МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Методические указания и варианты заданий по курсу «Высшая математика» для студентов технических специальностей

Брест 2012

УДК 517.9 (076.5)

В соответствии с действующей программой для студентов второго курса технических специальностей подобраны индивидуальные задания к аттестационной работе по темам «Теория вероятностей. Математическая статистика», даны решения типовых вариантов, приведены основные вопросы и задачи IV семестра.

Составители: В.Т. Джура, ассистент,
Е.В. Кузьмина, старший преподаватель,
Л.Т. Мороз, доцент,
Л.П. Махнист, доцент,
Т.М. Сукасян, ассистент.

Рецензент: Матысик О.В., заведующий кафедрой алгебры и геометрии Учреждения образования «Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина», к. ф-м. н., доцент.

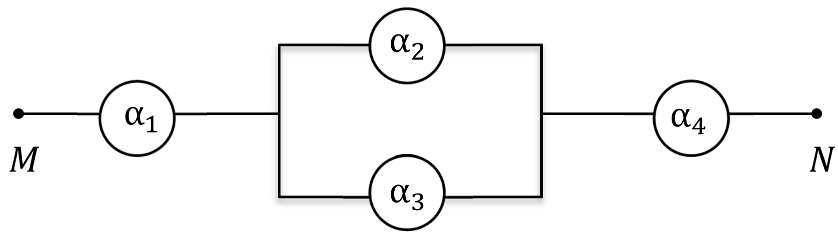
Вопросы учебной программы.

IV семестр.

1. Элементы комбинаторики. Перестановки. Размещения. Сочетания.
2. Алгебра событий. Классификация событий. Диаграмма Эйлера.
3. Вероятность события (классическая, статистическая, геометрическая).
4. Вероятность суммы совместных и несовместных событий.
5. Вероятность произведения зависимых и независимых событий.
6. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
7. Схема повторных испытаний. Формула Бернулли.
8. Схема повторных испытаний. Теорема и формула Пуассона.
9. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Вероятность отклонения относительной частоты от вероятности.
10. Дискретные и непрерывные случайные величины (СВ). Закон и функция распределения дискретной СВ.
11. Плотность вероятности непрерывной СВ и ее свойства.
12. Функция распределения непрерывной СВ и ее свойства.
13. Математическое ожидание СВ, его свойства.
14. Дисперсия и среднее квадратичное отклонение СВ, их свойства.
15. Биномиальный закон распределения, его числовые характеристики.
16. Закон Пуассона, его числовые характеристики.
17. Равномерное распределение НСВ, его числовые характеристики.
18. Нормальный закон распределения. Правило «трех сигм».
19. Вероятность попадания в интервал НСВ, распределенной нормально.
20. Показательный закон распределения НСВ, его числовые характеристики.
21. Распределения χ^2, Стьюдента, Фишера.
22. Закон больших чисел. Теоремы Чебышева, Бернулли. Предельные теоремы.
23. Обработка опытных данных. Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения.
24. Генеральная и выборочная средняя, генеральная и выборочная дисперсия и среднее квадратичное отклонение.
25. Точечные и интервальные оценки параметров генеральной совокупности.
26. Условные варианты. Метод произведений вычисления выборочной средней и дисперсии. Построение нормальной кривой по опытным данным.
27. Статистическая гипотеза. Нулевая и конкурирующая гипотезы.
28. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Отыскание критической области. Область принятия гипотезы.
29. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции. Критерий Пирсона и Колмогорова.
30. Линейная корреляционная зависимость и прямые регрессии по сгруппированным данным.
31. Линейная корреляционная зависимость и прямые регрессии по несгруппированным данным.
32. Выборочный коэффициент корреляции. Корреляционная таблица.

Основные (типовые) задачи по темам семестра.

1. Восемь футбольных команд участвуют в соревнованиях. Разыгрываются золотая, серебряная и бронзовая медали. Сколько существует всевозможных способов распределения медалей?
2. Сколько различных перестановок можно сделать из букв слова «Миссисипи»?
3. Пусть A, B и C – произвольные события. Запишите такие события: а) произошло по крайней мере два события из трех; б) произошло только два события; в) не произошло ни одного из данных событий.
4. Монета брошена два раза. Найти вероятность того, что: 1) только один раз появится «герб»; 2) ни разу не появится «герб»; 3) хотя бы один раз появится «герб».
5. Внутрь круга радиуса R наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в круг: а) квадрата; б) правильного треугольника; в) правильного шестиугольника.
6. Из партии втулок, изготовленных токарем за смену, случайным образом для контроля взяты 10 штук. Найти вероятность того, что среди них 2 втулки второго сорта, если во второй партии 25 втулок первого сорта и 5 – второго.
7. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. По мишени стреляют одиночными выстрелами до первого попадания, после чего стрельбу прекращают. Найти вероятность того, что будет сделано не более трех выстрелов.
8. Электрическая цепь MN составлена по схеме



   Все 4 элемента цепи работают независимо друг от друга и вероятности выхода из строя за данный промежуток времени соответственно равны: $p_1 = 0{,}3$; $p_2 = 0{,}5$; $p_3 = 0{,}4$; $p_4 = 0{,}2$. Найти вероятность нормальной работы цепи в данный промежуток времени.
9. С первого автомата на сборку поступают 40%, со второго – 35% и с третьего – 25% деталей. Среди деталей первого автомата 0,2 % бракованных, второго – 0,3% и третьего – 0,5%. Найти вероятность того, что: а) поступившая на сборку деталь бракованная; б) деталь, оказавшаяся бракованной, изготовлена вторым автоматом.
10. Рабочий обслуживает 9 однотипных станков. Вероятность того, что станок потребует внимания рабочего в течение смены, равна 1/3. Найти вероятность того, что в течение смены от 3 до 6 станков потребуют внимания рабочего.
11. Вероятность появления события A в каждом из 100 независимых испытаний постоянна и равна $p=0{,}8$. Найти вероятность того, что событие A появится: а) ровно 80 раз; б) не менее 75 и не более 90 раз; в) хотя бы один раз.

12. Станок изготавливает за смену 1000 деталей. Вероятность изготовления бракованной детали *p=0,0001*. Найти вероятность того, что за смену будет изготовлено бракованных деталей: а) три; б) от четырех до шести; в) хотя бы одна.
13. Из урны, содержащей 5 белых и 8 черных шаров, извлекаются три шара. Пусть СВ X – число вынутых черных шаров. Составить закон распределения, найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратичное отклонение. Построить график функции распределения.
14. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, \text{ если } x\le -1,\\ a(x+1)^2, \text{если } -1<x<1,\\ 1, \text{ если } x\ge 1.\end{cases}$$

Найти коэффициент a и вычислить вероятность того, что СВ $X\epsilon(0;0{,}5)$.
15. Случайная величина X задана плотностью вероятности:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{4}{x^5}, & \text{если } x\ge 1,\\ 0, & \text{если } x<1.\end{cases}$$

Найти функцию распределения $F(x)$, математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратичное отклонение СВ X.
16. Определить среднеквадратическую ошибку радиодальномера, если систематических ошибок он не имеет, а случайные ошибки X распределены нормально и с вероятностью 0,95 не выходят за пределы ±20 метров.
17. Вероятность наступления события А в каждом из 2000 испытаний равна 0,3. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что отклонение числа наступлений события А от математического ожидания не более 50.
18. В результате проверки партии деталей по сортам получены значения: 1,2,1,2,2,1,1,3,4,1,1,2,3,3,1,2,1,1,4,1,1,2,2,2,3. Составить вариационный ряд, статистическое распределение частот (относительных частот), полигон частот, эмпирическую функцию распределения. Найти $\bar{x}_в, D_в, \sigma_в$.
19. Найти несмещенные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии по выборке:

x_i	1250	1275	1280	1300
m_i	20	25	50	5

20. При уровне значимости α=0,05 проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, если известны эмпирические и теоритические частоты.

m_i	6	12	16	40	13	8	5
m_i'	4	11	15	43	15	6	6

21. По десяти предприятиям собраны данные о затратах на ремонт оборудования y (млн. руб.) в зависимости от времени его использования x (годы). Требуется: а) найти $\bar{x}_в, \bar{y}_в, \sigma_в(x), \sigma_в(y)$; б) коэффициент корреляции $r_в$ и записать уравнения прямых регрессий; оценить значимость $r_в$.

x, годы	4	5	5	6	8	10	8	7	11	6
y, ден.ед.	1,5	2,0	1,4	2,3	2,7	4,0	2,3	2,5	6,6	1,7

Аттестационная работа.

Задание 1.

1.1 В соревнованиях участвуют 8 команд. Сколько может быть вариантов при распределении мест между ними?

1.2 Сколько различных четырехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, если цифры в числах не повторяются.

1.3 Агрохимик проверяет 6 типов минеральных удобрений. Ему нужно провести несколько опытов по изучению совместного влияния любой тройки удобрений. Сколько всего опытов необходимо для проведения исследования?

1.4 Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 2, 4, 6, 8, если цифры в числах не повторяются?

1.5 Сколькими способами 6 студентов могут разместиться на одной скамье?

1.6 Сколькими способами можно выбрать три различные краски из имеющихся пяти?

1.7 Сколькими способами можно переставить буквы в слове «закон»?

1.8 В урне содержится семь одинаковых шаров. Сколькими способами их можно извлечь из урны, извлекая наудачу по одному шару?

1.9 Имеется три вакантные должности, на которые направляются молодые специалисты. Претендуют на эти должности пять человек. Сколько существует различных способов распределения, если это должности на различных предприятиях и в различных городах?

1.10 Из спортивного клуба, насчитывающего 30 членов, надо составить команду из 4 человек для участия в беге на 100 метров. Сколькими способами можно это сделать?

1.11 8 человек должны поделиться на две равные группы. Сколькими способами это можно сделать?

1.12 Стол накрыт на 5 человек. Сколькими способами члены семьи могут занять свои места за столом?

1.13 Из 20 рабочих составляют бригаду каменщиков в 5 человек. Сколько различных по составу бригад может быть образованно?

1.14 Сколько всего сигналов можно составить, меняя порядок семи различных флагов: красного, синего, зеленого, желтого, коричневого, черного и белого?

1.15 В студенческой группе 15 человек. Сколькими способами из них можно выбрать актив группы: старосту, профорга и комсорга?

1.16 В почтовом отделении продаются открытки 10 сортов. Сколькими способами можно купить 8 различных открыток?

1.17 Сколькими способами можно переставить буквы в слове «диплом»?

1.18 Сколькими способами 10 человек могут встать в очередь друг за другом?

1.19 В ящике содержится 8 одинаковых деталей. Сколькими способами их можно извлечь из ящика, извлекая наудачу по одной детали?

1.20 Сколько всевозможных трехбуквенных слов можно составить из 33 букв русского алфавита, если буквы в словах не повторяются.

1.21 Студенту надо выбрать 2 факультативных курса из 6 возможных. Сколькими способами это можно сделать?

1.22 Сколько шестизначных чисел можно составить из цифр I, 2, 3, 4, 5, 6, если цифры в числах не повторяются?

1.23 Сколькими способами можно составить трехцветный полосатый флаг, если имеется материал 5 различных цветов?

1.24 Сколькими способами можно расположить в ряд на книжной полке 5 различных книг?
1.25 Студенту нужно в течение 8 дней сдать 4 экзамена. Сколькими способами это можно сделать?
1.26 Сколько чисел: а) трехзначных; б) четырехзначных можно составить из цифр 1,2,3,4,5?
1.27 Из 12 разведчиков надо послать в разведку четверых. Сколькими способами это можно сделать?
1.28 На выпускном вечере 20 выпускников обменялись фотокарточками. Сколько при этом было роздано фотокарточек?
1.29 Автоколонна, состоящая из 30 автомобилей, должна выделить на уборочные работы в колхоз бригаду из 12 грузовиков. Сколькими способами можно при этом создать бригаду?
1.30 Определить число перестановок букв в слоне «ракеты». Сколько перестановок можно сделать из букв этого слова, чтобы перестановки начинались с буквы «р»?

Задание 2
2.1 Бригадир должен отправить на работу бригаду из 5 человек. Сколько бригад из 5 человек в каждой можно составить из 12 человек?
2.2 Сколькими способами можно расположить на книжной полке десятитомное собрание сочинений А.С. Пушкина?
2.3 Сколькими способами можно присудить первую, вторую и третью премии трем лицам из общего числа 10 человек?
2.4 В некотором коллективе 20 комсомольцев. Сколькими способами можно собрать из них трех членов комитета.
2.5 Из 20 обученных пилотов составляются экипажи, состоящие из штурмана, радиста и стрелка. Сколькими способами может быть укомплектован экипаж?
2.6 Из состава конференции, на которой присутствуют 52 человека надо избрать делегацию, состоящую из 5 человек. Сколькими способами это можно сделать?
2.7 В турнире принимали участие 8 шахматистов и каждые 2 шахматиста встретились один раз. Сколько партий было сыграно в турнире?
2.8 При встрече 9 человек обменялись рукопожатиями. Сколь было сделано рукопожатий?
2.9 Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 3, 6, 9, если цифры в числах не повторяются?
2.10 На кафедре математики 9 преподавателей. Сколькими способами можно составить расписание консультаций на 9 дней, если каждый преподаватель дает консультацию ровно один раз?
2.11 8 человек должны поделиться на две равные группы. Сколькими способами это можно сделать?
2.12 В комитет комсомола избрали 9 человек. Из них надо выбрать секретаря и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?
2.13 Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр 6, 7, 8. 9, если цифры в числах не повторяются?

2.14 Сколько имеется четырехзначных чисел, составленных из цифр 1, 2, 3, 4, 5, у которых цифры не повторяются?
2.15 Сколько пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, 7, 9, если цифры в числах не повторяются?
2.16 Сколькими способами можно рассадить четырех учеников на 25 местах?
2.17 В комитете комсомола 9 членов. Сколькими способами можно составить из них делегацию в составе трех человек для поездки к шефам?
2.18 Из спортивного клуба, насчитывающего 30 членов, надо составить команду из 4 человек для участия в эстафете 100+200+400+800. Сколькими способами можно это сделать?
2.19 Сколькими способами из 10 спортсменов можно отобрать команду из 6 человек?
2.20 Сколькими способами можно распределить 10 различных писем по 10 различным конвертам?
2.21 В местком избрано 9 человек. Из них надо выбрать председателя, заместителя, секретаря и культорга. Сколькими способами это можно сделать?
2.22 Из 12 разведчиков в разведку необходимо отправить троих. Сколькими способами можно сделать выбор?
2.23 На шахматном турнире сыграно 45 партий, причем каждый из шахматистов сыграл с остальными по одной партии. Сколько шахматистов участвовало в турнире?
2.24 Имеются три вакантные должности, на которые направляются молодые специалисты. Претендуют на эти должности 5 человек. Сколько существует различных способов распределения, если это одинаковые должности с одним и тем же окладом и на одном и том же предприятии?
2.25 Сколькими способами можно расположить на шахматной доске 8 ладей так, чтобы они не могли бить друг друга?
2.26 Сколькими способами можно назначить караул из 5 солдат и одного офицера, если имеется 40 солдат и 3 офицера?
2.27 Сколькими способами могут разместиться четыре пассажира в четырехместном купе железнодорожного вагона?
2.28 Профком, состоящий из 9 человек, на своем заседании должен избрать председателя, его заместителя и казначея. Сколько различных вариантов при этом может быть?
2.29 Из группы учащихся в 16 человек создаются две строительные бригады в 10 и 6 человек. Сколькими способами можно создать эти бригады?
2.30 На станции имеется 6 запасных путей. Сколькими способами можно расставить на них четыре поезда?

Задание 3.

3.1 Из партии деталей, среди которых 40 стандартных и 40 нестандартных, для контроля наугад взято 8 деталей, которые оказались стандартными. Найти вероятность того, что следующая, взятая наугад деталь, будет стандартной?
3.2 В урне имеется 10 шаров: 3 белых и 7 черных. Из урны наугад вынимается один шар. Какова вероятность того, что этот шар черный?
3.3 На складе хранится 500 аккумуляторов. Известно, что после года хранения 20 штук выходит из строя. Требуется найти вероятность того, что наугад взя-

тый после года хранения аккумулятор окажется исправным, если известно, что после шести месяцев хранения было изъято пять аккумуляторов, ставших неисправными.

3.4 В группе 25 студентов. Из них на экзамене 5 получили отличные оценки, 12 – хорошие, 6 – удовлетворительные, 2 – неудовлетворительные. Определить вероятность того, что произвольно выбранный студент получил оценку не ниже хорошей.

3.5 Лотерея выпущена на общую сумму 300000 руб. Цена одного билета 30 копеек. Выигрыши падают на 70000 билетов. Определить вероятность выигрыша на один билет.

3.6 Из 35 экзаменационных билетов, занумерованных с помощью целых чисел от 1 до 35, наудачу извлекается один. Какова вероятность того, что номер вероятного билета есть число кратное трем?

3.7 В партии товара имеется 500 предметов первого сорта, 350 предметов второго сорта, 100 предметов третьего сорта и 50 бракованных. Определить вероятность того, что наудачу взятое изделие будет годным.

3.8 В круг радиуса R наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что эта точка окажется внутри данного вписанного треугольника.

3.9 В равносторонний треугольник вписан круг. Какова вероятность того, что случайно выбранная точка треугольника окажется внутри круга?

3.10 В круг вписан квадрат. Определить вероятность того, что точка, взятая наудачу внутри круга, окажется внутри квадрата?

3.11 В квадрат со стороной a наудачу ставится точка. Определить вероятность попадания точки в круг, вписанный в квадрат.

3.12 В круг радиуса R вписан правильный шестиугольник. Внутри круга наугад поставлена точка. Какова вероятность того, что поставленная точка окажется внутри шестиугольника?

3.13 Какова вероятность того, что при случайном расположении в ряд кубиков, на которых написаны буквы А, Г, И, Л, М, О, Р, Т, получится слово «алгоритм»?

3.14 Из десяти билетов выигравшими являются два. Определить вероятность того, что из пяти взятых наудачу билетов один выигрышный?

3.15 Из урны, содержащей 4 белых, 6 красных и 5 зеленых шаров, вынимаются наугад одновременно три шара. Какова вероятность того, что среди вытянутых трех шаров окажутся два белых и один красный?

3.16 Буквенный замок содержит на общей оси 4 диска, каждый из которых разделен на 6 секторов, отмеченных определенными буквами. Замок открывается только в том случае, когда буквы образуют определенную комбинацию. Какова вероятность открыть замок, установив произвольную комбинацию букв?

3.17 В коробке 6 одинаковых занумерованных кубиков. Наудачу по одному извлекают все кубики. Найти вероятность того, что номера извлеченных кубиков появятся в возрастающем порядке.

3.18 Точка выбрана наудачу внутри параболического сегмента, ограниченного параболой $y = 4 - x^2$ и прямой $y = 0$. Какова вероятность того, что эта точка окажется внутри треугольника, стороны которого образованы отрезками, соединяющими точки пересечения параболы с осями координат?

3.19 Из партии, состоящей из 20 радиоприемников, для проверки произвольно отбирают три приемника. Партия содержит пять неисправных приемников. Какова вероятность того, что в число отобранных войдут только исправные приемники.

3.20 В группе 25 студентов. Вызываются во время занятия 3 студента. Полагая, что вызов производится случайно, определить какова вероятность того, что будут вызваны данные три студента в определенном порядке.

3.21 Группа туристов из 15 юношей и 5 девушек выбирает по жребию хозяйственную команду в составе четырех человек: какова вероятность того, что в составе этой команды окажутся 2 юноши и две девушки?

3.22 Из 60 вопросов, включенных в экзамен, студент подготовил 50. Какова вероятность того, что из предложенных ему трех вопросов он знает два?

3.23 В ящике имеется 15 деталей, среди которых 10 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает три детали. Найти вероятность того, что извлеченные детали окажутся окрашенными.

3.24 В круг радиуса 3R наудачу ставится точка. В круге проведены две концентрические окружности с радиусами R и 2R.Определить вероятность, попадания точки в кольцо с внутренним радиусом R и внешним 2R.

3.25 Устройство состоит из пяти элементов, из которых два изношены. При включении устройства включаются случайным образом два элемента. Найти вероятность того, что включенными окажутся неизношенные элементы?

3.26 В квадрат со стороной a вписана окружность, в которую, в свою очередь, вписан треугольник. В квадрат наудачу ставится точка. Определить вероятность попадания точки в треугольник.

3.27 В группе 20 студентов, среди которых 12 отличников. Определить вероятность того, что в числе 6-ти наудачу вызванных из этой группы студентов окажется 4 отличника.

3.28 Владелец одной карточки лотереи «Спортлото» (5 из 36) зачеркивает 5 номеров. Какова вероятность того, что им будут угаданы все 5 номеров в очередном тираже?

3.29 Точка брошена наудачу внутрь круга радиуса R. Какова вероятность того, что расстояние точки от центра окажется меньше R/2 ?

3.30 В коробке пять одинаковых изделий, причем три из них окрашены. Наудачу извлечены два изделия. Найти вероятность того, что среди двух извлеченных окажется одно окрашенное?

Задание 4.

4.1 Рабочий обслуживает три станка, работающих независимо друг от друга. Вероятность того, что в течение часа станок не потребует внимания рабочего, равна для первого станка 0,9, для второго – 0,8, для третьего – 0,85. Найти вероятность того, что в течение часа внимания рабочего потребуют: а) все три станка; б) только один станок; в) хотя бы один станок?

4.2 Товарная станция доставляет получателям груз автотранспортом. Вероятность того, что в определенный день товарной станции потребуется двухтонная машина, равна 0,9; пятитонная – 0,7. Определить вероятность того, что товарной станции потребуется: а) обе машины; б) только одна машина; в) хотя бы одна машина.

4.3 Вероятность установления в данной местности устойчивого снежного покрова с октября равна 0,1. Определить вероятность того, что в ближайшие три года в этой местности устойчивый снежный покров установится с октября: а) три раза; б) только два раза; в) хотя бы один раз.

4.4 Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 – для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработают: а) оба сигнализатора; б) только один сигнализатор; в) хотя бы один сигнализатор.

4.5 Студент разыскивает нужную ему формулу в трех справочниках. Вероятность того, что формула находится в первом, втором, третьем справочниках соответственно равна 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятность того, что формула содержится: а) во всех трех справочниках; б) только в одном справочнике; в) хотя бы в одном справочнике.

4.6 Машина при проверке проходит три вида испытаний. Первое испытание проходит в 90%, второе – в 80%, третье – в 75% случаев. Найти вероятность того, что машина пройдет испытания а) трех видов; б) только одного вида; в) хотя бы одного вида.

4.7 Три стрелка производят по одному выстрелу по цели, вероятности попадания в которую равны: для первого стрелка 0,7; для второго 0,8; для третьего 0,9. Найти вероятность: а) трех попаданий; б) только двух попаданий; в) хотя бы одного попадания.

4.8 В процессе эксплуатации двигателя возможны следующие неисправности: большое отложение слоя накипи и подтекание воды из радиатора. Вероятности этих неисправностей во время эксплуатации соответственно равны 0,8 и 0,7. Найти вероятность того, что за время одной рабочей смены обнаружатся: а) обе неисправности; б) только одна неисправность; в) хотя бы одна неисправность.

4.9 В двух ящиках находятся детали: в первом – 10 (из них три стандартных), во втором – 15 (из них 6 стандартных). Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что стандартными окажутся: а) обе детали; б) только одна деталь; в) хотя бы одна деталь.

4.10 Стрелок произвел 4 выстрела по удаляющейся от него цели, причем вероятность попадания в цель в начале стрельбы равна 0,7, а после каждого выстрела уменьшается на 0,1. Вычислить вероятность того, что цель будет поражена: а) четыре раза; б) три раза; в) не менее трех раз.

4.11 Устройство состоит из трех элементов, работающих независимо. Вероятности безотказной работы (за время t) первого, второго и третьего элементов соответственно равны 0,7; 0,75; 0,8. Найти вероятность того, что за время t безотказно будут работать: а) все три элемента; б) только один элемент; в) хотя бы один элемент.

4.12 Имеется три детали. Вероятность оказаться стандартной для первой детали равна 0,95; для второй – 0,9; для третьей – 0,8. Определить вероятность того, что стандартными окажутся: а) все три детали; б) только одна деталь; в) хотя бы одна деталь.

4.13 Вероятности того, что нужная сборщику деталь находится в первом, во втором, в третьем и четвертом ящиках соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность того, что деталь содержится: а) во всех четырех ящиках; б) только в одном ящике; в) хотя бы в одном ящике.

4.14 30% изделий данной партии изготовлены заводом №1. Из партии наудачу берутся (последовательно с возвратом) три изделия. Найти вероятность того, что из трех взятых изделий заводом №1 будут изготовлены: а) все три изделия; б) только два изделия; в) хотя бы одно изделие.

4.15 Вероятность того, что при одном измерении некоторой физической величины будет допущена ошибка, превышающая заданную точность, равна 0,4. Произведены три независимых измерения. Найти вероятность того, что ошибка превысит заданную точность: а) во всех трех измерениях; б) только при двух измерениях; в) хотя бы в одном измерении.

4.16 Вычислительный центр должен производить непрерывную обработку поступающей информации, располагает двумя вычислительными устройствами. Известно, что вероятности их отказа за некоторое время t соответственно равны 0,2 и 0,25. Требуется найти вероятность того, что за время t откажут: а) оба устройства; б) только одно устройство; в) хотя бы одно устройство.

4.17 В студии телевидения имеется 3 телевизионные камеры. Для каждой камеры вероятность того, что она включена в данный момент, равна 0,6. Найти вероятность того, что в данный момент включены: а) все три камеры; б) только две камеры; в) хотя бы одна камера.

4.18 Техническое устройство, состоящее из четырех узлов, работает в течение некоторого времени t. За это время первый узел оказывается неисправным с вероятностью 0,1; второй – с вероятностью 0,15; третий – с вероятностью 0,2, четвертый – с вероятностью 0,05. Найти вероятность того, что за время t станут неисправными: а) все четыре узла; б) только один узел; в) хотя бы один узел.

4.19 Экзаменационный билет содержит три вопроса. Вероятность того, что студент ответит на первый и второй вопросы билета равна 0,9, на третий – 0,8. Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен, если необходимо ответить: а) на все вопросы; б) хотя бы на два вопроса; в) хотя бы на один вопрос.

4.20 Вероятность выигрыша по лотерейному билету первого выпуска равна 0,2, второго – 0,3. Имеется по два билета каждого выпуска. Найти вероятность того, что выиграют: а) три билета; б) не менее трех билетов; в) менее трех билетов.

4.21 При некоторых определенных условиях вероятность сбить самолет противника из первого зенитного орудия равна 0,4; из второго – 0,5. Сделано по одному выстрелу. Найти вероятность того, что: а) самолет уничтожен двумя снарядами; б) самолет поражен хотя бы одним снарядом; в) ни один снаряд не попал в цель.

4.22 Два бомбардировщика преодолевают зону ПВО. Вероятность того, что будет сбит первый бомбардировщик, равна 0,7; второй – 0,8. Найти вероятность: а) уничтожения одного бомбардировщика; б) поражения двух бомбардировщиков; в) промахов.

4.23 Самолет противника обнаруживается тремя радиолокаторами с вероятностями 0,8; 0,7; 0,5. Какова вероятность обнаружения самолета: а) одним радиолокатором; б) двумя радиолокаторами; в) хотя бы одним радиолокатором?

4.24 В цехе имеется три резервных электродвигателя. Для каждого из них вероятность того, что в данный момент он включен, соответственно равна; 0,2; 0,3; 0,1. Найти вероятность того, что включены: а) два электродвигателя: б) хотя бы один электродвигатель; в) три электродвигателя.

4.25 Трое рабочих собирают подшипники. Вероятность того, что подшипник, собранный первым рабочим, высшего качества равна 0,7; вторым – 0,8; третьим – 0,6. Для контроля взято по одному подшипнику из собранных каждым рабочим. Какова вероятность того, что высшего качества будут: а) все подшипники; б) два подшипника; в) хотя бы один подшипник?

4.26 При одном цикле обзора трех радиолокационных станций, следящих за космическим кораблем, вероятности его обнаружения соответственно равны: 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность того, что при одном цикле обзора корабль будет обнаружен: а) тремя станциями; б) не менее чем двумя станциями, в) ни одной станцией.

4.27 Вероятность поражения цели первым стрелком равна 0,9, вторым – 0,7. Оба стрелка сделали по одному выстрелу. Какова вероятность того, что цель поражена: а) хотя бы один раз; б) два раза; в) один раз.

4.28 В первом ящике 20 деталей, 15 из них – стандартные, во втором ящике 30 деталей, 25 из них – стандартные. Из каждого ящика берут наугад по одной детали. Какова вероятность того, что: а) обе детали будут стандартными; б) хотя бы одна деталь стандартная, в) обе детали нестандартные?

4.29 В блок входят три радиолампы. Вероятности выхода из строя в течение гарантийного срока для них соответственно равны: 0,3; 0,2; 0,4. Какова вероятность того, что в течение гарантийного срока выйдут из строя: а) не менее двух радиоламп; б) ни одной радиолампы; в) хотя бы одна радиолампа?

4.30 В телестудии три телевизионные камеры. Вероятности того, что в данный момент камеры включены: 0,9; 0,8; 0,7. Найти вероятность того, что в данный момент включены: а) две камеры; б) не более одной камеры; в) три камеры.

Задание 5.

5.1 Хлебозавод получает муку в мешках (без этикетки) с двух мельниц: с мельницы №1 – 60% и с мельницы №2 – 40%. На каждые 100 мешков мельницы №1 приходится 80 мешков муки высшего сорта, а с мельницы №2 – 70 мешков высшего сорта. а) Какова вероятность того, что случайно взятый на складе хлебозавода мешок окажется с мукой высшего сорта? б) Взятый мешок оказался с мукой высшего сорта. Найти вероятность того, что он с мельницы №1.

5.2 В ящике содержится 12 деталей, изготовленных на заводе №1; 20 деталей на заводе №2 и 18 деталей на заводе №3. Вероятность того, что деталь, изготовленная на заводе №1, отличного качества равна 0,9; для деталей, изготовленных на заводах №2 и№3, эти вероятности соответственно равны 0,6 и 0,9. а) Найти вероятность того, что извлеченная наугад деталь окажется отличного качества. б) Извлеченная деталь отличного качества. Найти вероятность того, что она изготовлена на заводе №1.

5.3 В группе 10 студентов решают задачу. Из них два студента учатся на «отлично», 5 на «хорошо» и 3 на «удовлетворительно». Вероятность того, что задача будет решена отличником равна 0,9; хорошистом – 0,8; посредственным студентом – 0,5. а) Какая вероятность решения задачи одним из студентов? б) Задача студентом решена. Найти вероятность того, что он учится на «удовлетворительно».

5.4 Для контроля продукции из трех партий взята для испытания деталь. а) Как велика вероятность обнаружения бракованной продукции, если в одной партии 2/3 деталей бракованные, а во второй все доброкачественные, в третьей 1/3 бракованные? б) Обнаружена бракованная деталь. Какова вероятность, что она из первой партии?

5.5 Имеется 22 одинаковые радиолампы. Из них 10 изготовлены на заводе №1, а остальные – на заводе №2. Статистически установлено, что на заводе №1 брак в среднем составляет 2% готовой продукции, а на заводе №2 – 4%. Найти вероятность того, что: а) взятая наудачу деталь бракованная; б) взятая наудачу деталь изготовлена на заводе №1, если она оказалась бракованной.
5.6 Схема содержит три блока типа А, два блока типа В и пять блоков типа С. Схема выходит из строя при порче любого блока. Блоки типа А выходят из строя с вероятностью 0,2; блоки типа В – с вероятностью 0,3; блоки типа С – с вероятностью 0,5. а) Найти вероятность выхода из строя блока. б) Схема вышла из строя из-за выхода из строя одного блока. Найти вероятность выхода из строя блока типа А.
5.7 На фабрике, изготавливающей болты, первая машина производит 25%, вторая – 35%, третья – 40% всех изделий. В их продукции брак составляет соответственно 5%, 4%, 2%. а) Какова вероятность того, что случайно выбранный болт дефектный? б) Взятый наудачу болт оказался дефектным. Какова вероятность того, что он изготовлен первой машиной?
5.8 В цехе работают 20 станков. Из них 10 марки А, 6 – марки В и 4 – марки С. Вероятность того, что качество детали окажется отличным для этих станков соответственно равны: 0,9; 0,8 и 0,7. а) Какова полная вероятность выпуска цехом отличных деталей? б) Взятая деталь оказалась отличного качества. Какова вероятность того, что она была выпущена станком марки А?
5.9 На распределительной базе находятся электрические лампочки, произведенные двумя заводами. Среди них, 70% изготовлены первым заводом и 30% - вторым. Известно, что из каждых 100 лампочек, произведенных первым заводом, 90 штук удовлетворяют стандарту, а из 100 штук, произведенных вторым заводом, удовлетворяют стандарту 80 штук. а) Определить вероятность того, что взятая наудачу с базы лампочка будет удовлетворять требованиям стандарта. б) Взятая лампочка удовлетворяет стандарту. Найти вероятность того, что она произведена первым заводом.
5.10 Вероятность взять для данного измерения первый прибор равна 0,2; второй – 0,3 и третий – 0,5. Вероятность неисправности в первом приборе 0,1; во втором – 0,3; в третьем – 0,4. а) Какова вероятность получить неверный отсчет? б) Получен неверный отсчет. Какова вероятность того, что был использован для измерения первый прибор?
5.11 Сборщик получил 3 ящика деталей: в первом ящике 40 деталей, из них 20 окрашенных, во втором – 50, из них 10 окрашенных; в третьем – 30 деталей из них 15 окрашенных. а) Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь из наудачу взятого ящика окажется окрашенной. б) Взятая деталь оказалась окрашенной. Найти вероятность того, что она взята из первого ящика.
5.12 Характеристика материала, взятого для изготовления продукции с вероятностями 0,09; 0,16; 0,25; 0,25; 0,16; 0,09 может находиться в шести различных интервалах. В зависимости от свойств материала вероятности получения первосортной продукции равны соответственно 0,2; 0,3; 0,4; 0,3; 0,2; 0,4. а) Определить вероятность получения первосортной продукции. б) Получена первосортная продукция. Какова вероятность того, что продукция из первого интервала?
5.13 При передаче сообщения сигналами «точка» и «тире» эти сигналы встречаются в отношении 5:3. Статистические свойства помех таковы, что искажаются в среднем 2/5 сообщений «точка» и 1/3 сообщений «тире». а) Найти веро-

ятность того, что произвольный из взятых сигналов не искажен. б) Произвольный сигнал не искажен. Какова вероятность того, что это была «точка»?

5.14 В группе 20 лыжников, 6 велосипедистов, 4 бегуна. Вероятность выполнения квалификационной нормы равна: для лыжника – 0,9; для велосипедиста – 0,8; для бегуна – 0,75. а) Найти вероятность того, что спортсмен, вызванный наудачу выполнит норму. б) Спортсмен, вызванный наудачу, выполнил норму. Найти вероятность того, что это был лыжник?

5.15 Станок 1/3 своего времени обрабатывает деталь А и 2/3 деталь В. При обработке детали А он стоит 10% своего времени, а детали В – 25%. а) Какова вероятность застать станок стоящим. б) Станок стоит. Какова вероятность того, что он должен был обрабатывать деталь А?

5.16 Электрическая лампочка может принадлежать к одной из четырех партий с вероятностями 0,3; 0,4; 0,1; 0,2. Вероятности того, что взятая лампочка может гореть положенное число часов для этих партий соответственно равны: 0,22; 0,15; 0,46; 0,38. а) Найти вероятность того, что взятая лампочка сможет гореть положенное число часов. б) Взятая лампочка горит положенное число часов. найти вероятность того, что она принадлежит к первой партии.

5.17 Детали изготовляются на трех автоматах, после чего они поступают на общий конвейер. Вероятность изготовления бракованной детали на первом автомате равна 0,04, на втором – 0,07, на третьем – 0,05. Производительности первого и третьего автоматов равны между собой, а производительность второго автомата в 1,5 раза выше производительности первого автомата. а) Найти вероятность того, что наудачу взятая с конвейера деталь бракованная. б) Взятая с автомата деталь бракованная. Найти вероятность того, что она с первого автомата.

5.18 При проверке качества зерен пшеницы было установлено, что все зерна могут быть разбиты на 4 группы. К зернам первой группы принадлежит 96%, ко второй – 2%, к третьей и четвертой – по 1% всех зерен. Вероятность того, что зерна вырастут в колос, содержащий не менее 50 зерен для семян первой группы равна 0,5; для второй – 0,2; для третьей группы – 0,18 и для семян четвертой группы – 0,02. а) Определить вероятность того, что из взятого наудачу зерна, вырастет колос, содержащий не менее 50 зерен. б) Если пункт а) выполнен, найти вероятность того, что это было зерно первой группы.

5.19 Имеются три одинаковые урны. В первой урне находятся 5 белых и 5 черных шаров, во второй – 3 белых и 2 черных шара, в третьей – 7 белых и 3 черных шара. Из одной наугад выбранной урны извлекается один шар. а) Определить вероятность того, что этот шар будет белый. б) При условии, что вынутый шар из наугад взятой урны белый, найти вероятность, что он взят из первой урны.

5.20 Три автомата штампуют одинаковые детали, которые поступают на конвейер. Производительности первого, второго и третьего автоматов относятся как 2:3:5. Вероятности брака, выпускаемого автоматами, соответственно равны 0,05; 0,1; 0,02. а) С конвейера наугад взята деталь. Какова вероятность того, что она не имеет брака. б) Взятая наугад деталь не имеет брака. Какова вероятность, что она изготовлена первым автоматом.

5.21 Вероятности того, что во время работы цифровой электронной машины произойдет сбой в арифметическом устройстве, в оперативной памяти, в остальных устройствах, относятся как 3:2:5. Вероятности обнаружения сбоя в арифметическом устройстве, в оперативной памяти и в остальных устройствах соответственно равны 0,8; 0,9; 0,9. а) Найти вероятность того, что возникший в машине сбой будет обнаружен. б) Возникший сбой обнаружен. Найти вероятность того, что он произошел в арифметическом устройстве.

5.22 На сборку поступают детали с двух автоматов. Первый дает в среднем 0,2% брака, второй – 0,1%. а) Найти вероятность попадания на сборку бракованной детали, если с первого автомата поступило 2000 деталей, а со второго – 3000. б) На сборку поступила бракованная деталь. Какова вероятность, что она выпущена первым автоматом?

5.23 При разрыве снаряда образуется 10% крупных осколков, 60% средних и 30% мелких. Вероятность пробивания брони крупным осколком равна 0,7; средним – 0,2 и мелким – 0,05. Известно, что в броню попал один осколок. а) Определить вероятность того, что броня пробита. б) При попадании осколка броня пробита. Найти вероятность того, что в броню попал крупный осколок.

5.24 В цехе 3 группы автоматических станков (по степени амортизации) производят одни и те же детали. Производительность их одинакова, но качество работы различное. Известно, что станки первой группы производят 0,9 деталей первого сорта, второй – 0,85 и третьей – 0,8. Все произведенные в цехе за смену детали в не рассортированном виде сложены на склад. а) Определить вероятность того, что взятая наудачу деталь окажется первого сорта, если станков первой группы 5 штук, второй 4 штуки и третьей – 1. б) Взятая деталь первого сорта, какова вероятность, что деталь произведена станком первой группы?

5.25 Произведен посев пшеницы семенами 1-го, 2-го, 3-го и 4-го сортов, перемешанных между собой. Вероятность выбрать зерна указанных сортов соответственно равна: 0,15; 0,24; 0,08; 0,53. Вероятности того, что из зерен вырастет колос, содержащий не менее 45 зерен, соответственно равны: 0,34; 0,3; 0,05; 0,01. а) Найти вероятность того, что колос будет иметь не менее 45 зерен. б) Колос имеет не менее 45 зерен. Какова вероятность, что он вырос из семени 1-го сорта?

5.26 На склад готовой продукции поступили изделия из 3 цехов: 30% из первого цеха, 45% – из второго, 25% – из третьего. Среди изделий первого цеха брак составляет в среднем 0,6%, второго – 0,4%, третьего – 0,16%. а) Определить вероятность того, что взятое на складе изделие окажется годным. б) Взятое изделие оказалось годным. Какова вероятность того, что оно поступило из первого цеха?

5.27 На сборочный конвейер поступают детали с четырех автоматов, работающих с различной точностью. Первый автомат дает 0,5% брака, второй – 0,44%, третий – 0,7%, четвертый – 0,6% брака. С первого автомата поступило 1200 изделий, со второго – 1500 изделий, с третьего – 2000 Изделий, с – 1300. а) Определить вероятность того, что на конвейер попадает бракованная деталь. б) На конвейер попала бракованная деталь. Найти вероятность того, что она поступила с первого автомата.

5.28 Имеется два набора деталей. Первый набор содержит 10 деталей, второй – 15. Вероятность того, что детали первого набора стандартные – 0,8; а второго – 0,9. а) Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь (из наугад взятого набора) стандартна. б) Взятая наугад деталь оказалась стандартной. Найти вероятность, что она из первого набора.

5.29 Наборщик пользуется двумя кассами. В первой кассе 90%, а во второй 80% отличного шрифта. а) Найти вероятность того, что наудачу извлеченная литера из наугад взятой кассы, будет отличного качества. б) Литера оказалась отличного качества. Какова вероятность того, что она из первой кассы?

5.30 Вероятности подключения абонента к каждой из четырех АТС соответственно равны 0,2; 0,36; 0,16; 0,28. Вероятность соединения с абонентом в случае его подключения к первой АТС равна 0,12; ко второй – 0,125; к третьей – 0,3; к четвертой – 0,75. а) Какова вероятность соединения. б) Соединение произошло. Какова вероятность, что абонент подключен к первой АТС?

Задание 6.

6.1 Вероятность приема радиосигнала равна 0,75. Какова вероятность того, что при пятикратной передаче сигнала он будет принят: а) три раза; б) не менее четырех раз; в) хотя бы один раз.

6.2 Прибор состоит из 4 узлов. Вероятность безотказной работы для каждого узла в течение смены равна 0,8. Узлы выходят из строя независимо один от другого. Найти вероятность того, что за смену откажут: а) два узла; б) не менее трех узлов; в) по крайней мере один узел.

6.3 Батарея дала 14 выстрелов по объекту, вероятность попадания в который равна 0,2. Найти наивероятнейшее число попаданий.

6.4 В некотором водоеме карпы составляют 80% всех рыб. Какова вероятность того, что из пяти выловленных в этом водоеме рыб окажется: а) два карпа; б) не менее четырех карпов; в) хотя бы один карп?

6.5 На тракторном заводе рабочий за смену изготавливает 300 деталей. Вероятность того, что деталь окажется первого сорта равна 0,75. Какова вероятность того, что деталей первого сорта будет: а) от 210 до 240 штук; б) ровно 225 штук.

6.6 В зимнее время вероятность своевременного прибытия поезда на станцию принимается равной 0,8. Определить вероятность того, что из четырех ожидаемых поездов прибудут своевременно: а) один поезд; б) не менее 3 поездов; в) по крайней мере один поезд.

6.7 Вероятность брака равна 0,1. Определить вероятность того, что из четырех изделий, проверяемых ОТК: а) забраковано одно; б) забраковано не менее трех; в) все изделия годные.

6.8 В ОТК поступила партия деталей. вероятность того, что наудачу взятое изделие стандартное, равна 0,9. Найти вероятность того, что из 100 проверенных изделий окажется стандартных: а) от 81 до 96 изделий; б) ровно 87 изделий.

6.9 Доля плодов, пораженных болезнью в скрытой форме, составляет 25%. Случайным образом отбирается 6 плодов. Определить вероятность того, что в выборке пораженных болезнью окажется: а) три плода; б) не более двух плодов; в) по крайней мере один плод.

6.10 По имеющимся данным в среднем 90% числа производимых цехом изделий не имеют дефектов. Какое наивероятнейшее число изделий с дефектами окажется среди отобранных случайным образом 20 образцов изделий?

6.11 Опытным путем установлено, что доля коротких волокон хлопка-сырца составляет в среднем 10% в каждой подопытной партии. Какая вероятность появления в 1600 опытах: а) от 130 до 190 коротких волокон; б) ровно 160 коротких волокон.

6.12 В цехе имеется 5 автоматов. Вероятность того, что каждый из них будет остановлен для смены деталей, равна 0,1. Определить вероятность того, что будет остановлено: а) три автомата; б) не более двух автоматов; в) хотя бы один автомат.

6.13 Вероятность выхода из строя за время t одного конденсатора равна 0,2. Определить вероятность того, что за время t из 100 конденсаторов выйдут из строя: а) от 15 до 26 конденсаторов; б) ровно 21 конденсатор.
6.14 Опытом установлено, что в среднем 70% массовой продукции, выпускаемой некоторой мастерской, принадлежит первому сорту. Какова вероятность того, что из 6 взятых наудачу изделий этой мастерской первого сорта окажется: а) два изделия; б) не менее пяти изделий; в) хотя бы одно изделие.
6.15 На факультете 20 % студентов-отличников. Определить наиболее вероятное число отличников в группе из 30 студентов этого факультета.
6.16 100 станков работают независимо друг от друга, причем вероятность бесперебойной работы каждого из них, в течение смены равна 0,8. Найти вероятность того, что в течение смены бесперебойно проработают: а) от 70 до 82 станков; б) ровно 76 станков.
6.17 Всхожесть семян некоторой культуры составляет 90%. Какова вероятность того, что из шести посеянных семян взойдет: а) три; б) не менее пяти; в) хотя бы одно.
6.18 При данном технологическом процессе 75% всей произведенной продукции оказывается продукцией высшего сорта. Найти наивероятнейшее число изделий высшего сорта в партии из 150 изделий.
6.19 Вероятность того, что из взятого наудачу яйца вылупится петушок, равна 0,5. В инкубатор заложили 10000 яиц. Определить вероятность того, что среди выведенных цыплят будет: а) от 4900 до 5100 петушков, б) ровно 5000 петушков.
6.20 В цехе работают 5 станков. Для каждого станка вероятность того, что он в данный момент включен равна 0,9. Какова вероятность того, что в данный момент включены: а) три станка; б) не менее четырех станков; в) по крайней мере один станок.
6.21 Число коротких волокон в партии хлопка составляет в среднем 30% от всего количества волокон. Определить наивероятнейшее число коротких волокон из взятых наудачу 24 волокон.
6.22 Вероятность выхода из строя за определенное время t одного станка равна 0,1. Определить вероятность того, что из 100 станков в течение данного промежутка времени t выйдут из строя: а) от 7 до 13 станков; б) ровно 10 станков.
6.23 Имеется некоторое количество однотипных изделий. Известно, что 70% из них первого сорта и 30% – второго. Определить вероятность того, что из 4 наудачу взятых изделий первого сорта окажется: а) одно изделие; б) не менее 3 изделий; в) хотя бы одно из изделий.
6.24 Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,9. Какова вероятность того, что из 400 высеянных семян взойдет: а) от 345 до 372 семян; б) ровно 360 семян?
6.25 При некотором технологическом процессе вероятность изготовления изделий 1-го сорта равна 0,7. Определить наивероятнейшее число изделий первого сорта из рассмотренных 16 изделий.
6.26 Вероятность нарушения точности в сборке прибора составляет 0,2. Определить наиболее вероятное число точных приборов в партии из 9 штук.
6.27 На склад магазина поступают изделия, из которых 80% оказывается высшего сорта. Найти вероятность того, что из 100 взятых наудачу изделий высшего сорта окажется: а) от 72 до 84 изделий; б) ровно 78 изделий.
6.28 Волокна тонкорунной овцы в среднем 75% имеют длину, меньшую 15 см, 25% – длину, большую 15 см. Найти вероятность того, что среди четырех слу-

чайно отобранных волокон окажутся: а) три короче 15 см; б) не менее трех – длиннее 15 см; в) по крайней мере одно – длиннее 15 см.

6.29 Рабочий обслуживает 12 станков одного типа. Вероятность того, что станок потребует внимания рабочего в течение часа равна 1/3. Найти наиболее вероятное число станков, которые потребуют внимания рабочего в течение часа.

6.30 Из большой поступившей партии зерна (пшеницы с рожью) в которой доля ржи 0,2, берут 900 случайных зерен. Какова вероятность того, что число зерен ржи в пробе: а) от 180 до 210; б) ровно 195?

Задание 7.

Дана $F(x)$ или $f(x)$. Найти $f(x)$ или $F(x)$. Построить их графики. Найти $M(x)$, $D(x)$ и вероятность попадания СВ Х на отрезок $[\alpha, \beta]$.

7.1 $f(x) = \begin{cases} 0, & x < -\frac{\pi}{6}, \\ acos3x, & -\frac{\pi}{6} \le x \le \frac{\pi}{6}, \\ 0, & x > \frac{\pi}{6}; \end{cases}$ $\quad \alpha = -\frac{\pi}{12},\ \beta = \frac{\pi}{12}.$

7.2 $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{1}{4}x^3, & 0 \le x \le 2, \\ 0, & x > 2; \end{cases}$ $\quad \alpha = \frac{1}{2},\ \beta = \frac{3}{2}.$

7.3 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}cosx, & |x| \le \frac{\pi}{2}, \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{2}; \end{cases}$, $\quad \alpha = -\frac{\pi}{4},\ \beta = \frac{\pi}{4}.$

7.4 $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{3}{8}x^2, & 0 \le x \le 2, \\ 0, & x > 2; \end{cases}$ $\quad \alpha = 0{,}5,\ \beta = 1{,}5.$

7.5 $f(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ 3x^2, & 0 < x \le 1, \\ 0, & x > 1; \end{cases}$ $\quad \alpha = 0{,}5,\ \beta = 1.$

7.6 $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ x - \frac{1}{4}x^3, & 0 \le x \le 2, \\ 0, & x > 2; \end{cases}$ $\quad \alpha = 0{,}5,\ \beta = 1.$

7.7 $f(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ 2 - 2x, & 0 < x \le 1, \\ 0, & x > 1; \end{cases}$ $\quad \alpha = 0,\ \beta = 0{,}5.$

7.8 $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ x, & 0 \le x < 1, \\ 2 - x, & 1 \le x < 2, \\ 0, & x > 2; \end{cases}$ $\quad \alpha = 0,\ \beta = 1{,}5.$

7.9 $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi}cos^2x, & |x| \le \frac{\pi}{2}, \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{2}; \end{cases}$ $\quad \alpha = 0,\ \beta = \frac{\pi}{4}.$

7.10 $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{3}{4}(2x - x^2), & 0 \le x \le 2, \\ 0, & x > 2; \end{cases}$ $\quad \alpha = 1,\ \beta = 2.$

7.11 $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{1}{2} sinx, & 0 \le x \le \pi, \\ 0, & x > \pi; \end{cases}$ $\alpha = 0,\ \beta = \frac{\pi}{2}.$

7.12 $F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ asinx, & 0 < x \le \frac{\pi}{2}, \\ 1, & x > \frac{\pi}{2}; \end{cases}$ $P\left(|x| > \frac{\pi}{4}\right) = ?$

7.13 $F(x) = \begin{cases} 0, & x \le \pi, \\ a(1 + cosx), & \pi < x \le \frac{3}{2}\pi, \\ 1, & x > \frac{3}{2}\pi; \end{cases}$ $\alpha = \pi,\ \beta = \frac{3\pi}{4}.$

7.14 $f(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ asinx, & 0 < x \le \pi, \\ 0, & x > \pi; \end{cases}$ $\alpha = 0,\ \beta = \frac{\pi}{4}.$

7.15 $f(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ ax - x^2, & 0 < x \le 1, \\ 0, & x > 1; \end{cases}$ $\alpha = -\frac{1}{2},\ \beta = \frac{1}{2}.$

7.16 $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ asin2x, & 0 \le x \le \frac{\pi}{2}, \\ 0, & x > \frac{\pi}{2}; \end{cases}$ $\alpha = 0,\ \beta = \frac{\pi}{4}.$

7.17 $f(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ ax^3, & 0 < x \le 1, \\ 0, & x > 1; \end{cases}$ $\alpha = -\infty,\ \beta = \frac{1}{2}.$

7.18 $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ a(3x - x^2), & 0 \le x \le 3, \\ 0, & x > 3; \end{cases}$ $\alpha = 1,\ \beta = 2.$

7.19 $F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ a(1 - cosx), & 0 < x \le \pi, \\ 1, & x > \pi; \end{cases}$ $\alpha = 0,\ \beta = \frac{\pi}{2}.$

7.20 $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ acosx, & 0 \le x \le \frac{\pi}{2}, \\ 0, & x > \frac{\pi}{2}; \end{cases}$ $\alpha = 0,\ \beta = \frac{\pi}{4}.$

7.21 $F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ ax^3, & 0 < x \le 2, \\ 1, & x > 2; \end{cases}$ $\alpha = 0,\ \beta = 1.$

7.22 $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \frac{1}{x^2}, & x \ge 1; \end{cases}$ $\alpha = 2,\ \beta = 3.$

7.23 $f(x) = \begin{cases} 0, & x \le -3, \\ a\left(\frac{x}{3} + 1\right), & -3 < x \le 0, \\ 0, & x > 0; \end{cases}$ $\alpha = -1,\ \beta = 0.$

7.24 $F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ ax^2, & 0 < x \le 2, \\ 1, & x > 2; \end{cases}$ $\alpha = -1,\ \beta = 1.$

7.25 $f(x) = \begin{cases} 0, & x < \frac{\pi}{2}, \\ acosx, & -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}, \\ 0, & x > \frac{\pi}{2}; \end{cases}$ $\alpha = 0,\ \beta = \frac{\pi}{4}.$

7.26 $f(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1, \\ a(x-1), & 1 < x \le 4, \\ 0, & x > 4; \end{cases}$ $\alpha = 0,\ \beta = 2.$

7.27 $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ a(x+1), & 0 \le x \le 2, \\ 0, & x > 2; \end{cases}$ $\alpha = 0,\ \beta = 1.$

7.28 $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ a(1 - cos2x), & 0 \le x \le \frac{\pi}{2}, \\ 0, & x > \frac{\pi}{2}; \end{cases}$ $\alpha = 0,\ \beta = \frac{\pi}{4}.$

7.29 $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ ax + \frac{1}{3}, & 0 \le x \le 2, \\ 0, & x > 2; \end{cases}$ $\alpha = 0,\ \beta = 1.$

7.30 $F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 5, \\ a\left(\frac{x}{5} - 1\right), & 5 < x \le 10, \\ 1, & x > 10; \end{cases}$ $\alpha = 4,\ \beta = 6.$

Задание 8

Дискретная СВ задана рядом распределения. Найти $M(X)$и $D(X)$.

8.1

x_i	-1	0	2	4	6
p_i	0,2	0,4	0,3	0,05	

8.2

x_i	2	4	6	8	10	12
p_i	0,1	0,3	0,25	0,15	0,15	

8.3

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	0,05	0,1	0,25	0,3	0,2	

8.4

x_i	5	7	10	15
p_i	0,2	0,5	0,2	

8.5

x_i	1	3	4	6	7
p_i	0,1	0,1	0,3	0,4	

8.6

x_i	-2	-1	0	1	2
p_i	0,1	0,2	0,3	0,3	

8.7

x_i	10	20	30	40	50	60
p_i	0,24	0,36	0,2	0,15	0,03	

8.8

x_i	0	1	2	3	4
p_i	0,2	0,4	0,3	0,08	

8.9

x_i	10	20	30	40	50
p_i	0,2	0,3	0,35	0,1	

8.10

x_i	2	4	6	10	20
p_i	0,09	0,12	0,3	0,28	

8.11

x_i	7	8	9	10
p_i	0,1	0,2	0,39	

8.12

x_i	-2	-1	0	1	2	3
p_i	0,05	0,12	0,3	0,22	0,18	

8.13

x_i	5	6	8	9
p_i	0,2	0,4	0,3	

8.14

x_i	-3	-1	0	1	2
p_i	0,1	0,2	0,3	0,1	

8.15

x_i	-1	0	2	4	6
p_i	0,2	0,4	0,3	0,05	

8.16

x_i	0	1	2	3	4
p_i	0,23	0,39	0,25	0,08	

8.17

x_i	1	2	3	4	5
p_i	0,07	0,21	0,55	0,16	

8.18

x_i	2	4	6	8	10	12
p_i	0,1	0,3	0,25	0,15	0,15	

8.19

x_i	-2	-1	0	1	2
p_i	0,1	0,2	0,2	0,4	

8.20

x_i	-1	0	2	4	5
p_i	0,2	0,4	0,3	0,05	

8.21

x_i	1	2	10	20
p_i	0,4	0,2	0,15	

8.22

x_i	0	1	2	3
p_i	0,216	0,432	0,288	

8.23

x_i	0	1	2	3	4
p_i	0,2	0,25	0,35	0,10	

8.24

x_i	-2	-1	0	1	2
p_i	0,1	0,2	0,3	0,3	

8.25

x_i	-1	0	2	4	5
p_i	0,2	0,4	0,3	0,05	

8.26

x_i	-2	-1	0	1	2
p_i	0,1	0,2	0,1	0,2	

8.27

x_i	0	1	2	3	4
p_i	0,2	0,4	0,3	0,08	

8.28

x_i	-2	-1	0	1	2
p_i	0,3	0,2	0,1	0,2	

8.29

x_i	0	1	2	3
p_i	0,504	0,398	0,092	

8.30

x_i	0	1	2	3	4	5
p_i	0,2373	0,3955	0,2637	0,879	0,0146	

Задание 9

В результате эксперимента получены данные, записанные в виде статистического ряда. Требуется:

а) записать значения результатов эксперимента в виде вариационного ряда;

б) найти размах варьирования и разбить его на 9 интервалов;

в) построить полигон частот, гистограмму относительных частот и график эмпирической функции распределения;

г) найти числовые характеристики выборки *x, D_B;*

д) приняв в качестве нулевой гипотезу H_0: генеральная совокупность, из которой извлечена выборка, имеет нормальное распределение, проверить ее, пользуясь критерием Пирсона при уровне значимости $\alpha = 0{,}025$;

е) найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратичного отклонения при надежности $\gamma = 0{,}9$.

9.1

17,1	21,4	15,9	19,1	22,4	20,7	17,9	18,6	21,8	16,1
19,1	20,5	14,2	16,9	17,8	18,1	19,1	15,8	18,8	17,2
16,2	17,3	22,5	19,9	21,1	15,1	17,7	19,8	14,9	20,5
17,5	19,2	18,5	15,7	14,0	18,6	21,2	16,8	19,3	17,8
18,8	14,3	17,1	19,5	16,3	20,3	17,9	23,0	17,2	15,2
15,6	17,4	21,3	22,1	20,1	14,5	19,3	18,4	16,7	18,2
16,4	18,7	14,3	18,2	19,1	15,3	21,5	17,2	22,6	20,4
22,8	17,5	20,2	15,5	21,6	18,1	20,5	14,0	18,9	16,5
20,8	16,6	18,3	21,7	17,4	23,0	21,1	19,8	15,4	18,1
18,9	14,7	19,5	20,9	15,8	20,2	21,8	18,2	21,2	20,1

9.2

16,8	17,9-	21,4	14,1	19,1	18,1	15,1	18,2	20,3	16,7
19,5	18,5	22,5	18,4	16,2	18,3	19,1	21,4	14,5	16,1
21,5	14,9	18,6	20,4	15,2	18,5	17,1	22,4	20,8	19,8
17,2	19,7	16,3	18,7	14,4	18,8	19,5	21,6	15,3	17,3
22,8	17,4	22,2	16,5	21,7	15,4	21,3	14,3	20,5	16,4
20,6	15,5	19,4	17,5	20,9	23,0	18,9	15,9	18,2	20,7
17,9	21,8	14,2	21,2	16,1	18,4	17,5	19,3	22,7	19,6
22,1	17,6	16,7	20,4	15,7	18,1	16,6	18,3	15,5	17,7
19,2	14,8	19,7	17,7	16,5	17,8	18,5	14,0	21,9	16,9
15,8	20,8	17,1	20,1	22,6	18,9	15,6	21,1	20,2	15,1

9.3

189	207	213	208	186	210	198	219	231	227
202	211	220	236	227	220	210	183	213	190
197	227	187	226	213	191	209	196	202	235
211	214	220	195	182	228	202	207	192	226
193	203	232	202	215	195	220	233	214	185
234	215	196	220	203	236	225	221	193	215
204	184	217	193	216	205	197	203	229	204
225	216	233	223	208	204	207	182	216	191
210	190	207	205	232	222	198	217	211	201
185	217	225	201	208	211	189	205	207	199

9.4

9,4	7,9	0,3	6,8	4,2	11,9	7,8	1,7	5,1	8,8
8,7	11,1	7,7	1,8	5,5	10,5	4,3	3,8	1,4	11,2
1,1	7,3	3,7	4,4	11,8	8,6	1,9	5,6	10,1	8,4
10,0	11,6	5,2	2,1	5,7	4,8	7,4	0,8	4,7	3,6
8,3	7,6	0,7	7,3	3,4	11,4	5,7	9,9	2,2	7,2
2,3	4,7	9,7	11,3	5,8	4,9	3,3	0,5	7,5	4,6
5.0	0,4	8,9	7,1	9,6	11,5	5.9	9,0	5,3	2,4
9,5	5,9	1,0	9,1	2,5	6,0	8,2	3,2	10,9	6,1
10,2	2,6	4,5	3,1	6,2	11,7	6,3	0,2	7,0	9,2
1,2	6,4	11,9	6,9	8,1	6,5	2,9	6,2	4,4	10,3

9.5

1,6	4,4	10,9	6,4	4,0	2,8	5,2	1,2	7,6	3,4
2,9	5,3	1,7.	7,7	6,9	10,1	5,4	4,1	8,8	6,5
6,6	4,2	5,5	0,5	8,9	4,5	1,8	5,6	7,8	3,0
1,9	10,2	7,9	2,5	5,7	3,1	6,7	4,3	0,6	9,0
6,8	3,2	4,4	9,1	10,3	6,0	7,9	6,9	8,0	2,0
7,0	10,7	8,1	2,1	5,8	6,4	0,3	4,5	9,2	3,3
7,6	9,3	3,4	4,6	5,0	3,8	5,9	8,2	2,2	7,1
2,3.	0,8	7,2	8,3	11,1	6,5	3,5	9,4	10,8	4,7
4,8	6,1	3,6	9,5	8,4	2,4	6,2	7,3	5,7	0,9
7,4	8,5	5,8	1,1	5,9	4,9	3,7	9,6	2,6	6,1

9.6

20	26	32	34	26	28	22	30	17	24
30	28	18	22	24	26	34	28	22	20
34	24	28	20	32	17	22	24	26	30
30	22	26	35	28	24	30	32	28	18
20	30	17	24	32	28	22	26	24	30
34	26	24	28	22	30	35	32	20	17
28	22	36	30	20	26	28	23	24	32
20	26	30.	24	32	17	22	28	35	26
28	35	32	22	26	24	26	24	30	24
18	24	26	28	35	30	26	22	26	28

9.7

57	46	33	49	29	50	38	41	27	34
37	49	51	26	55	42	59	43	46	30
31	43	58	41	35	47	33	45	49	37
47	34	54	39	60	49	25	50	31	53
38	41	30	51	37	55	47	43	35	42
35	46	27	45	41	34	50	29	51	39
42	59	43	31	38	58	54	37	26	43
29	42	33	41	24	39	53	45	33	51
45	25	54	50	37	30	41	60	42	46
38	53	34	47	35	49	57	39	55	31

9.8

37	49	43	31	44	38	40	31	28	43
32	44	47	29	51	25	43	38	41	32
38	24	49	40	32	34	31	28	37	46
41	35	43	25	37	46	38	24	41	50
38	29	41	32	34	49	44	37	31	47
50	34	25	37	40	32	35	28	44	43
46	37	41	35	29	43	38	31	26	34
49	32	46	26	38	35	40	51	37	46
37	2S	40	34	24	44	32	28	34	38
44	34	29	47	37	49	43	35	47	50

9.9

70	95	75	85	60	77	55	63	80	67
90	78	57	76	84	82	75	68	73	62
62	81	77	72	97	68	85	56	92	71
73	78	98	63	S3	85	70	90	66	91
86	68	55	93	71	96	77	81	86	72
82	62	70	78	67	87	91	99	78	87
91	58	81	97	75	83	71	66	61	76
73	85	65	90	86	61	54	75	78	93
87	58	72	92	66	98	65	81	76	63
95	83	65	57	80	87	61	92	56	71

9.10

57,3	75,1	78,1	69,3	60,1	77,3	66,1	69,5	72,1	68,7
81,1	69,4	63,1	67,4	77,1	82,6	64,8	72,5	62,5	80,7
77,6	65,8	78,3	57,7	80,7	64,4	82,8	67,3	83,1	70,6
75,3	58,0	60,7	81,3	67,1	69,6	82,4	62,3	66,9	80,6
62,7	73,8	68,9	83,8	57,0	72,6	65,6	78,7	59,5	50,0
73,5	58,1	64,0	83,9	84,0	63,5	74,1	77,7	68,5	80,5
66,3	73,0	79,1	71,1	80,4	62,1	66,7	83,7	76,8	59,3
71,3	63,7	71,2	78,9	65,2	77,9	74,9	69,1	70,8	74,8
71,6	72,9	61,9	71,5	75,4	71,7	59,9	74,3	76,1	70,9
61,3	71,4	71,8	65,0	67,8	75,5	71,9	64,9	74,7	62,9

9.11

181	141	162	103	136	124	41	117	69	153
101	24	67	154	172	110	62	59	197	121
135	58	199	159	81	39	142	87	179	85
171	107	125	192	163	200	133	150	178	98
148	56	113	169	73	138	104	31	90	109
127	116	190	20	111	94	157	119	53	76
66	132	166	91	44	115	72	26	128	149
46	75	105	137	82	64	186	96	176	97
156	33	188	58	112	139	86	174	106	77
152	130	43	108	119	129	37	71	96	114

9.12

32	105	48	80	144	128	64	112	18	81
66	129	113	17	94	78	90	51	104	34
110	149	36	103	82	53	93	130	68	150
114	84	55	131	70	38	102	77	16	135
41	19	142	61	85	159	115	57	72	101
56	100	86	146	73	40	141	25	87	126
151	71	94	15	125	76	54	99	39	140
17	124	52	98	139	37	147	88	69	109
35	158	67	30	93	123	50	138	21	97
96	121	49	137	89	145	91	65	92	33

9.13

0,053	0,026	0,037	0,056	0,041	0,035	0,031	0,046	0,021	0-054
0,035	0,039	0,043	0,031	0,038	0,023	0,045	0,026	0,037	0,042
0,030	0,041	0,021	0,047	0,026	0,046	0,033	0,038	0J053	0,035
0,049	0,054	0,039	0,034	0,051	0,029	0,046	0,023	0,038	0,043
0,026	0,039	0,033	0,020	0,042	0,050	0,025	0,037	0,041	0,029
0,029	0,038	0,027	0,043	0,035	0,030	0,049	0,055	0,039	0,034
0,022	0,045	0,034	0,055	0,037	0,025	0,033	0,051	0,027	0,045
0,041	0,051	0,027	0,046	0,029	0,038	0,042	0,020	0,039	0,031
0,025	0,047	0,030	0,050	0,023	0,039	0,035	0,049	0,030	0,047
0,034	0,022	0,042	0,031	0,049	0,033	0,056	0,037	0,050	0,025

9.14

0,026	0,034	0,028	0,036	0,030	0,038	0,041	0,038	0,030	0,028
0,028	0,030	0,034	0,038	0,040	0,036	0,034	0,023	0,032	0,026
0,034	0,032	0,024	0,036	0,032	0,026	0,030	0,028	0,038	0,034
0,038	0,041	0,028	0,026	0,030	0,034	0,032	0,040	0,036	0,032
0,030	0,036	0,034	0,032	0,023	0,032	0,028	0,032	0,026	0,038
0,026	0,032	0,028	0,040	0,038	0,030	0,032	0,024	0,036	0,030
0,024	0,032	0,030	0,036	0,028	0,041	0,032	0,038	0,034	0,026
0,041	0,034	0,023	0,038	0,026	0,030	0,028	0,036	0,040	0,028
0,030	0,026	0,034	0,028	0,024	0,036	0,032	0,030	0,038	0,034
0,028	0,034	0,040	0,036	0,030	0,038	0,023	0,034	0,032	0,026

9.15

0,86	1,04	1,45	1,31	1122	1,09	0,73	1,11	0,95	0,84
0,96	0,78	1,23	1,13	1,04	1,44	1,32	1,29	0,68	0,86
1,33	1,08	0,87	0,67	1,28	0,97	1,14	0,83	1,33	1,40
1,24	1,43	0,98	1,34	0,81	0,88	1,10	0,70	1,15	1,23
1,34	1,09	0,80	1,16	1,24	0,75	0,99	1,41	0,88	0,79
1,36	1,25	0,89	1,26	1,42	1,35	0,80	1,17	0,90	1,00
1,11	0,69	1,18	0,82	1,01	0,90	1,36	1,25	0,67	0,91
1,37	1,02	0,92	1,27	1,19	1,38	1,46	0,93	1,27	0,83
1,04	1,11	1,47	1,07	0,72	0,93	1,26	0,77	1,20	1,28
0,77	1,10	0,95	1,05	l,08	1,11	1,10	1,48	1,07	0,92

9.16

0,76	0,82	0,70	0,86	0,78	0,96	0,68	0,83	0,92	0,86
0,86	0,84	0,66	0,92	0,76	0,95	0,84	1,91	0,78	0,70
0,78	0,70	0,82	0,99	0,83	0,86	0,67	0,91	0,75	0,86
0,83	0,75	0,95	0,79	0,65	0,84	0,78	0,88	0,70	0,95
0,87	0,71	0,92	1,00	0,75	0,87	0,80	0,79	0,66	0,90
0,79	0,82	0,65	0,83	0,88	0,96	0,75	0,91	0,71	0,87
0,76	0,90	0,71	0,87	0,74	0,94	0,80	1,00	0,95	0,79
0,96	0,98	0,84	0,79	0,91	0,71	0,65	0,90	0,88	0,74
0,74	0,67	0,94	0,72	1,01	0,82	0,80	0,83	0,99	0,83
0,88	0,80	0,72	0,91	0,84	0,74	0,94	0,72	0,83	0,87

9.17

1,66	2,21	1,21	1,46	1,16	1,81	0,86	1,74	2,08	1,38
2,27	0,81	2,39	2,19	2,25	1,67	1,84	1,37	2,12	2,37
1,15	2,17	1,45	1,75	1,14	1,94	1,53	0,83	1,68	1,35
2,39	1,63	1,86	1,24	1,73	1,07	2,10	1,13	1,91	1,31
1,78	2,09	1,54	1,79	1,08	1,42	0,80	136	l,19	0,85
1,88	1,27	0,84	2,60	1,44	1,77	2,45	1,10	2,16	149
1,56	2,30	2,48	0,99	1,18	2,11	1,64	2,28	1,29	1,93
2,15	1,72	1,83	1,47	1,87	1,17	2,29	1,90	1,71	2,55
2,31	1,39	1,85	2,38	1,65	2,51	1,48	1,28	2,18	1,49
2,14	1,76	1,51	1,82	0,91	2,51	2,34	2,59	1,69	2,13

9.18

2,1	2,3	1,5	3,1	2,7	1,9	2,4	0,9	2,5	1,1
1,3	2,9	2,3	3,9	2,4	3,6	1,6	3,2	2,9	2,0
2,1	3,3	0,8	3,5	1.7	2,6	4,1	2,8	1,2	2,5
1,1	2,4	1,5	3,2	2,7	1,5	3,7	1,9	3,1	4,0
4,1	2,9	2,0	2,0	1,1	0,7	3,3	2,5	1,6	2,4
2,1	3,2	0,9	2,8	4,2	2,8	1,9	1,2	1,7	3,5
2,7	3,9	2,4	1,7	3,6	2,5	0,8	3,1	2,1	1,3
3,2	1,6	0,7	2,6	1,3	2,0	3,7	2,9	4,0	3,1
2,8	4,1	1,9	3,6	3,3	2,9	0,6	1,5	1,2	2,4
1,1	3,5	1,6	2,4	3,9	2,7	2,5	1,9	2,6	3,2

9.19

19,3	44,5	49,9	26,9	50,2	51,1	18,6	72,7	35,4	25,4
42,7	17,5	51,7	49,3	26,2	47,1	71,4	27,1	75,7	43,2
25,5	27,2	80,4	50,4	70,2	14,9	52,4	62,3	41,7	49,5
40,6	14,5	62,8	34,5	53,4	26,1	69,3	52,5	27,3	80,3
25,3	43,1	27,4	80,1	68,4	63,3	13,4	55,4	39,5	33,1
38,4	19,7	63,8	40,4	80,8	56,4	66,1	27,5	79,1	24,6
28,6	47,9	78,4	57,4	66,5	37,3	23,4	67,6	11,1	64,3
22,7	64,8	36,2	58,7	10,8	47,7	58,4	29,2	46,7	77,2
51,9	31,3	44,7	66,3	20,1	65,3	45,5	76,3	67,8	35,1
66,9	18,9	42,9	50,7	34,9	43,5	32,5	48,4	53,1	65,8

9.20

56.5	47,3	23,1	38,6	92,5	50,9	74,9	65,7	47,5	83,9
11,8	70,1	57,1	39,9	54,7	70,9	47,4	28,1	39,1	76,2
32,3	92,1	20,7	48,6	87,1	66,3	45,8	41,4	56,9	22,6
45,8	58,4	53,4	51,4	11,6	30,9	31,4	37,4	65,8	19,3
45,3	74,4	21,2	25,7	56,7	20,3	48,3	60,1	46,2	64,1
15,1	47,7	12,7	92,6	29,5	52,0	60,2	32,1	74,5	54,2
36,1	47,2	26,1	65,3	41,0	50,1	72,1	56,4	25,1	75,1
83.8	38,7	81,2	65,1	87,4	35,3	92,4	85,6	83,5	20,5
76,3	69,4	41,6	35,9	29,7	80,9	49,9	59,5	83,4	76,5
24,4	55,9	74,2	27,3	76,7	29,9	69,1	30,1	65,4	18,4

9.21

15,2	23,1	27,1	18,6	25,1	27,5	16,0	28,8	22,7	18,8
24,9	26,3	21,2	28,0	25,5	27,7	20,9	31,9	16,8	29,1
26,8	17,4	31,5	21,4	24,8	17,2	30,8	23,7	29,7	21,1
20,4	24,5	26,0	28,7	20,0	33,0	27,9	24,5	20,6	32,1
26,9	15,7	21,5	19,8	16,8	21,7	26,4	23,2	22,9	26,6
25,3	25,8	16,6	23,6	15,0	22,3	24,0	22,4	32,5	19,1
24,7	29,8	18,2	29,6	23,4	18,1	16,9	24,2	24,1	32,2
24,4	18,4	22,1	30,1	22,0	17,8	28,0	25,7	30,9	22,5
30,7	22,5	30,0	27,3	25,4	26,2	20,7	28,1	19,3	28,9
20,3	30,4	24,3	31,6	30,0	22,6	29,2	32,7	26,7	15,8

9.22

19,1	23,5	19,6	27,5	33,3	31,2	27,7	21,4	27,3	20,5
21,9	20,7	15,2	27,3	23,0	31,7	18,9	23,7	33,1	27,9
23,9	18,5	24,1	28,1	22,0	16,4	30,8	27,1	19,9	30,4
20,5	30,9	31,9	26,9	19,8	28,3	22,7	15,6	22,4	18,3
28,5	16,2	22,5	18,1	28,4	33,9	30,8	19,6	26,7	32,5
21,1	24,3	26,5	15,4	24,5	26,4	28,7	17,9	30,6	23,1
32,1	23,2	17,7	28,9	22,9	20,1	30,4	26,3	16,0	25,4
26,1	15,8	30,2	19,4	25,1	25,3	17,5	24,7	21,7	29,1
21,2	21,8	17,3	33,5	29,3	24,9	30,0	15,0	25,2	25,8
33,7	24,5	25,6	23,3	29,8	17,2	25,1	22,4	29,6	19,3

9.23

81	106	135	170	206	60	181	178	154	103
78	176	31	204	145	85	229	47	108	234
110	207	241	168	133	68	174	143	89	182
203	153	172	93	48	228	255	134	112	58
144	235	114	77	208	183	59	170	95	154
104	202	39	164	247	226	110	67	121	193
123	91	164	57	209	30	185	162	250	225
201	160	239	211	131	142	101	153	76	125
137	54	127	87	66	190	158	241	33	221
100	195	156	146	231	220	129	83	151	56

9.24

76	28	151	91	60	204	177	102	128	217
120	66	207	126	124	152	27	221	131	51
241	77	250	134	123	147	184	195	47	160
159	74	169	178	79	129	259	223	182	96
135	199	56	25	82	116	44	229	145	203
88	209	146	224	239	103	201	245	130	163
71	165	176	194	78	154	99	78	127	69
171	173	31	181	117	84	73	161	240	149
247	107	140	53	205	155	29	132	185	179
180	128	42	114	93	191	174	210	133	226

9.25

157,2	137,1	136,0	131,1	142,1	152,0	150,2	125,7	146,6	141,6
138,5	143,4	147,3	144,2	158,3	146,0	140,8	135,8	150,9	156,4
145,1	122,4	139,1	155,5	150,2	146,2	159,6	146,2	164,1	140,5
156,4	141,6	134,4	149,2	145,3	128,4	150,6	133,7	142,1	136,9
127,2	138,2	160,8	155,2	121,8	150,5	144,5	150,5	141,4	128,0
136,2	145,9	162,5	136,9	142,9	146,4	153,2	161,4	150,8	141,6
149,8	154,1	148,4	144,8	150,8	129,3	145,3	141,2	146,4	135,5
134,8	147,1	137,5	159,7	142,7	145,7	150,3	123,5	139,6	153,6
138,4	166,8	148,8	152,5	151,6	133,4	145,6	144,5	144,4	140,8
152,1	137,4	132,1	149,7	166,2	151,1	145,1	139,5	130,1	145,6

9.26

2,85	5,92	3,06	2,47	6,28	3,86	2,19	5,81	3,88	3,01
3,91	3,11	1,46	4,67	3,95	5,76	3,08	3,99	6,38	1,51
2,34	4,19	5,72	4,14	3,03	4,08	6,47	4,05	5,96	4,01
4,23	2,16	6,55	3,14	4,26	4,31	1,48	4,45	2,71	5,69
6,60	4,69	2,93	7,68	0,65	6,68	3,18	5,64	4,56	3,36
2,64	3,23	6,75	4,57	5,61	3,29	7,08	2,91	4,59	2,59
4,61	1,98	6,21	3,39	4,62	2,28	4,64	3,45	5,56	4,07
3,58	4,73	3,61	2,24	4,31	3,81	5,52	4,26	4,17	7,49
1,29	4,45	4,78	5,01	7,85	5,49	2,01	4,89	0,98	4,84
2,26	5,47	4,63	4,98	5,42	4,60	5,10	4,96	4,63	5,05

9.27

76,23	45,29	92,41	35,48	56,81	45,67	54,01	45,88	25,56	65,91
48,11	6,32	26,31	74,27	27,82	88,04	36,12	56,97	4,97	46,31
55,78	46,85	57,31	37,28	66,41	28,53	72,48	29,34	38,34	62,35
46,82	39,47	81,04	54,06	48,64	61,22	40,56	30,11	78,45	.48,53
86,24	47,51	66,92	42,74	4,83	47,83	64,02	57,84	41,63	53,75
65,21	43,82	58,31	33,71	44,95	68,91	32,84	45,21	84,47	31,27
49,29	83,09	55,11	94,75	49,85	58,86	55,30	69,44	50,41	35,07
67,24	41,78	50,56	34,05	37,91	71,25	17,84	14,51	18,23	51,93
50,89	9,41	16,31	51,33	70,58	15,91	51,84	59,31	25,01	60,31
85,52	59,77	75,26	52,22	95,73	19,04	60,85	22,91	53,84	15,02

9.28

1,58	1,95	0,89	1,76	1,54	2,18	1,13	2,59	1,91	1,60
1,19	1,70	2,58	1,31	2,54	1,90	2,20	1,49	2,69	1,51
1,77	1,93	1,48	2,21	1,64	2,92	1,25	1,97	0,90	1,78
1,12	2,48	1,38	1,79	1,75	0,67	2,22	1,62	1,82	1,09
1,61	1,71	0,95	2,23	1,46	1,99	2,24	1,72	2,03	1,25
1,28	2,04	1,83	1,69	1,81	1,22	2,05	1,07	1,74	1,88
1,80	0,69	2,07	1,29	2,27	2,75	1,41	2,08	2,30	2,15
1,34	1,84	1,73	2,31	1,86	1,40	2,46	0,73	2,33	1,85
1,02	2,13	1,66	2,84	1,16	2,34	1,44	2,89	2,09	2,90
1,87	1,43	2,11	0,84	1,91	2,44	2,10	1,75	2,60	1,68-

9.29

30,2	51,9	43,1	58,9	34,1	55,2	47,9	43,7-	53,2	34,9
47,8	65,7	37,8	68,6	48,4	67,5	27,3	66,1	52,0	55,6
54,1	26,9	53,6	42,5	59,3	44,8	52,8	42,3	55,9	48,1
44,5	69,8	47,3	35,6	70,1	39,5	70,3	33,7	51,8	56,1
28,4	48,7	41,9	58,1	20,4	56,3	46,5	41,8	59,5	38,1
41,4	70,4	31,4	52,5	45,2	52,3	40,2	60,4	27,6	57,4
29,3	53,8	46,3	40,1	50,3	48,9	35,8	61,7	49,2	45,8
45,3	71,5	35,1	57,8	28,1	57,6	49,6	45,5	36,2	63,2
61,9	25,1	65,1	49,7	62,1	46,1	39,9	62,4	50,1	33,1
33,3	49,8	39,8	45,9	37,3	78,0	64,9	28,8	62,5	58,7

9.30

88	72	100	60	116	74	36	143	114	70
56	75	30	76	89	53	117	90	135	103
35	128	71	86	43	76	61	113	34	83
62	84	50	69	120	91	102	47	119	99
33	76	91	37	85	17	85	63	121	74
46	85	63	104	77	92	54	78	42	105
85	79	49	80	93	32	106	81	64	79
73	19	80	65	107	123	51	94	80	108
52	83	124	81	96	82	109	20	95	68
66	41	82	98	111	67	125	97	112	58

Задние 10

Дана таблица распределения 100 заводов по производственным средствам X (тыс. ден. ед.) и по суточной выработке Y (т). Известно, что между X и Y существует линейная корреляционная зависимость. Требуется:

а) найти уравнение прямой регрессии y на x;

б) построить уравнение эмпирической линии регрессии и случайные точки выборки (X, Y).

10.1

X \ Y	2,2	3,6	5,0	6,4	7,8	9,2	10,6	12	m_x
200	5	3	4	-	-	-	-	-	12
360	-	7	8	-	-	-	-	-	15
520	-	-	9	10	14	-	-	-	33
680	-	-	-	8	7	6	-	-	21
840	-	-	-	-	2	3	2	-	7
1000	-	-	-	-	-	-	6	6	12
m_y	5	10	21	18	23	9	8	6	100

10.2

X \ Y	2,3	3,8	5,3	6,8	7,3	8,8	10,3	11,8	m_x
210	-	4	3	5	-	-	-	-	12
340	-	6	7	8	-	-	-	-	21
470	-	-	10	12	11	-	-	-	33
600	-	-	-	-	5	4	3	-	12
730	-	-	-	-	-	6	8	-	14
860	-	-	-	-	-	-	3	5	8
m_y	-	10	20	25	16	10	14	5	100

10.3

X \ Y	22,0	22,4	22,8	23,2	23,6	24,0	24,4	24,8	m_x
1,00	3	2	1	-	-	-	-	-	6
1,20	-	-	4	5	-	-	-	-	9
1,40	-	-	10	7	6	-	-	-	23
1,60	-	-	-	12	9	5	-	-	26
1,80	-	-	-	-	7	4	3	-	14
2,00	-	-	-	-	-	5	9	8	22
m_y	3	2	15	24	22	14	12	8	100

10.4

Y / X	21,0	21,3	21,6	21,9	22,2	22,5	22,8	23,1	m_x
0,90	1	3	2	-	-	-	-	-	6
1,05	-	4	2	3	-	-	-	-	9
1,20	-	-	5	7	6	-	-	-	18
1,35	-	-	-	6	14	9	-	-	29
1,50	-	-	-	-	7	6	7	-	20
1,65	-	-	-	-	-	6	7	5	18
m_y	1	7	9	16	27	21	14	5	100

10.5

Y / X	64	72	80	88	96	104	112	120	m_x
1,0	6	2	4	-	-	-	-	-	12
1,3	-	3	8	6	-	-	-	-	17
1,6	-	-	-	8	14	5	-	-	27
1,9	-	-	-	7	8	9	-	-	24
2,2	-	-	-	-	4	5	6	-	15
2,5	-	-	-	-	-	1	1	3	5
m_y	6	5	12	21	26	20	7	3	100

10.6

Y / X	56	68	80	92	104	116	128	140	m_x
0,9	2	3	5	-	-	-	-	-	10
1,3	-	6	3	5	-	-	-	-	14
1,7	-	-	5	8	15	-	-	-	28
2,1	-	-	-	6	9	10	-	-	25
2,5	-	-	-	-	1	6	8	-	15
2,9	-	-	-	-	-	3	4	1	8
m_y	2	9	13	19	25	19	12	1	100

10.7

Y / X	20	40	60	80	100	120	140	160	m_x
1000	2	7	3	-	-	-	-	-	12
2000	-	6	4	5	-	-	-	-	15
3000	-	-	8	9	7	-	-	-	24
4000	-	-	-	7	14	5	-	-	26
5000	-	-	-	-	5	7	4	-	16
6000	-	-	-	-	-	-	4	3	7
m_y	2	13	15	21	26	12	8	3	100

10.8

Y / X	15	30	45	60	75	90	105	120	m_x
750	2	4	2	-	-	-	-	-	8
1250	-	-	6	7	3	-	-	-	16
1750	-	-	-	6	13	9	-	-	28
2250	-	-	-	6	8	9	-	-	23
2750	-	-	-	-	7	8	1	-	16
3250	-	-	-	-	-	1	5	3	9
m_y	2	4	8	19	31	27	6	3	100

10.9

Y / X	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	m_x
250	3	4	5	-	-	-	-	-	12
450	-	6	2	8	-	-	-	-	16
650	-	-	-	5	14	9	-	-	28
850	-	-	-	6	8	6	-	-	20
1050	-	-	-	-	5	7	4	-	16
1250	-	-	-	-	-	-	5	3	8
m_y	3	10	7	19	27	22	9	3	100

10.10

Y / X	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	m_x
300	2	3	6	-	-	-	-	-	11
400	-	-	3	6	5	-	-	-	14
500	-	-	-	4	15	8	-	-	27
600	-	-	-	8	5	10	-	-	23
700	-	-	-	-	7	6	3	-	16
800	-	-	-	-	-	-	6	3	9
m_y	2	3	9	18	32	24	9	3	100

10.11

Y / X	160	200	240	280	320	360	400	440	m_x
11,6	1	4	5	-	-	-	-	-	10
16,6	-	6	7	2	-	-	-	-	15
21,6	-	-	5	8	6	-	-	-	19
26,6	-	-	-	9	13	6	-	-	28
31,6	-	-	-	-	7	8	4	-	19
36,6	-	-	-	-	-	-	6	3	9
m_y	1	10	17	19	26	14	10	3	100

10.12

Y / X	110	130	150	170	190	210	230	250	m_x
10	1	3	4	-	-	-	-	-	8
13	-	5	6	5	-	-	-	-	16
16	-	-	4	8	6	-	-	-	18
19	-	-	6	15	9	-	-	-	30
22	-	-	-	-	5	6	7	-	18
25	-	-	-	-	-	1	7	2	10
m_y	1	8	20	28	20	7	14	2	100

10.13

Y / X	16	18	20	22	24	26	28	30	m_x
2,3	3	2	4	-	-	-	-	-	9
2,7	-	5	6	1	-	-	-	-	12
3,1	-	-	6	9	4	-	-	-	19
3,5	-	-	-	8	16	7	-	-	31
3,9	-	-	-	-	8	6	5	-	19
4,3	-	-	-	-	-	4	5	1	10
m_y	3	7	16	18	28	17	10	1	100

10.14

Y / X	14	17	20	23	26	29	32	35	m_x
1,8	2	4	6	-	-	-	-	-	12
2,4	-	2	7	6	-	-	-	-	15
3,0	-	-	6	8	5	-	-	-	19
3,6	-	-	-	8	14	4	-	-	26
4,2	-	-	-	-	3	6	8	-	17
4,8	-	-	-	-	-	-	5	6	11
m_y	2	6	19	22	22	10	13	6	100

10.15

Y / X	1200	2700	4200	6700	8200	9700	11200	12700	m_x
20	4	2	5	-	-	-	-	-	11
520	-	-	7	5	2	-	-	-	14
1020	-	-	-	9	14	6	-	-	29
1520	-	-	-	7	8	6	-	-	21
2020	-	-	-	-	4	5	7	-	16
2520	-	-	-	-	-	3	2	4	9
m_y	4	2	12	21	28	20	9	4	100

10.16

Y / X	800	2200	3600	5000	6400	7800	9200	10800	m_x
40	3	5	2	-	-	-	-	-	10
200	-	5	4	5	-	-	-	-	14
360	-	-	7	5	15	-	-	-	27
520	-	-	-	8	9	4	-	-	21
680	-	-	-	-	7	5	4	-	16
840	-	-	-	-	-	5	4	3	12
m_y	3	10	13	18	31	14	8	3	100

10.17

Y / X	12000	12570	13140	13710	14280	14850	15420	15990	m_x
1500	1	6	4	-	-	-	-	-	11
1600	-	-	4	7	5	-	-	-	16
1700	-	-	-	6	15	6	-	-	27
1800	-	-	-	8	8	4	-	-	20
1900	-	-	-	-	5	5	6	-	16
2000	-	-	-	-	-	5	2	3	10
m_y	1	6	8	21	33	20	8	3	100

10.18

Y / X	25200	25350	25500	25650	25800	25950	26100	26250	m_x
3150	3	4	2	-	-	-	-	-	9
3200	-	5	7	5	-	-	-	-	17
3250	-	-	-	8	14	6	-	-	28
3300	-	-	-	-	8	9	-	-	23
3350	-	-	-	-	-	5	6	3	14
3400	-	-	-	-	-	-	5	4	9
m_y	3	9	9	19	22	20	11	7	100

10.19

Y / X	8,0	8,8	9,6	10,4	11,2	12,0	12,8	13,6	m_x
120	5	6	-	-	-	-	-	-	11
130	-	3	4	6	-	-	-	-	13
140	-	-	4	5	6	-	-	-	15
150	-	-	-	6	13	7	-	-	26
160	-	-	-	-	-	6	9	5	10
170	-	-	-	-	-	-	7	8	15
m_y	5	9	8	17	19	13	16	13	100

10.20

Y / X	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5	10,0	10,5	11,0	m_x
115	2	3	4	-	-	-	-	-	9
120	-	-	7	8	-	-	-	-	15
125	-	-	4	7	8	-	-	-	19
130	-	-	-	3	15	7	-	-	25
135	-	-	-	-	8	9	2	-	19
140	-	-	-	-	-	8	4	1	13
m_y	2	3	15	18	31	24	6	1	100

10.21

Y / X	300	500	700	900	1100	1300	1500	1700	m_x
5	1	2	5	-	-	-	-	-	8
10	-	2	7	4	-	-	-	-	13
15	-	-	9	6	4	-	-	-	19
20	-	-	-	14	6	7	-	-	27
25	-	-	-	-	1	8	9	-	18
30	-	-	-	-	-	4	5	6	15
m_y	1	4	21	24	11	19	14	6	100

10.22

Y / X	260	360	460	560	660	760	860	960	m_x
3	2	7	-	-	-	-	-	-	9
7	-	8	7	-	-	-	-	-	15
11	-	-	9	5	15	-	-	-	29
15	-	-	-	7	6	6	-	-	19
19	-	-	-	-	2	9	5	-	16
23	-	-	-	-	-	6	4	2	12
m_y	2	15	16	12	23	21	9	2	100

10.23

Y / X	1470	1540	1610	1680	1750	1820	1890	1960	m_x
210	3	2	3	-	-	-	-	-	8
220	-	1	4	5	-	-	-	-	10
230	-	-	7	13	8	-	-	-	28
240	-	-	-	-	9	6	6	-	21
250	-	-	-	-	-	7	8	3	18
260	-	-	-	-	-	4	6	5	15
m_y	3	3	14	18	17	17	20	8	100

10.24

Y / X	2400	2440	2480	2520	2560	2600	2640	2680	m_x
300	5	4	2	-	-	-	-	-	11
305	-	1	3	3	-	-	-	-	7
310	-	-	7	10	14	-	-	-	31
315	-	-	-	9	6	4	-	-	19
320	-	-	-	-	-	8	5	7	20
325	-	-	-	-	-	-	6	6	12
m_y	5	5	12	22	20	12	11	13	100

10.25

Y / X	120	200	280	360	440	520	600	680	m_x
10,5	4	5	2	-	-	-	-	-	11
14,5	-	6	7	5	-	-	-	-	18
18,5	-	-	6	8	14	-	-	-	28
22,5	-	-	-	-	12	9	2	-	23
26,5	-	-	-	-	6	4	-	-	10
30,5	-	-	-	-	-	5	3	2	10
m_y	4	11	15	13	32	18	5	2	100

10.26

Y / X	350	400	450	500	550	600	650	700	m_x
28	-	7	8	4	-	-	-	-	19
40	-	-	6	9	5	-	-	-	20
52	-	-	-	-	12	8	6	-	26
64	-	-	-	-	-	7	5	3	15
76	-	-	-	-	-	-	4	9	13
88	-	-	-	-	-	-	-	7	7
m_y	-	7	14	13	17	15	15	19	100

10.27

Y / X	36	56	76	96	116	136	156	176	m_x
5,4	6	4	4	-	-	-	-	-	14
7,0	-	8	7	2	-	-	-	-	17
8,6	-	-	3	8	9	-	-	-	20
10,2	-	-	-	16	5	8	-	-	29
11,8	-	-	-	-	-	6	5	-	11
13,4	-	-	-	-	-	4	3	2	9
m_y	6	12	14	26	14	18	8	2	100

10.28

Y / X	18,5	19,7	20,9	22,1	23,3	24,5	25,7	26,9	m_x
125	4	3	6	-	-	-	-	-	13
200	-	7	4	7	-	-	-	-	18
175	-	-	-	15	9	7	-	-	31
350	-	-	-	-	8	5	6	-	19
425	-	-	-	-	-	4	3	1	8
500	-	-	-	-	-	-	6	5	11
m_y	4	10	10	22	17	16	15	6	100

10.29

Y \ X	5	12	19	26	33	40	47	54	m_x
0,54	5	3	2	2	-	-	-	-	12
0,68	-	4	8	9	4	-	-	-	25
0,82	-	-	-	-	17	9	6	-	32
0,96	-	-	-	-	1	6	5	-	12
1,10	-	-	-	-	-	6	3	2	11
1,24	-	-	-	-	-	-	4	4	8
m_y	5	7	10	11	22	21	18	6	100

10.30

Y \ X	0,58	1,08	1,58	2,08	2,58	3,08	3,58	4,08	m_x
50	3	3	4	6	-	-	-	-	16
74	-	5	8	9	-	-	-	-	22
98	-	-	-	13	8	9	-	-	30
122	-	-	-	-	9	2	4	-	15
146	-	-	-	-	-	1	3	5	9
170	-	-	-	-	-	-	5	3	8
m_y	3	8	12	28	17	12	12	8	100

Решение типового варианта аттестационной работы.

Теория вероятностей.

Задания №1, №2.

Элементы комбинаторики

Дано конечное число n объектов произвольной природы, которые назовем элементами. Из них можно образовывать некоторые группы по определенному правилу. Подсчетом таких групп занимается комбинаторика.

Перестановками из n элементов называют различные упорядоченные множества, состоящие из n элементов, которые отличаются друг от друга лишь порядком следования элементов.

Количество различных перестановок из n элементов можно найти по формуле:

$$P_n = n!$$

Пример 1. Сколько пятизначных чисел можно составить из цифр 2, 3, 5, 6, 7, если цифры в числах не повторяются?

Решение. Искомое число чисел равно числу перестановок из 5 элементов (чисел), т.е. $P_5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$.

Ответ: 120.

Сочетаниями из n элементов по k называют произвольное k -элементное подмножество n -элементного множества.

Количество различных сочетаний из n элементов по k можно найти по формуле:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

Пример 2. Агрохимик проверяет 6 типов минеральных удобрений. Ему необходимо провести несколько опытов по изучению совместного влияния любой тройки удобрений. Сколько опытов необходимо для проведения исследования?

Решение. Искомое число опытов равно числу сочетаний из 6 по 3, т.е.

$$C_6^3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{4\cdot5\cdot6}{1\cdot2\cdot3} = 20.$$

Ответ: 20.

Размещениями из n элементов по k называется упорядоченное k-элементное подмножество n-элементного множества.

Количество различных размещений из n элементов по k можно найти по формуле:

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}.$$

Пример 3. Сколько всего существует телефонных номеров, состоящих из 5 различных цифр?

Решение. Т.к. 0 не может быть в начале номера, то искомое число номеров равно

$$A_{10}^5 - A_9^4 = \frac{10!}{(10-5)!} - \frac{9!}{(9-4)!} = 6\cdot7\cdot8\cdot9\cdot10 - 6\cdot7\cdot8\cdot9 = 30240 -$$
$$-3024 = 27216.$$

Ответ: 27216.

Замечание: мы рассматриваем перестановки, сочетания и размещения без повторяющихся элементов.

Обратите внимание на разницу между сочетаниями и размещениями: в сочетаниях не учитывается порядок элементов.

Два размещения считаются различными, если они отличаются составом элементов или порядком элементов.

Два сочетания считаются различными, если они отличаются только составом элементов.

Задание №3.

Классическая вероятность

При классическом определении вероятность события определяется равенством

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

где m – число элементарных исходов испытания, благоприятствующих появлению события; n – число всех возможных элементарных исходов испытания.

Пример 4. В коллекции 200 монет, из которых 25 монет 18 века. Какова вероятность того, что наудачу выбранная монета датирована 18 веком?

Решение. Пусть событие А состоит в том, что «наудачу выбранная монета датирована 18 веком». По классической формуле вероятности

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{25}{200} = \frac{1}{8} = 0{,}125.$$

Ответ: 0,125.

Задание №4.

Теоремы сложения и умножения вероятностей случайных событий

Теорема. *Вероятность появления одного из двух несовместных событий, безразлично какого, равна сумме вероятностей этих событий:*

$$P(A+B) = P(A) + P(B).$$

Следствие. *Вероятность появления одного из нескольких попарно несовместных событий, безразлично какого, равна сумме вероятностей этих событий:*

$$P(A_1+A_2+\cdots+A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n).$$

Теорема. *Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления:* $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$.

Теорема может быть обобщена на любое конечное число конечных событий.

Теорема. *Вероятность совместного появления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий:*

$$P(AB)=P(A)\cdot P(B).$$

Следствие. *Вероятность появления нескольких событий, независимых в совокупности, равна произведению вероятностей этих событий:*

$$P(A_1\cdot A_2\cdot\ldots\cdot A_n)=P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot\ldots\cdot P(A_n).$$

Теорема. *Вероятность совместного появления двух зависимых событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность второго:*

$$P(AB)=P(A)\cdot P(B\backslash A)=P(B)\cdot P(A\backslash B).$$

Вероятность наступления события А, состоящего в появлении хотя бы одного из событий $A_1,A_2,\ldots,A_n$ независимых в совокупности, равна разности между единицей и произведением вероятностей $q_1,q_2,\ldots,q_n$ противоположных событий $\bar{A}_1,\bar{A}_2,\ldots,\bar{A}_n$.

$P(A)=1-q_1\cdot q_2\cdot\ldots\cdot q_n$, где $P(\bar{A}_1)=1-p_1=q_1,\ \ldots,$

$P(\bar{A}_n)=1-p_n=q_n$.

Пример 5. Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9, второй – 0,7, третий – 0,6. Вычислить вероятность того, что студент сдаст: а) два экзамена; б) не менее двух экзаменов; в) не более двух экзаменов.

Решение.

а) Обозначим через А событие, состоящее в том, что «студент сдаст два экзамена».

Пусть событие B_1 – «студент сдаст первый экзамен», B_2 – «сдаст второй», B_3 – «сдаст третий экзамен». $\bar{B}_i$ – «студент не сдаст i-тый экзамен», где i=1,2,3. *Тогда*

$$A=B_1B_2\bar{B}_3+B_1\bar{B}_2B_3+\bar{B}_1B_2B_3.$$

$$P(A)=P(B_1B_2\bar{B}_3+B_1\bar{B}_2B_3+\bar{B}_1B_2B_3)=P(B_1)\cdot P(B_2)\cdot P(\bar{B}_3)+$$
$$+P(B_1)\cdot P(\bar{B}_2)\cdot P(B_3)+P(\bar{B}_1)\cdot P(B_2)\cdot P(B_3)=0{,}9\cdot 0{,}7\cdot 0{,}4+0{,}9\cdot 0{,}3\cdot 0{,}6+$$
$$+0{,}1\cdot 0{,}7\cdot 0{,}6=0{,}252+0{,}162+0{,}042=0{,}456.$$

б) Обозначим через С событие, состоящее в том, что «студент сдаст не менее двух экзаменов».

$$C=A+D,$$

где A – «студент сдаст два экзамена», D – «студент сдаст три экзамена».

$$P(D)=P(B_1B_2B_3)=P(B_1)\cdot P(B_2)\cdot P(B_3)=0{,}9\cdot 0{,}7\cdot 0{,}6=0{,}378.$$

$$P(C)=P(A)+P(D)=0{,}456+0{,}378=0{,}834.$$

в) Обозначим через K событие, состоящее в том, что «студент сдаст не более двух экзаменов».

$$K=K_1+K_2+K_3,$$

где K_1 – «студент сдаст два экзамена», K_2 – «студент сдаст один экзамен», K_3 – «студент не сдаст ни одного экзамена».

$$P(K) = P(K_1) + P(K_2) + P(K_3) = P(A) + P(K_2) + P(K_3).$$

$P(A) = 0{,}456.$

$P(K_2) = P(B_1\bar{B}_2\bar{B}_3 + \bar{B}_1 B_2\bar{B}_3 + \bar{B}_1\bar{B}_2 B_3) = P(B_1)\cdot P(\bar{B}_2)\cdot P(\bar{B}_3) +$
$+P(\bar{B}_1)\cdot P(B_2)\cdot P(\bar{B}_3) + P(\bar{B}_1)\cdot P(\bar{B}_2)\cdot P(B_3) = 0{,}9\cdot 0{,}3\cdot 0{,}4 + 0{,}1\cdot 0{,}7\cdot 0{,}4 +$
$+0{,}1\cdot 0{,}3\cdot 0{,}6 = 0{,}108 + 0{,}028 + 0{,}018 = 0{,}154.$

$P(K_3) = P(\bar{B}_1\bar{B}_2\bar{B}_3) = P(\bar{B}_1)\cdot P(\bar{B}_2)\cdot P(\bar{B}_3) = 0{,}1\cdot 0{,}3\cdot 0{,}4 = 0{,}012.$

$P(K) = 0{,}456 + 0{,}154 + 0{,}012 = 0{,}622.$

Ответ: а) 0,456; б) 0,834; в) 0,622.

Задание №5.

Формула полной вероятности. Формула Байеса

Вероятность события A, которое может наступить лишь при появлении одного из несовместных событий (гипотез) $H_1, H_2, \dots, H_n$, образующих полную группу событий, вычисляется по ***формуле полной вероятности***:

$$P(A) = P(H_1)\cdot P(A\backslash H_1) + P(H_2)\cdot P(A\backslash H_2) + \dots + P(H_n)\cdot P(A\backslash H_n),$$

где $P(H_1) + P(H_2) + \dots + P(H_n) = 1.$

Если событие A уже произошло, то вероятности могут быть пересчитаны по ***формуле Байеса***:

$$P(H_k\backslash A) = \frac{P(H_k)\cdot P(A\backslash H_k)}{P(A)},$$

где $k = 1,2, \dots n.$

Пример 6. В коробках имеются однотипные конденсаторы. В первой 20 конденсаторов, из них два неисправны, во второй – 10, из них 3 неисправны. Найти: а) вероятность того, что наугад взятый конденсатор, из случайно выбранной коробки годен к использованию. б) Наугад взятый конденсатор оказался годным. Из какой коробки он вероятнее всего взят?

Решение. Пусть событие А состоит в том, что наугад взятый конденсатор годен к использованию. При этом возможны следующие гипотезы:

H_1 – он взят из первой коробки,

H_2 – конденсатор взят из второй коробки.

По классической формуле вероятности:

$P(H_1) = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}, P(H_2) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3},$ $\quad P(A/H_1) = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}, P(A/H_2) = \frac{7}{10}.$

а) по формуле полной вероятности вычислим вероятность того, что взятый конденсатор, из случайно выбранной коробки годен к использованию:

$$P(A) = \frac{2}{3}\cdot\frac{9}{10} + \frac{1}{3}\cdot\frac{7}{10} = \frac{18}{30} + \frac{7}{30} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}.$$

б) пересчитаем вероятности по формуле Байеса:

$$P(H_1/A) = \frac{\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{10}}{\frac{5}{6}} = \frac{18}{25}, P(H_2/A) = \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{7}{10}}{\frac{5}{6}} = \frac{7}{25}.$$

Т.к. $P(H_1/A) > P(H_2/A)$, то конденсатор вероятнее всего взят из первой коробки.

Ответ: а) 5/6, б) из первой коробки.

Задание №6.

Повторение независимых испытаний

Если при проведении испытаний вероятность события А не зависит от исхода других испытаний, то такие испытания называются независимыми.

Вероятность того, что в n независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность появления события равна p $(0 \le p \le 1)$, вероятность не появления равна $q = 1 - p$, событие наступит ровно k раз определяется ***формулой Бернулли***:

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k},$$

где $C_n^k = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}, q = 1 - p.$

Формула Бернулли применяется при малых n $(n \le 15)$.

Пример 7. Найти вероятность того, что событие А появиться не менее трех раз в четырех независимых испытаниях, если вероятность появления события А в одном испытании равна 0,4.

Решение. В данном примере n мало, поэтому применим формулу Бернулли.

$$P(A) = P_4(3) + P_4(4) = \frac{4!}{3!\,1!} 0{,}4^3 0{,}6^1 + \frac{4!}{4!\,0!} 0{,}4^4 0{,}6^0 = 4 \cdot 0{,}064 \cdot 0{,}6 + \\ +0{,}0256 \cdot 1 = 0{,}1792$$

Ответ: 0,1792.

При больших n и p, q разных порядков применяют ***формулу Пуассона***:

$$P_n(k) \approx \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \text{где } \lambda = n \cdot p.$$

Пример 8. Учебник издан тиражом 100000 экземпляров. Вероятность того, что учебник сброшюрован неправильно, равна 0,0001. Найти вероятность того, что тираж содержит ровно 5 бракованных книг.

Решение. По условию n=100000, p=0,0001, k=5. Т.к. n велико и вероятность p и q разных порядков, то воспользуемся формулой Пуассона.

Вычислим λ: $\lambda = np = 100000 \cdot 0{,}0001 = 10$. Тогда искомая вероятность равна:

$$P_{100000}(5) \approx \frac{10^5 e^{-10}}{5!} = \frac{10^5 \cdot 0{,}000045}{120} = 0{,}0375.$$

Ответ: 0,0375.

Локальная теорема Лапласа. *Если вероятность появления события А в каждом из n независимых испытаний равна одной и той же постоянной* p $(0 \le p \le 1)$, *то вероятность* $P_n(k)$ *того, что во всех этих испытаниях событие а появится ровно k раз, приближенно вычисляется формулой:*

$$P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi(x), \qquad \text{где } \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, \qquad x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}.$$

$\varphi(x)$ является четной функцией, т.е. $\varphi(-x) = \varphi(x)$. Значения функции $\varphi(x)$ приведены в таблице приложения 1.

Локальная *теорема* Лапласа используется при больших n и p, q – одного порядка.

Пример 9. Найти вероятность того, что событие А наступит ровно 70 раз в 243 испытаниях, если вероятность появления этого события в каждом испытании равна 0,25.

Решение. По условию n=243, k=70, p=0,25, q=0,75. Т.к. n=243 – большое число, то применим локальную формулу Лапласа:

$$P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi(x), \qquad \text{где } \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, \qquad x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}.$$

Вычислим x:

$$x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}} = \frac{70 - 243 \cdot 0{,}25}{\sqrt{243 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}75}} = \frac{9{,}25}{6{,}75} = 1{,}37.$$

Найдем по таблице (приложение 1) $\varphi(1{,}37) = 0{,}1561$. Тогда искомая вероятность равна:

$$P_{243}(70) = \frac{1}{6{,}75} \cdot 0{,}1561 = 0{,}0231.$$

Ответ: 0,0231.

Интегральная теорема Лапласа. *Вероятность того, что в* n *независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность появления события равна* p $(0 \le p \le 1)$*, событие наступит не менее* k_1 *раз и не более* k_2 *раз, приблизительно равна:*

$$P_n(k_1; k_2) \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1), \text{где } x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}, \qquad x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}.$$

$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{\frac{-x^2}{2}} dx$ – функция Лапласа. $\Phi(x)$ является нечетной функцией, т.е. $\Phi(-x) = -\Phi(x)$. Значения функции $\Phi(x)$ приведены в таблице приложения 2.

Пример 10. Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний постоянна и равна *p=0,*8. Найти вероятность того, что событие появится не менее 75 раз и не более 90 раз.

Решение. По условию *n=100, p=0,8, q=0,2,* $k_1 = 75, k_2 = 90$.

Воспользуемся интегральной теоремой Лапласа:

$$P_n(k_1; k_2) \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1).$$

Вычислим x_1 и x_2:

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{75 - 100 \cdot 0{,}8}{\sqrt{100 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2}} = -1{,}25,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{90 - 100 \cdot 0{,}8}{\sqrt{100 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2}} = 2{,}5.$$

Учитывая, *что* функция $\Phi(x)$ нечетная получим:

$$\mathrm{P}(75; 90) \approx \Phi(2{,}5) - \Phi(-1{,}25) = \Phi(2{,}5) + \Phi(1{,}25).$$

Найдем по таблице (приложение 2) $\Phi(2{,}5) = 0{,}4938$, $\Phi(1{,}25) = 0{,}3944$.

Тогда искомая вероятность равна:

$$\mathrm{P}(75; 90) \approx 0{,}4938 + 0{,}3944 = 0{,}8882.$$

Ответ: 0,8882.

Задания №7, №8.

Случайная величина. Закон распределения. Числовые характеристики случайных величин

Случайной величиной (СВ) называется величина, которая в результате опыта может принять то или иное возможное значение, заранее неизвестное и зависящее от случая. Различают дискретные и непрерывные СВ.

Случайная величина называется *дискретной* (ДСВ), если она принимает отдельные, изолированные друг от друга, значения, которые можно заранее перечислить.

Случайная величина называется *непрерывной* (НСВ), если ее значения непрерывно заполняют некоторый промежуток.

Законом распределения вероятностей ДСВ называется последовательность возможных значений СВ и соответствующих им вероятностей:

X	x_1	x_2	…	x_n
p	p_1	p_2	…	p_n

Причем, должно выполняться условие нормировки:

$$\sum_{k=1}^{n} p_k = 1.$$

Функцией распределения СВ называется функция действительной переменной x, которая каждому действительному числу х ставит в соответствие вероятность события $X < x$, т.е. $F(x) = P(X < x), x \in \mathbb{R}$.

Математическим ожиданием ДСВ называется сумма произведений всех возможных значений СВ на вероятности этих значений:

$$M(X) = \sum_{k=1}^{n} x_k \cdot p_k.$$

Дисперсией СВ называется математическое ожидание квадрата отклонения СВ от ее математического ожидания:

$$D(X) = M(X - M(X))^2.$$

На практике для нахождения дисперсии чаще пользуются формулой:

$$D(X) = M(X^2) - M^2(X).$$

Для ДСВ последняя формула примет вид:

$$D(X) = \sum_{k=1}^{n} x_k^2 \cdot p_k - M^2(X).$$

Средним квадратичным отклонением СВ называется корень квадратный из ее дисперсии:

$$\sigma = \sqrt{D(X)}.$$

Пример 11. Дискретная СВ задана рядом распределения. Найти $M(X)$ и *D(X)*.

x_i	-5	2	3	4
p_i	0,4	0,3	0,1	0,2

Решение. Найдем математическое ожидание X:

$M(X) = -5 \cdot 0{,}4 + 2 \cdot 0{,}3 + 3 \cdot 0{,}1 + 4 \cdot 0{,}2 = -0{,}3.$

Напишем закон распределения X^2:

$x_i^{\,2}$	25	4	9	16
p_i	0,4	0,3	0,1	0,2

Найдем математическое ожидание X^2

$M(X^2) = 25 \cdot 0{,}4 + 4 \cdot 0{,}3 + 9 \cdot 0{,}1 + 16 \cdot 0{,}2 = 15{,}3.$

Найдем искомую дисперсию:

$D(X) = M(X^2) - \big(M(X)\big)^2 = 15{,}3 - (-0{,}3)^2 = 15{,}21.$

Ответ: $M(X) = -0{,}3\,, D(X) = 15{,}21.$

Для НСВ вводится понятие функции плотности распределения вероятности.

Производная функции распределения вероятности называется *плотностью вероятности*:

$$f(x) = F'(x).$$

Функция плотности вероятностей должна удовлетворять условию нормировки:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1,\ \ f(x) \geq 0.$$

Функция распределения вероятности выражается через плотность вероятности в виде интеграла:

$$\int_{-\infty}^{x} f(t)dt.$$

Вероятность попадания СВ в интервал (a,b) равна:

$$P(a < X < b) = F(b) - F(a) \text{ или } P(a < X < b) = \int_{a}^{b} f(x)dx.$$

Числовые характеристики НСВ вычисляются по следующим формулам:

$$M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)dx;$$

$$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M(X))^2 \cdot f(x)dx \ \text{ или } \ D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x)dx - M^2(X),$$

где $f(x)$ – плотность вероятности.

Пример 12. Дана $F(x)$ или $f(x)$. Найти $f(x)$ или $F(x)$. Построить их графики. Найти $M(X)$, $D(X)$ и вероятность попадания СВ X на отрезок $[\alpha, \beta]$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{x^2}{4}, & 0 \leq x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases} \quad \alpha = 0{,}5,\ \beta = 1{,}5.$$

Решение. Т.к. $f(x) = F'(x)$, то

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{x}{2}, & 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & x > 2. \end{cases}$$

Вычислим математическое ожидание

$$M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)dx = \frac{1}{2}\int_0^2 x^2dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3}\Big|_0^2 = \frac{4}{3}.$$

Найдем

$$M(X^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x)dx = \frac{1}{2}\int_0^2 x^3dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{x^4}{4}\Big|_0^2 = 2.$$

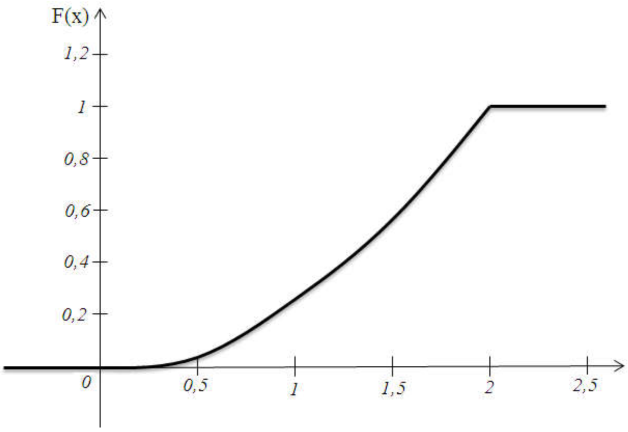
Тогда дисперсия СВ X равна

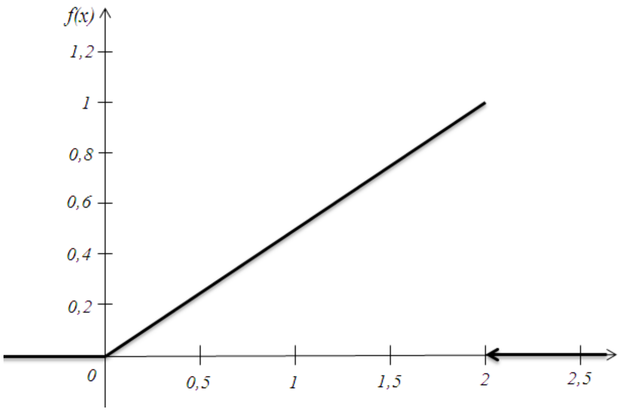
$$D(X) = M(X^2) - \left(M(X)\right)^2 = 2 - \frac{16}{9} = \frac{2}{9}.$$

Вероятность попадания в интервал (0,5;1,5) равна:

$$P(0{,}5 \le X \le 1{,}5) = F(1{,}5) - F(0{,}5) = \frac{1}{4} \cdot (1{,}5)^2 - \frac{1}{4} \cdot (0{,}5)^2 = 0{,}5.$$

Графики функций соответственно:





Ответ: $M(X) = \frac{4}{3}, D(X) = 2, P(0{,}5 \le X \le 1{,}5) = 0{,}5.$

Математическая статистика

Задание №9.

Пример.

В результате эксперимента получены данные, записанные в виде статистического ряда:

44,8	46,2	45,6	44,0	46,4	45,2	46,7	45,4	45,3	46,1
44,3	45,3	45,6	46,7	44,5	46,0	45,7	45,0	46,4	45,9
44,4	45,4	46,1	43,4	46,5	45,9	43,9	45,7	47,1	44,9
43,8	45,6	45,2	46,4	44,2	46,5	45,7	44,7	46,0	45,8
44,3	45,5	46,7	44,9	46,2	46,7	44,6	46,0	45,4	45,0
44,5	45,4	45,1	46,2	44,2	46,4	45,7	43,9	47,2	45,0
43,9	45,6	44,9	44,5	46,2	46,7	44,3	46,1	47,7	45,8
45,6	45,2	44,2	46,0	44,7	46,5	43,5	45,4	47,1	44,0
46,2	44,2	45,5	46,0	45,7	46,4	44,6	47,0	45,2	46,9
44,5	45,4	45,1	46,2	44,2	46,4	45,7	43,9	47,2	45,0

Требуется:

а) записать значения результатов эксперимента в виде вариационного ряда;

б) найти размах варьирования и разбить его на 9 интервалов;

в) построить полигон частот, гистограмму относительных частот и график эмпирической функции распределения;

г) найти числовые характеристики выборки $\bar{x}, D_в$;

д) приняв в качестве нулевой гипотезу Но: генеральная совокупность, из которой извлечена выборка, имеет нормальное распределение, проверить ее, пользуясь критерием Пирсона при уровне значимости α=0,01;

е) найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратичного отклонения при надежности γ=0,95.

Решение.

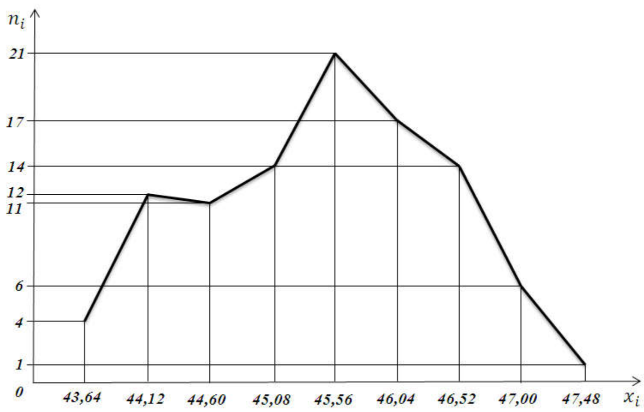
а) Располагаем значения результатов эксперимента в порядке возрастания, т.е. записываем вариационный ряд:

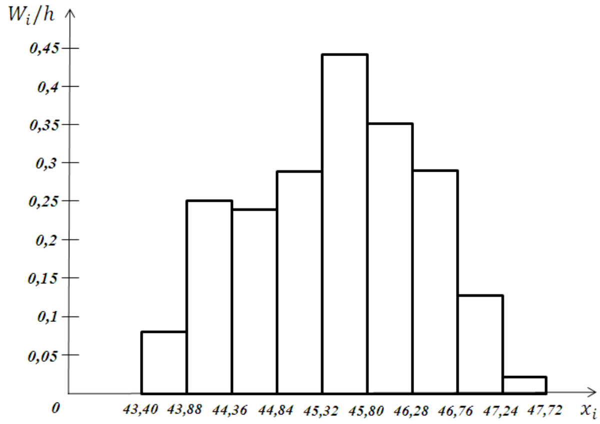
43,4	43,5	43,7	43,8	43,9	43,9	43,9	44,0	44,0	44,1
44,2	44,2	44,2	44,3	44,3	44,3	44,4	44,5	44,5	44,5
44,6	44,6	44,7	44,7	44,8	44,8	44,8	44,9	44,9	44,9
45,0	45,0	45,1	45,2	45,2	45,2	45,2	45,2	45,3	45,3
45,3	45,4	45,4	45,4	45,4	45,4	45,4	45,5	45,5	45,6
45,6	45,6	45,6	45,6	45,7	45,7	45,7	45,7	45,7	45,7
45,8	45,8	45,9	45,9	46,0	46,0	46,0	46,0	46,0	46,0
46,1	46,1	46,1	46,1	46,2	46,2	46,2	46,2	46,2	46,4
46,4	46,4	46,4	46,4	46,5	46,5	46,5	46,6	46,7	46,7
46,7	46,7	46,7	46,8	46,9	47,0	47,1	47,1	47,2	47,7

б) Находим размах варьирования: $\omega = x_{max} - x_{min} = 47{,}7 - 43{,}4 = 4{,}3$. По формуле $h = \omega/l$, где l – число интервалов, вычисляем длину частичного интервала $h = \frac{4{,}3}{9} = 0{,}4(7) = 0.48$. В качестве границы первого интервала можно выбрать значение x_{min}. Тогда границы следующих частичных интервалов вычисляем по формуле $x_{min} + dh,\ d = \overline{1, l}$. Находим середины интервалов: $x_i' = (x_i + x_{i+1})/2$. Подсчитываем число значений результатов эксперимента, попавших в каждый интервал, т.е. находим частоты интервалов n_i. Далее вычисляем относительные частоты $W_i = n_i/n$ (n=100)) и их плотности W_i/h. Все полученные результаты помещаем в таблицу.

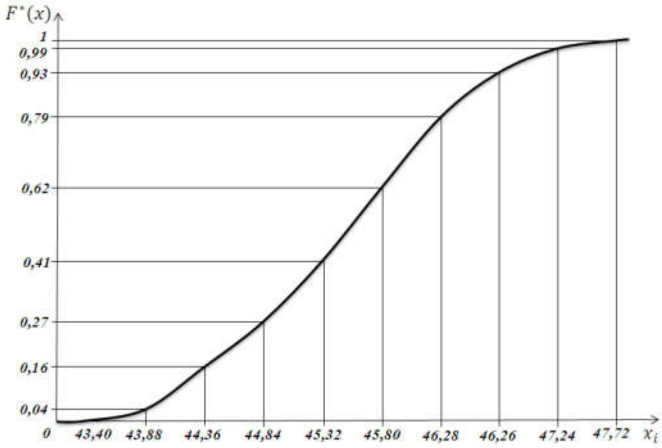
Номер частичного интервала l_i	Границы интервала $x_i - x_{i+1}$	Середина интервала $x_i' = (x_i + x_{i+1})/2$	Частота интервала n_i	Относительная частота $W_i = n_i/n$	Плотность относительной частоты W_i/h
1	43,40-43,88	43,64	4	0,04	0,083
2	43,88-44,36	44,12	12	0,12	0,25
3	44,36-44,84	44,60	11	0,11	0,23
4	44,84-45,32	45,08	14	0,14	0,29
5	45,32-45,80	45,56	21	0,21	0,44
6	45,80-46,28	46,04	17	0,17	0,35
7	46,28-46,76	46,52	14	0,14	0,29
8	46,76-47,24	47,00	6	0,06	0,13
9	47,24-47,72	47,48	1	0,01	0,02
$\sum_i$	-	-	100	-	-

в) Строим полигон частот и гистограмму относительных частот.





Находим значения эмпирической функции распределения $F^*(x) = n_x/n$: $F^*(43{,}40) = 0$, $F^*(43{,}88) = 0{,}04$, $F^*(44{,}36) = 0{,}16$, $F^*(44{,}84) = 0{,}27$, $F^*(45{,}32) = 0{,}41$, $F^*(45{,}80) = 0{,}62$, $F^*(46{,}28) = 0{,}79$, $F^*(46{,}76) = 0{,}93$, $F^*(47{,}24) = 0{,}99$, $F^*(47{,}72) = 1$.



г) Находим выборочное среднее:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i' n_i$$

и выборочную дисперсию:

$$D_{\text{в}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}(x_i' - \bar{x})^2 n_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}(x_i')^2 n_i - \bar{x}^2.$$

Для этого составляем расчетную таблицу.

m_i	Границы интервала $x_i; x_{i+1}$	Середина интервала x_i'	Частота интервала n_i	$x_i' n_i$	$(x_i')^2$	$(x_i')^2 n_i$
1	43,40-43,88	43,64	4	174,56	1904,45	7617,80
2	43,88-44,36	44,12	12	529,44	1946,57	23 358,84
3	44,36-44,84	44,60	11	490,60	1989,16	21880,76
4	44,84-45,32	45,08	14	631,12	2032,21	28450,94
5	45,32-45,80	45,56	21	956,76	2075,71	43 589,91
6	45,80-46,28	46,04	17	782,68	2119,68	36 034,56
7	46,28-46,76	46,52	14	651,28	2164,11	30 297,54
8	46,76-47,24	47,00	6	282,00	2209,00	13 254,00
9	47,24-47,72	47,48	1	47,48	2254,35	2 254,35
$\sum_i$	-	-		4545,92	-	206738,7

Из нее получаем:

$$\bar{x} = \frac{4545,92}{100} = 45,46.$$

$$D_{\text{В}} = \frac{206\,738,7}{100} - 45,46^2 = 0,85,\ \sigma_{\text{В}} = \sqrt{D_{\text{В}}} = 0,92.$$

Выборочная дисперсия является *смещенной оценкой* генеральной дисперсии, а исправленная дисперсия - *несмещенной оценкой:*

$$\widetilde{D_{\text{В}}} = \frac{n}{n-1} D_{\text{В}} = \frac{100}{99} \cdot 0,85 = 0,867,\ \widetilde{\sigma_{\text{В}}} = \sqrt{\widetilde{D_{\text{В}}}} = 0,93.$$

д) Согласно критерию Пирсона необходимо сравнить эмпирические и теоретические частоты. Эмпирические частоты даны. Найдем теоретические частоты. Для этого пронумеруем *X,* т.е. перейдем к СВ $\zeta = (x - \bar{x})/\sigma_{\text{В}}$ и вычислим концы интервалов: $\zeta_i = (x_i - \bar{x})/\sigma_{\text{В}}$, $\zeta_{i+1} = (x_{i+1} - \bar{x})/\sigma_{\text{В}}$, причем наименьшее значение ζ, т.е. ζ_1, положим стремящимся к $-\infty$, а наибольшее, т.е. ζ_{m+1} – к $+\infty$. Результаты занесем в таблицу . Так как $n_x = 4 < 5$, то первый интервал объединяем со вторым и получаем интервал (43,40; 44,36) с частотой $n_1 = 16$. Далее объединим восьмой и девятый интервалы и получим интервал (46,76; 47,72) с частотой $n_7 = 7$.

i	Границы интервала $x_i; x_{i+1}$		$x_i - \bar{x}$	$x_{i+1} + \bar{x}$	Границы интервала $\zeta_i; \zeta_{i+1}$	
	x_i	x_{i+1}			$\zeta_i = \frac{(x_i - \bar{x})}{\sigma_{\text{В}}}$	$\zeta_{i+1} = \frac{(x_{i+1} - \bar{x})}{\sigma_{\text{В}}}$
1	43,40	44,36	-	-1,10	-	-1,19
2	44,36	44,84	-1,10	-0,62	-1,19	-0,67
3	44,84	45,32	-0,62	-0,14	-0,67	-0,15
4	45,32	45,80	-0,14	0,34	-0,15	0,37
5	45,80	46,28	0,34	0,82	0,37	0,89
6	46,28	46,76	0,82	1,30	0,89	1,40
7	46,76	47,72	1,30	-	1,40	-

Находим теоретические вероятности P_i и теоретические частоты:
$n_i' = nP_i = 100P_i$. Составляем расчетную таблицу.

i	Границы интервала $\zeta_i; \zeta_{i+1}$		$\Phi(\zeta_i)$	$\Phi(\zeta_{i+1})$	$P_i = \Phi(\zeta_{i+1}) - \Phi(\zeta_i)$	$n_i' = 100P_i$
	ζ_i	ζ_{i+1}				
1	-	-1,19	-0,5000	-0,3830	0,1170	11,70
2	-1,19	-0,67	-0,3830	-0,2486	0,1344	13,34
3	-0,67	-0,15	-0,2486	-0,0596	0,1890	18,90
4	-0,15	0,37	-0,0596	0,1443	0,2039	20,39
5	0,37	0,89	0,1443	0,3133	0,1690	16,90
6	0,89	1,40	0,3133	0,4192	0,1059	10,59
7	1,40	-	0,4192	0,5000	0,0808	8,08
$\sum_i$	-	-	-	-	1	100

Вычислим наблюдаемое значение критерия Пирсона. Для этого составим расчетную таблицу. Последние два столбца служат для контроля вычислений по формуле

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} n_i^2 - n.$$

i	n_i	n'_i	$n_i - n'_i$	$(n_i - n'_i)^2$	$\frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$	n_i^2	$\frac{n_i^2}{n'_i}$
1	16	11,70	4,30	18,49	1,5803	256	21,8803
2	11	13,34	-2,44	5,9536	0,4430	121	9,0030
3	14	18,90	-4,90	24,01	1,2704	196	10,3704
4	21	20,39	0,61	0,3721	0,0182	441	21,6282
5	17	16,90	0,10	0,010	0,0006	289	17,1006
6	14	10,59	3,41	11,6281	1,0980	196	18,5080
7	7	8,08	-1,08	1,1664	0,1444	49	6,0644
$\sum_i$	100	100	-	-	$\chi^2_{\text{набл}} = 4{,}5549$	-	104,5549

Контроль: $\frac{\sum n_i^2}{n'_i} - n = \frac{\sum(n_i - n'_i)^2}{n} = 104{,}5549 - 100 = 4{,}5549$. По таблице критических точек распределения χ^2 (см. прил. 3), уровню значимости $\alpha = 0{,}01$ и числу степеней свободы $k = l - 3 = 7 - 3 = 4$ $(l - \text{число интервалов})$ находим: $\chi^2_{\text{кр}} = 13{,}3$.

Так как $\chi^2_{\text{набл}} < \chi^2_{\text{кр}}$ то гипотеза H_0 о нормальном распределении генеральной совокупности принимается.

е) Если СВ X генеральной совокупности распределена нормально, то с надежностью γ можно утверждать, что математическое ожидание a СВ X покрывается доверительным интервалом $\left(\bar{x} - \frac{\widetilde{\sigma_{\text{В}}}}{\sqrt{n}} t_\gamma; \bar{x} + \frac{\widetilde{\sigma_{\text{В}}}}{\sqrt{n}} t_\gamma\right)$, где $\delta = \frac{\widetilde{\sigma_{\text{В}}}}{\sqrt{n}} t_\gamma$ – точность оценки.

В нашем случае $\bar{x} = 45{,}46$, $\widetilde{\sigma_{\text{В}}} = 0{,}93$, $n = 100$. Из приложения. 4 для $\gamma = 0{,}95$ находим: t_γ=*1,984,* $\delta = 0{,}1843$.Доверительным интервалом для a будет (45,2757; 45,6443). Доверительный интервал, покрывающий среднее квадратичное отклонение σ с заданной надежностью γ, $\left(\widetilde{\sigma_{\text{В}}}(1 - q); \widetilde{\sigma_{\text{В}}}(1 + q)\right)$, где q находится по данным γ и n из приложения. 5. При $\gamma = 0{,}95$ и $n = 100$ имеем: $q = 0{,}143$. Доверительным интервалом для σ будет (0,7970; 1,0630).

Задание №10.

Пример.

Дана таблица распределения 100 автомашин по затратам на перевозки X (ден. ед.) и по протяженности маршрутов перевозок Y (км). Известно, что между X и Y существует линейная корреляционная зависимость. Требуется:

а) найти уравнение прямой регрессии y на x;

б) построить уравнение эмпирической линии регрессии и случайные точки выборки $(X; Y)$.

X \ Y	4,5	6,0	7,5	9,0	10,5	12,0	13,5	15,0	m_x
60	2	4	3	10	4	-	-	-	23
90	-	-	6	14	5	-	-	-	25
120	-	-	-	-	17	5	4	-	26
150	-	-	-	-	-	8	3	2	13
180	-	-	-	-	-	4	3	1	8
210	-	-	-	-	-	2	1	2	5
m_y	2	4	9	24	26	19	11	5	100

Решение.

Для подсчета числовых характеристик составляем расчетную таблицу.

X \ Y	4,5	6,0	7,5	9,0	10,5	12,0	13,5	15,0	m_x	xm_x	x^2m_x
60	2	4	3	10	4	-	-	-	23	1380	82800
90	-	-	6	14	5	-	-	-	25	2250	202500
120	-	-	-	-	17	5	4	-	26	3120	374400
150	-	-	-	-	-	8	3	2	13	1950	292500
180	-	-	-	-	-	4	3	1	8	1440	259200
210	-	-	-	-	-	2	1	2	5	1050	220500
m_y	2	4	9	24	26	19	11	5	100	11190	1431990
ym_y	9	24	67,5	216	273	228	148,5	75	1041		
y^2m_y	40,5	144	506,25	1944	2866,5	2736	2004,7	1125	11367		

Находим числовые характеристики:

$$\bar{x} = \frac{\sum xm_x}{n} = \frac{11190}{100} = 111{,}9;$$

$$\bar{y} = \frac{\sum ym_y}{n} = \frac{1041}{100} = 10{,}41;$$

$$D_x = \frac{\sum x^2m_x}{n} - \bar{x}^2 = \frac{1431990}{100} - 12521{,}61 = 1798{,}29;$$

$$D_y = \frac{\sum y^2m_y}{n} - \bar{y}^2 = \frac{11367}{100} - 108{,}3681 = 5{,}3019;$$

$$\sigma_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{1798{,}29} \approx 42{,}41;$$

$$\sigma_y = \sqrt{D_y} = \sqrt{5{,}3019} \approx 2{,}3.$$

Находим $\sum xym_{xy}$.

$$\sum xym_{xy} = 60(4{,}5 \cdot 2 + 6{,}0 \cdot 4 + 7{,}5 \cdot 3 + 9{,}0 \cdot 10 + 10{,}5 \cdot 4) +$$
$$+90(7{,}5 \cdot 6 + 9{,}0 \cdot 14 + 10{,}5 \cdot 5) + 120(10{,}5 \cdot 17 + 12{,}0 \cdot 5 + 13{,}5 \cdot 4) +$$
$$+150(12{,}0 \cdot 8 + 13{,}5 \cdot 3 + 15{,}0 \cdot 2) + 180(12{,}0 \cdot 4 + 13{,}5 \cdot 3 + 15{,}0 \cdot 1) +$$
$$+210(12{,}0 \cdot 2 + 13{,}5 \cdot 1 + 15{,}0 \cdot 2) = 110070.$$

Находим выборочный коэффициент корреляции по формуле:

$$r_В = \frac{\sum xym_{xy} - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{n \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{110070 - 100 \cdot 111{,}9 \cdot 10{,}41}{100 \cdot 42{,}41 \cdot 2{,}3} = \frac{-6417{,}9}{9754{,}3} \approx 0{,}658.$$

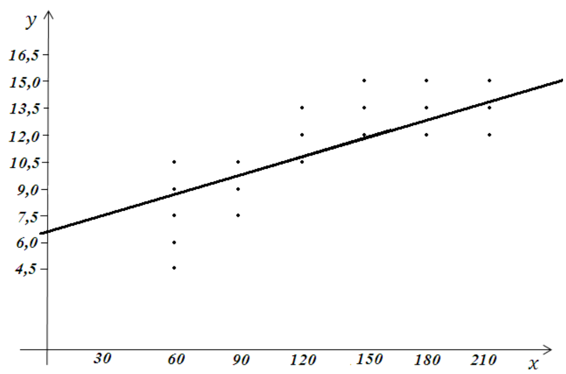
Составляем уравнение эмпирической линии регрессии y на x.

$$\bar{y}_x - \bar{y} = r_В \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \bar{x}).$$

$$\bar{y}_x = 10{,}41 + 0{,}658 \cdot \frac{2{,}3}{42{,}41}(x - 111{,}9).$$

$$\bar{y}_x = 0{,}036x + 6{,}4.$$

Строим линию регрессии и случайные точки $(x_i; y_j)$.



Статистические таблицы

Приложение 1. Таблица значений функции $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$.

x	Сотые доли									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	0,3970	0,3965	0,3961	0,3956	0,3951	0,3945	0,3939	0,3932	0,3925	0,3918
0,2	0,3910	0,3902	0,3894	0,3885	0,3876	0,3867	0,3857	0,3847	0,3836	0,3825
0,3	0,3814	0,3802	0,3790	0,3778	0,3765	0,3752	0,3739	0,3726	0,3712	0,3698
0,4	0,3683	0,3668	0,3652	0,3637	0,3621	0,3605	0,3589	0,3572	0,3555	0,3538
0,5	0,3521	0,3503	0,3485	0,3467	0,3448	0,3429	0,3410	0,3391	0,3372	0,3352
0,6	0,3332	0,3312	0,3292	0,3271	0,3251	0,3230	0,3209	0,3187	0,3166	0,3144
0,7	0,3123	0,3101	0,3079	0,3056	0,3034	0,3011	0,2989	0,2966	0,2943	0,2920
0,8	0,2897	0,2874	0,2850	0,2827	0,2803	0,2780	0,2756	0,2732	0,2709	0,2685
0,9	0,2661	0,2637	0,2613	0,2589	0,2565	0,2541	0,2516	0,2492	0,2468	0,2444
1,0	0,2420	0,2396	0,2371	0,2347	0,2323	0,2299	0,2275	0,2251	0,2227	0,2203
1,1	0,2179	0,2155	0,2131	0,2107	0,2083	0,2059	0,2036	0,2012	0,1989	0,1965
1,2	0,1942	0,1919	0,1895	0,1872	0,1849	0,1826	0,1804	0,1781	0,1758	0,1736
1,3	0,1714	0,1691	0,1669	0,1647	0,1626	0,1604	0,1582	0,1561	0,1539	0,1518
1,4	0,1497	0,1476	0,1456	0,1435	0,1415	0,1394	0,1374	0,1354	0,1334	0,1315
1,5	0,1295	0,1276	0,1257	0,1238	0,1219	0,1200	0,1182	0,1163	0,1145	0,1127
1,6	0,1109	0,1092	0,1074	0,1057	0,1040	0,1023	0,1006	0,0989	0,0973	0,0957
1,7	0,0940	0,0925	0,0909	0,0893	0,0878	0,0863	0,0848	0,0833	0,0818	0,0804
1,8	0,0790	0,0775	0,0761	0,0748	0,0734	0,0721	0,0707	0,0694	0,0681	0,0669
1,9	0,0656	0,0644	0,0632	0,0620	0,0608	0,0596	0,0584	0,0573	0,0562	0,0551
2,0	0,0540	0,0529	0,0519	0,0508	0,0498	0,0488	0,0478	0,0468	0,0459	0,0449
2,1	0,0440	0,0431	0,0422	0,0413	0,0404	0,0395	0,0387	0,0379	0,0371	0,0363
2,2	0,0353	0,0347	0,0339	0,0332	0,0325	0,0317	0,0310	0,0303	0,0297	0,0290
2,3	0,0283	0,0277	0,0270	0,0264	0,0258	0,0252	0,0246	0,0241	0,0235	0,0229
2,4	0,0224	0,0219	0,0213	0,0208	0,0203	0,0198	0,0194	0,0189	0,0184	0,0180
2,5	0,0175	0,0171	0,0167	0,0163	0,0158	0,0154	0,0151	0,0147	0,0143	0,0139
2,6	0,0136	0,0132	0,0129	0,0126	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110	0,0107
2,7	0,0104	0,0101	0,0099	0,0096	0,0093	0,0091	0,0088	0,0086	0,0084	0,0081
2,8	0,0079	0,0077	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0067	0,0065	0,0063	0,0061
2,9	0,0060	0,0058	0,0056	0,0055	0,0053	0,0051	0,0050	0,0048	0,0047	0,0046
3,0	0,0044	0,0043	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034
3,1	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026	0,0025	0,0025
3,2	0,0024	0,0023	0,0022	0,0022	0,0021	0,0020	0,0020	0,0019	0,0018	0,0018
3,3	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014	0,0013	0,0013
3,4	0,0012	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009
3,5	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007	0,0007	0,0007	0,0006
3,6	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004
3,7	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
3,8	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
3,9	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001

При $x \geq 4$ функция принимает значения $\varphi(x) = 0$.

Приложение 2. Таблица значений функции Лапласа

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt.$$

x	*Φ(x)*	*x*	*Φ(x)*	*x*	*Φ(x)*	*x*	*Φ(x)*	*x*	*Φ(x)*	*x*	*Φ(x)*
0,00	0,0000	0,45	0,1736	0,90	0,3159	1,35	0,4115	1,80	0,4641	2,50	0,4938
0,01	0,0040	0,46	0,1772	0,91	0,3186	1,36	0,4131	1,81	0,4649	2,52	0,4941
0,02	0,0080	0,47	0,1808	0,92	0,3212	1,37	0,4147	1,82	0,4656	2,54	0,4945
0,03	0,0120	0,48	0,1844	0,93	0,3238	1,38	0,4162	1,83	0,4664	2,56	0,4948
0,04	0,0160	0,49	0,1879	0,94	0,3264	1,39	0,4177	1,84	0,4671	2,58	0,4951
0,05	0,0199	0,50	0,1915	0,95	0,3289	1,40	0,4192	1,85	0,4678	2,60	0,4953
0,06	0,0239	0,51	0,1950	0,96	0,3315	1,41	0,4207	1,86	0,4686	2,62	0,4956
0,07	0,0279	0,52	0,1985	0,97	0,3340	1,42	0,4222	1,87	0,4693	2,64	0,4959
0,08	0,0319	0,53	0,2019	0,98	0,3365	1,43	0,4236	1,88	0,4699	2,66	0,4961
0,09	0,0359	0,54	0,2054	0,99	0,3389	1,44	0,4251	1,89	0,4706	2,68	0,4963
0,10	0,0398	0,55	0,2088	1,00	0,3413	1,45	0,4265	1,90	0,4713	2,70	0,4965
0,11	0,0438	0,56	0,2123	1,01	0,3438	1,46	0,4279	1,91	0,4719	2,72	0,4967
0,12	0,0478	0,57	0,2157	1,02	0,3461	1,47	0,4292	1,92	0,4726	2,74	0,4969
0,13	0,0517	0,58	0,2190	1,03	0,3485	1,48	0,4306	1,93	0,4732	2,76	0,4971
0,14	0,0557	0,59	0,2224	1,04	0,3508	1,49	0,4319	1,94	0,4738	2,78	0,4973
0,15	0,0596	0,60	0,2257	1,05	0,3531	1,50	0,4332	1,95	0,4744	2,80	0,4974
0,16	0,0636	0,61	0,2291	1,06	0,3554	1,51	0,4345	1,96	0,4750	2,82	0,4976
0,17	0,0675	0,62	0,2324	1,07	0,3577	1,52	0,4357	1,97	0,4756	2,84	0,4977
0,18	0,0714	0,63	0,2357	1,08	0,3599	1,53	0,4370	1,98	0,4761	2,86	0,4979
0,19	0,0753	0,64	0,2389	1,09	0,3621	1,54	0,4382	1,99	0,4767	2,88	0,4980
0,20	0,0793	0,65	0,2422	1,10	0,3643	1,55	0,4394	2,00	0,4772	2,90	0,4981
0,21	0,0832	0,66	0,2454	1,11	0,3665	1,56	0,4406	2,02	0,4783	2,92	0,4982
0,22	0,0871	0,67	0,2486	1,12	0,3686	1,57	0,4418	2,04	0,4793	2,94	0,4984
0,23	0,0910	0,68	0,2517	1,13	0,3708	1,58	0,4429	2,06	0,4803	2,96	0,4985
0,24	0,0948	0,69	0,2549	1,14	0,3729	1,59	0,4441	2,08	0,4812	2,98	0,4986
0,25	0,0987	0,70	0,2580	1,15	0,3749	1,60	0,4452	2,10	0,4821	3,00	0,49865
0,26	0,1026	0,71	0,2611	1,16	0,3770	1,61	0,4463	2,12	0,4830	3,20	0,49931
0,27	0,1064	0,72	0,2642	1,17	0,3790	1,62	0,4474	2,14	0,4838	3,40	0,49966
0,28	0,1103	0,73	0,2673	1,18	0,3810	1,63	0,4484	2,16	0,4846	3,60	0,499841
0,29	0,1141	0,74	0,2703	1,19	0,3830	1,64	0,4495	2,18	0,4854	3,80	0,499928
0,30	0,1179	0,75	0,2734	1,20	0,3849	1,65	0,4505	2,20	0,4861	4,00	0,499968
0,31	0,1217	0,76	0,2764	1,21	0,3869	1,66	0,4515	2,22	0,4868	4,50	0,499997
0,32	0,1255	0,77	0,2794	1,22	0,3883	1,67	0,4525	2,24	0,4875	5,00	0,499997
0,33	0,1293	0,78	0,2823	1,23	0,3907	1,68	0,4535	2,26	0,4881	↓	↓
0,34	0,1331	0,79	0,2852	1,24	0,3925	1,69	0,4545	2,28	0,4887	+∞	0,5
0,35	0,1368	0,80	0,2881	1,25	0,3944	1,70	0,4554	2,30	0,4893		
0,36	0,1406	0,81	0,2910	1,26	0,3962	1,71	0,4564	2,32	0,4898		
0,37	0,1443	0,82	0,2939	1,27	0,3980	1,72	0,4573	2,34	0,4904		
0,38	0,1480	0,83	0,2967	1,28	0,3997	1,73	0,4582	2,36	0,4909		
0,39	0,1517	0,84	0,2995	1,29	0,4015	1,74	0,4591	2,38	0,4913		
0,40	0,1554	0,85	0,3023	1,30	0,4032	1,75	0,4599	2,40	0,4918		
0,41	0,1591	0,86	0,3051	1,31	0,4049	1,76	0,4608	2,42	0,4922		
0,42	0,1628	0,87	0,3078	1,32	0,4066	1,77	0,4616	2,44	0,4927		
0,43	0,1664	0,88	0,3106	1,33	0,4082	1,78	0,4625	2,46	0,4931		
0,44	0,1700	0,89	0,3133	1,34	0,4099	1,79	0,4633	2,48	0,4934		

Приложение 3. Критические точки распределения χ^2.

υ \ α	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	1,642	2,706	3,841	5,412	6,635	10,827
2	3,219	4,605	5,991	7,824	9,210	13,815
3	4,642	6,251	7,815	9,837	11,345	16,266
4	5,989	7,779	9,448	11,668	13,237	18,467
5	7,289	9,236	11,070	13,388	15,086	20,515
6	8,558	10,645	12,592	15,033	16,812	22,457
7	9,803	12,017	14,067	16,622	18,475	24,322
8	11,030	13,362	15,507	18,168	20,090	26,125
9	12,242	14,684	16,919	19,679	21,666	27,877
10	13,442	15,987	18,307	21,161	23,209	29,588
11	14,631	17,275	19,675	22,618	24,795	31,264
12	15,812	18,549	21,026	24,054	26,217	32,909
13	16,985	19,812	22,362	25,472	27,688	34,528
14	18,151	21,064	23,685	26,783	29,141	36,123
15	19,311	22,307	24,996	28,259	30,578	37,697
16	20,465	23,542	26,296	29,663	32,000	39,252
17	21,615	24,769	27,587	30,995	33,409	40,790
18	22,760	25,989	28,869	32,346	34,805	42,312
19	23,900	27,204	30,144	33,678	36,191	43,820
20	25,038	28,412	31,410	35,020	37,566	45,315
21	26,171	29,615	32,671	36,343	38,932	46,797
22	27,301	30,813	33,924	37,659	40,289	48,268
23	28,429	32,007	35,172	38,968	41,638	49,728
24	29,553	33,196	36,415	40,270	42,980	51,179
25	30,675	34,382	37,652	41,566	44,314	52,620
26	31,795	35,563	38,885	42,856	45,642	54,052
27	32,912	36,741	40,113	44,140	46,963	55,476
28	34,027	37,916	41,337	45,419	48,278	56,893
29	35,139	39,087	42,557	46,693	49,588	58,302
30	36,250	40,256	43,773	47,962	50,892	59,703

υ – число степеней свободы, α – уровень значимости.

Приложение 4. Таблица значений $t_\gamma = t(\gamma, n)$.

n \ γ	0,95	0,99	0,999	n \ γ	0,95	0,99	0,999
5	2,78	4,60	8,61	20	2,093	2,861	3,883
6	2,57	4,03	6,86	25	2,064	2,797	3,745
7	2,45	3,71	5,96	30	2,045	2,756	3,659
8	2,37	3,50	5,41	35	2,032	2,720	3,600
9	2,31	3,36	5,04	40	2,023	2,708	3,558
10	2,26	3,25	4,78	45	2,016	2,692	3,527
11	2,23	3,17	4,59	50	2,009	2,679	3,502
12	2,20	3,11	4,44	60	2,001	2,662	3,464
13	2,18	3,06	4,32	70	1,996	2,649	3,439
14	2,16	3,01	4,22	80	1,991	2,640	3,418
15	2,15	2,98	4,14	90	1,987	2,633	3,403
16	2,13	2,95	4,07	100	1,984	2,627	3,392
17	2,12	2,92	4,02	120	1,980	2,617	3,374
18	2,11	2,90	3,97	∞	1,960	2,576	3,291
19	2,10	2,88	3,92				

Приложение 5. Таблица значений $q_\gamma = q(\gamma, n)$.

$n \backslash \gamma$	0,95	0,99	0,999	$n \backslash \gamma$	0,95	0,99	0,999
5	1,37	2,67	5,64	20	0,37	0,58	0,88
6	1,09	2,01	3,88	25	0,32	0,49	0,73
7	0,92	1,62	2,98	30	0,28	0,43	0,63
8	0,80	1,38	2,42	35	0,26	0,38	0,56
9	0,71	1,20	2,06	40	0,24	0,35	0,50
10	0,65	1,08	1,80	45	0,22	0,32	0,46
11	0,59	0,98	1,60	50	0,21	0,30	0,43
12	0,55	0,90	1,45	60	0,188	0,269	0,38
13	0,52	0,83	1,33	70	0,174	0,245	0,34
14	0,48	0,78	1,23	80	0,161	0,226	0,31
15	0,46	0,73	1,15	90	0,151	0,211	0,29
16	0,44	0,70	1,07	100	0,143	0,198	0,27
17	0,42	0,66	1,01	150	0,115	0,160	0,211
18	0,40	0,63	0,96	200	0,099	0,136	0,185
19	0,39	0,60	0,92	250	0,089	0,120	0,162

Литература

1. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высш. шк., 1998. – 479с.

2. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высш. шк., 1998. – 400с.

3. Гурский, Е.И. Теория вероятностей с элементами математической статистики. – М.: Высш. шк., 1971. – 328с.

4. Гурский, Е.И. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высш. шк., 1984. – 223с.

5. Годунов, Б.А. Математическая статистика. Задания, методические указания, статистические таблицы / Б.А. Годунов, В.С. Рубанов, Т.А. Тузик. – Брест: БГТУ, 2002. – 59с.

6. Жевняк, Р.М. Высшая математика / Р.М. Жевняк, А.А. Карпук.– Мн.: Выш. шк., 1988. – Часть V. – 253с.

7. Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: ЮНИТИ – ДАНА, 2000. – 543с.

8. Математическая статистика / В.Б. Горяинов, И.В. Павлов [и др.]; под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – М.: Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 424с.

9. Мацкевич, И.П. Высшая математика. Теория вероятностей и математическая статистика / И.П. Мацкевич, Г.П. Свирид. – Мн.: Выш. шк., 1993. – 269с.

10. Мацкевич, И.П. Сборник задач и упражнений по высшей математике: Теория вероятностей и математическая статистика / И.П. Мацкевич, Г.П. Свирид, Г.М. Булдык; под ред. Г.П. Свирида. – Мн.: Выш. шк., 1996. – 318с.

11. Сборник индивидуальных заданий по теории вероятностей и математической статистике / Под ред. А.П. Рябушко. – Мн.: Выш. шк., 1992. – 191с.

12. Теория вероятностей / А.В. Печинкин, О.И. Тескин [и др.]; Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – М.: Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. – 456с.

13. Тузик, Т.А. Теория вероятностей. Математическая статистика: методические рекомендации и варианты заданий / Т.А. Тузик, И.И. Гладкий. – Брест: БГТУ, 2002. – 52с.

14. Тузик, Т.А. Задачи и упражнения по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика» / Т.А. Тузик, А.И. Тузик, М.Г. Журавель. – Брест: БГТУ, 2005. – 80с.

Содержание

Учебное издание

Составители: Джура Валентина Тимофеевна,
Кузьмина Елена Викторовна,
Мороз Людмила Трофимовна,
Махнист Леонид Петрович,
Сукасян Татьяна Михайловна.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Методические указания и варианты заданий по курсу «Высшая математика» для студентов технических специальностей

Ответственный за выпуск: Мороз Л.Т.
Редактор: Боровикова Е.А.
Компьютерная верстка: Кармаш Е.Л.
Корректор: Никитчик Е.В.

Подписано к печати 29.12.2012. Формат $60x80\ ^1\!/_{16}$. Бумага «Снегурочка».
Усл. п. л. 3,25. Уч. изд. л. 3,5. Заказ № 1387. Тираж 100 экз.
Отпечатано на ризографе Учреждения образования
«Брестский государственный технический университет».
224017, г. Брест, ул. Московская, 267.