ΔP_1 и ΔP_2 значительно меньше величины атмосферного давления P_0 , то выражение для γ примет вид (11):

$$\gamma \approx \frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} \quad (11)$$

Контрольные вопросы

1. Какова природа давления у газов? Дайте определение давления газа.
2. Что такое изо- процессы в термодинамике? Дайте толкование основным изо- процессам термодинамики.
3. Объединенный газовый закон. Изо- процессы как следствия объединенного газового закона.
3. Уравнение Менделеева-Клапейрона. Физический смысл универсальной газовой постоянной $R = 8,31$ Дж/моль*К.
4. Адиабатический процесс в термодинамике. Уравнение Пуассона. Показатель адиабаты.
5. На основе описания опыта 1 (физической модели термодинамических процессов), получите его математическую модель, выражение (1).
6. На основе описания опыта 2 (физической модели термодинамических процессов), получите его математическую модель, выражение (10).
7. На основе указанных допущений в опыте 2, получите упрощенное выражение для определения показателя адиабаты (11).

Лабораторная работа М 13 «Определение коэффициента вязкости воздуха»

Цели работы:

- определение значения коэффициента вязкости воздуха;
- вычисление средней длины свободного пробега молекулы воздуха;
- расчет эффективного диаметра молекулы воздуха;
- определение среднего числа столкновений молекулы воздуха за единицу времени;
- определение характера течения воздуха в капилляре.

Приборы и оборудование:

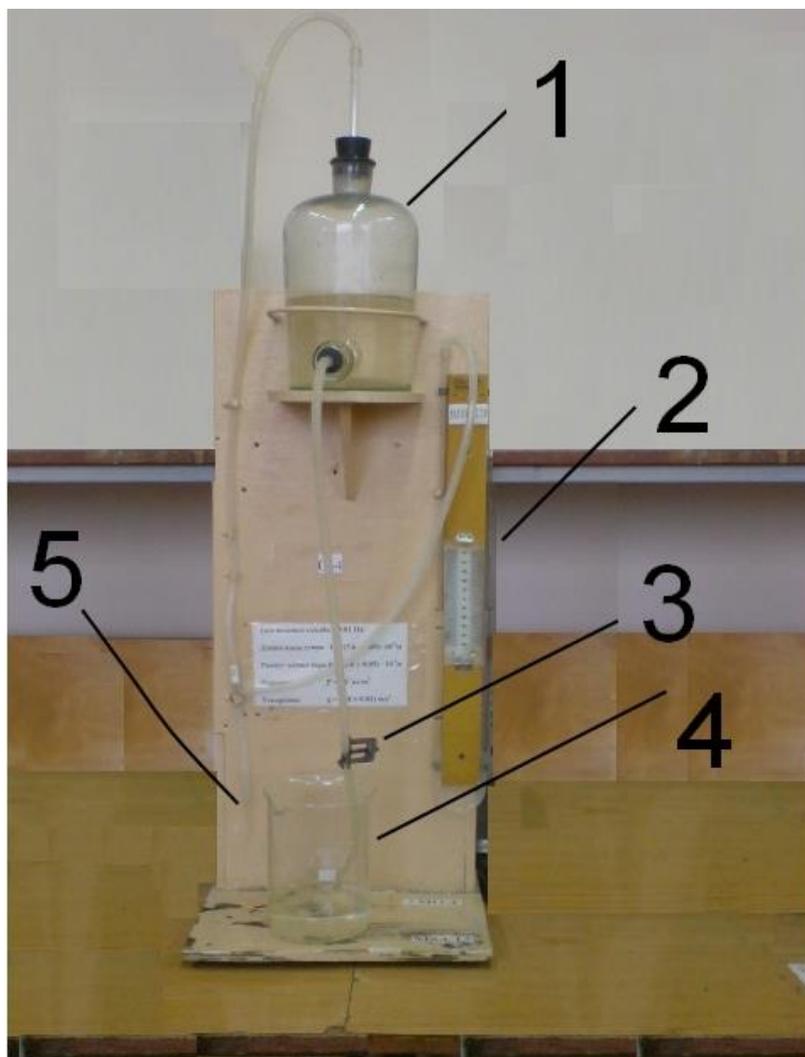
- установка для измерения коэффициента вязкости газа;
- водомерная мензурка, секундомер, термометр и барометр.

Описание установки

Установка для измерения коэффициента вязкости воздуха состоит из газометра 1, водяного манометра 2 и крана 3, служащего для слива воды из газометра. Водомерная мензурка 4 со шкалой позволяет следить за вытекающим из газометра объемом воды. Капилляр 5 соединен с атмосферой, а с помощью резиновой трубки – с газометром 1.

При вытекании воды из газометра внутри него создается разрежение. На входе и выходе воздуха из капилляра появляется разность давлений ΔP . Вода в одном колене манометра поднимается на величину h_{\uparrow} , а в другом – опускается на величину h_{\downarrow} . Общая разность уровней Δh равна сумме этих величин. Время вытекания 100 мл воды определяется с помощью секундомера.

Рисунок 1. Установка для измерения коэффициента вязкости воздуха



Теоретические сведения

Явление переноса – это процесс установления равновесия в системе путем переноса массы (диффузия), энергии (теплопроводность) и импульса молекул (внутреннее трение, или вязкость). Все эти явления обусловлены тепловым движением молекул. Макроскопическое движение, возникшее в жидкости или газе под действием внешних сил, называется *течением*. Если внешние силы не поддерживаются на одном уровне, то течение прекращается под действием сил сопротивления, существующих внутри жидкостей и газов. Силы такого внутреннего трения присущи всем реальным газам и жидкостям. Эти силы приводят к появлению *вязкости*. *Явление вязкости* связано с перемещением слоев жидкости или газа, обладающих различной скоростью упорядоченного движения относительно друг друга, при этом молекулы разных слоев обмениваются импульсами, проникая, благодаря хаотическому тепловому движению, в другие слои. При этом более быстрые молекулы стремятся ускорить более медленный слой, а молекулы с меньшей скоростью стремятся затормозить более быстрый слой жидкости или газа.

Происхождение сил сопротивления можно объяснить следующим образом. При небольших скоростях, когда за телом, движущимся в жидкости, не образуются вихри, происходит идеальное обтекание тела жидкостью. В этом случае говорят о ламинарном течении. Сила сопротивления при ламинарном течении вызвана только вязкостью жидкости. В этом случае прилегающие к телу слои жидкости движутся вместе с телом. Но граничащие с телом слои также увлекаются в движение силами межмолекулярного сцепления. Так создаются силы сопротивления, тормозящие относительное движение твердого тела и жидкости. Величину этих силы трения можно рассчитать с помощью формулы Ньютона (стр. 82) (1):

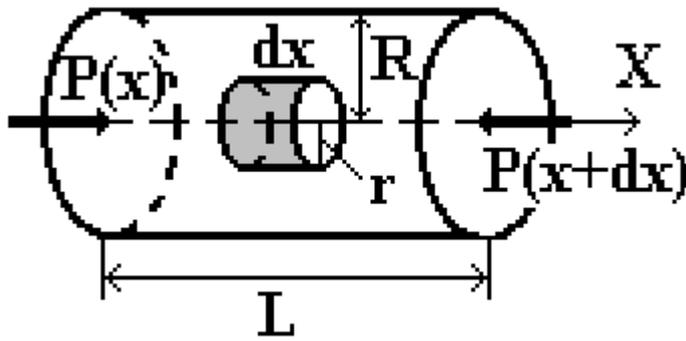
$$F = -\eta \frac{dv}{dr} S, \quad (1)$$

η – коэффициент динамической вязкости; $(-dv/dr)$ – градиент скорости течения жидкости (газа) в направлении, перпендикулярном вектору скорости; S – площадь поверхности, параллельной скорости течения газа или жидкости.

Коэффициент динамической вязкости η , численно равен силе действующей на единицу площади поверхности, параллельной скорости течения газа или жидкости, при единичном градиенте скорости в направлении, перпендикулярном вектору скорости. Размерность коэффициента вязкости: Па·с = кг/(м·с).

Французским ученым Пуазейлем был установлен закон течения жидкости в тонкой цилиндрической трубке. Это следующий закон.

Объем жидкости Q , протекающий через поперечное сечение трубки радиусом R_0 за время τ при установившейся разности давлений ΔP на концах трубки длиной l , прямо пропорционален величине перепада давлений ΔP на ее концах,



четвертой степени диаметра d трубки, времени протекания τ и обратно пропорционален длине этой трубки l и, коэффициенту вязкости η .

Рисунок 2. Физическая модель потока жидкости в трубе

Рассмотрим течение вязкого газа по прямолинейной цилиндрической трубе (рисунок 2). Положим, что течение ламинарно (слои газа движутся без перемешивания); газ при небольших изменениях давления несжимаем; движение установившееся; газ полностью “смачивает” стенки трубы, т.е. скорость у стенок равна нулю, а в центре трубы - максимальная. Скорость газа вдоль линия тока в трубе постоянна, она может меняться только вдоль радиуса, т.е. $V = V(r)$. Рассмотрим участок трубы длиной L и радиуса R . Ось трубы выберем за ось X , направленную в сторону течения. Выделим в трубе произвольную бесконечно короткую цилиндрическую часть длины dx и радиуса r . В соответствии с (1), сила внутреннего трения в трубе будет описываться уравнением (2):

$$dF = -\eta \frac{dv}{dr} S = -\eta \frac{dv}{dr} 2\pi r dx = -2\pi r \eta \frac{dv}{dr} dx \quad (2)$$

На основания цилиндра вдоль той же оси действует сила разности давлений (3):

$$dF_1 = \pi r^2 (P(x) - P(x + dx)) = \pi r^2 \frac{dP}{dx} dx \quad (3)$$

При установившемся течении эти силы должны уравновешивать друг друга, иначе поток выливающейся жидкости не будет постоянным. Поэтому имеем (4):

$$-2\pi r \eta \frac{dv}{dr} dx = -\pi r^2 \frac{dP}{dx} dx \quad \text{или} \quad 2\eta \frac{dv}{dr} dx = r \frac{dP}{dx} dx \quad (4)$$

Производная dv/dr , как и скорость течения жидкости v , не меняются вдоль оси x (постоянны); производная dP/dx , при переходе от dx к l , переходит к виду $\Delta P/l$. Тогда (4) придет к виду (5). ΔP – разность давлений на входе-выходе трубы.

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{\Delta P}{2\eta l} r \quad (5)$$

Интегрируя (5), получим (6):

$$v = -\frac{\Delta P}{4\eta l} \cdot r^2 + C. \quad (6)$$

C - находим из того условия, что на стенке трубы ($r = R$) скорость течения жидкости $v = 0$. Это значит $C = 0$, откуда получаем (7):

$$v = \frac{\Delta P}{4\eta l} \cdot (R^2 - r^2) \quad (7)$$

Как следует из (7), скорость течения жидкости меняется по параболическому закону. На стенках трубы она равна нулю и возрастает по мере приближения к середине трубы. При этом, объем газа, вытекающего через кольцевую площадку с внутренним радиусом r и внешним $r + dr$ за время τ равен (8):

$$dQ = l \cdot dS = (v\tau) \cdot 2\pi r dr = \frac{\Delta P \tau}{4\eta l} \cdot (R^2 - r^2) \cdot 2\pi r dr = \frac{\pi \Delta P \tau}{2\eta l} (R^2 - r^2) r dr. \quad (8)$$

Чтобы найти весь объем вытекающего газа через поперечное сечение трубы за время τ , проинтегрируем выражение (8) в пределах от 0 до R , получим (9):

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^{R_0} \frac{\pi \Delta P \tau}{2\eta l} (R_0^2 r - r^3) dr = \frac{\pi \Delta P \tau}{2\eta l} \int_0^{R_0} (R_0^2 r - r^3) dr = \frac{\pi \Delta P \tau}{2\eta l} \left(R_0^2 \int_0^{R_0} r dr - \int_0^{R_0} r^3 dr \right) = \\ &= \frac{\pi \Delta P \tau}{2\eta l} \left(R_0^2 \frac{r^2}{2} \Big|_0^{R_0} - \frac{r^4}{4} \Big|_0^{R_0} \right) = \frac{\pi \Delta P \tau}{2\eta l} \left(\frac{R_0^4}{2} - \frac{R_0^4}{4} \right) = \\ &= \frac{\pi \Delta P \tau}{2\eta l} \left(\frac{2R_0^4}{4} - \frac{R_0^4}{4} \right) = \frac{\pi \Delta P \tau}{2\eta l} \frac{R_0^4}{4} = \frac{\pi R_0^4 \Delta P \tau}{8l\eta}. \end{aligned} \quad (9)$$

Из (9) определяем коэффициент вязкости η (10). Это формула физика-физиолога Пуазейля.

$$\eta = \frac{\pi R_0^4 \Delta P \tau}{8lQ} \quad (10)$$

Задание 1. Определение значения коэффициента вязкости воздуха

1. С помощью крана 3 установить в манометре произвольную, но постоянную разность уровней жидкости в интервале расстояний от 2,5 до 5 см.

2. Измерить h_1 , длину водяного столба от нуля вверх (в мм) и h_2 , длину водяного столба от нуля вниз (в мм).

3. Определить время τ истечения 100 мл воды.

4. Вычислить разность давлений по формуле $\Delta P = \rho_v g \Delta h$; где, $\rho_v = 10^3 \text{ кг/м}^3$ – плотность воды, $g = 9,81 \text{ м/с}^2$; Δh – общая разность уровней на манометре.

Не забудьте перевести миллиметры в метры!

5. Вычислить коэффициент вязкости воздуха по формуле Пуазейля:

$$\eta = \frac{\pi R_0^4 \Delta P \tau}{8 l Q}$$

где R_0 – радиус капилляра, l – длина капилляра, Q – объем воды, вытекающей из газометра за время τ . Рекомендуется брать Q равным 100 мл, но при подстановке этого значения в формулу, необходимо переводить внесистемные единицы объема в систему СИ. Значения радиуса и длины капилляра представлены в таблице, размещенной на установке. Результаты измерений и вычислений занести в таблицу 1.

Результаты измерений и вычислений

Номер измерения, i	$h_{\uparrow}, \text{ мм}$	$h_{\downarrow}, \text{ мм}$	$\Delta h, \text{ м}$	$\frac{\Delta P}{\text{Па}}$	$\tau, \text{ с}$	$\eta, \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$	$\Delta \eta_i, \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$	$(\Delta \eta_i)^2, \left(\frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}\right)^2$
1								
...								
10								

6. Найти среднее значение коэффициента вязкости воздуха $\langle \eta \rangle$ (11):

$$\langle \eta \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{10} \eta_i}{10} \quad (11)$$

7. Определить абсолютную погрешность отдельных измерений $\Delta \eta_i$ (12):

$$\Delta \eta_i = \eta_i - \langle \eta \rangle \quad (12)$$

8. Вычислить среднюю квадратичную погрешность серии измерений (13):

$$S_{10} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (\Delta \eta_i)^2}{10 \cdot 9}} \quad (13)$$

9. Определить границы $\Delta\eta$ доверительного интервала, умножив среднюю квадратичную погрешность S_{10} серии измерений на коэффициент $t_{0,95;10}$ Стьюдента для доверительной вероятности 95% при 10 испытаниях (14):

$$\Delta\eta = S_{10} \cdot t_{0,95;10} = S_{10} \cdot 2.262 \quad (14)$$

10. Записать результат в виде: $\eta = \langle \eta \rangle \pm \Delta\eta$.

11. Определить среднюю длину свободного пробега молекулы воздуха, которая определяется выражением (15):

$$\lambda = \frac{3\langle \eta \rangle}{m v n}, \quad (15)$$

v - среднеарифметическую скорость движения молекулы воздуха, определяется соотношением (16):

$$v = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}} \quad (16)$$

CO_2 , $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль;

$R = 8,31$ Дж/(моль К) – универсальная газовая постоянная величина;

$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана; $R = k N_A$;

$N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ – число Авогадро, число единиц в одном моле газа.

T – температура воздуха в Кельвинах.

m – кажущаяся масса одной молекулы воздуха.

n – концентрация молекул воздуха, определяется измерением атмосферного давления P и температуры T окружающей среды (17):

$$p = nkT \quad (17)$$

11. Используя среднюю длину свободного пробега молекулы воздуха λ , определите ее эффективный диаметр (18):

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} n \pi d^2} \quad (18)$$

12. Определить среднее число столкновений Z молекулы воздуха в единицу времени (19):

$$Z = \frac{v}{\lambda}, \quad (19)$$

v - среднеарифметическую скорость движения молекулы воздуха.

13. Рассчитать число Рейнольдса по формуле (20)

$$Re = \frac{\rho Q}{\pi R_0 \tau \eta} \quad (20)$$

ρ – плотность воздуха, R_0 – радиус капилляра, Q – объем воздуха, прошедшего через капилляр за время τ , η – коэффициент вязкости воздуха.

На основании полученного результата сделать вывод о характере течения воздуха в капилляре: ламинарный, переходный или турбулентный.

Контрольные вопросы

1. Что понимают под внутренним трением воздуха?
2. Объяснить происхождение вязкости.
3. Запишите и сформулируйте закон Пуазейля.
4. В каких случаях законно применение формулы Пуазейля?
5. Дайте вывод формулы Пуазейля.
6. Какое течение газа называется ламинарным?
7. В чем состоит физический смысл числа Рейнольдса?
8. С помощью каких параметров проверяется законность предположений о несжимаемости газа и ламинарности течения?
9. От чего зависит коэффициент вязкости газов?
10. Почему при больших объемах вытекающей жидкости разность уровней в коленах манометра не сохраняется постоянной?
11. Напишите выражение для среднеквадратичной скорости молекул идеального газа.
12. Как средняя длина свободного пробега λ молекулы идеального газа зависит от числа z столкновений, испытываемых каждой молекулой в среднем за время одна секунда?
13. В потоке газа, направленном вдоль оси x , скорость v_x газа растет в положительном направлении оси Z . Куда направлен обусловленный неоднородностью v_x поток импульса?
14. Во сколько раз средняя длина свободного пробега λ молекул азота, находящегося при нормальных условиях, больше среднего расстояния между молекулами?
15. Почему при строительстве магистральных газопроводов используют трубы большого диаметра, а не увеличивают давление газа при его транспортировании?

Лабораторная работа М17 «Изучение зависимости коэффициента поверхностного натяжения воды от температуры методом Ребиндера»

Цель работы: определение коэффициента поверхностного натяжения воды при различных температурах.

Приборы и принадлежности:

установка для определения коэффициента поверхностного натяжения воды в зависимости от температуры.

Описание установки:



Рисунок 1. Установка Ребиндера

- 1 - манометр;
- 2 - аспиратор;
- 3 - нагревательный элемент;
- 4 - сосуд с исследуемой жидкостью с боковым отростком и пробиркой;
- 5 - трубка с зауженным концом;
- 6 - термометр;
- 7 - отросток;
- 8 - штатив;
- 9 - стаканы № 1;
- 10 - стаканы № 2;
- 11 - 3-х конечные переходники.

Установка (рисунок 1) состоит из наполненного водой аспиратора 2, соединенного с помощью трехконечных переходников 11 с манометром 1 и верхним воздушным пространством плотно закрытого сосуда 4, содержащего некоторое количество исследуемой жидкости. Через отверстие в пробке в этот сосуд вводится так называемый “кончик” 5, представляющий собой стеклянную трубку, нижний конец которой вытянут так, что выход канала весьма узок. Этот “кончик” помещается на уровне испытуемой жидкости так, чтобы он соприкасался с её поверхностью. Сосуд 4 помещается, для поддержания или изменения температуры, в стакан, наполненный водой 9, который может нагреваться. Свободный отросток переходника 11, способный закрываться, соединяет всю эту систему с атмосферой.

Основные понятия и соотношения.

Поверхностное натяжение на границе жидкость — газ. Силы взаимодействия между молекулами в молекулярных системах очень быстро уменьшаются с увеличением расстояния между ними. Поэтому, начиная с некоторого расстояния r^* силами притяжения между молекулами можно пренебречь. Это расстояние называется *радиусом молекулярного действия*, а сфера радиуса r^* - *сферой молекулярного действия*. Радиус молекулярного действия порядка нескольких диаметров d молекулы ($r^* \sim (3 - 4)d$).

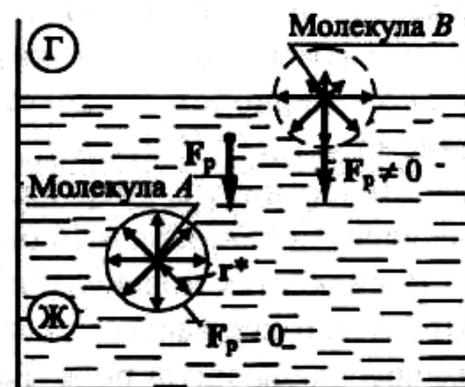


Рисунок 2

Рассмотрим действие молекулярных сил на молекулы, находящиеся внутри жидкости и на ее поверхности (рисунок 2). Равнодействующая всех сил притяжения, действующих со стороны молекул выделенной сферы молекулярного действия на центральную молекулу А, которая находится внутри жидкости, как видно из рисунка, равна нулю (в силу симметрии и однородности жидкости). Иначе обстоит дело с молекулой В, находящейся на поверхности жидкости с резкой границей раздела фаз между однородными жидкостью и газом. Так как плотность молекул над поверхностью жидкости, т.е. в газовой фазе, во много раз меньше их плотности в жидкости, на каждую молекулу, находящуюся на поверхности, будет действовать результирующая сила F_p , направленная внутрь жидкости. Действие молекулярных сил притяжения на молекулы, находящиеся

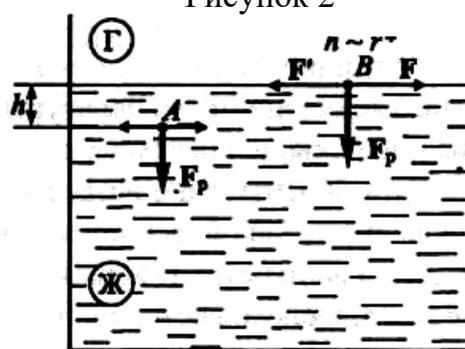


Рисунок 3

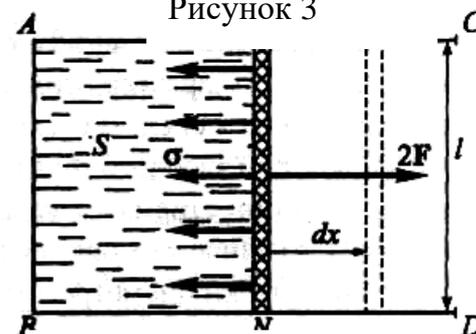


Рисунок 4

в поверхностном слое толщиной порядка нескольких радиусов молекулярного действия, схематично изображено на рисунке 3. Кроме того, на каждую молекулу слоя со стороны соседних молекул действуют силы отталкивания, которые в состоянии термодинамического равновесия не позволяют им перемещаться внутрь жидкости. В результате формируется равновесный переходный слой между жидкостью и газом. Этот тонкий слой находится в таком состоянии, что поверхность жидкости стремится сократиться. В этом отношении ее можно сопоставить с тонкой резиновой пленкой, натянутой изотропно по всем направлениям в плоскости поверхности раздела фаз. Силы, действующие по касательной к поверхности жидкости, называются *силами поверхностного натяжения*. Наличие поверхностного натяжения можно продемонстрировать с помощью мыльных пленок. Если из мыльного раствора достать проволочную рамку, на ней образуется мыльная пленка (рисунок 4). Если проволочная сторона MN рамки может скользить без трения вдоль проволок AC и BD , силы поверхностного натяжения увлекают ее по направлению к стороне AB , а площадь S пленки сокращается. Для того чтобы квазистатически увеличить площадь мыльной пленки, необходимо к проволоке MN приложить силу, равную $2F$ (мыльная пленка имеет две границы с воздухом). При смещении проволоки на dx эта сила совершает работу $\delta A = 2Fdx$, а площадь мыльной пленки увеличивается на $dS = ldx$.

Эта работа в изотермических условиях расходуется на увеличение свободной энергии \tilde{f} (энергии Гельмгольца), относящейся к поверхностному слою на границе между мыльной пленкой и воздухом. Учитывая наличие двух границ раздела,

$$d\tilde{f} = \frac{\delta A}{2} = Fdx = \frac{F}{l} dS \equiv \sigma dS. \quad (1)$$

записываем (\tilde{f} — избыточная энергия поверхности раздела фаз):

Величина σ называется *коэффициентом поверхностного натяжения* на границе жидкость - газ (пар или воздух). Из формулы (1) следуют *энергетическое* и *силовое* определения для σ :

$$\sigma = \frac{d\tilde{f}}{dS} \equiv \frac{\delta A}{dS} \equiv \frac{F}{l}. \quad (2)$$

Таким образом, коэффициент поверхностного натяжения σ численно равен *избыточной свободной энергии, приходящейся на единицу площади поверхности жидкости* ($\sigma = d\tilde{f}/dS$). С другой стороны, можно также сказать, что коэффициент поверхностного натяжения σ численно равен *силе поверхностного натяжения, приложенной к единице длины контура на поверхности жидкости* ($\sigma = F/l = dF/dl$). Следовательно, $[\sigma] = 1 \text{ Дж/м}^2 = 1 \text{ Н/м}$.

Избыточная энергия поверхностного слоя обусловлена тем, что частицы, находящиеся в этом слое, обладают большей потенциальной энергией, чем частицы внутри жидкости. Действительно, молекула, находящаяся в поверхностном

слое, взаимодействует в среднем с меньшим количеством соседей, чем молекула внутри жидкости (рисунок 2). Так как потенциальная энергия сил притяжения является величиной отрицательной, то молекулы в поверхностном слое обладают избытком энергии по отношению к молекулам, находящимся внутри жидкости.

Повышение температуры жидкости или растворение в ней *поверхностно-активных веществ* приводит к уменьшению энергии поверхностного слоя жидкости, что способствует снижению коэффициента поверхностного натяжения σ . При комнатной температуре у большинства жидкостей на границе раздела жидкость - газ коэффициент поверхностного натяжения $\sigma_{ж,г} \approx 0,01-0,05$ Н/м.

Коэффициент поверхностного натяжения зависит от свойств другой фазы, с которой соприкасается жидкость или газ. Поэтому различают поверхностное натяжение $\sigma_{ж,г}$ (жидкость — газ), $\sigma_{ж,т}$ (жидкость—твердое тело), $\sigma_{г,т}$ (газ — твердое тело) и т.д.

Задания для самостоятельной работы.

1. Открыть отросток соединительной трубки 11, устанавливая этим внутри прибора атмосферное давление P_a . Уровни жидкости в коленах манометра 1 выравниваются.

2. Закрывать отросток 7, открыть кран аспиратора 2 так, чтобы можно было легко отсчитать высоты уровней в манометре 1 в момент отрыва пузырька воздуха в сосуде 4.

3. Когда частота образования пузырьков установится, определить разность высот жидкости в коленах манометра (Δh). Отсчет производить не менее чем для десяти пузырьков. Одновременно измерять температуру термометром 6 в стакане 9.

4. Подставив в формулу (3) $\sigma = A\Delta h$ (см. приложение 1), полученное Δh и взятое из таблиц значения σ_0 для комнатной температуры, найти A .

5. Нагревая воду в стакане 9, в который погружен сосуд 4, до 303 К, произвести отсчет Δh через заданные преподавателем ΔT .

6. По формуле (3) найти σ_i для воды при заданных температурах T_i . Результаты занести в таблицу.

7. Определить относительную погрешность σ при $T=303$ К.

8. Построить график зависимости $\sigma=f(T)$.

Приложение 1. Методика измерений.

Если, закрыв отросток, слегка приоткрыть кран аспиратора, то вода начнет медленно вытекать из него. При этом в верхней части аспиратора, а так же в соединенной с ней верхней части сосуда и в левом колене манометра 1 образуется разреженное пространство. При некотором определенном разрежении избыток атмосферного давления притягивает через “кончик” в сосуд пузырек воздуха. Это происходит тогда, когда разность атмосферного давления и давления в сосуде, измеряемое разностью высот уровней жидкости в коленах манометра,

метра Δh , уравнивает давление, вызываемое поверхностным натяжением испытуемой жидкости, стремящийся сжать образующийся пузырек. В момент отрыва пузырька, между σ и Δh , существует соотношение:

$$\sigma = A \cdot \Delta h, \quad (3)$$

где A – коэффициент пропорциональности, зависящий от размеров “кончика”, т.е. величина постоянная для данного прибора.

Для определения A необходима произвести опыт с какой либо жидкостью (водой), поверхностное натяжение которой хорошо известно. Тогда, подставив соответствующие значения σ_0 и Δh в (2) будем иметь: $\sigma_0 = A \cdot \Delta h$. Определив таким образом A из последнего соотношения, можно найти σ по формуле (2) при различных ΔT .

Приложение 2 Термодинамика поверхностного натяжения.

Для увеличения поверхности пленки на dF над ней надо произвести работу σdF . Сама пленка при этом совершает работу $\delta A = -\sigma dF$. По первому началу термодинамики $\delta Q = dU + \delta A$ или $\delta Q = dU - \sigma dF$

Введя энтропию S ($dS = dQ/T$), перепишем это равенство в виде $dU = TdS + \sigma dF$.

Свободная энергия равна $\Psi = U - TS$, а поэтому $d\Psi = -SdT + \sigma dF$.

$$\text{Отсюда } S = -\left(\frac{\partial \Psi}{\partial T}\right)_F, \text{ и следовательно, } \Psi = U + T\left(\frac{\partial \Psi}{\partial T}\right)_F$$

Подставим сюда $\Psi = \sigma F$. Поверхностное натяжение зависит от температуры пленки, но не зависит от ее площади. Поэтому после подстановки получим:

$$U = \left(\sigma - T \frac{d\sigma}{dT}\right) F.$$

Если пленка расширяется изотермически, то ей надо сообщить тепло:

$$Q = \Delta U - \sigma F = -T \frac{d\sigma}{dT} F.$$

Тепло, сообщенное единице поверхности пленки при изотермическом расширении, равно $q = -T \frac{d\sigma}{dT}$.

Оно положительно, потому что, как показывает опыт, величина σ уменьшается с повышением температуры. Величина q называется теплотой образования единицы поверхности пленки.

Контрольные вопросы

1. Чем отличаются состояния молекул на поверхности и внутри жидкости?
2. Каковы особенности поверхностного слоя жидкости? Какова толщина этого слоя?
3. Почему свободная поверхность жидкости сокращается? Как изменяется поверхностная энергия при сокращении площади поверхности?
4. Как объяснить возникновение сил поверхностного натяжения? Как направлена сила поверхностного натяжения?
5. От чего зависит коэффициент поверхностного натяжения? Чем отличаются силы поверхностного натяжения от сил упругости?
6. Почему искривляется свободная поверхность жидкости у стенок сосуда? Какую форму она имеет в капилляре?
7. Почему возникает избыточное давление внутри сферической капли?
8. От чего зависит высота подъема жидкости в капиллярах?
9. Почему у всех веществ поверхностное натяжение уменьшается с температурой?
10. Что представляют собой поверхностно-активные вещества?
11. При каком условии жидкость смачивает твердое тело? (не смачивает?)

Лабораторная работа Т 4. «Определение молярной газовой постоянной»

Цель работы:

экспериментально определить молярную газовую постоянную величину.

Приборы и оборудование:

стеклянная колба, резиновая трубка, винтовой зажим, манометр, насос, весы, термометр, высокоточные весы.

Описание установки.

Экспериментальная установка изображена на рисунке 1. Элементами установки являются: 1- стеклянной колбы для определения массы воздуха; 2 – винтовой зажим на резиновой трубке между манометром и стеклянной колбой; 3 - манометр; 4 – насос.

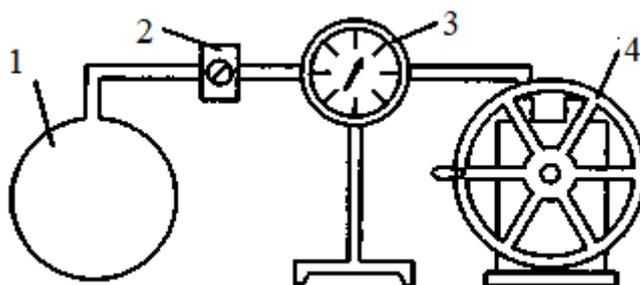


Рисунок 1. Экспериментальная установка для определения молярной газовой постоянной величины

Молярную газовую постоянную можно определить путем сравнения двух разных состояний газа, который находится в стеклянном шаре. Пусть в шаре объемом V при давлении p_1 и температуре T содержится воздух массой m_1 . Состояние газа можно описать уравнением Менделеева-Клапейрона (1):

$$p_1 V = \frac{m_1}{\mu} RT \quad (1)$$

где μ – молярная масса воздуха; R – молярная газовая постоянная.

Откачивая или закачивая в шар воздух без изменения его температуры, можно получить другое состояние газа, которое характеризуется параметрами m_2 , p_2 , V и T . Уравнение Клапейрона - Менделеева для этого случая будет иметь вид

$$p_2 V = \frac{m_2}{M} RT \quad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) имеем (3):

$$(p_2 - p_1)V = \frac{(m_2 - m_1)}{M}RT \quad (3)$$

Из (3) выражаем молярную газовую постоянную величину (4):

$$R = \frac{MV(p_2 - p_1)}{T(m_2 - m_1)} = \frac{MV\Delta p}{T\Delta m} \quad (4)$$

где V – объем шара; $\mu=29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

В эксперименте используется газ азот (N_2), доля которого составляет 78% в компонентном составе окружающего воздуха.

Температура воздуха определяется термометром, а давление газа в шаре – манометром. Для нахождения разности масс Δm необходимо определить массу шара с воздухом для первого и второго состояний.

Порядок выполнения работы

1. С помощью точных весов определите массу стеклянного шара вместе с резиновой трубкой, винтовым зажимом и воздухом, который находится внутри самого шара.

2. Не снимая сосуд с весов, подсоедините, если это не было сделано ранее, стеклянный шар к манометру, как показано на рисунке 1, и поставьте кран манометра и зажим в положение «открыто».

3. Накачайте с помощью насоса воздух в шар до такой степени, чтобы давление в нем повысилось примерно на $0,5 \cdot 10^5$ Па. При накачке следите за показанием весов.

4. Как только показания весов увеличится примерно на 1 грамм, сделайте ещё пять качков и запомните в этот момент показание манометра. После этого закройте кран манометра и зажмите резиновую трубку винтовым зажимом так, чтобы в шар не попадал воздух.

5. Найдите массу Δm закачанного воздуха и по формуле (3) определите молярную газовую постоянную R .

6. Опыт повторите при большем повышении давления Δp в шаре и увеличении его массы на 2 грамма. Найдите среднее значение молярной газовой постоянной R .

7. Подсчитайте погрешности измерений.

8. Полученные результаты запишите в таблицу:

Таблица

μ , кг/моль	V , м ³	Δp , Па	T , К	Δm , кг	R , Дж/(моль·К)

Задание для индивидуальной работы

Предложите другой способ экспериментального определения молярной газовой постоянной. Опишите его и выполните соответствующие измерения молярной газовой постоянной.

Контрольные вопросы

1. Запишите уравнение Клапейрона-Менделеева и охарактеризуйте, входящие в него величины.
2. Что называется молярной газовой постоянной? Каков ее физический смысл?
3. Каково значение молярной газовой постоянной? Получите ее размерность.
4. Выведите формулу для экспериментального определения молярной газовой постоянной.
5. Для чего необходим манометр в данной работе?
6. Расскажите об устройстве и принципе действия механического манометра.
7. Каковы значения постоянной Больцмана и числа Авогадро?
8. Запишите равенство, связывающее молярную газовую постоянную, постоянную Больцмана и число Авогадро.
9. Выведите формулу для расчета погрешностей результата измерений молярной газовой постоянной.
10. Расскажите об устройстве и принципе действия форвакуумного насоса.

3. РАЗДЕЛ КОНТРОЛЯ КОМПЕТЕНЦИЙ СТУДЕНТОВ

3.1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ К ЭКЗАМЕНУ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ФИЗИКА» РАЗДЕЛОВ МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

1. Кинематика. Кинематические параметры: расстояния, скорости и ускорения в поступательном движении.

2. Кинематические параметры: угла, угловой скорости и углового ускорения во вращательном движении.

3. Аналогия уравнений кинематических параметров в поступательном и вращательном движениях.

4. Динамика. Динамические параметры и законы поступательного движения: масса, сила, импульс.

5. Динамические параметры и законы во вращательном движении: момент инерции, момент силы, момент импульса. Теорема Гюйгенса – Штейнера.

6. Аналогия уравнений динамики поступательного и вращательного движений.

7. Колебания. Уравнение колебаний. Основные параметры колебаний. Математический и физический маятники.

8. Вынужденные колебания. Резонанс.

9. Энергетические параметры поступательного и вращательного движений (работа, энергия) и, аналогия их уравнений.

10. Молекулярная физика. Основные параметры молекулярной физики: давление, температура, объем, плотность вещества, концентрация вещества, моль, число степеней свободы молекулы.

11. Постоянные величины в молекулярной физике и их связанность: число Авогадро, универсальная газовая постоянная, постоянная Больцмана.

12. Объединенный газовый закон. Процессы в молекулярной физике: изотермический, изохорический и изобарический. Уравнение Менделеева-Клапейрона.

13. Описание изо- процессов в координатах P, V, T . Адиабатический процесс. Уравнение Пуассона. Показатель адиабаты.

14. Первое начало термодинамики. Теплота, внутренняя энергия и работа в термодинамике.

15. Теплота, внутренняя энергия и работа в термодинамике в изо- процессах и адиабатическом процессе.

16. Циклы. Цикл Карно. Коэффициент полезного действия тепловой машины. Холодильная машина.

17. Механика сплошных сред. Уравнение движения и равновесия жидкости. Гидростатика несжимаемой жидкости.

18. Стационарное движение идеальной жидкости. Уравнение Бернулли. Вязкость жидкости.

Письменные задание экзамена (примерное)

Экзаменационные задания по физике. Механика.

1. Две материальные точки движутся в одной системе отсчета согласно уравнениям: $x_1=5+6t-4,4t^2$; $x_2=4+7t+0,5t^2$. В какой момент времени скорости этих точек будут одинаковы? Найти скорости и ускорения этих точек в этот момент времени.

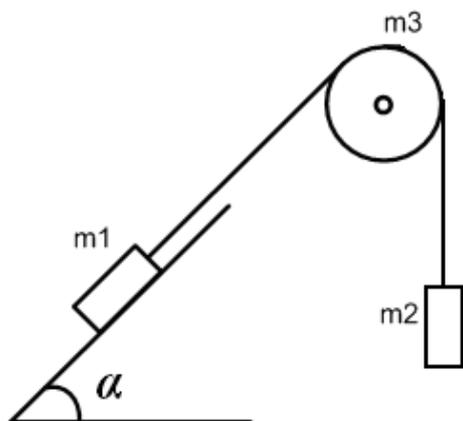


Рис. 1

2. Грузы массами $m_1=4\text{кг}$ и $m_2=0,7\text{кг}$ соединены через невесомую нерастяжимую нить и находятся в движении (Рис.1). Блок массой $m_3=0,2\text{ кг}$, сплошной цилиндр радиусом $r_3=0,15\text{м}$. При движении нити по блокам не проскальзывают, участки нитей для тел на наклонных плоскостях параллельны плоскостям, коэффициент трения тел о плоскость равен $\mu=0,15$. Движение начинается из состояния покоя. Найти линейные ускорения грузов массами m_1 и m_2 , а так же угловое ускорение блока массой m_3 , если $\alpha=45^\circ$.

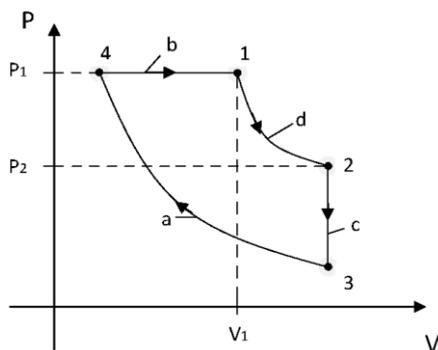


Рис. 2

3. На рис 2. приведен цикл, осуществляемый со смесью, состоящей из газа Кг массой $m_1=50\text{г}$ и газа H_2 массой $m_2=4\text{г}$, которые считаются идеальными. Цикл состоит из: а – изотерма, b – изобара, с – изохора, d – адиабата. Значения $P_1=550\text{кПа}$, $P_2=400\text{кПа}$ и $V_1=45\text{л}$. Найти кажущуюся молярную массу смеси и эквивалентное число степеней свободы смеси, а также показатель адиабаты смеси. Найти параметры P, V, T в точках 1; 2; 3 и 4 цикла. Один из P, V параметров может быть задан.

4. Амплитуда гармонических колебаний A материальной точки массой $m = 20\text{ г}$ равна 10 см . Частота колебаний, $\nu = 2\text{ Гц}$. Найти: 1) скорость v точки в момент времени, когда смещение $x = 5\text{ см}$; 2) максимальную силу F_{max} , действующую на точку; 3) полную энергию E колеблющейся точки.

5. Кинематические параметры поступательного движения: пройденный путь, перемещение, скорость, ускорение.

6. Уравнение Менделеева-Клапейрона. Объединенный газовый закон.

Контрольная работа 1

Кинематика поступательного и вращательного движений

(примерные задания)

1. Законы движения материальной точки вдоль осей X и Y представлены уравнениями: $x = 5 + 2t + 1,5 t^2$ (м); $y = 18 + 0,25 t^3$ (м). Найти полное, тангенциальное и нормальное ускорения точки в момент времени $t = 1,3$ с. Определить радиус кривизны траектории криволинейного движения.

2. Маховое колесо радиуса $R = 0,3$ м начинает вращаться равноускоренно из состояния покоя; через 1 минуту после начала движения оно имеет угловую скорость $32,5 \text{ рад/с}$. Определить угловое ускорение колеса, число оборотов за 1 мин, линейные скорость и ускорение точки на ободе колеса за это же время после начала движения.

3. Из отверстия шланга, прикрытого пальцем, бьют две струи воды под углом $\alpha_1 = 30^\circ$ и $\alpha_2 = 60^\circ$ к горизонту с одинаковой начальной скоростью $v_0 = 4,73 \text{ м/с}$. На каком расстоянии по горизонтали струи пересекутся?

Контрольная работа 2

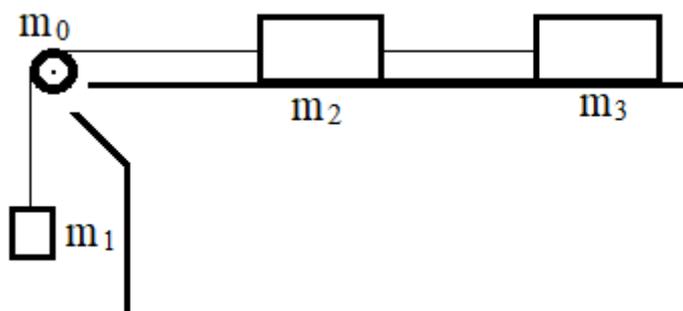
Динамика поступательного и вращательного движений

(примерные задания)

1. Наклонная плоскость составляет с горизонтом угол $\alpha = 40^\circ$. По наклонной плоскости, длина которой S_1 , соскальзывает тело с начальной нулевой начальной скоростью. Тело переместилось на горизонтальную поверхность и после этого прошло еще расстояние $S_2 = 2,3$ м. Коэффициент трения на всем пути движения тела $k = 0,15$. Определите длину наклонной плоскости S_1 .

Задачу решить на основе законов кинематики, динамики и закона сохранения энергии.

3. Тела массами: $m_1 = 3 \text{ кг}$; $m_2 = 0,8 \text{ кг}$ и $m_3 = 0,3 \text{ кг}$ составляют механическую систему, представленную на рисунке 1. При этом блок системы – весомый цилиндр и его масса $m_0 = 0,3 \text{ кг}$. Тела соединены между собой гибкой невесомой и нитью и могут двигаться под действием груза массой m_1 . Коэффициент трения скольжения k между горизонтальной поверхностью и телами массами m_2 и m_3 составляет – $0,15$. Блок массой m_0 является однородным. Определить ускорение, с которым будут двигаться тела, если их привести в движение посредством тела



массой m_1 . Найти силы натяжения нитей на всех участках соединений. Трением на оси блока пренебречь. Движение нити – без проскальзывания.

Рисунок 1. Система движущихся тел

3. Шары массами $m_1 = 100 \text{ г}$ и $m_2 = 120 \text{ г}$ с радиусами $r_1 = 10 \text{ см}$ и $r_2 = 15 \text{ см}$, соответственно, скреплены стержнем длиной $L = 50 \text{ см}$ и находятся на концах стержня. На середине стержня находится ось вращения, относительно которой система может вращаться. Определить момент инерции системы относительно оси вращения, если масса стержня $m_3 = 1 \text{ кг}$.

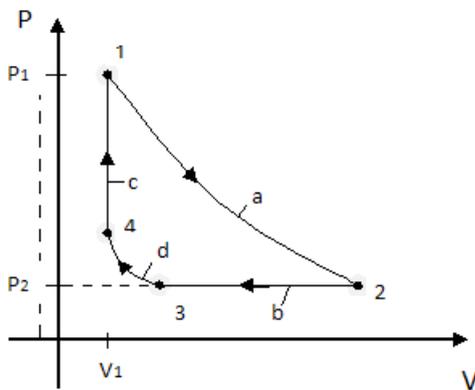
Контрольная работа 3

Молекулярная физика и динамика сплошных сред (примерные задания)

1. На рисунке 2 приведен термодинамический цикл, осуществляемый со смесью газов, состоящей из газа гелия He массой $m_1 = 5 \text{ г}$ и, газа дейтерий H_2 массой $m_2 = 2 \text{ г}$. Газы считаются идеальными. Цикл состоит из компонент: а – изотерма, b – изобара, c – изохора, d – адиабата.

Значения параметров цикла в некоторых его точках: $P_1 = 550 \text{ кПа}$, $P_2 = 300 \text{ кПа}$ и $V_1 = 45 \text{ л}$.

Найти кажущуюся молярную массу смеси и эквивалентное число степеней свободы этой смеси.



Определить показатель адиабаты смеси.

Записать уравнения для всех процессов цикла.

Найти параметры P , V , T в точках 1; 2; 3 и 4 термодинамического цикла.

Один из P, V параметров может быть задан.

Рисунок 2. Термодинамический цикл в координатах P, V смеси газов гелия и дейтерия.

2. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Температура теплоотдатчика $T_1 = 500 \text{ К}$, температура теплоприемника $T_2 = 250 \text{ К}$. Определить КПД цикла, а так же работу A_1 рабочего вещества при изотермическом расширении, если при изотермическом сжатии совершена работа $A_2 = 70 \text{ Дж}$.

3. Глицерин поднялся в капиллярной трубке диаметром канала $d = 1 \text{ мм}$ на высоту $h = 20 \text{ мм}$. Определить поверхностное натяжение α глицерина. Считать смачивание полным.

4. ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЙ РАЗДЕЛ
**4.1 УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ «МЕТРОЛОГИЯ, СТАН-
ДАРТИЗАЦИЯ И СЕРТИФИКАЦИЯ В РАДИОЭЛЕКТРОНИКЕ»**

«Брестский государственный технический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор БрГТУ

_____ М.В. Нерода

« » _____ 2023 г.

Регистрационный № УД-23-2-091/уч.
от 21.12.23

Физика

Учебная программа учреждения высшего образования по учебной дисциплине
для специальности:

6-05-0811-03 Мелиорация и водное хозяйство

2023 г.

Учебная программа составлена на основе учебного плана специальности б-05-0811-03 Мелиорация и водное хозяйство

СОСТАВИТЕЛЬ:

Маркевич Константин Михайлович - старший преподаватель кафедры физики БрГТУ

Рецензенты:

А.В. Демидчик – заведующий кафедрой общей и теоретической физики, кандидат ф/м наук, доцент БрГУ им. А.С. Пушкина

К.А. Глушко – и.о. заведующего кафедрой природообустройства, кандидат т/н, доцент БрГТУ

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой физики БрГТУ

Заведующая кафедрой физики:

(протокол № _____ от _____ 2023г)

Т.Л. Кушнер

Методической комиссией факультета инженерных систем и экологии

Председатель методической комиссии:

(протокол № _____ от _____ 2023г)

В.Г. Новосельцев

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Изучение физики создает теоретическую базу для последующего приобретения студентами профессионального образования практически во всех областях инженерной деятельности и, особенно, в различных отраслях электроники, радиотехники, машиностроения. Очевидно, что получение высшего технического образования сегодня предполагает более интенсивное и глубокое изучение физики как основы развития современной науки, техники и высоких технологий.

Основной методологической задачей курса является систематизация и обобщение знаний обучающихся с точки зрения общих идей, соответствующих современному уровню развития науки, а именно: о единстве мира, о фундаментальности вероятностных закономерностей, всеобщности принципа симметрии, принципа соответствия идей, формирующих приемы мышления.

В процессе изучения физики происходит формирование научного типа мышления, которое является универсальным, обеспечивает объективность результата в любой деятельности и связано с творчеством.

Цели преподавания учебной дисциплины:

- изучение основных понятий, законов, принципов и теорий классической и квантовой физики;
- изучение основных физических явлений и процессов и их трактовка с точки зрения современных научных представлений;
- формирование современного физического мышления и научного мировоззрения;
- ознакомление с методами физических исследований.

Задачи учебной дисциплины:

- создание у студентов достаточно широкой теоретической подготовки в области физики, позволяющей будущим инженерам ориентироваться в потоке научной и технической информации и обеспечивающей им возможность использования знаний по физике в технике;
- обеспечение определенной методологической подготовки, позволяющей понимать процесс познания и структуру научного знания, использовать различные физические понятия, определять границы применимости принципов, законов и теорий;
- ознакомление с современной научной аппаратурой, формирование навыков проведения физического эксперимента;
- овладение примерами и методами решения конкретных задач из отдельных разделов физики;
- формирование умения оценивать степень достоверности результатов, полученных в экспериментальных или теоретических исследованиях.

В результате изучения учебной дисциплины «Физика» у студентов формируются следующие академические (АК) и социально-личностные (СЛК) компетенции:

- АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.
- АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.
- АК-3. Владеть исследовательскими навыками.
- АК-4. Уметь работать самостоятельно.
- АК-5. Быть способным порождать новые идеи, обладать креативностью.
- АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.
- АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.
- АК-10. Использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности.
- АК-14. На научной основе организовывать свой труд, самостоятельно оценивать результаты своей деятельности.
- СЛК-1. Обладать качествами гражданственности.
- СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.
- СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.
- СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.
- СЛК-6. Уметь работать в команде.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- основные понятия, законы и физические модели электричества и магнетизма, оптики и электродинамики.
- новейшие достижения в области физики и перспективы их использования для развития материальной базы информатики;

уметь:

- использовать основные законы физики в инженерной деятельности при разработке новых методов записи, хранения и передачи информации;
- использовать методы теоретического и экспериментального исследования при решении физических задач информатики;
- использовать методы численной оценки порядка величин, характерных для различных прикладных разделов физической информатики;

владеть:

- методами экспериментальной и теоретической физики в целях разработки физических основ устройств записи, хранения и передачи информации
- физическими принципами кодирования информации в различных информационных системах;
- навыками работы по оценке состояния и тенденций развития носителей информации.

Связь с другими учебными дисциплинами

Учебная дисциплина «Физика» относится к циклу естественнонаучных дисциплин (государственный компонент), программа которой разработана на основе компетентностного подхода и требований к формированию компетенций, сформулированных в образовательных стандартах.

Школьный предмет «Физика» является базой для изучения дисциплины «Физика» в учреждении высшего образования. Учебная дисциплина «Физика» связана с дисциплинами компонента учреждения высшего образования «Теория электрических цепей» и «Электронные приборы», а также со следующими разделами дисциплины «Математика»:

- элементы линейной алгебры и аналитической геометрии;
- элементы интегрально-дифференциального исчисления функций одной и нескольких переменных;
- элементы теории дифференциальных уравнений;
- векторный анализ.

План учебной дисциплины для дневной формы получения высшего образования

Код специальности (направления специальности)	Наименование специальности (направления специальности)	Курс	Семестр	Всего учебных часов	Количество зачетных единиц	Аудиторных часов (в соответствии с учебным планом УВО)					Академических часов на курсовой проект (работу)	Форма текущей аттестации
						Всего	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Семинары		
6-05-0811-03	Мелиорация и водное хозяйство	1	1	248	3	136	34	17	17			экзамен
		1	2		3		34	17	17			зачет

1. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

1.1 ЛЕКЦИОННЫЕ ЗАНЯТИЯ, ИХ СОДЕРЖАНИЕ

Раздел 1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ. ТЕРМОДИНАМИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Тема 1. Предмет физики. Роль физики в становлении инженера. Методы физического исследования: опыт, гипотеза эксперимент, теория. Задачи физики. Физика как фундаментальная наука.

Механика. Задачи механики. Кинематика. Система отсчета. Описание движения материальной точки в кинематике. Поступательное движение. Параметры поступательного движения: координата местоположения, скорость, ускорение.

Тема 2. Вращательное движение. Параметры вращательного движения: угловая скорость, угловое ускорение. Криволинейное движение. Скорость и ускорение при криволинейном движении. Тангенциальное и нормальные ускорения. Аналогия законов кинематики поступательного и вращательного движений.

Тема 3. Основная задача динамики. Центр инерции. Движение центра инерции. Параметры динамической системы в поступательном движении: масса, сила, импульс, степень свободы. Инерциальная система отсчета. Законы Ньютона в классической механике. Импульс.

Тема 4. Динамика вращательного движения. Основные понятия и параметры динамики вращательного движения твердого тела: неподвижная точка, ось вращения, момент инерции, момент силы, момент импульса. Теорема Штейнера.

Тема 5. Момент импульса и момент силы относительно неподвижной точки и оси. Уравнение динамики вращательного движения. Аналогия законов динамики для поступательного и вращательного движений в механике.

Тема 6. Работа в физике поступательного движения. Энергия. Кинетическая и потенциальная энергии в поступательном движении. Работа в консервативных системах. Мощность физической системы. Работа, энергия и мощность физической системы во вращательном движении.

Тема 7. Работа, энергия и мощность для вращательного движения. Аналогия законов динамики для поступательного и вращательного движений.

Тема 8. Законы сохранения (импульса, момента импульса, энергии) в механике. Упругий и неупругий удар. Закон сохранения импульса для упругого и неупругого ударов. Закон сохранения момента импульса. Аналогия законов сохранения импульса в механике. Закон сохранения энергии для поступательного и вращательного движений.

Тема 9. Гармонические колебания в механике. Основные параметры колебательного процесса: амплитуда, частота, фаза, начальная фаза колебаний, период. Уравнения свободных незатухающих колебаний математического маятника и его решение.

Тема 10. Физический маятник. Уравнения незатухающих колебаний физического маятника и его решение. Приведенная длина физического маятника. Колебания в вязкой среде.

Тема 11. Свободные колебания физической системы в вязкой среде. Вынужденные колебания. Математическое описание вынужденных колебаний в вязкой среде и его решение. Частотные свойства колебательной системы. Резонанс.

Тема 12. Свойства жидкостей и газов. Идеальная и вязкая жидкости. Уравнение движения и равновесия жидкости. Гидростатика несжимаемой

жидкости. Стационарное движение идеальной жидкости. Уравнение Бернулли. Вязкость. Течение вязкой жидкости по трубе. Формула Пуазейля. Ньютоновы, неньютоновы и вязкопластчные жидкости.

Тема 13. Основы молекулярной физики. Предмет, цели и задачи молекулярной физики. Ее подходы к изучению процессов и явлений природы. Основные понятия и определения молекулярной физики. Молекулярно-кинетическая теория идеальных газов. Объединенный газовый закон и опытные законы идеального газа. Уравнение Менделеева-Клайперона. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов.

Тема 14. Термодинамические методы в молекулярной физике. Обратимые и необратимые процессы. Первый закон термодинамики. Внутренняя энергия. Работа газа при изохорическом, изобарическом и изотермическом процессах. Внутренняя энергия газа. Степени свободы идеального газа.

Тема 15. Теплоемкость газа, удельная теплоемкость газа, теплоемкость газа при постоянном объеме и давлении. Первый закон термодинамики. Первый закон термодинамики при изохорическом, изобарическом и изотермическом процессах. Адиабатический процесс. Уравнение адиабатического процесса. Первый закон термодинамики для адиабатического процесса.

Тема 16. Круговые процессы. Описание процессов в диаграммах PV , PT и VT . Тепловые двигатели. Цикл Карно. Работа термодинамической системы за цикл. Энтропия.

Тема 17. Статистические методы в молекулярной физике. Распределение Максвелла молекул по скоростям. Распределение молекул по кинетическим энергиям. Распределение Больцмана. Барометрическая формула. Распределение частиц во внешнем потенциальном поле.

1.2. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ, ИХ СОДЕРЖАНИЕ

Целью практических занятий является закрепление теоретического курса, приобретение навыков решения задач, активизация самостоятельной работы студентов.

№	Название практического занятия	Содержание
1	Кинематика материальной точки и абсолютно твёрдого тела в поступательном движении	Основные физические величины и понятия, используемые в кинематике. Векторные величины и операции с векторами. Основная задача кинематики. Кинематика движения материальной точки и абсолютно твёрдого тела в поступательном движении.

2	Криволинейное движение. Движение материальной точки и физического тела по окружности	Полное, тангенциальное и нормальное ускорения материальной точки в криволинейном движении. Угловая скорость. Угловое ускорение. Связь между угловыми и линейными скоростями и ускорениями во вращательном движении твердого тела.
3	Динамика материальной точки и физического тела	Основная задача динамики. Основные величины и понятия, используемые в динамике. Законы Ньютона. Динамика прямолинейного и криволинейного движения.
4	Законы сохранения энергии и импульса в поступательном движении	Силы внутренние и внешние. Замкнутая система. Сохраняющиеся величины. Импульс силы. Закон сохранения импульса системы материальных точек. Центр масс. Силы трения и сопротивления в движении физических тел.
5	Динамика вращательного движения	Момент инерции. Теорема Штейнера. Основное уравнение динамики вращательного движения тела вокруг неподвижной оси.
6	Свободные механические колебания	Собственные колебания. Гармонические колебания. Динамическое и кинематическое уравнения гармонических колебаний. Пружинный, математический и физический маятники. Энергия гармонического осциллятора. Гармонические крутильные колебания.
7	Молекулярная физика	Молекулярно-кинетическая теория идеального газа. Уравнение состояния для изотермического, изохорического, изобарического и адиабатического процессов.
8	Законы термодинамики	Термодинамический цикл. КПД цикла (тепловой машины). Цикл Карно. КПД цикла Карно (идеальной тепловой машины).
9	Механика в примерах и задачах	Комплексная задача с наклонной плоскостью (плоскостями) для кинематических и динамических процессов в системе с поступательным и вращательным движениями. Комплексная задача для определения КПД системы, реализующей изотермический, изохорический, изобарический и адиабатический процессы.

1.3. ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ, ИХ НАЗВАНИЕ

Основная цель проведения лабораторных занятий состоит в закреплении теоретического материала курса, приобретении навыков выполнения эксперимента, обработки экспериментальных данных, анализа результатов, грамотного оформления отчётов.

Механика:

1. М-1. Изучение теории погрешностей и кинематики материальной точки.
2. М-2. Изучение законов и определение характеристик поступательного и вращательного движения на машине Атвуда.
3. М-3. Изучение упругого удара шаров.
4. М-4. Определение скорости пули при помощи крутильного баллистического маятника.
5. М-5. Изучение законов динамики вращательного движения твёрдого тела вокруг неподвижной оси на маятнике Обербека.
6. М-6. Определение моментов инерции твёрдых тел с помощью крутильного маятника.
7. М-7. Изучение физического и математического маятников.
8. М-9. Диск Максвелла.
9. М-18. Измерение моментов инерции твердых тел, проверка теоремы Штейнера.
10. М-19. Определение моментов инерции твердых тел.

Молекулярная физика и термодинамика:

11. Мол-10. Изучение газовых законов, определение показателя адиабаты и политропы.
12. ТМО-3. Определение коэффициента теплопроводности воздуха.
13. Мол-16. Изучение распределения Больцмана.
14. Мол-17. Изучение зависимости коэффициента поверхностного натяжения воды от температуры.
15. Мол-20. Определение коэффициента вязкости жидкости методом Стокса.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ

1 – семестр

Номер темы	Название раздела, темы, занятия и вопросы, которые изучаются по теме	Количество часов				Метод. обеспече-е	Контроль знаний
		Лек-ции	Практ. работы	Лабор. работы	Сам. работа		
1	Введение	1					
	Предмет физики. Физика как фундаментальная наука.	1			3		а
2	Кинематика поступательного и вращательного движений.	5	2	2	5		
	Механика. Задачи механики. Кинематика. Система отсчета.	1			1	3.3.5.1	а, д
	Описание движения материальной точки в кинематике. Поступательное движение. Параметры поступательного движения: координата местоположения, скорость, ускорение.	2	1	1	2	3.3.3 3.3.4.1 3.3.4.2 3.3.5.1	а-г
	Криволинейное движение. Скорость и ускорение при криволинейном движении. Тангенциальное и нормальные ускорения. Аналогия законов кинематики поступательного и вращательного движений.	2	1	1	2	3.3.3 3.3.4.2	а-г
3	Динамика поступательного и вращательного движений.	6	4	4	10		
	Основная задача динамики. Центр инерции. Параметры динамической системы в поступательном движении: масса, сила, импульс, степень свободы. Законы Ньютона в классической механике. Импульс.	2	2	2	4		а-д
	Динамика вращательного движения, основные понятия и параметры: неподвижная точка, ось вращения, момент инерции, момент силы, момент импульса. Теорема Штейнера. Момент силы и момент импульса. Основное уравнение динамики вращательного движения. Аналогия законов движения для поступательного и вращательного движений.	4	2	2	6	3.3.5.2 3.3.5.3 3.3.4.7	б-д
4	Работа. Энергия. Мощность.	2	2		6		
	Работа в физике поступательного движения. Энергия. Кинетическая и потенциальная энергии в поступательном движении. Мощность. Работа, энергия и мощность физической системы во вращательном движении. Аналогия работы, энер-	2	2		6	3.3.5.2 3.3.5.3 3.3.4.7	а-д

	гии и мощности для поступательного и вращательного движений.						
5	Законы сохранения импульса, момента импульса, энергии.	4	2	2	10		
	Упругий и неупругий удар. Закон сохранения импульса для упругого и неупругого ударов.	2	2	2	5	3.2.1.3 3.3.4.4	б-д
	Закон сохранения момента импульса. Аналогия законов сохранения импульса в механике. Закон сохранения энергии для поступательного и вращательного движений.	2		1	5	3.3.4.5	б-д
6	Физика колебаний и волн	4	2	2	10		
	Гармонические колебания в механике. Основные параметры колебательного процесса: амплитуда, частота, фаза, начальная фаза колебаний, период. Уравнения свободных незатухающих колебаний математического маятника.	2	2	1	5	3.3.4.5 3.3.4.6 3.3.5.4	б,г
	Физический маятник. Уравнения незатухающих колебаний физического маятника и его решение. Приведенная длина физического маятника. Колебания в вязкой среде. Вынужденные колебания. Частотные свойства колебательной системы. Резонанс.	2		1	5		г
7	Основы механики сплошных сред	2	2	2	6		
	Свойства жидкостей и газов. Идеальная и вязкая жидкости. Уравнение движения и равновесия жидкости. Гидростатика несжимаемой жидкости. Стационарное движение идеальной жидкости. Уравнение Бернулли. Вязкость. Течение вязкой жидкости по трубе. Формула Пуазейля. Ньютоновы, неньютоновы и вязкопластчные жидкости.	2		2	6	3.3.5. 10 3.3.5. 11	г
8	Основы молекулярной физики	2	2	2	4		
	Предмет и задачи молекулярной физики; ее подходы к изучению явлений природы, понятия и определения. Молекулярно-кинетическая теория идеальных газов. Объединенный газовый закон и опытные законы идеального газа. Уравнение Менделеева-Клапейрона. Работа и энергия идеальных газов.	2	2	2	4	3.3.3	а-г
	Статистические методы в молекулярной физике	2		2	4		

9	Распределение Максвелла. Распределение молекул по скоростям и кинетическим энергиям. Экспериментальная проверка распределения молекул по скоростям. Распределение Больцмана. Барометрическая формула. Распределение частиц во внешнем потенциальном поле.	2		2	4	3.3.5.7 3.3.5.8	б-д
10	Термодинамические методы в молекулярной физике	6	2	2	5		
	Обратимые и необратимые процессы. Первый закон термодинамики. Внутренняя энергия. Работа газа при изохорическом, изобарическом и изотермическом процессах.	2	1	1	1		г
	Степени свободы идеального газа. Теплоемкость газа, удельная теплоемкость газа, теплоемкость газа при постоянном объеме и давлении.	2			1	3.3.3	б,г
	Адиабатический процесс. Уравнение адиабатического процесса. Первый закон термодинамики для адиабатического процессов. Круговые процессы. Описание процессов в диаграммах PV , PT и VT . Тепловые двигатели. Цикл Карно. Работы системы за цикл. Энтропия. Второй закон термодинамики.	2	1	1	1		б,г

- * а) опрос на лекции в форме мини- контрольной работы
б) письменная самостоятельная работа на практическом занятии
в) письменная контрольная работа по материалам раздела
г) защита лабораторной работы
д) индивидуальная консультация

4. ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

4.1. Перечень литературы Основная

1. Трофимова, Т. И. Курс физики : учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – М. : Издательский центр «Академия», 2006. – 560 с.
2. Наркевич, И. И. Физика : учебник / И. И. Наркевич, Э. И. Волмянский, С. И. Лобко. – Мн. : Новое знание, 2004. – 679 с.
3. Ташлыкова-Бушкевич, И. И. Физика : учеб. пособие в 2 ч. / И. И. Ташлыкова-Бушкевич. – Минск : АСАР, 2014. – Ч. 1. Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Электричество и магнетизм.– 288 с.
4. Савельев, И. В. Курс физики : учебник / И. В. Савельев. – М. : Наука, 1989. – Т. 1. Механика. Молекулярная физика. – 352 с.

5. Ветрова, В. Т. Физика: сборник задач : учеб. пособие / В. Т. Ветрова. – Минск : Вышэйшая школа, 2015. – 443 с.

Дополнительная

1. Трофимова, Т. И. [Краткий курс физики : учеб. пособие / Т. И. Трофимова. – М. : Высшая школа, 2006. – 352 с.](#)

6. Волькенштейн, В. С. Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – М. : Наука, 1985. – 384 с.

7. Чертов, А. Г. Задачник по физике / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – М. : Высшая школа, 1988. – 526 с.

4.2. Перечень компьютерных программ, наглядных и других пособий, методических указаний и материалов, технических средств обучения, оборудования для выполнения лабораторных работ

Перечень компьютерных программ

Компьютерные программы, используемые в лабораторном практикуме «Физика», находятся в локальной компьютерной сети университета по адресу: U:\phys\Labor.

Методические указания и материалы

1. Барковская, М. М. Физика I. Методические рекомендации для практических занятий по физике с индивидуальными заданиями / М. М. Барковская, А. А. Гладыщук, О. Ф. Савчук. – Брест : БрГТУ, 2019. – 62 с.

2. Чопчиц, Н. И. Комплексные задачи по физике : учебное издание / Н. И. Чопчиц, И. С. Янусик. – Брест : БрГТУ, 2014. – 107 с.

3. [Чопчиц, Н. И.] Задачи Чопчица : учеб. издание / [Н. И. Чопчиц], Г. С. Кандилян. – Брест : БрГТУ, 2014. – 37 с.

4. Чопчиц, Н. И. Лабораторный физический практикум «Механика» : метод. пособие / Н. И. Чопчиц, А. А. Гладыщук, И. С. Янусик. – Брест : БрГТУ, 2011. – 80 с.

5. Гладковский, В. И. Пособие для самостоятельной работы по курсу «Физика» : учеб. пособие / В. И. Гладковский. – Брест : БрГТУ, 2009. – 107 с.

6. Хуснутдинова, В. Я. Определение коэффициента поверхностного натяжения жидкостей : метод. указания / В. Я. Хуснутдинова [и др.]. – Брест : БрГТУ, 2016. – 28 с.

7. Гладковский, В. И. Мол-13 "Определение коэффициента вязкости воздуха" : метод. указания / В. И. Гладковский. – Брест : БрГТУ, 2015. – 13 с.

8. Гладковский, В. И. Лабораторная работа М10 "Изучение газовых законов. Определение показателя адиабаты и политропы" : метод. указания / В. И. Гладковский, В. Я. Хуснутдинова, [Н. И. Чопчиц]. – Брест : БрГТУ, 2013. – 15 с.

9. Гладковский, В. И. Лабораторная работа М16 "Изучение распределения Больцмана" : метод. указания / В. И. Гладковский, В. Я. Хуснутдинова, [Н. И. Чопчиц]. – Брест : БрГТУ, 2013. – 10 с.

10. Кандилян, Г. С. Лабораторная работа Мол-20 "Определение коэффициента вязкости жидкости методом Стокса" : метод. указания / Г. С. Кандилян, В. Я. Хуснутдинова, И. С. Янусик. – Брест : БрГТУ, 2012. – 13 с.

11. Чугунов, С. В. Лабораторная работа М21 «Изучение зависимости кипения воды от внешнего давления» по дисциплине «Физика» : метод. указания / С. В. Чугунов, Н. И. Чопчиц, И. С. Янусик. – Брест : БрГТУ, 2007. – 12 с.

12. Гладковский, В. И. М-9 «Диск Максвелла» : метод. указания / В. И. Гладковский, Н. И. Чопчиц. – Брест : БрГТУ, 2001. – 19 с.

Демонстрационные установки, используемые при чтении лекций

1. Зависимость формы траектории от выбора системы отсчёта.
2. Поступательное и вращательное движение твёрдого тела.
3. Демонстрация инерции тела.
4. Демонстрация взаимодействия тел на воздушной подушке.
5. Движение центра инерции.
6. Демонстрация закона сохранения механической энергии с помощью пружинного маятника.
7. Скатывание тел.
8. Гармонические колебания груза на пружине.
9. Биения.
10. Поведение тел на вращающейся платформе.
11. Поведение тел на ускоренно движущейся тележке.
12. Ламинарное и турбулентное течение.

Оборудование для выполнения лабораторных работ

1. Лабораторная установка «Машина Атвуда».
2. Лабораторная установка для изучения упругого удара шаров.
3. Лабораторная установка для определения скорости пули с помощью баллистического маятника.
4. Лабораторная установка «Прибор Обербека».
5. Лабораторная установка для определения моментов инерции твёрдых тел с помощью крутильного маятника.
6. Лабораторная установка «Математический и обратный маятники».
7. Лабораторная установка для определения коэффициента трения качения.
8. Лабораторная установка для определения коэффициента вязкости жидкости.
9. Лабораторная установка для определения коэффициента теплопроводности воздуха.
10. Лабораторная установка для определения коэффициента вязкости газа.

11. Лабораторная установка для изучения распределения Больцмана.
12. Лабораторная установка для определения коэффициента поверхностного натяжения.

Перечень типовых расчетов

1. Кинематика, динамика и законы сохранения.
2. Молекулярная физика и термодинамика.

Перечень контрольных работ, их содержание

Основная цель контрольной работы состоит в проверке усвоения студентами заочной и дистанционной форм обучения теоретического материала курса.

№	Наименование контрольной работы	Содержание
1	Механика	Кинематика. Динамика. Законы сохранения в механике. Механика твердого тела.
2	Молекулярная физика и термодинамика	Основы молекулярной физики и термодинамики.

4.3. Перечень средств диагностики результатов учебной деятельности

Для промежуточного контроля по учебной дисциплине «Физика» и диагностики академических и социально-личностных компетенций (знаний и умений) студентов используются следующие диагностические формы:

1. собеседование;
2. коллоквиумы;
3. контрольные работы;
4. письменные отчеты по лабораторным работам;
5. отчеты по лабораторным работам с их устной защитой;
6. тесты;
7. письменные отчёты по аудиторным (домашним) практическим упражнениям;
8. отчеты по аудиторным (домашним) практическим упражнениям с их устной защитой;
9. оценивание на основе модульно-рейтинговой системы;
10. проведение текущих опросов по отдельным разделам (темам) учебной дисциплины;
11. выступление студента по разработанной им теме.

В качестве формы текущей аттестации по учебной дисциплине «Физика» предусмотрен экзамен.

Оценка учебных достижений студента производится по десятибалльной шкале.

4.4. Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы обучающихся по учебной дисциплине

При изучении учебной дисциплины «Физика» используются следующие формы самостоятельной работы:

- управляемая самостоятельная работа, предусматривающая самостоятельное выполнение студентом учебного или исследовательского задания;
- собственно самостоятельная работа, организуемая студентом вне аудитории (подготовка к экзамену).

Время, отведенное на самостоятельную работу, может использоваться студентами на:

- проработку тем (вопросов), вынесенных на самостоятельное изучение;
- решение проблемно-ситуационных задач;
- выполнение исследовательских и творческих заданий;
- подготовку сообщений, тематических докладов, рефератов, презентаций;
- выполнение практических заданий;
- конспектирование учебной литературы;
- подготовку отчетов; составление обзора научной литературы по заданной теме;
- подготовку докладов и презентаций.

Контроль за самостоятельной работой студентов осуществляется преподавателем как во время аудиторных занятий, так и на основе использования дистанционных образовательных технологий в виде тестов, обсуждения и защиты типовых расчетов, экспресс-опросов и других мероприятий.

Протокол согласования рабочей учебной программы с другими дисциплинами специальности

Назначение дисциплины, изучение которой связано с дисциплиной рабочей учебной программы	Кафедра, обеспечивающая изучение этой дисциплины	Предложения кафедры об изменениях в содержании программы	Решение, принятое кафедрой, разработавшей рабочую учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
---	--	--	---

Содержание учебной программы согласовано с кафедрой математики и информатики.

