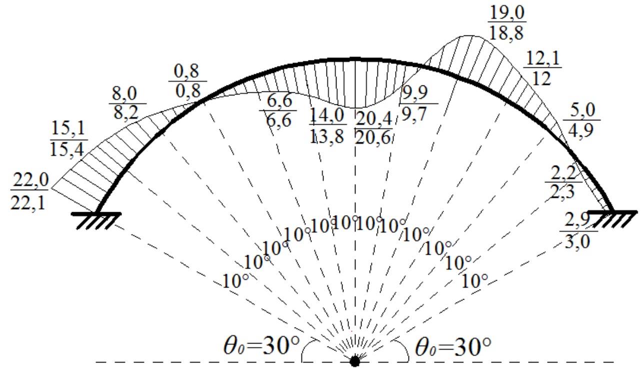


б) эпюра поперечных сил [кН]: результаты в числителе получены по разработанной методике, в знаменателе – по программе SCad

Рис. 6. Эпюры усилий

Заключение. Разработана в замкнутом виде методика расчёта бесшарнирных арок постоянной жёсткости кругового очертания при статическом действии радиально направленных равномерно распределённых ветровых нагрузок. Методика реализована в программе, составленной в среде MathCad.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Нагрузки и воздействия: СНиП 2.01.07–85 / Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1986. – 48 с.
2. Строительная механика: учебное пособие / А.А. Борисевич, Е.М. Сидорович, В.И. Игнатюк. – Мн.: БНТУ, 2009. – 756 с.
3. Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий и сооружений. Расчётно-теоретический: в 2 кн. / Под ред. А.А. Уманского. – М.: Стройиздат, 1972. – Кн. 2. – 600 с.

Материал поступил в редакцию 28.09.10

IGNATIUK V.I., SIEMIENIUK O.S. Defining efforts in fixed-end circular archs loading radially acting evenly distributing loads

Problem of defining efforts in fixed-end archs of constant hardness of circular outline in static action of radially directed evenly distributing wind loads is solved. Dependences are got with help of method of strength in a frame of reference. Approbation of results is done. Methods are realized in the program composed in MathCad.

УДК 519.854

Гурин А.М.

О ТЕОРЕМЕ ПОГОРЕЛОВА 2002 ГОДА

Введение. Гипотеза Стокера [1], согласно редакции ее в [2], состоит в решении следующего вопроса. Можно ли утверждать, что если у двух замкнутых выпуклых многогранников одинакового комбинаторного строения соответствующие двугранные углы равны, то у них соответствующие плоские углы тоже равны?

Первое подтверждение справедливости гипотезы Стокера получено Каршером [3] для многогранников с пятью вершинами и многогранников, описанных вокруг сферы.

Обратившись к этой гипотезе, Погорелов модифицировал ее формулировку и доказал следующую теорему[2].

Теорема (А.В.Погорелов). Пусть P - замкнутый выпуклый многогранник, у которого грани - остроугольные треугольники. Пусть многогранник P деформируется с сохранением комбинаторной структуры. Тогда, если при этой деформации двугранные углы многогранника не изменяются, то его плоские углы граней тоже не изменяются.

Постановка задачи. Мы адаптируем метод доказательства Погорелова до применимости его метода в доказательстве традиционной гипотезы Стокера и докажем выполнимость гипотезы Стокера для октаэдра.

Теорема. Пусть у двух замкнутых выпуклых многогранников M_1 и M_2 одинакового комбинаторного строения октаэдра грани - остроугольные треугольники, а соответствующие двугранные углы равны, тогда у них и соответствующие плоские углы тоже равны.

Доказательство. Аналогично методу Коши, примененному им в его знаменитой лемме [4], сравним соответствующие по комбинаторике плоские углы многогранников M_1 и M_2 и поставим знаки + и – на тех плоских углах многогранников M_1 и M_2 , которые оказались отличными. Соответственно, большими или меньшими в каждой паре сравнения углов между собой. Найдем все возможные разметки. Существуют две различные разметки плоских углов многогранников M_1 и M_2. Действительно, обратимся к рис. 1. Согласно Коши, произвольную, отдельно взятую вершину T можно всегда разметить, как показано на рис. 1. Сочетание же разметок соседних вершин, A,B,C,D, порождает разветвление графа разметок. Например, в треугольнике CMD при вершинах C и D могут быть или два знака “плюс”, или один знак “плюс” и один знак “минус” (два знака “минус” исключаем как повторение ситуации).

Выясним, сколько вариантов разметки всех углов многогранника возможно при этих первых двух вариантах разметки знаками углов вершин C и D.

Первый вариант. Пусть плоские углы треугольника CMD, инцидентные вершинам C и D, отмечены знаками «плюс» (рис. 2).

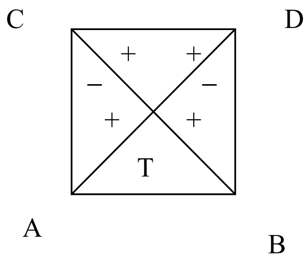


Рис. 1.

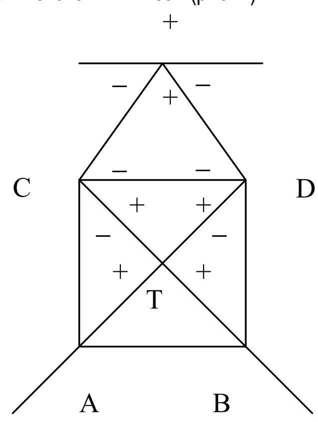


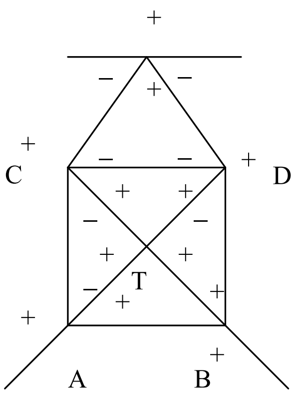
Рис. 2.

Если плоские углы CAT и TBD отметим знаком “плюс”, то в треугольнике ABT все плоские углы приобретут знак «минус», что невозможно. Рассмотрим два оставшихся варианта. Пусть угол CAT отмечен знаком “минус” (рис. 3).

Угол TBD отметим знаком «плюс». Остальная разметка осуществляется стандартным алгоритмом и дает в итоге разметку рис. 3.

Пусть угол CAT отмечен знаком “минус” и угол TBD отмечен знаком “минус” (рис. 4). Тогда продолжение расстановки знаками однозначно распространяется на все оставшиеся углы (рис. 4).

***Гурин А.М.,** к.ф-м.н.,старший научный сотрудник ФТИНТ НАН Украины.*



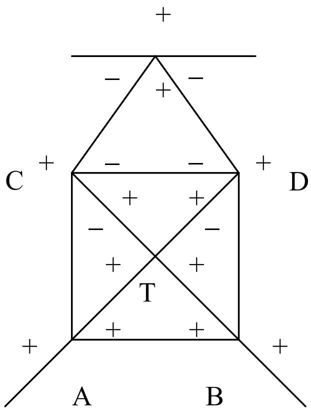
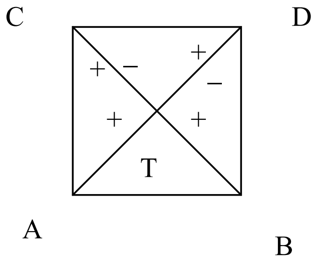


Рис. 3. ***Рис. 4.***

Второй вариант. Пусть плоские углы треугольника CTD, инцидентные вершинам, C и D, отмечены знаками «плюс» и «минус» (рис. 5). Тогда в треугольнике ACT при вершине A можно поставить лишь знак “минус”, а в треугольнике ABT, при вершине A тогда получим знак “плюс”. Теперь осталось рассмотреть только два варианта знака для одного угла ABT. Если поставим “минус”, то придем к расстановке знаков в виде чередования знаков при основании пирамиды с вершиной T. Если поставим “плюс”, то получим два одинаковых знака при ребре AB, что аналогично первому варианту.



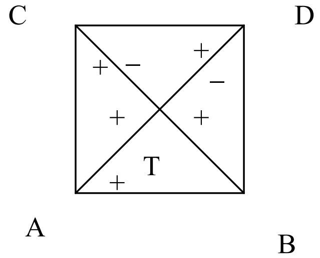


Рис. 5. ***Рис. 6.***

Итак, получили ровно два комбинаторно различных вида разметок знаками плоских углов октаэдра.

В каждой разметке две пирамиды, соответственно, с вершинами C и B, имеют чередование знаков плоских углов при основании, что согласно методу Погорелова [2] при острых углах треугольных граней невозможно. Действительно, составим уравнение (3) Погорелова.

Интересующее нас уравнение (3) из [2] составляется для остроугольных треугольников, образующих одну пирамиду. Число треугольников пирамиды произвольно. В простейшем случае, например, рис. 7, это будет трехгранная пирамида. Для составления искомого уравнения достаточно выполнить следующие действия. Во-первых, выпишем уравнения для треугольников ACD, ABD, CBD:

$$\begin{gathered} \mathrm{SIN(DAC)}^* \mathrm{AD} = \mathrm{SIN(DCA)}^* \mathrm{CD}; \\ \mathrm{SIN(DBA)}^* \mathrm{BD} = \mathrm{SIN(DAB)}^* \mathrm{AD}; \\ \mathrm{SIN(DCB)}^* \mathrm{CD} = \mathrm{SIN(DBC)}^* \mathrm{BD}. \end{gathered} \qquad (1)$$

Во-вторых, левую и правую части первого уравнения перемножим соответственно с левой и правой частями второго и третьего уравнения:

$$\begin{gathered} \mathrm{SIN(DAC)}^* \mathrm{AD}^* \mathrm{SIN(DBA)}^* \mathrm{BD}^* \mathrm{SIN(DCB)}^* \mathrm{CD} = \\ \mathrm{SIN(DCA)}^* \mathrm{CD}^* \mathrm{SIN(DAB)}^* \mathrm{AD}^* \mathrm{SIN(DBC)}^* \mathrm{BD}. \end{gathered} \qquad (2)$$

После сокращения получим искомое уравнение:

$$\begin{gathered} \mathrm{SIN(DAC)}^* \mathrm{SIN(DBA)}^* \mathrm{SIN(DCB)} = \\ = \mathrm{SIN(DCA)}^* \mathrm{SIN(DAB)}^* \mathrm{SIN(DBC)}. \end{gathered} \qquad (3)$$

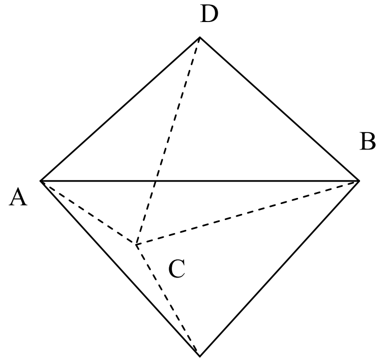


Рис. 7.

Обратимся к разметке знаками плоских углов четырехгранных вершин (рис.2). Напомним, что знак “плюс” на одном многограннике означает, что соответствующий плоский угол второго из двух сравниваемых многогранников меньший по величине и отмечен знаком «минус».

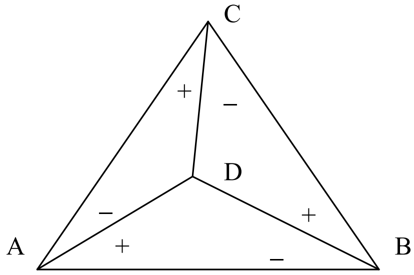


Рис. 8.

Итак, для одного многогранника все углы левой части уравнения (3) отмечены знаком плюс, а для второго многогранника – отмечены знаком минус. Правые части уравнений отмечены знаками наоборот. Получили противоречие. Теорема доказана.

Заключение. Итак, показано, что метод Погорелова, примененный им в [2] для доказательства модифицированной проблемы Стокера, допускает адаптацию для доказательства собственно проблемы Стокера. Адаптированный метод испытан на многограннике с комбинаторной структурой ребер октаэдра. Однако ограниченность метода на класс многогранников, все грани которых суть остроугольные треугольники, не позволяет доказать этим методом даже справедливость результата Каршера [3].

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Stoker, J.J. Geometrical problems concerning polyhedra in the large // Communications on Pure and Applied Mathematics, vol. XXI, 119–168, 1968.
2. Погорелов, А.В. Об одной проблеме Стокера // Доклад в Академии Наук, 2002. – Т. 385. – № 1 – С. 25–27.
3. Karcher, H. Remarks on polyhedra with given dihedral angles // Communications on Pure and Applied Mathematics, vol. XXI, 169–174, 1968.
4. Александров, А.Д. Выпуклые многогранники. – М-Л., 1950. – 428 с.; перевод: Alexandrov A.D. Convex Polyhedra. Springer. Monographs in Mathematics. 2005.539 p. Второе издание: Александров А.Д. Выпуклые многогранники, избранные труды. – Том 2. – Новосибирск: Наука, 2007. – 492 с.

Материал поступил в редакцию 07.11.10

GURIN A.M. About the theorem Pogorelova 2002

In this article Pogorelov's method of proof has been adapted to applicability of his method in the proof of traditional Stocker's hypothesis and performability of the Stoker 's hypothesis for the octahedron has been proved.