

Учреждение образования

«Брестский государственный технический университет»

Кафедра высшей математики

# **ПРАКТИКУМ ПО ОБЩЕЙ ТЕОРИИ СТАТИСТИКИ**

**для студентов экономических специальностей**

## **Часть II**



Брест 2005

УДК 311 (076.5)

Настоящее пособие содержит теоретические положения, образцы решений примеров и практические задания по общей теории статистики. Материалы данного пособия могут быть использованы на занятиях со студентами экономических специальностей всех форм обучения.

Составители: А.В. Санюкевич, доцент, к.ф.-м.н.,  
С.Т. Гусева, доцент,  
М.Г. Журавель, ассистент  
Г.В. Шамовская, ассистент

Рецензент: Н.Н.Сендер, заведующий кафедрой высшей математики  
Брестского государственного университета,  
канд. физ.-мат. наук, доцент

© Учреждение образования

«Брестский государственный технический университет», 2005

# ГЛАВА 1. КОРРЕЛЯЦИОННАЯ СВЯЗЬ И ЕЕ СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ

**Корреляционная связь** – связь, проявляющаяся не в каждом отдельном случае, а в массе случаев в средних величинах в форме тенденции.

Статистическое исследование ставит своей конечной целью получение модели зависимости для ее практического использования. Решение этой задачи осуществляется в следующей последовательности:

1. Логический анализ сущности явления и причинно следственных связей. В результате устанавливается результативный признак ( $Y$ ), факторы его изменения, характеризуемые признаками ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ).
2. Сбор первичной информации и проверка ее на однородность и нормальность распределения. Для оценки однородности совокупности используется коэффициент вариации по факторным признакам  $V_{x_j} = \frac{\sigma_{x_i}}{\bar{x}_i} \cdot 100$  ( $i = \overline{1, n}$ ).

Совокупность считается однородной, если коэффициент вариации не превышает 33%. Проверка нормальности распределения исследуемых факторных признаков ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ) проводится с помощью правила “трех сигм”.

3. Установление факта наличия и направления корреляционной зависимости между результативным ( $Y$ ) и факторным ( $X$ ) признаками. С этой целью используются методы: параллельное сопоставление рядов результативного и факторного признаков, графическое изображение фактических данных с помощью поля корреляции; построение корреляционной таблицы; метод аналитической группировки.
4. Измерение степени тесноты связи и оценка ее существенности. Для определения степени тесноты парной линейной зависимости служит линейный коэффициент корреляции ( $r$ ); при любой форме зависимости (линейной и криволинейной) – эмпирическое корреляционное отношение ( $\eta$ ). В практике могут быть использованы и другие показатели: коэффициент Фихнера, коэффициент корреляции рангов Спирмэна; для качественных показателей – коэффициент ассоциации Д. Юла или коэффициент контингенции К. Пирсона; для альтернативных показателей – коэффициент взаимной сопряженности К. Пирсона и коэффициент взаимной сопряженности А.А. Чупрова.
5. Построение модели связи (уравнения регрессий). Тип модели выбирается на основе сочетания теоретического анализа и исследования эмпирических данных посредством построения эмпирической линии регрессии

## 1.1. Решение типовых задач.

**Задача 1.1** Имеются экспериментальные данные влияние времени вулканизации на сопротивление резины разрыву (табл. 1.1)

Таблица 1.1

№ анализа	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Время вулканизации (мин.), $x_i$	35	40	30	42	37	38	34	33	36	31	36	43	39	44
Сопротивление разрыву ( $\text{кг}/\text{см}^2$ ), $y_i$	162	174	155	172	173	166	162	160	167	153	163	173	168	176

Провести на основе приведенных данных исследование взаимосвязи сопротивления резины разрыву и времени ее вулканизации; аналитическое выражение связи проверить на достоверность.

**Решение:** Результативный признак – сопротивление разрыву ( $Y$ ). Факторный признак – время вулканизации ( $X$ ).

1. Первичная информация проверяется на однородность по признаку фактору с помощью коэффициента вариации.

$$V_x = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} \cdot 100; \quad \bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{518}{14} = 37,0 \text{ мин.}$$

Для расчета  $\sigma_x$  используется вспомогательная таблица (табл. 1.2).

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{240}{14}} = 4,1 \text{ мин.}; \quad V_x = \frac{4,1}{37,0} \cdot 100 = 11,08\%$$

Т.к.  $V_x < 33\%$ , то совокупность можно считать однородной.

Таблица 1.2

Вспомогательная таблица для расчета  $\sigma_x$ 

№ анализа	Время вулканизации (мин) $x_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	35	-2	4
2	40	+3	9
3	30	-7	49
4	42	+5	25
5	37	0	0
6	38	+1	1
7	34	-3	9
8	33	-4	16
9	36	-1	1
10	31	-6	36
11	36	-1	1
12	43	+6	36
13	39	+2	4
14	44	-7	49
Итого	518	0	240

2. Далее проводится проверка на нормальность распределения с помощью правила “трех сигм”. Результаты проверки следует представить в шаблонной форме (табл. 1.3). Интервалы для проверки значений признака-фактора:  $(\bar{x} \pm \sigma)$ ;  $(\bar{x} \pm 2\sigma)$ ;  $(\bar{x} \pm 3\sigma)$ .

Таблица 1.3

Интервалы значений признака $X$ , мин.	Число единиц, входящих в интервал	Удельный вес числа единиц, входящих в интервал, в общем их числе, %	Удельный вес числа единиц, входящих в интервал, при нормальном распределении, %
32,9 – 41,1	9	64,3	68,3
28,8 – 45,2	14	100	95,4
24,7 – 49,3	14	100	99,7

Первичная информация по признаку-фактору не подчиняется закону нормального распределения, однако это не является основанием для отказа использования корреляционно-регрессионного анализа. Все  $x_i$  попадают в интервал  $\bar{x} - 3\sigma \leq x_i \leq \bar{x} + 3\sigma$ , т.е. в интервал  $24,7 \leq x_i \leq 49,3$ .

**Замечание.** Если в первичной информации имеются резко выделяющиеся единицы, не попадающие в интервал  $(\bar{x} - 3\sigma; \bar{x} + 3\sigma)$ , то их исключают и формируют новый мотив для дальнейшего исследования.

3. Для установления факта наличия связи производится аналитическая группировка по признаку-фактору. Группировка выполняется при равных интервалах и числе групп 4. Величина интервала

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{m} = \frac{44 - 30}{4} \approx 4,0 \text{ мин,}$$

где  $m$  – число групп.

Ниже построена групповая таблица (табл. 1.4).

Табл. 1.4

Время вулканизации, мин.	Число анализов, $n_i$	$\sum y_i$	Средняя величина сопротивления разрыву (кг/см <sup>2</sup> ), $\bar{y}_i$
30 – 34	3	$155 + 160 + 153 = 468$	156,0
34 – 38	5	$162 + 173 + 162 + 167 + 163 = 827$	165,4
38 – 42	3	$174 + 166 + 168 = 508$	169,3
42 – 46	3	$172 + 173 + 176 = 521$	173,7
Итого	14	2324	–

Из данных групповой таблицы видно, что с увеличением времени вулканизации возрастает величина сопротивления резины разрыву. На рис. 1.1 представлен график связи.

Эмпирическая линия связи приближается к прямой линии. Следовательно, можно предположить наличие прямолинейной корреляции.

4. Для измерения тесноты связи найдем линейный коэффициент корреляции по формуле:

$$r = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \cdot \sum y}{n}}{\sqrt{\left(\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}\right) \left(\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}\right)}} .$$

Чтобы упростить работу, все предварительные расчеты проведем в таблице 1.5.

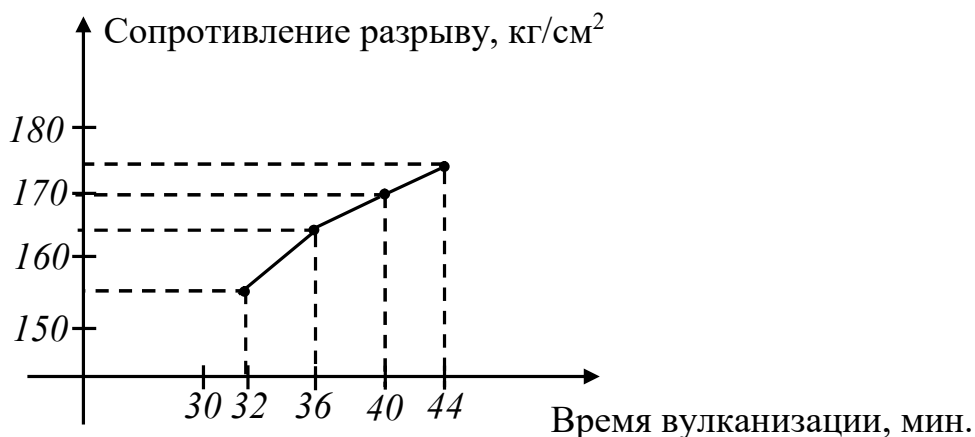


Рис. 1.1 Зависимость сопротивления резины разрыву от времени вулканизации.

Таблица 1.5

Таблица для расчета линейного коэффициента корреляции и уравнения связи

№ анализа	Время вулканизации (мин), $x_i$	Сопротивление разрыву (кг/см <sup>2</sup> ), $y_i$	$x^2$	$y^2$	$xy$	$\hat{y}_{лин}$	$y - \hat{y}_{лин}$	$(y - \hat{y}_{лин})^2$
1	35	162	1225	26244	5670	163,0	-1,0	1,00
2	40	174	1600	30276	6960	170,5	3,5	12,25
3	30	155	900	24025	4650	155,5	-0,5	0,25
4	42	172	1764	29584	7224	173,5	-1,5	2,25
5	37	173	1369	29929	6401	166,0	7,0	49,00
6	38	166	1444	27556	6308	167,5	-1,5	2,25
7	34	162	1156	26244	5508	161,5	0,5	0,25
8	33	160	1089	25600	5280	160,0	0	0,00
9	36	167	1296	27889	6012	164,5	2,5	6,25
10	31	153	961	23409	4743	157,0	-4,0	16,00
11	36	163	1296	26569	5868	164,5	-1,5	2,25
12	43	173	1849	29929	7439	175,0	-2,0	4,00
13	39	168	1521	28224	6552	169,0	-1,0	1,00
14	44	176	1936	30976	7744	176,5	-0,5	0,25
Итого	518	2324	19406	386454	86359	2324,0	-	97,00

Подставляя найденные значения в формулу, получим

$$r = \frac{86359 - \frac{518 \cdot 2324}{14}}{\sqrt{\left(19406 - \frac{(518)^2}{14}\right) \left(386454 - \frac{(2324)^2}{14}\right)}} = 0,925.$$

Значение линейного коэффициента корреляции ( $r = +0,925$ ) свидетельствует о наличии прямой и очень тесной связи. Средняя квадратическая ошибка коэффициента корреляции для  $n < 50$

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{1-0,925^2}{14-2}} = \frac{0,38}{3,46} = 0,11. \quad \text{Тогда} \quad t_{набл} = \frac{|r|}{\sigma_r} = \frac{0,925}{0,11} = 8,41.$$

По таблице  $t$ -критерия Стьюдента, по числу степеней свободы  $k = n - 2 = 14 - 2 = 12$  с вероятностью  $p = 0,95$  (уровень значимости  $\alpha = 0,05$ )

находим  $t_{кр} = 2,179$ . Т.к.  $t_{набл} > t_{кр}$ , то можно утвердить существенность коэффициента корреляции.

**Замечание.** Оценка существенности линейного коэффициента корреляции при объеме выборки  $n \geq 50$  проводится с использованием  $t_{расч} = \frac{|r|}{\sigma_r}$ , где  $\sigma_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n-1}}$ .

Далее вычисляется эмпирическое корреляционное отношение  $\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma_y^2}}$ ,

где 
$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{y}_i - \bar{y})^2 n_i}{\sum n_i}.$$

Для расчета используются данные табл. 1.4.

$$\delta^2 = \frac{1}{14} ((156,0 - 166)^2 \cdot 3 + (165,4 - 166)^2 \cdot 5 + (169,3 - 166)^2 \cdot 3 + (173,7 - 166)^2 \cdot 3) = 36,6;$$

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n} = \frac{(162 - 166)^2 + (174 - 166)^2 + \dots + (176 - 166)^2}{14} = \frac{670}{14} = 47,8;$$

$$\eta = \sqrt{\frac{36,6}{47,8}} = 0,88.$$

Так как корреляционное отношение близко к единице, то оно показывает наличие достаточно тесной связи.

**5. Определяется модель связи.**

**Линейная регрессия:**  $\hat{y}_{лин} = a + bx$ . Нормальная система уравнений для нахождения параметров  $a$  и  $b$  имеет вид:

$$\begin{cases} b \sum x^2 + a \sum x = \sum xy, \\ b \sum x + an = \sum y. \end{cases}$$

Т.е. в нашем случае, используя результаты в таблице 1.5, мы получим

$$\begin{cases} 19406 \cdot b + 518 \cdot a = 86359, \\ 518 \cdot b + 14 \cdot a = 2324. \end{cases}$$

Решая систему, находим  $a = 110,5$ ,  $b = 1,5$ . Модель связи следующая:

$$\hat{y}_{лин} = 110,5 + 1,5x.$$

Для возможного использования линейной функции определяется величина

$\omega^2 = \frac{\eta^2 - r^2}{m-2} : \frac{1-\eta^2}{n-m}$ , где  $m$  – число групп, на которое разделен диапазон значений факторного признака. Имеем  $\omega^2 = \frac{0,88^2 - 0,93^2}{4-2} : \frac{1-0,88^2}{14-4} = -1,95$ .

При вероятности  $p = 0,95$  ( $\alpha = 0,05$ ) и числе степеней свободы делимого  $k_1 = m - 2 = 4 - 2 = 2$  и делителя  $k_2 = n - m = 14 - 4 = 10$  по таблицам  $F$ -критерия

находим  $F_{крит} = 4,1$ . Т.к.  $\omega^2$  меньше  $F_{крит}$ , то возможность использования линейной функции не отвергается.

**Квадратичная регрессия**  $\hat{y}_{кв} = a + bx + cx^2$ . Система нормальных уравнений имеет вид

$$\begin{cases} c \sum x^4 + b \sum x^3 + a \sum x^2 = \sum x^2 y, \\ c \sum x^3 + b \sum x^2 + a \sum x = \sum xy, \\ c \sum x^2 + b \sum x + a \cdot n = \sum y. \end{cases}$$

Для нахождения коэффициентов системы проведем дополнительные расчеты в таблице 1.6.

Таблица 1.6

№	$x_i$	$y_i$	$x^2$	$x^3$	$x^4$	$xy$	$x^2y$	$t=1/x$	$t^2$	$ty$
1	35	162	1225	42875	1500625	5670	198450	0,029	0,00082	4,629
2	40	174	1600	64000	2560000	6960	278400	0,025	0,00063	4,350
3	30	155	900	27000	810000	4650	139500	0,033	0,00111	5,167
4	42	172	1764	74088	3111696	7224	303408	0,024	0,00057	4,095
5	37	173	1369	50653	1874161	6401	236837	0,027	0,00073	4,676
6	38	166	1444	54872	2085136	6308	239704	0,026	0,00069	4,368
7	34	162	1156	39304	1336336	5508	187272	0,029	0,00087	4,765
8	33	160	1089	35937	1185921	5280	174240	0,030	0,00092	4,848
9	36	167	1296	46656	1679616	6012	216432	0,028	0,00077	4,639
10	31	153	961	29791	923521	4743	147033	0,032	0,00104	4,935
11	36	163	1296	46656	1679616	5868	211248	0,028	0,00077	4,528
12	43	173	1849	79507	3418801	7439	319877	0,023	0,00054	4,023
13	39	168	1521	59319	2313441	6552	255528	0,026	0,00066	4,308
14	44	176	1936	85184	3748096	7744	340736	0,023	0,00052	4,000
Итого	518	2324	19406	735842	28226966	86359	3248665	0,383	0,01062	63,331

Для нашего случая получаем

$$\begin{cases} 28226966 \cdot c + 735842 \cdot b + 19406 \cdot a = 3248665, \\ 735842 \cdot c + 19406 \cdot b + 518 \cdot a = 86359, \\ 19406 \cdot c + 518 \cdot b + 14 \cdot a = 2324. \end{cases}$$

Решая данную систему, получаем  $a = 21,75$ ,  $b = 6,3$ ,  $c = -0,06$ . Модель связи имеет вид:  $\hat{y}_{кв} = 21,75 + 6,3x - 0,06x^2$ .

**Гиперболическая регрессия**  $\hat{y}_{гип} = a + \frac{b}{x}$ . Введем замену переменной

$t = 1/x$ , тогда  $\hat{y}_{гип} = a + bt$  и нормальная система уравнений для определения  $a$  и  $b$  (смотри линейную регрессию) имеет вид

$$\begin{cases} b \sum t^2 + a \sum t = \sum ty, \\ b \sum t + an = \sum y. \end{cases}$$



Используя данные табл. 1.6 (три последних столбца) получим

$$\begin{cases} 0,383a + 0,01062b = 63,331, \\ 14a + 0,383b = 2324. \end{cases}$$

Решая систему, найдем  $a = 213$ ,  $b = -1729$ . Модель связи имеет вид

$$\hat{y}_{\text{сун}} = 213 - \frac{1729}{x}.$$

**Показательная регрессия**  $\hat{y}_{\text{нок}} = a \cdot b^x$ . Прологарифмируем функцию по основанию 10:  $\lg \hat{y}_{\text{нок}} = \lg a + x \lg b$ . Введем замены  $z = \lg y$ ,  $a_1 = \lg a$ ,  $b_1 = \lg b$ . Тогда уравнение связи имеет вид  $z = a_1 + b_1 x$ . Коэффициенты  $a_1$  и  $b_1$  находятся из системы

$$\begin{cases} a_1 \sum x + b_1 \sum x^2 = \sum xz, \\ a_1 n + b_1 \sum x = \sum z. \end{cases}$$

Для нахождения коэффициентов системы проведем дополнительные расчеты в таблице 1.7.

Таблица 1.7

№	$x_i$	$y_i$	$x^2$	$z$	$xz$	$u$	$u^2$	$uz$	$uy$
1	35	162	1225	2,210	77,33	1,544	2,384	3,412	250,128
2	40	174	1600	2,241	89,62	1,602	2,567	3,589	278,778
3	30	155	900	2,190	65,71	1,477	2,182	3,235	228,935
4	42	172	1764	2,236	93,89	1,623	2,635	3,629	279,156
5	37	173	1369	2,238	82,81	1,568	2,459	3,510	271,264
6	38	166	1444	2,220	84,36	1,580	2,496	3,507	262,28
7	34	162	1156	2,210	75,12	1,531	2,345	3,384	248,022
8	33	160	1089	2,204	72,74	1,519	2,306	3,347	243,04
9	36	167	1296	2,223	80,02	1,556	2,422	3,459	259,852
10	31	153	961	2,185	67,73	1,491	2,224	3,258	228,123
11	36	163	1296	2,212	79,64	1,556	2,422	3,443	253,628
12	43	173	1849	2,238	96,24	1,633	2,668	3,656	282,509
13	39	168	1521	2,225	86,79	1,591	2,531	3,541	267,228
14	44	176	1936	2,246	98,80	1,643	2,701	3,690	289,168
Итого	518	2324	19406	31,076	1150,80	21,916	34,343	48,660	3642,141

Получим систему

$$\begin{cases} 518a_1 + 19406b_1 = 1150,8, \\ 14a_1 + 518b_1 = 31,076, \end{cases}$$

из которой находим  $a_1 = 2,0674$ ,  $b_1 = 0,0041167$ . Тогда  $a = 10^{a_1} = 117$ ,  $b = 10^{b_1} = 1,009$  и уравнение связи имеет вид  $\hat{y}_{\text{нок}} = 117 \cdot 1,009^x$ .

**Степенная регрессия**  $\hat{y}_{\text{стен}} = a \cdot x^b$ . Логарифмируя функцию, имеем  $\lg \hat{y}_{\text{стен}} = \lg a + b \lg x$ . Обозначим  $\lg y = z$ ,  $\lg a = a_1$ ,  $\lg x = u$ , тогда уравнение связи  $z = a_1 + bu$ , а нормальная система уравнений

$$\begin{cases} a_1 \sum u + b \sum u^2 = \sum uz, \\ a_1 \cdot n + b \sum u = \sum z, \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 21,916a_1 + 34,343b = 48,66, \\ 14a_1 + 21,916b = 31,076. \end{cases}$$

(Коэффициенты взяты из таблицы 1.7). Решая систему, получаем:  $a_1 = 1,65$ ,  $b = 0,36335$ ,  $a = 10^{a_1} = 44,76$ . Уравнение связи имеет вид  $\hat{y}_{\text{стен.}} = 44,76 \cdot x^{0,36335}$ .

**Логарифмическая регрессия**  $\hat{y}_{\text{лог}} = a + b \lg x$ . Сделаем замену  $u = \lg x$ . Тогда  $y = a + bu$  и нормальная система имеет вид

$$\begin{cases} a \sum u + b \sum u^2 = \sum uy, \\ an + b \sum u = \sum y, \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 21,916a + 34,343b = 3642,141, \\ 14a + 21,916b = 2324. \end{cases}$$

Решая систему, получаем:  $a = -10,06$ ,  $b = 112,5$ . Модель связи имеет вид  $\hat{y}_{\text{лог}} = -10,06 + 112,5 \lg x$ .

Для всей совокупности наблюдаемых значений рассчитывается средняя квадратическая ошибка уравнения регрессии  $S_e$ , которая представляет собой среднее квадратическое отклонение фактических значений  $y_i$ , относительно

значений, рассчитанных по уравнению регрессии  $\hat{y}_i$ , то есть  $S_e = \sqrt{\frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{n - m}}$ ,

где  $m$  – число параметров в уравнении регрессии.

Для нахождения средних квадратических ошибок всех уравнений регрессии составим вспомогательную таблицу 1.8. (Расчеты для уравнения линейной регрессии проведены в таблице 1.5)

Таблица 1.8

$x_i$	$y_i$	$\hat{y}_{\text{кв}}$	$\hat{y}_{\text{гип}}$	$\hat{y}_{\text{пок}}$	$\hat{y}_{\text{стен}}$	$\hat{y}_{\text{лог}}$	Квадрат отклонения фактических значений от значений уравнения регрессии $(y - \hat{y})^2$				
							кв	гип	пок	стен	лог
35	162	168,75	163,600	160,095	162,902	163,648	45,563	2,560	3,629	0,814	2,716
40	174	177,75	169,775	167,430	171,001	170,172	14,063	17,851	43,165	8,994	14,654
30	155	156,75	155,367	153,081	154,029	156,116	3,063	0,135	3,683	0,943	1,245
42	172	180,51	171,833	170,457	174,059	172,556	72,420	0,028	2,381	4,239	0,309
37	173	172,71	166,270	162,989	166,225	166,363	0,084	45,293	100,220	45,901	44,050
38	166	174,51	167,500	164,456	167,843	167,666	72,420	2,250	2,384	3,397	2,776
34	162	166,59	162,147	158,667	161,196	162,231	21,068	0,022	11,109	0,646	0,053
33	160	164,31	160,606	157,251	159,456	160,773	18,576	0,367	7,557	0,296	0,598
36	167	170,79	164,972	161,535	164,578	165,024	14,364	4,113	29,866	5,866	3,905
31	153	159,39	157,226	154,459	155,875	157,718	40,832	17,859	2,129	8,266	22,260
36	163	170,79	164,972	161,535	164,578	165,024	60,684	3,889	2,146	2,490	4,097
43	173	181,71	172,791	171,991	175,554	173,705	75,864	0,044	1,018	6,523	0,497
39	168	176,19	168,667	165,936	169,435	168,935	67,076	0,445	4,260	2,059	0,874
44	176	182,79	173,705	173,539	177,027	174,828	46,104	5,267	6,057	1,055	1,374
$\Sigma$	2324	2403,54	2319,431	2283,421	2323,758	2324,759	552,181	100,123	219,604	91,489	99,408

Найдем средние квадратические ошибки уравнений регрессии:

Линейная регрессия	: $m = 2$ ;	$S_e = \sqrt{\frac{97}{14-2}} = 2,843.$
Квадратичная регрессия	: $m = 3$ ;	$S_e = \sqrt{\frac{552,181}{14-3}} = 7,085.$
Гиперболическая регрессия	: $m = 2$ ;	$S_e = \sqrt{\frac{100,123}{14-2}} = 2,889.$
Показательная регрессия	: $m = 2$ ;	$S_e = \sqrt{\frac{219,604}{14-2}} = 4,278.$
Степенная регрессия	: $m = 2$ ;	$S_e = \sqrt{\frac{91,489}{14-2}} = 2,761.$
Логарифмическая регрессия	: $m = 2$ ;	$S_e = \sqrt{\frac{99,408}{14-2}} = 2,878.$

Сравнивая значения средних квадратических ошибок для различных уравнений связи, замечаем, что наименьшее их значение из рассмотренных уравнений связи имеет степенная регрессия. Данное уравнение регрессии и будем использовать для экстраполяции.

В качестве меры достоверности уравнения корреляционной зависимости используем процентное отношение средней квадратической ошибки уравнения ( $S_e$ ) к среднему уровню результативного признака ( $\bar{y}$ ):

$$\frac{S_e}{\bar{y}} \cdot 100 = \frac{2,761}{166} \cdot 100 = 1,66\%.$$

Т.к. полученное значение значительно меньше 15 % (эта величина не должна превышать 10–15 %), то уравнение  $\hat{y} = 44,76 \cdot x^{0,36335}$  достаточно хорошо отображает взаимосвязь двух признаков и может быть использовано в практической работе.

Для результативного признака определяем доверительные границы, в пределах которых с заданной доверительной вероятностью будет находиться теоретическое значение  $y$ . Доверительные интервальные границы для результативного признака  $y$  при значении факторного признака  $x_0$  определяется следующим образом

$$\hat{y}_{x_0} - t_\alpha \frac{S_e}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sigma_x^2}} \leq y \leq \hat{y}_{x_0} + t_\alpha \frac{S_e}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sigma_x^2}},$$

где  $t_\alpha$  определяется в соответствии с уровнем значимости по  $t$ -распределению Стьюдента с  $n - m$  степенями свободы.

В нашем случае при  $\alpha = 0,05$ ,  $t_\alpha = t(0,05; 14 - 2) = 2,179$  и

$$\hat{y}_{x_0} - 2,179 \frac{2,76}{\sqrt{14}} \sqrt{1 + \frac{(x_0 - 37)^2}{(4,1)^2}} \leq y \leq \hat{y}_{x_0} + 2,179 \frac{2,76}{\sqrt{14}} \sqrt{1 + \frac{(x_0 - 37)^2}{(4,1)^2}},$$

$$\hat{y}_{x_0} - 1,6 \sqrt{1 + \frac{(x_0 - 37)^2}{16,81}} \leq y \leq \hat{y}_{x_0} - 1,6 \sqrt{1 + \frac{(x_0 - 37)^2}{16,81}}.$$

Например, при  $x_0 = 46$ ,  $176,04 \leq y \leq 183,76$   $\hat{y}(46) = 179,9$ .

**Задача 1.2** По данным группировки 40 предприятий легкой промышленности по величине балансовой прибыли и объему произведенной продукции построить уравнение связи (см. табл. 1.9).

Таблица 1.9

*Расчетная таблица для определения параметров уравнения регрессии по данным группировки предприятий легкой промышленности по величине балансовой прибыли в I квартале 2004 г. (цифры условные)*

Балансовая прибыль, млн. руб. $y_i$	Объем произведенной продукции, млн. руб., $x_i$						$f_y$	$yf_y$	$xyf_y$
	$x'$	300-400	400-500	500-600	600-700	700-800			
	$y'$	350	450	550	650	750			
10 – 20	15	2					2	30	10500
20 – 30	25	4	1				5	125	46250
30 – 40	35	2	5	4			11	385	180250
40 – 50	45		3	8	2		13	585	317250
50 – 60	55			2	4	3	9	495	327250
$f_x$		8	9	14	6	3	40	1620	881500
$xf_x$		2800	4050	7700	3900	2250	20700		
$x^2f_x$		980000	1822500	4235000	2535000	1687500	11260000		
$\bar{y}_i$		25,0	37,2	42,6	51,7	55,0			

**Решение:** Анализ таблицы показывает, что частоты  $f_{xy}$  расположены по диагонали сверху вниз, что свидетельствует о наличии прямой связи между объемом произведенной продукции и балансовой прибылью. Кроме того наблюдается концентрация частот  $f_{xy}$  вдоль главной диагонали и незаполненность оставшихся клеток, поэтому можно предположить достаточно тесную связь между рассматриваемыми признаками.

Расчет и анализ средних значений  $\bar{y}_i$  по группам факторного признака подтверждает наличие прямой зависимости между  $X$  и  $Y$ . Считая, что зависимость описывается линейным уравнением  $y = a + bx$ , параметры  $a$  и  $b$  определим из системы нормальных уравнений

$$\begin{cases} na + b \sum xf_x = \sum yf_y, \\ a \sum xf_x + b \sum x^2f_x = \sum xyf_{xy}. \end{cases}$$

Так как значения признаков  $Y$  и  $X$  заданы в определенных интервалах, что для каждого интервала сначала находим его середину. Покажем промежуточные расчеты

по первой группе

$$x'_1 = \frac{300 + 400}{2} = 350;$$

$$yf_y = 15 \cdot 2 = 30;$$

$$xf_x = 350 \cdot 8 = 2800;$$

$$xyf_y = 350 \cdot 15 \cdot 2 = 10500;$$

$$x^2 f_x = 350^2 \cdot 8 = 980000.$$

по второй группе

$$x'_2 = \frac{400 + 500}{2} = 450;$$

$$yf_y = 25 \cdot 5 = 125;$$

$$xf_x = 450 \cdot 9 = 4050;$$

$$xyf_y = 350 \cdot 25 \cdot 4 + 450 \cdot 25 \cdot 1 = 46250;$$

$$x^2 f_x = 450^2 \cdot 9 = 1822500.$$

И так далее. Таким образом, подставив в систему уравнений итоговые значения из табл. 1.9, получим:

$$\begin{cases} 40a + 20700b = 1620, \\ 20700a + 11260000b = 881500. \end{cases}$$

Откуда  $a = -0,9$ ;  $b = 0,08$ . Следовательно  $\bar{y}_x = -0,9 + 0,08x$ .

Параметр уравнения регрессии показывает, что с увеличением объема выпускаемой продукции на 1 млн. руб. балансовая прибыль возрастает на 80 тыс. руб.

**Задача 1.3** По группе акционерных коммерческих банков региона имеются следующие данные (таблица 1.10). Оценить тесноту связи между суммой прибыли банка и размерам его активов.

Таблица 1.10

№ банка	Активы банка, млн. руб.	Прибыль, млн. руб.
1	866	39,6
2	328	17,8
3	207	12,7
4	185	14,9
5	109	4,0
6	104	15,5
7	327	6,4
8	113	10,1
9	91	3,4
10	849	13,4

**Решение:** В анализе социально-экономических явлений часто приходится прибегать к различным условным оценкам, например рангам, а взаимосвязь между отдельными признаками измерять с помощью непараметрических коэффициентов связи. Среди непараметрических методов оценки тесноты связи наибольшее значение имеют ранговые коэффициенты Спирмена ( $\rho$ ) и Кендалла ( $\tau$ ).

а) Для расчета коэффициента корреляции рангов Спирмена предварительно выполним ранжирование банков по уровню каждого признака. **Ранжирование** – это процедура упорядочения объектов изучения, которая выполняется на основе предпочтения. **Ранг** – это порядковый номер значений признака, расположенных в порядке возрастания или убывания их величин. (В нашей задаче будем ранжировать в порядке возрастания.)

Таблица 1.11

№ банка	Активы банка (млн.руб.) $x_i$	Ранг по $X$	№ банка	Прибыль банка (млн. руб.) $y_i$	Ранг по $Y$
9	91	1	9	3,4	1
6	104	2	5	4,0	2
5	109	3	7	6,4	3
8	113	4	8	10,1	4
4	185	5	3	12,7	5
3	207	6	10	13,4	6
7	327	7	4	14,9	7
2	328	8	6	15,5	8
10	849	9	2	17,8	9
1	866	10	1	39,6	10

Для дальнейших расчетов воспользуемся вспомогательной таблицей 1.12.

Таблица 1.12

№ банка	Активы (млн. руб.)	Прибыль (млн. руб.)	Ранги		$d_i$ (ранг $X$ – ранг $Y$ )	$d_i^2$
			$X$	$Y$		
1	866	39,6	10	10	0	0
2	328	17,8	8	9	-1	1
3	207	12,7	6	5	1	1
4	185	14,9	5	7	-2	4
5	109	4,0	3	2	1	1
6	104	15,5	2	8	-6	36
7	327	6,4	7	3	4	16
8	113	10,1	4	4	0	0
9	91	3,4	1	1	0	0
10	849	13,4	9	6	3	9
Итого	–	–	–	–	0	68

Тогда  $\rho = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}$ , где  $d_i^2$  – квадраты разности рангов,  $n$  – число

наблюдений (число пар рангов). В нашем случае имеем

$$\rho = 1 - \frac{6 \cdot 68}{10(100 - 1)} = 0,588 \quad (\rho \in [-1; 1]!).$$

По таблице значений коэффициент корреляции рангов Спирмена для двусторонних пределов уровня значимости  $\alpha$  по объему выборки  $n = 10$  и уровню значимости 5% ( $\alpha = 0,05$ ) критическая величина для рангового коэффициента корреляции составляет  $\rho_{кр.} = \pm 0,6364$ . Поэтому вывод по результату анализа: есть необходимость увеличивать объем выборки.

б) Расчет рангового коэффициента Кенделла осуществляется по формуле

$\tau = \frac{2S}{n(n-1)}$ , где  $n$  – число наблюдений,  $S$  – сумма разностей между числом

последовательностей и числом инверсий по второму признаку ( $S = P - Q$ ).

Расчет данного коэффициента выполняется в следующей последовательности:

- 1) значения  $X$  ранжируют в порядке возрастания или убывания;
- 2) значения  $Y$  располагают в порядке, соответствующем значениям  $X$ ;
- 3) для каждого ранга  $Y$  определяется число следующих за ним значений рангов, превышающих его величину. Суммируя таким образом числа определяется величина  $P$ ;
- 4) для каждого ранга  $Y$  определяется число следующих за ним рангов, меньших его величины. Суммарная величина обозначается через  $Q$ ;
- 5) определяется сумма  $S = P - Q$  баллов по всем членам ряда.

В нашем примере (таблица 1.12)

Таблица 1.12

Ранг $X$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ранг $Y$	1	8	2	4	7	5	3	9	6	10

$$P = 9 + 2 + 7 + 5 + 2 + 3 + 3 + 1 + 1 = 33, \quad Q = 0 + 6 + 0 + 1 + 3 + 1 + 0 + 1 + 0 = 12.$$

$$\text{Таким образом, } S = P - Q = 33 - 12 = 21 \text{ и } \tau = \frac{2 \cdot 21}{10(10 - 1)} = 0,47.$$

Так как  $\tau < 0,5$ , то связь статистически незначима.

## 1.2. Задания для самостоятельной работы

**1.2.1.** По следующим данным рассчитайте коэффициент корреляции и сформулируйте выводы:  $\sum x = 70$ ,  $\sum y = 50$ ,  $\sum xy = 320$ ,  $\sum x^2 = 500$ ,  $\sum y^2 = 500$ ,  $n = 10$ .

**1.2.2.** По следующим данным постройте линейное уравнение регрессии, вычислите линейный коэффициент корреляции:  $\overline{xy} = 100$ ,  $\bar{x} = 10$ ,  $\bar{y} = 8$ ,  $\overline{x^2} = 136$ ,  $\overline{y^2} = 100$ .

**1.2.3.** Используя метод приведения параллельных данных, установите направление и характер связи между прожиточным минимумом и средней заработной платой населения по 10 районам:

№ района	Средняя заработная плата, тыс. руб.	Прожиточный минимум на душу населения, тыс. руб./месяц
1	208	81
2	163	69
3	204	86
4	149	62
5	197	68
6	190	63
7	177	64
8	169	54
9	157	53
10	152	58

Вычислите линейный коэффициент корреляции. Охарактеризуйте тесноту и направление связи между признаками.

**1.2.4.** Взаимосвязь между стоимостью активной части основных фондов и затратами на производство работ по 35 строительным фирмам представлена следующей таблицей:

Затраты на производство строительно-монтажных работ, % к стоимости активной части основных фондов	Стоимость активной части основных фондов, тыс. руб.				Всего фирм
	50 - 100	100 - 150	150 - 200	200 - 250	
1 - 5			2	4	6
5 - 9		2	6	4	12
9 - 13		5	3		8
13 - 17	2	2			4
17 - 21	5				5

Постройте поле корреляции и эмпирическую линию регрессии.

**1.2.5.** Имеются следующие данные о стоимости основных фондов и среднесуточной переработки сырья:

Стоимость основных фондов, тыс. руб.	Среднесуточная переработка сырья, тыс. ц			
	3 - 5	5 - 7	7 - 9	9 - 11
300 - 400	2			
400 - 500	5	2		
500 - 600	2	4	6	
600 - 700		2	3	5
700 - 800			2	2

Определите вид корреляционной зависимости, найдите параметры уравнения регрессии, определите тесноту связи. Проанализируйте полученные результаты.

**1.2.6.** Взаимосвязь между суммарными активами, объемами вложений акционеров и чистым доходом 15 крупнейших банков Японии характеризуется следующими данными:

№ банка	Суммарный актив, млрд. долл.	Объем вложений акционеров, млрд. долл.	Чистый доход, млрд. долл.
1	507,2	19,5	352,9
2	506,6	19,8	187,1
3	487,8	21,1	375,2
4	496,0	18,6	287,9
5	493,6	19,6	444,0
6	458,9	11,7	462,4
7	429,3	10,5	459,5
8	386,9	13,6	511,3
9	311,5	10,8	328,6
10	302,2	10,9	350,0
11	262,0	10,3	298,7
12	242,4	10,6	529,3
13	231,9	8,5	320,0
14	214,3	6,7	502,0
15	208,4	8,3	194,9

Вычислите:

а) ранговые коэффициенты Спирмена и Кендалла между суммарными активами и объемом вложений акционеров банков Японии;

б) ранговый коэффициент Спирмена между суммарными активами и чистыми доходами банков Японии.



### 1.3. Задания для индивидуальной работы

1.3.1. По экспериментальным данным требуется:

- 1) проверить первичную информацию по признаку-фактору на однородность;
- 2) установить факт наличия связи;
- 3) с помощью линейного коэффициента корреляции измерить степень тесноты связи; оценить существенность полученного значения корреляции с помощью  $t$ -критерия Стьюдента при вероятности 0,95;
- 4) определить модель линейной зависимости, оценить ее достоверность;
- 5) найти параметры основных функций регрессии и выбрать наилучшую форму зависимости.

#### Вариант 1, 2, 3, 4

№ завода	Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, млрд. руб.				Продукция в сопоставимых ценах, млрд. руб.			
	<i>вариант</i>				<i>вариант</i>			
	1	2	3	4	1	2	3	4
1	69	71	60	75	100	96	88	99
2	89	83	45	71	120	108	35	96
3	30	56	71	83	35	89	96	108
4	57	45	25	56	45	70	26	89
5	37	61	100	45	34	80	139	70
6	60	30	65	61	88	25	68	80
7	45	69	75	30	35	92	99	25
8	71	65	71	69	96	69	96	92
9	25	41	83	65	26	43	108	69
10	100	41	56	41	139	44	89	43
11	65	42	45	41	68	60	70	44
12	75	41	61	42	99	75	80	60
13	71	56	30	41	96	89	25	75

#### Вариант 5, 6, 7, 8

№ завода	Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, млрд. руб.				Продукция в сопоставимых ценах, млрд. руб.			
	<i>вариант</i>				<i>вариант</i>			
	5	6	7	8	5	6	7	8
1	63	72	80	75	80	86	102	94
2	75	59	51	33	94	90	57	34
3	66	48	49	80	112	52	53	102
4	33	45	67	49	34	46	70	53
5	40	20	34	34	42	18	29	29
6	80	54	33	46	102	85	33	54
7	51	30	46	59	57	38	54	70
8	49	36	41	39	53	41	50	64
9	67	56	59	36	70	46	70	41
10	34	39	64	54	29	64	79	85
11	33	64	39	45	33	79	64	46
12	46	59	56	59	54	70	46	90
13	41	41	36	72	50	50	41	86

### Вариант 9, 10, 11, 12

№ завода	Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, млрд. руб.				Продукция в сопоставимых ценах, млрд. руб.			
	<i>вариант</i>				<i>вариант</i>			
	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
1	130	109	43	78	150	155	48	120
2	78	74	91	41	120	104	109	53
3	10	117	122	55	7	179	166	57
4	41	58	69	91	53	67	76	109
5	43	46	73	69	48	69	112	76
6	55	69	29	29	57	84	32	32
7	43	44	45	14	48	67	49	12
8	91	36	14	36	109	36	12	36
9	122	76	76	69	166	86	86	84
10	69	14	36	58	76	12	36	67
11	73	45	44	74	112	49	67	104
12	29	29	69	117	32	32	84	179
13	45	73	46	46	49	112	69	69

### Вариант 13, 14, 15, 16

№ завода	Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, млрд. руб.				Продукция в сопоставимых ценах, млрд. руб.			
	<i>вариант</i>				<i>вариант</i>			
	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>
1	35	47	63	9	30	45	80	6
2	9	27	55	7	6	23	76	9
3	10	29	76	81	11	32	103	96
4	7	68	10	55	9	89	9	76
5	45	56	16	10	56	79	15	9
6	81	31	39	39	96	36	42	42
7	63	5	33	49	80	4	45	44
8	55	28	49	51	76	40	44	42
9	76	51	30	5	103	42	20	4
10	10	30	51	56	9	20	42	79
11	16	49	28	29	15	44	40	32
12	39	33	5	47	42	45	4	45
13	33	39	31	27	45	42	36	23

### Вариант 17, 18, 19, 20

№ завода	Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, млрд. руб.				Продукция в сопоставимых ценах, млрд. руб.			
	<i>вариант</i>				<i>вариант</i>			
	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>
1	58	41	42	52	75	47	46	69
2	52	36	61	44	69	35	84	59
3	38	31	66	45	43	33	73	58
4	44	34	20	61	59	35	21	84
5	56	67	64	20	48	72	78	21
6	45	30	40	40	58	35	42	42

№ завода	Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, млрд. руб.				Продукция в сопоставимых ценах, млрд. руб.			
7	42	66	80	57	46	69	106	62
8	61	72	57	43	84	98	62	49
9	66	58	49	72	73	60	53	98
10	20	43	43	30	21	49	49	35
11	64	49	58	34	78	53	60	35
12	40	57	72	36	42	62	98	35
13	80	80	66	31	106	106	69	33

### Вариант 21, 22, 23, 24

№ завода	Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, млрд. руб.				Продукция в сопоставимых ценах, млрд. руб.			
	<i>вариант</i>				<i>вариант</i>			
	21	22	23	24	21	22	23	24
1	16	68	28	39	15	80	40	42
2	39	29	5	47	42	32	4	47
3	37	27	35	51	45	23	36	42
4	47	46	56	5	47	45	79	4
5	30	10	35	56	20	9	30	79
6	51	66	9	9	42	83	6	6
7	28	55	10	67	40	84	11	95
8	5	63	67	85	4	60	95	96
9	35	85	46	55	36	96	56	84
10	56	46	85	10	79	56	96	9
11	35	67	63	27	30	95	60	23
12	9	10	55	68	6	11	84	80
13	10	9	66	29	11	6	83	32

### Вариант 25, 26, 27, 28

№ завода	Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, млрд. руб.				Продукция в сопоставимых ценах, млрд. руб.			
	<i>вариант</i>				<i>вариант</i>			
	25	26	27	28	25	26	27	28
1	112	42	61	22	133	45	85	22
2	22	108	73	60	22	136	71	59
3	56	34	125	75	56	36	151	103
4	60	40	50	73	59	43	48	71
5	97	28	63	50	117	30	64	48
6	75	18	30	30	103	15	28	28
7	61	92	103	86	85	100	114	112
8	73	83	86	67	71	99	112	66
9	125	5	90	5	151	8	107	8
10	50	58	67	92	48	63	66	100
11	63	67	58	28	64	66	63	30
12	30	90	5	34	28	107	8	36
13	103	86	83	42	114	112	99	45

**1.3.2.** Для изучения связи между прибылью и объемом вложений (для нечетных вариантов) и между прибылью и кредитными вложениями (для

четных вариантов) в государственные ценные бумаги по 50 коммерческим банкам;

а) Постройте корреляционную таблицу, характеризующую зависимость прибыли от объема вложений (зависимость прибыли от кредитных вложений) в государственные ценные бумаги. Сделайте выводы о характере связи между признаками;

б) Изобразите связь между изучаемыми признаками графически;

в) Постройте уравнения регрессии по сгруппированным данным. Параметры уравнений определите методом наименьших квадратов. Рассчитайте теоретические (полученные по уравнению регрессии) значения прибыли и нанесите их на построенный в пункте б) график. Определите форму связи между признаками.

г) По сгруппированным данным вычислите линейный коэффициент корреляции и корреляционное отношение. Сделайте выводы о степени и направлении связи между изучаемыми признаками;

д) Проверить значимость линейного коэффициента корреляции и корреляционного отношения;

е) С экономической точки зрения сформулируйте выводы относительно исследуемой вами связи.

Вариант задания	Номера коммерческих банков
1	1 – 50
2, 17	11 – 60
3, 18	21 – 70
4, 19	31 – 80
5, 20	41 – 90
6, 21	51 – 100
7, 22	61 – 110
8, 23	71 – 120
9, 24	81 – 130
10, 25	91 – 140
11, 26	101 – 150
12, 27	111 – 160
13, 28	121 – 170
14	131 – 180
15	141 – 190
16	151 – 200

Номер банка	Кредитные вложения	Объем вложений в ценные бумаги	Прибыль
1	33161	75410	8929
2	18350	4868	1962
3	2439	4991	645
4	15581	1547	266
5	7612	610	512
6	9432	2975	744

Номер банка	Кредитные вложения	Объем вложений в ценные бумаги	Прибыль
7	4318	852	282
8	5398	654	429
9	3900	1684	913
10	5077	1173	290
11	3256	4546	175
12	3419	597	18

Номер банка	Кредитные вложения	Объем вложений в ценные бумаги	Прибыль
13	778	551	417
14	6019	1429	367
15	4899	1837	481
16	9035	786	146
17	1742	469	365
18	2890	1115	239
19	1600	991	306
20	1605	439	57
21	1764	673	265
22	2236	532	158
23	4423	2020	129
24	981	543	340
25	2004	1040	167
26	1216	838	41
27	1490	1041	258
28	545	44	35
29	147	426	298
30	1039	167	57
31	1091	27	221
32	2822	683	66
33	511	195	243
34	573	450	215
35	960	595	139
36	231	513	301
37	1589	818	74
38	389	1	21
39	371	194	179
40	149	2143	335
41	1012	43	66
42	929	141	96
43	1350	239	167
44	302	70	62
45	77	274	161
46	572	130	133
47	487	93	68
48	541	375	127
49	94	216	136
50	2757	1	118
51	673	11	8
52	700	408	5
53	566	160	13
54	115	206	95
55	1267	809	137
56	319	134	115
57	185	232	109
58	399	71	143
59	482	55	65

Номер банка	Кредитные вложения	Объем вложений в ценные бумаги	Прибыль
60	659	308	88
61	543	112	69
62	405	44	58
63	557	218	4
64	227	80	22
65	514	115	112
66	475	106	102
67	150	239	101
68	211	298	84
69	672	140	125
70	179	33	4
71	772	237	80
72	267	106	3
73	119	44	47
74	515	155	36
75	485	87	18
76	0	939	6
77	245	72	78
78	264	155	10
79	238	61	29
80	794	141	27
81	679	290	208
82	414	98	6
83	839	103	19
84	47	360	41
85	470	276	14
86	78	36	1
87	235	49	11
88	273	82	37
89	246	5	35
90	49	131	43
91	341	0	5
92	297	77	32
93	296	135	19
94	342	55	13
95	108	0	-9
96	159	30	47
97	530	282	38
98	151	102	67
99	193	119	8
100	412	150	52
101	93	32	7
102	311	49	58
103	128	22	47
104	129	0	0,5
105	114	340	83
106	808	56	-6

Номер банка	Кредитные вложения	Объем вложений в ценные бумаги	Прибыль
107	381	9	4
108	444	34	23
109	142	83	51
110	403	66	20
111	392	65	7
112	266	154	76
113	971	469	45
114	56	15	5
115	227	35	2
116	120	18	5
117	126	82	23
118	68	18	43
119	36	118	51
120	56	58	30
121	191	35	37
122	196	96	50
123	357	19	29
124	365	129	29
125	122	6	12
126	189	9	49
127	59	6	0,7
128	86	169	34
129	73	54	25
130	907	9	-9
131	28	139	57
132	154	99	43
133	12	21	6
134	260	56	21
135	941	254	24
136	143	28	59
137	432	26	28
138	209	55	47
139	52	37	17
140	252	142	38
141	201	85	3
142	276	18	33
143	431	30	-2
144	80	181	62
145	192	80	47
146	51	82	15
147	368	81	9
148	156	12	31
149	253	37	8
150	68	7	17
151	80	64	18
152	71	256	50
153	207	77	29

Номер банка	Кредитные вложения	Объем вложений в ценные бумаги	Прибыль
154	103	54	30
155	66	59	92
156	249	110	36
157	122	69	43
158	103	5	11
159	70	346	55
160	64	0,2	0,5
161	183	11	7
162	34	101	6
163	185	30	28
164	103	37	2
165	119	9	1
166	198	239	11
167	394	39	15
168	128	76	14
169	49	68	22
170	58	5	36
171	135	72	23
172	201	169	53
173	79	73	15
174	473	1	16
175	77	28	10
176	134	14	33
177	111	25	33
178	190	194	-0,2
179	436	97	15
180	43	17	-9
181	94	39	3
182	201	46	3
183	342	5	8
184	149	45	13
185	135	21	27
186	110	59	20
187	100	52	38
188	186	31	17
189	49	0	-8
190	260	43	30
191	75	1	16
192	61	24	33
193	40	5	6
194	103	46	28
195	147	1	38
196	125	1	44
197	209	100	21
198	63	119	15
199	62	71	17
200	32	21	8

## ГЛАВА II. РЯДЫ ДИНАМИКИ

**Ряд динамики** – числовые значения статистического показателя, представленные во временной последовательности. Он состоит из двух граф: в первой указываются периоды (или даты), во второй – показатели характеризующие изучаемый объект за эти периоды. Показатели второй графы носят название уровней ряда: первый показатель называется начальным уровнем, последний – конечным. Уровни ряда могут быть выражены абсолютными, средними или относительными величинами. Если каждый уровень динамического ряда характеризует изучаемый объект за определенный промежуток времени, то такие ряды динамики называются *интервальными*. Если же на определенную дату, то – *моментным*.

Для получения характеристики скорости и интенсивности развития явления уровни динамического ряда сопоставляются между собой. В результате получается система абсолютных и относительных показателей динамики, к числу которых относятся *абсолютный прирост, коэффициент роста, темп роста и темп прироста, абсолютное значение одного процента прироста*.

Методы расчета показателей динамики представлены в таблице 2.1; они одинаковы для моментных и для интервальных рядов.

Таблица 2.1

Показатели динамики

Наименование показателя	Метод расчета	
	с переменной базой (цепные)	с постоянной базой (базисные)
1. Абсолютный прирост ( $\Delta$ )	$\Delta = y_i - y_{i-1}$ .	$\Delta' = y_i - y_k$ .
2. Коэффициент роста ( $k_p$ )	$k_p = \frac{y_i}{y_{i-1}}$ .	$k'_p = \frac{y_i}{y_k}$ .
3. Темп роста ( $T_p$ ), %	$T_p = k_p \cdot 100$ .	$T'_p = k'_p \cdot 100$ .
4. Темп прироста ( $T_n$ ), %	$T_n = (k_p - 1) \cdot 100$ ; $T_n = T_p - 100$ ; $T_n = \frac{\Delta}{y_{i-1}} \cdot 100$ .	$T'_n = (k'_p - 1) \cdot 100$ ; $T'_n = T'_p - 100$ ; $T'_n = \frac{\Delta'}{y_k} \cdot 100$ .
5. Абсолютное значение 1% прироста (A)	$A = \frac{\Delta}{T_n}$ ; $A = \frac{y_{i-1}}{100}$ .	$A' = \frac{\Delta'}{T'_n}$ ; $A' = \frac{y_k}{100}$ .

**При расчете показателей приняты следующие условные обозначения:**

$y_i$  – уровень любого периода (кроме первого) или уровень текущего периода,

$y_{i-1}$  – уровень периода, предшествующего текущему,

$y_k$  – уровень, принятый за постоянную базу сравнения (часто начальный уровень).

Для характеристики интенсивности развития за длительный период рассчитываются средние показатели динамики. Метод их расчета представлен в таблице 2.2.

Таблица 2.2

Средние показатели динамики

Наименование показателя	Метод расчета
1. Средний уровень ряда ( $\bar{y}$ ):	
а) для интервального ряда	$\bar{y} = \frac{\sum y}{n};$
б) для моментного ряда с равными интервалами	$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1};$
в) для моментного ряда с неравными интервалами	$\bar{y} = \frac{\sum y \cdot t}{\sum t}.$
2. Средний абсолютный прирост ( $\bar{\Delta}$ )	$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta}{n-1} \text{ или } \bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n-1}.$
3. Средний коэффициент роста ( $\bar{k}_p$ )	$\bar{k}_p = \sqrt[n-1]{k_{p1} \cdot k_{p2} \cdot \dots \cdot k_{pn-1}} \text{ или } \bar{k}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}.$
4. Средний темп роста ( $\bar{T}_p$ ), %	$\bar{T}_p = \bar{k}_p \cdot 100.$
5. Средний темп прироста ( $\bar{T}_n$ ), %	$\bar{T}_n = \bar{T}_p - 100 \text{ или } \bar{T}_n = (\bar{k}_p - 1) \cdot 100.$
6. Средняя величина абсолютного значения 1% прироста ( $\bar{A}$ )	$\bar{A} = \frac{\bar{\Delta}}{\bar{T}_n}.$

Одной из задач, возникающих при анализе рядов динамики, является установление закономерности изменения уровней изучаемого показателя во времени. **Выявление основной тенденции развития (тренда)** называется в статистике также **выравниванием временного ряда**. Выравнивание позволяет характеризовать особенность изменения во времени данного динамического ряда в наиболее общем виде как функцию времени, предполагая, что через время можно выразить влияние всех основных факторов.

Выявление общей тенденции изменения динамического ряда обеспечивается при помощи особых приемов. Наиболее простым способом является укрупнение интервалов и определение итога уровня для этих интервалов или исчисление средних для каждого укрупненного интервала. При этом используют либо переменную среднюю, либо скользящую среднюю.

Широко используются аналитическое выравнивание, сущность которого заключается в нахождении уравнения, выражающего закономерность изменения явления как функцию времени  $\hat{y}_t = f(t)$ . В таблице 2.3 приводятся различные виды трендовых моделей, наиболее часто используемые для аналитического выравнивания.



## Виды трендовых моделей

№ п/п	Наименование функции	Вид функции	Система нормальных уравнений для нахождения параметров уравнения
1	Линейная	$\hat{y}_t = a_0 + a_1 t$	$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum t = \sum y, \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum yt. \end{cases}$
2	Парабола второго порядка	$\hat{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$	$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum t + a_2 \sum t^2 = \sum y, \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 + a_2 \sum t^3 = \sum yt, \\ a_0 \sum t^2 + a_1 \sum t^3 + a_2 \sum t^4 = \sum yt^2. \end{cases}$
3	Показательная	$\hat{y} = a_0 \cdot a_1^t$	$\begin{cases} n \lg a_0 + \lg a_1 \sum t = \sum \lg y, \\ \lg a_0 \sum t + \lg a_1 \sum t^2 = \sum \lg y \cdot t. \end{cases}$
4	Гиперболическая	$\hat{y} = a_0 + a_1 \cdot \frac{1}{t}$	$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum \frac{1}{t} = \sum y, \\ a_0 \sum \frac{1}{t} + a_1 \sum \frac{1}{t^2} = \sum y \cdot \frac{1}{t}. \end{cases}$

Вычислительный процесс нахождения параметров уравнения может быть значительно упрощен, если ввести обозначения дат (периодов) времени с помощью натуральных чисел так, чтобы сумма показателей времени изучаемого ряда динамики была равна нулю  $\sum t = 0$ . Так, если количество уровней в ряду динамики нечетное, то временные даты обозначаются следующим образом:

Таблица 2.4

Временные даты (периоды)	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май
Уровни ряда динамики	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$
Обозначения временных дат ( $t$ )	-2	-1	0	+1	+2

Если же количество уровней в ряду динамики четно, то обозначения временных дат ( $t$ ) принимают следующий вид:

Таблица 2.5

Временные даты (периоды)	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь
Уровни ряда динамики	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$
Обозначения временных дат ( $t$ )	-5	-3	-1	+1	+3	+5

В этом случае система нормальных уравнений при выравнивании по прямой примет вид 
$$\begin{cases} a_0 n = \sum y, \\ a_1 \sum t^2 = \sum yt, \end{cases}$$
 откуда  $a_0 = \frac{\sum y}{n}$ ;  $a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t^2}$ .

По полученной модели для каждого периода (каждой даты) определяются теоретические уровни тренда ( $\hat{y}_t$ ) и стандартная ошибка аппроксимация (среднее квадратическое отклонение тренда) по формуле  $S_{\hat{y}} = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y}_t)^2}{n - m}}$ , где  $y$  и  $\hat{y}_t$  – соответственно фактические и расчетные значения уровней динамического ряда;  $n$  – число уровней ряда;  $m$  – число параметров в уравнении тренда.

Нахождение по имеющимся данным за определенный период времени некоторых недостающих значений приказа внутри этого периода называется **интерполяцией**, за пределами анализируемого периода **экстраполяцией**.

При составлении прогнозов уровней социально-экономических явлений обычно оперируют интервальной оценкой, рассчитывая доверительные интервалы прогноза. Границы интервалов определяются по формуле  $\hat{y}_t \pm t_{\alpha} \cdot S_{\hat{y}}$ , где  $\hat{y}_t$  – точечный прогноз рассчитанный по модели;  $t_{\alpha}$  – коэффициент доверия по распределению Стьюдента при уровне значимости  $\alpha$ .

Слагаясь под совместным воздействием систематических и случайных факторов, уровень ряда динамики испытывает также воздействие причин, обусловленных периодичностью колебаний. **Сезонные колебания** – это сравнительно устойчивые внутригодовые колебания, то есть когда из года в год в одни месяцы уровень явления повышается, а в другие – снижается.

Измеряются сезонные колебания (сезонная волна) при помощи особых показателей, которые называются индексами сезонности. Их расчет выполняют двумя методами в зависимости от характера динамики.

Если годовой уровень явления из года в год остается относительно неизменным, то индексы сезонности исчисляются по формуле:  $i_c = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}_0} \cdot 100$ , где  $\bar{y}_i$  – средняя из фактических месяцев;  $\bar{y}_0$  – общая средняя за исследуемый период.

Индексы сезонности исчисляются в три этапа:

1. Рассчитываются средние уровни для каждого месяца по данным за все годы исследуемого периода ( $\bar{y}_i$ ), что позволяет избавиться от случайных колебаний месячных уровней по годам.
2. Определяется общая средняя ( $\bar{y}_0$ ) за весь исследуемый период. При расчете сезонных колебаний по абсолютным данным об объеме явления за каждый месяц  $\bar{y}_0$  исчисляется путем деления общего объема явления за весь исследуемый период (сумма исходных данных) на число месяцев в исследуемом периоде. При расчете сезонных колебаний на основе среднесуточных уровней  $\bar{y}_0$  определяется путем деления суммы исходных данных на общее число календарных дней в исследуемом периоде.
3. Исчисляются индексы сезонности по приведенной формуле.

Если уровни сезонного явления имеют тенденцию к развитию (от года к году повышаются или снижаются), то индексы сезонности исчисляются по формуле  $i_c = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}_i'} \cdot 100$ , где  $\bar{y}_i$  – средняя из фактических уровней одноименных месяцев;  $\bar{y}_i'$  – средняя из сглаженных (выровненных) уровней одноименных месяцев.

Расчет индексов сезонности осуществляется в следующей последовательности:

1. определяются средние уровни для каждого месяца исследуемого периода ( $\bar{y}_i$ ).
2. Для выявления общей тенденции ряда производится аналитическое выравнивание или сглаживание 12-месячной скользящей средней, условно центрированной на 7-ой месяц.
3. Определяются для каждого месяца средние из выровненных или сглаженных (центрированных) скользящих средних  $\bar{y}_i'$ .
4. Исчисляются индексы сезонности для каждого месяца.

Для сопоставления величины сезонных колебаний по нескольким предприятиям или периодам может быть использовано среднее квадратическое отклонение исчисляемое по формуле  $\sigma = \sqrt{\frac{(i_c - 100)^2}{n}}$ , где  $i_c$  – индекс сезонности для каждого месяца,  $n$  – число месяцев (12). Чем меньше среднее квадратическое отклонение, тем меньше величина сезонных колебаний.

## 2.1. Решение типовых задач.

**Задача 2.1** Имеются следующие данные о продаже легковых автомобилей:

Таблица 2.6

	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.
Продано легковых автомобилей, тыс.шт.	788	810	867	1054

Определить показатели динамики продажи легковых автомобилей от года к году и среднее за весь анализируемый период.

**Решение:** Расчет абсолютных и относительных показателей динамики от года к году проведем в таблице 2.7:

Таблица 2.7

Наименование показателя		Год			
		2001	2002	2003	2004
Абсолютный прирост $\Delta$ , тыс. шт.	с переменной базой	-	$\Delta_1 = 810 - 788 = 22$	$\Delta_2 = 867 - 810 = 57$	$\Delta_3 = 1051 - 867 = 184$
	с постоянной базой	-	$\Delta'_1 = 810 - 788 = 22$	$\Delta'_2 = 867 - 788 = 79$	$\Delta'_3 = 1051 - 788 = 263$

Наименование показателя		Год			
		2001	2002	2003	2004
Коэффициент роста ( $k_p$ )	с переменной базой	-	$K_{p1} = \frac{810}{788} = 1,028$	$K_{p2} = \frac{867}{810} = 1,070$	$K_{p3} = \frac{1051}{867} = 1,212$
	с постоянной базой	-	$K'_{p1} = \frac{810}{788} = 1,028$	$K'_{p2} = \frac{867}{788} = 1,100$	$K'_{p3} = \frac{1051}{788} = 1,334$
Темп роста $T_p, \%$	с переменной базой	-	$T_{p1} = 1,028 \cdot 100 = 102,8$	$T_{p2} = 1,070 \cdot 100 = 107,0$	$T_{p3} = 1,212 \cdot 100 = 121,2$
	с постоянной базой	-	$T'_{p1} = 1,028 \cdot 100 = 102,8$	$T'_{p2} = 1,100 \cdot 100 = 110,0$	$T'_{p3} = 1,334 \cdot 100 = 133,4$
Темп прироста $T_n, \%$	с переменной базой	-	$T_{n1} = 1,028 \cdot 100 - 100 = 2,8$	$T_{n2} = 1,070 \cdot 100 - 100 = 7,0$	$T_{n3} = 1,212 \cdot 100 - 100 = 21,2$
	с постоянной базой	-	$T'_{n1} = 1,028 \cdot 100 - 100 = 2,8$	$T'_{n2} = 1,100 \cdot 100 - 100 = 10,0$	$T'_{n3} = 1,334 \cdot 100 - 100 = 33,4$
Абсолютное значение 1% прироста А, тыс. шт.	с переменной базой	-	$A_1 = \frac{22}{2,8} = 7,86$	$A_2 = \frac{57}{7} = 8,14$	$A_3 = \frac{184}{21,2} = 8,86$
	с постоянной базой	-	$A'_1 = \frac{788}{100} = 7,88$	$A'_2 = \frac{788}{100} = 7,88$	$A'_3 = \frac{788}{100} = 7,88$

Средний уровень интервального ряда динамики:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{788 + 810 + 867 + 1051}{4} = 879 \text{ тыс. шт.}$$

Средний абсолютный прирост:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta}{n-1} = \frac{22 + 57 + 184}{4-1} = \frac{263}{3} = 87,67 \text{ тыс. шт.}$$

или

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n-1} = \frac{1051 - 788}{4-1} = 87,67 \text{ тыс. шт.}$$

Средний коэффициент роста:

$$\bar{K}_p = \sqrt[n-1]{K_{p1} \cdot K_{p2} \cdot \dots \cdot K_{p_{n-1}}} = \sqrt[3]{1,028 \cdot 1,070 \cdot 1,212} = \sqrt[3]{1,333} = 1,101$$

$$\text{или } \bar{K}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} = \sqrt[3]{\frac{1051}{788}} = 1,101.$$

Средний темп роста:  $\bar{T}_p = \bar{K}_p \cdot 100 = 1,101 \cdot 100 = 110,1 \%$ .

Средний темп прироста:

$$\bar{T}_n = (\bar{K}_p - 1) \cdot 100 = (1,101 - 1) \cdot 100 = 10,1\%$$

$$\text{или } \bar{T}_n = \bar{T}_p - 100 = 110,1 - 100 = 10,1\%.$$

Средняя величина абсолютного значения 1% прироста

$$\bar{A} = \frac{\bar{\Delta}}{\bar{T}_n} = \frac{87,67}{10,1} = 8,68 \text{ тыс. шт.}$$

**Задача 2.2** Имеются следующие данные об объеме пассажирооборота по автобусным предприятиям города:

Таблица 2.8

Год	Пассажирооборот, млрд. пасс.-км.	Цепные показатели динамики			
		Абсолютный прирост, млрд. пасс.-км.	Коэф. роста	Темпы прироста, %	Абсолютное значение 1% прироста
1998	127,0	–	–	–	–
1999			1,102		
2000				7,1	
2001	164,60				
2002					
2003				9,9	1,75

Вычислить и проставить в таблицу уровни ряда динамики и недостающие показатели динамики.

**Решение:** Решение задачи целесообразно начинать с определения отсутствующих в таблице уровней ряда динамики.

Уровень 1999 года найдем, используя уровень 1998 года и коэффициент роста для 1999 года:  $y_{1999} = y_{1998} \cdot k_p = 127,0 \cdot 1,102 = 139,95$  млрд. пасс.-км.

Так как темп прироста и коэффициент роста связаны соотношением  $T_n = k_n \cdot 100 - 100$ , то найдем коэффициент роста для 2000 года:

$$k_p = \frac{T_p}{100} + 1 = 7,1 : 100 + 1 = 1,071.$$

Отсюда находим уровень 2000 года:

$$y_{2000} = 139,95 \cdot 1,071 = 149,87 \text{ млрд. пасс.-км.}$$

Уровень 2002 года найдем исходя из того, что в 2003 году каждый процент прироста составлял 175 млрд. пасс.-км. Следовательно,

$$y_{2002} = 1,75 \cdot 100 = 175 \text{ млрд. пасс.-км.}$$

Уровень 2003 года найдем аналогично уровню 2000 года:

$$k_p = 9,9 : 100 + 1 = 1,099 \Rightarrow y_{2003} = 175 \cdot 1,099 = 192,33 \text{ млрд. пасс.-км.}$$

Так как все уровни ряда найдены, то далее выполняется расчет всех недостающих показателей динамики. Результаты занесем в таблицу:

Таблица 2.9

Год	Пассажирооборот, млрд. пасс.-км.	Цепные показатели динамики			
		Абсолютный прирост, млрд. пасс.-км.	Коэф. роста	Темпы прироста, %	Абсолютное значение 1% прироста
1998	127,00	–	–	–	–
1999	139,95	12,95	1,102	10,2	1,270
2000	149,87	9,92	1,071	7,1	1,399
2001	164,60	14,73	1,098	9,8	1,498
2002	175,00	10,40	1,064	6,4	1,646
2003	192,33	17,30	1,099	9,9	1,750

**Задача 2.3** На основе следующих отчетных данных по грузовому автотранспортному предприятию рассчитать интервальный прогноз объема перевозок на 2003 г. с вероятностью 0,99.

Таблица 2.10

Годы	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Перевезено, тыс.т	360	381	401	422	443	463	485	505

**Решение:** Для определения формы тренда и расчета его параметров составляем вспомогательную таблицу

Таблица 2.11

Год	Объем перевозок, тыс. т, $y$	Первые разности	$t$	$t^2$	$yt$	Теоретический уровень	$(y - \hat{y}_t)^2$
1995	360	-	-7	49	-2520	359,7	0,09
1996	381	21	-5	25	-1905	380,5	0,25
1997	401	20	-3	9	-1203	401,3	0,09
1998	422	21	-1	1	-422	422,1	0,01
1999	443	21	+1	1	443	442,9	0,01
2000	463	20	+3	9	1389	463,7	0,49
2001	485	22	+5	25	2425	484,5	0,25
2002	505	20	+7	49	3535	505,3	0,09
Итого	$\sum y = 3460$		0	168	1742	$\sum \hat{y}_t = 3460$	1,28

Первые разности приблизительно равны между собой, что позволяет в виде модели принять уравнение прямой:  $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t$ . Для упрощения расчетов показатели времени  $t$  обозначим так, чтобы  $\sum t = 0$ . Тогда система примет вид

$$\begin{cases} a_0 n = \sum y, \\ a_1 \sum t^2 = \sum yt \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 8a_0 = 3460, \\ 168a_1 = 1742. \end{cases}$$

Из системы найдем  $a_0$  и  $a_1$ :  $a_0 = 432,5$  тыс. т.,  $a_1 = 10,4$  тыс. т. Значит модель тренда:  $\hat{y}_t = 432,5 + 10,4t$ .

Точечный прогноз для 2003 г. ( $t = 9$ ):  $\hat{y}_t = 432,5 + 10,4 \cdot 9 = 526,1$  тыс. т.

Для нахождения интервального прогноза объема перевозок для 2003 г по формуле  $\hat{y}_t \pm t_\alpha \cdot S_y$  выполним вспомогательные расчеты в таблице 2.11.

Вычислим теоретические уровни ( $\hat{y}_t$ ):

1995 г:  $\hat{y}_t = 432,5 + 10,4 \cdot (-7) = 359,7$  тыс. т.

1996 г:  $\hat{y}_t = 432,5 + 10,4 \cdot (-5) = 380,5$  тыс. т. и т.д.

Найдем среднее квадратическое отклонение тренда

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y}_t)^2}{n - m}} = \sqrt{\frac{1,28}{8 - 2}} = 0,462 \text{ тыс. т.}$$

По таблице распределения Стьюдента при вероятности  $p = 0,99$ ,  $k = n - 1 = 7$  найдем  $t_\alpha = 3,4$ .

Интервальный прогноз объема перевозок для 2003 г:

$$\hat{y}_{\text{прогн}} = 526,1 \pm 3,4 \cdot 0,462;$$

$$524,53 \text{ тыс. т} \leq \hat{y}_{\text{прогн}} \leq 527,67 \text{ тыс. т}.$$

**Задача 2.4** По грузовому автотранспортному предприятию имеются следующие данные об объеме перевозок.

Таблица 2.12

Месяц	Среднесуточный объем перевозок, тыс. т		
	2001 г	2002 г	2003 г
январь	10,2	10,7	10,3
февраль	10,4	10,4	10,6
март	10,6	10,8	10,9
апрель	11,0	11,1	11,3
май	11,3	11,2	11,2
июнь	11,5	11,0	11,7
июль	11,6	11,3	11,8
август	12,0	11,7	12,4
сентябрь	11,2	11,6	11,7
октябрь	10,9	10,7	11,2
ноябрь	10,2	10,4	10,8
декабрь	10,0	10,3	10,5

На основе приведенных данных требуется: 1) выявить наличие сезонной неравномерности; 2) определить величину сезонной волны, используя индексы сезонности.

**Решение:** Для выявления сезонной неравномерности используем графический метод.



Рис. 2.1 Динамика перевозки грузов.

Поскольку объем перевозок от года к году существенно не меняется, индекс сезонности определяется по формуле  $i_c = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}_0} \cdot 100$ . Расчет индексов сезонности выполним в таблице 2.13.

Таблица 2.13

Месяц	Среднесуточный объем перевозок, тыс.т				Индексы ( $i_c$ ) сезонности, %
	2001 г	2002 г	2003 г	2001–2003 гг, $\bar{y}_i$	
январь	10,2	10,7	10,3	10,4	94,5
февраль	10,4	10,4	10,6	10,5	95,5
март	10,6	10,8	10,9	10,8	98,2
апрель	11,0	11,1	11,3	11,1	100,9
май	11,3	11,2	11,2	11,2	101,8
июнь	11,5	11,0	11,7	11,4	103,6
июль	11,6	11,3	11,8	11,6	105,5
август	12,0	11,7	12,4	12,0	109,1
сентябрь	11,2	11,6	11,7	11,5	104,5
октябрь	10,9	10,7	11,2	10,9	99,0
ноябрь	10,2	10,4	10,8	10,5	95,5
декабрь	10,0	10,3	10,5	10,3	93,6

Расчет индексов осуществляется так:

1. Определяются средние суточные уровни для каждого месяца:

$$\bar{y}_1 = \frac{10,2 + 10,7 + 10,3}{3} = 10,4 \quad \bar{y}_2 = \frac{10,4 + 10,4 + 10,6}{3} = 10,5 \text{ и т.д.}$$

2. Определяется общая средняя за весь период:

$$\bar{y}_0 = (10,4 \cdot 31 + 10,5 \cdot 28 + 10,8 \cdot 31 + 11,1 \cdot 30 + 11,2 \cdot 31 + 11,4 \cdot 30 + 11,6 \cdot 31 + 12,0 \cdot 31 + 11,5 \cdot 30 + 10,9 \cdot 31 + 10,5 \cdot 30 + 10,3 \cdot 31) : 365 = 11,0 \text{ тыс.т.}$$

3. Исчисляются индексы сезонности:

$$\text{для января: } i_c = \frac{10,4}{11,0} \cdot 100 = 94,5; \text{ для февраля } i_c = \frac{10,5}{11,0} \cdot 100 = 95,5 \text{ и т.д.}$$

Индексы сезонности показывают, что среднесуточный объем перевозок в январе меньше среднесуточного за весь период на 5,5 % (94,5–100), а в августе превышает его на 9,1 % (109,1–100).

**Задача 2.5** По станциям технического обслуживания легковых автомобилей города имеются следующие данные

Таблица 2.14

месяц	Число поступивших заявок, тыс.		
	2001 г	2002 г	2003 г
январь	10,3	13,6	14,0
февраль	11,1	14,3	14,7
март	11,5	14,4	15,1
апрель	12,0	14,6	15,6
май	12,6	15,6	16,0
июнь	16,0	17,1	17,4
июль	15,9	16,9	18,2
август	16,2	17,0	18,4
сентябрь	16,4	16,5	17,8
октябрь	15,2	16,0	17,5
ноябрь	15,0	14,9	17,0
декабрь	12,8	13,8	16,5



На основе приведенных данных требуется выявить наличие сезонной неравномерности и рассчитать величину сезонной волны.

**Решение:** Анализ исходной информации позволяет сделать вывод о наличии сезонной неравномерности при росте годового объема технических обслуживаний. Так как уровни явления имеют тенденцию к развитию то индексы сезонности исчисляются по формуле:  $i_c = \frac{\bar{y}_i}{\bar{\bar{y}}_i} \cdot 100$ , где  $\bar{y}_i$  – среднее число заявок для одноименных месяцев;  $\bar{\bar{y}}_i$  – среднее число из сглаженных уровней одноименных месяцев. Расчеты индексов сезонности представлены в таблице 2.15.

Таблица 2.15

Месяц	Среднее число заявок за 2001–2003 гг., тыс., $\bar{y}_i$	Скользящая 12-месячная средняя, центрированная на 7-м месяце, тыс				Индексы сезонности, %
		2001 г., $\bar{y}'_i$	2002 г., $\bar{y}'_i$	2003 г., $\bar{y}'_i$	2001-2003 гг., $\bar{\bar{y}}_i$	
январь	12,6	-	15,1	15,7	15,4	81,8
февраль	13,4	-	15,2	15,8	15,5	86,5
март	13,7	-	15,3	15,9	15,6	87,8
апрель	14,1	-	15,3	16,0	15,7	90,4
май	14,7	-	15,9	16,2	15,8	93,1
июнь	16,8	-	15,4	16,4	15,9	105,7
июль	17,0	13,9	15,4	-	14,7	115,6
август	17,2	14,2	15,5	-	14,9	115,4
сентябрь	16,9	14,4	15,5	-	15,0	112,7
октябрь	16,2	14,6	15,6	-	15,1	107,3
ноябрь	15,6	14,9	15,6	-	15,3	101,9
декабрь	14,4	15,1	15,6	-	15,4	93,5

Расчет индексов сезонности проводится в следующей последовательности:

1. Определяются средние из фактических уровней одноименных месяцев  $\bar{y}_i$ :

$$\text{для января} - \bar{y}_1 = \frac{10,3 + 13,6 + 14,0}{3} = 12,6 ;$$

$$\text{для февраля} - \bar{y}_2 = \frac{11,1 + 14,1 + 14,7}{3} = 13,4 \text{ и т.д.}$$

2. Для выявления общей тенденции ряда производится сглаживание с помощью 12-месячной скользящей средней  $y'_i$ :

$$y'_1 = (10,3 + 11,1 + 11,5 + 12,0 + 12,6 + 16,0 + 15,9 + 16,2 + 16,4 + 15,2 + 15,0 + 12,8) : 12 = 13,75 ;$$

$$y'_2 = (11,1 + 11,5 + 12,0 + 12,6 + 16,0 + 15,9 + 16,2 + 16,4 + 15,2 + 15,0 + 12,8 + 13,6) : 12 = 14,03 ;$$

$$y'_3 = (11,5 + 12,0 + 12,6 + 16,0 + 15,9 + 16,2 + 16,4 + 15,2 + 15,0 + 12,8 + 13,6 + 14,3) : 12 = 14,28 ; \dots$$

Всего таких средних будет 25.

3. Для нахождения срединного периода, к которому может быть отнесена скользящая средняя, выполняется центрирование, т.е. определение средней из найденных скользящих средних ( $\bar{y}'_i$ ):

$$\bar{y}'_1 = \frac{y'_1 + y'_2}{2} = \frac{13,75 + 14,03}{2} = 13,9;$$

$$\bar{y}'_2 = \frac{y'_2 + y'_3}{2} = \frac{14,03 + 14,28}{2} = 14,2 \text{ и т.д.}$$

Первая средняя ( $\bar{y}'_1$ ) может быть отнесена к июлю 2001 г. так как данный месяц будет срединный; вторая средняя ( $\bar{y}'_2$ ) к августу 2001 г. и т.д.

4. Определяются средние из сглаженных (центрированных) скользящих для одноименных месяцев ( $\bar{\bar{y}}'_i$ ):

$$\text{январь: } \bar{\bar{y}}'_1 = \frac{15,1 + 15,7}{2} = 15,4;$$

$$\text{февраль: } \bar{\bar{y}}'_2 = \frac{15,2 + 15,8}{2} = 15,5 \text{ и т. д.}$$

5. Исчисляются индексы сезонности для каждого месяца:

$$\text{январь: } i_c = \frac{12,6}{15,4} \cdot 100 = 81,8\%;$$

$$\text{февраль: } i_c = \frac{13,4}{15,5} \cdot 100 = 86,5\%.$$

## 2.2. Задания для самостоятельной работы

2.2.1. Имеются следующие данные о производстве продукции промышленным предприятием за 1995-2000 гг. (в сопоставимых ценах, млн.руб.)

Годы	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Произведено продукции	230	249	256	276	299	325

Для анализа ряда динамики:

- 1) Определите абсолютные приросты, коэффициенты и темпы роста, темпы прироста цепным и базисным способами, абсолютное значение одного процента прироста;
- 2) Вычислите средний уровень ряда, среднегодовые прирост и темп роста;
- 3) Постройте график динамики базисных темпов роста.

2.2.2. Жилищный фонд области характеризуется следующими данными (общая площадь на конец года, тыс.кв.м):

Годы	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Произведено продукции	18200	18746	19215	19503	20147	20540	21372

Для анализа ряда динамики:

- 1) Определите базисные и цепные показатели динамики жилищного фонда;
- 2) Вычислите среднегодовой абсолютный прирост и среднегодовой темп роста;
- 3) Постройте график динамики по базисным темпам роста.

**2.2.3.** Приводятся данные о продаже основных товаров длительного пользования:

Годы \ Вариант	Наименование товара									
	телевизоры		видеокамеры		холодильники		автомобили		фотоаппараты	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1998	4968	4328	3279	2938	2842	2538	971	831	1411	1415
1999	5216	4153	3234	2841	2859	2487	788	877	1350	1483
2000	5527	4537	3427	2878	2889	2560	810	893	1407	1505
2001	5563	4701	3616	2924	2975	2606	867	798	1428	1517
2002	5628	4768	3915	2983	3035	2673	1428	825	1449	1528
2003	5591	4653	3738	3035	2993	2531	945	843	1357	1503
2004	5653	4831	3855	2984	3101	2725	1223	884	1451	1547

Определите показатели динамики продажи товаров длительного пользования и средние за весь анализируемый период.

**2.2.4.** Имеются следующие данные о мощности электростанций региона:

Год	Мощность электростанций, (на конец года), млн. кВт	Ценные показатели динамики			
		Абсолютный прирост, млн. кВт	Коэф. роста	Темп прироста, %	Абсолютное значение 1% прироста
1998	22,3	–	–	–	–
1999		1,3			
2000				2,12	
2001			1,041		
2002			1,071		
2003				1,85	

Требуется вычислить отсутствующие в таблице сведения за 1998-2003 гг., а также определить, в каком периоде (в 1998-2000 гг. или в 2001-2003 гг.) были более высокие абсолютный и относительный приросты мощности электростанций региона.

**2.2.5.** В таблице представлены данные о перевозке грузов речным пароходством:

Год	Объем перевозок грузов, млн. т	Ценные показатели динамики		
		Абсолютный прирост, млн. т	Темп роста, %	Темп прироста, %
1996	520,6	–	–	–
1997			105,4	
1998		–9,0		
1999				5,8
2000		26,4		
2001			101,7	

Определите недостающие уровни и цепные показатели динамики.

**2.2.6.** Имеются следующие данные об объеме реализованной продукции строительными предприятиями города за 1993-2003 гг. (в сопоставимых ценах):

Годы	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
млн. руб.	530	501	566	620	580	630	695	645	710	760	720

Для выявления общей тенденции развития:

- 1) Произведите сглаживание ряда с помощью скользящей средней;
- 2) Произведите аналитическое выравнивание ряда динамики по прямой линии;

3) Нанесите на график эмпирическую кривую, сглаженную кривую и теоретическую прямую линию (тренд).

Сделайте вывод.

**2.2.7.** Имеются следующие данные об удельных расходах условного топлива на производство теплоэнергии (кг/Гкал) на ТЭЦ по годам:

Годы	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Удельный вес условного топлива, кг/Гкал	167,6	165,8	167,4	168	167,5	167,2	166,5	166,5	166,4

Требуется:

- 1) Произвести сглаживание ряда методом трехлетней скользящей средней;
- 2) Произведите аналитическое выравнивание ряда динамики по прямой линии;
- 3) Методом экстраполяции определить уровни 2002 и 2003 гг.;
- 4) Нанесите на график эмпирическую кривую, сглаженную кривую и теоретическую прямую линию (тренд).

Сделать вывод.

**2.2.8.** Добыча и производство газа в регионе характеризуется следующими данными:

Годы	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Добыча и производство газа, млн. м <sup>3</sup>	157	169	181	198	212	221	236

Требуется:

- 1) Произвести аналитическое выравнивание по показательной кривой;
- 2) Определить интервальный прогноз для 2001 г., гарантируя результат с вероятностью 0,95.

**2.2.9.** Рассчитайте индекс сезонности по данным трех лет и постройте график сезонной волны.

*Отправление каменного угля за 1989-2000 г.г. со станции (тыс. т)*

№ варианта	год	месяцы											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1989	14,8	15,3	23,1	24,3	25,4	29,2	35,6	26,0	25,3	15,9	19,7	15,1
1; 2	1990	16,0	16,9	18,5	20,9	21,3	23,9	20,2	17,8	18,0	18,0	17,7	15,4
1; 2; 3	1991	19,4	19,0	18,5	18,9	19,7	19,8	20,6	20,5	19,8	20,7	16,1	17,7
2; 3; 4	1992	19,7	20,0	21,3	21,4	21,9	22,1	22,5	23,0	22,1	22,3	18,4	18,3
3; 4; 5	1993	18,5	21,6	22,5	22,6	22,6	23,1	23,7	24,4	23,3	23,8	19,1	17,9
4; 5; 6	1994	21,1	22,8	23,9	23,8	24,5	24,6	25,9	25,7	24,2	25,5	22,3	18,3
5; 6; 7	1995	20,4	24,3	25,9	25,7	26,0	26,4	27,0	26,9	25,3	26,6	22,5	20,0
6; 7; 8	1996	20,2	24,2	27,5	27,6	27,7	28,8	28,9	32,0	29,9	27,1	23,7	19,2
7; 8; 9	1997	20,5	24,8	30,7	31,3	30,7	31,8	33,4	32,5	31,5	30,0	26,2	18,4
8;9;10	1998	21,1	22,1	28,4	30,4	30,9	32,0	33,1	33,0	30,4	30,0	29,1	28,4
9; 10	1999	22,3	24,1	26,7	29,8	31,0	31,4	32,0	32,0	33,0	33,1	32,4	30,3
10	2000	24,2	24,9	27,4	30,9	31,2	31,7	32,4	33,1	33,4	33,0	30,8	29,3

## ГЛАВА III. ИНДЕКСЫ

**Индекс** – это показатель сравнения двух состояний одного и того же явления.

В международной практике индексы принято обозначать символами  $i$  и  $I$ : буквой « $i$ » обозначаются индивидуальные индексы, буквой « $I$ » – общие индексы. Знак внизу справа означает период:  $0$  – базисный;  $1$  – отчетный. Помимо этого используются определенные символы для обозначения индексируемых показателей:

$q$  – количество (объем) какого-либо товара в натуральном выражении;

$p$  – цена единицы товара;

$z$  – себестоимость единицы продукции;

$t$  – затраты времени на производство единицы продукции;

$w$  – выработка продукции в стоимостном выражении на одного рабочего или в единицу времени;

$V$  – выработка продукции в натуральном выражении на одного рабочего или в единицу времени;

$T$  – общие затраты времени ( $tq$ ) или численность рабочих;

$pq$  – стоимость продукции или товарооборот;

$zq$  – издержки производства.

**Индивидуальный индекс** характеризует изменение во времени (или в пространстве) отдельных элементов той или иной совокупности.

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} \text{ – индивидуальный индекс цены;}$$

$$i = \frac{q_1}{q_0} \text{ – индивидуальный индекс физического объема продукции;}$$

$$i_z = \frac{z_1}{z_0} \text{ – индивидуальный индекс себестоимости единицы изделия;}$$

$$i_t = \frac{t_1}{t_0} \text{ – индивидуальный индекс трудоемкости единицы изделия;}$$

$$i_w = \frac{w_1}{w_0} \text{ – индивидуальный индекс общей стоимости и так далее.}$$

**Сводный индекс** – это сложный относительный показатель, который характеризует среднее изменение социально-экономического явления, состоящего из непосредственно несоизмеримых элементов. Исходной формой сводного индекса является агрегатная.

$$I_w = I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} \text{ – сводный индекс товарооборота;}$$

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \text{ – сводный индекс цен (по методу Пааше);}$$

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \quad \text{— сводный индекс физического объема продукции (по методу Ласпейреса);}$$

Между рассчитанными индексами существует следующая взаимосвязь:

$$I_p \cdot I_q = I_{pq}.$$

Существует два подхода к расчету **индексов производительности труда**. Первый подход основан на учете количества продукции, вырабатываемой в единицу времени ( $w$ ). Второй подход – производительность труда определяется затратами рабочего времени на единицу продукции ( $t$ ). Количество продукции, вырабатывается в единицу времени (в натуральном выражении), и затраты времени на единицу продукции взаимосвязаны между собой:  $w = \frac{l}{t}$ .

Индивидуальные индексы производительности труда, основанные на этих показателях, имеют следующий вид:  $i_w = \frac{w_1}{w_0} = \frac{q_1}{T_1} : \frac{q_0}{T_0}$ ,  $i_t = \frac{t_0}{t_1} = \frac{T_0}{q_0} : \frac{T_1}{q_1}$ , где  $T$  – суммарные затраты времени на выпуск данной продукции в человеко-часах, человеко-днях, человеко-месяцах (в последнем случае соответствует общий численности работников).

Сводный индекс производительности труда (по трудоемкости):

$$I_w = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1}. \quad \text{Индекс производительности труда по трудоемкости связан с}$$

индексом затрат рабочего времени (труда) и с индексом физического объема продукции, взвешенным по трудоемкости:  $I_w \cdot I_T = I_q$  или

$$\frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1} \cdot \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_0} = \frac{\sum q_1 t_0}{\sum q_0 t_0}.$$

Сводный индекс производительности труда в стоимостном выражении (по выработке):  $I_w = \frac{\sum q_1 p}{\sum T_1} : \frac{\sum q_0 p}{\sum T_0}$ , где  $p$  – цена текущего, базисного периода или средние цены. Первая часть этой формулы представляет собой среднюю выработку в отчетном периоде, вторая часть – в базисном.

Умножение индекса производительности труда по выработке на индекс затрат рабочего времени приводит к индексу физического объема продукции,

$$\text{взвешенному по цене: } I_w \cdot I_T = I_q \quad \text{или} \quad \left( \frac{\sum q_1 p}{T_1} : \frac{\sum q_0 p}{\sum T_0} \right) \cdot \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_0} = \frac{\sum q_1 p}{\sum q_0 p}.$$

В ряде случаев на практике вместо индексов в агрегатной форме удобно использовать **средние арифметические** и **средние гармонические индексы**. Любой сводный индекс можно представить как среднюю взвешенную из индивидуальных индексов.

Например, нам известен товарооборот в текущем периоде  $p_1q_1$  и индивидуальные индексы цен  $i_p = \frac{p_1}{p_0}$ . Тогда сводный индекс цен  $I_p = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}$  можно выразить в форме средней гармонической из индивидуальных индексов  $I_p = \frac{\sum p_1q_1}{\sum \frac{p_1q_1}{i_p}}$ , где  $p_0 = \frac{p_1}{i_p}$ .

Если известен товарооборот в базисном периоде  $p_0q_0$  и индивидуальные индексы физического объема  $i_q = \frac{q_1}{q_0}$ , то сводный индекс физического объема

товарооборота  $I_q = \frac{\sum q_1p_0}{\sum q_0p_0}$  можно выразить в средней арифметической форме,

то есть  $I_q = \frac{\sum q_0p_0i_q}{\sum q_0p_0}$ , где  $q_1 = q_0i_q$ .

Индекс производительности труда по трудоемкости можно рассчитывать в

средней арифметической форме:  $I_w = \frac{\sum i_t \cdot T_1}{\sum T_1} = \frac{\sum \left( \frac{T_0}{q_0} : \frac{T_1}{q_1} \right) T_1}{\sum T_1}$  (индекс Струмилина).

Все рассмотренные выше индексы рассчитывались по нескольким товарам, реализуемым в одном месте, или видам продукции, производимые на одном предприятии. Теперь рассмотрим случай, когда один товар реализуется в нескольких местах или один вид продукции производится на ряде предприятий. При изучении динамики качественных показателей приходится определять изменение средней величины индексируемого показателя, которое обусловлено взаимодействием двух факторов – изменением значения индексируемого показателя у отдельных групп единиц и изменением структуры явления.

**Индексом переменного состава** называется индекс, выражающий соотношение средних уровней изучаемого явления, относящихся к разным периодам времени. Индекс цен переменного состава представляет собой отношение двух полученных средних значений:

$$I_{\text{пс}} = \frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_0} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum p_0q_0}{\sum q_0} = \frac{\sum p_1d_q^1}{\sum p_0d_q^0},$$

где  $d_q$  – удельный вес объема реализации продукции.

**Индекс постоянного (фиксированного) состава** – это индекс, исчисленный с весами, зафиксированными на уровне одного какого-либо периода, и показывающий изменение только индексируемой величины. Он

определяется как агрегатный индекс. Так, индекс цен фиксированного состава рассчитывают по формуле:

$$I_{\text{Фс}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{\sum p_1 d_q^1}{\sum p_0 d_q^1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}.$$

Он показывает, каково было бы изменение среднего уровня цен, если бы удельный вес объема реализации в нескольких местах в базисном периоде был таким же, как и в отчетном.

Под *индексом структурных сдвигов* понимают индекс, характеризующий влияние изменения структуры изучаемого явления на динамику среднего уровня этого явления. Индекс определяется по формуле (при изучении изменения среднего уровня цены):

$$I_{\text{Сс}} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{\sum p_0 d^1}{\sum p^0 d^0} = \frac{I_{\text{Пс}}}{I_{\text{Фс}}}.$$

### 3.1. Решение типовых задач.

**Задача 3.1** Имеются следующие данные по машиностроительному заводу:

Таблица 3.1

Вид продукции	Предыдущий год		Отчетный год	
	Произведено, шт.	Затраты труда по изготовлению единицы продукции, чел. час.	Произведено, шт.	Затраты труда по изготовлению единицы продукции, чел. час.
Станки-автоматы	650	2400	700	2300
Станки-полуавтоматы	350	2000	300	1800

Определите:

1. Индивидуальные индексы объема производства, трудоемкости и затрат труда на изготовление продукции. Проверьте увязку их в систему. Сделайте выводы.

2. Общие индексы:

- а) трудоемкости;
- б) физического объема продукции;
- в) затрат труда на изготовление всей продукции.

Покажите взаимосвязь между вычисленными индексами. Сделайте выводы.

3. Абсолютные изменения затрат труда – всего и в том числе за счет изменений трудоемкости продукции и объема производства.

**Решение:** Введем обозначения. Предыдущий год принимаем за базисный период, в котором затраты труда по изготовлению единицы продукции обозначаем  $t_0$ , а количество произведенной продукции –  $q_0$ . Отчетный год принимаем за текущий (или отчетный) период, в котором затраты труда по изготовлению единицы продукции обозначаем  $t_1$ , а количество –  $q_1$ .



## 1. Индивидуальные индексы:

а) объема произведенной продукции  $i_q = \frac{q_1}{q_0}$ ;

б) трудоемкость  $i_t = \frac{t_1}{t_0}$ ;

в) общих затрат труда  $i_T = \frac{T_1}{T_0} = \frac{t_1 q_1}{t_0 q_0}$ .

Так, для станков-автоматов

$$i_q = \frac{700}{650} = 1,077, \quad i_t = \frac{2300}{2400} = 0,958, \quad i_T = \frac{t_1 q_1}{t_0 q_0} = \frac{2300 \cdot 700}{2400 \cdot 650} = 6,032.$$

Следовательно, в отчетном году объем производства станков-автоматов вырос на 7,7%, затраты труда на изготовление одного станка снизились на 4,2%, затраты труда на производство всех станков-автоматов увеличились на 3,2% по сравнению с предыдущим годом.

Увязка в систему:  $i_q \cdot i_t = i_T$ .

Для станков-полуавтоматов:

$$i_q = \frac{300}{350} = 0,857, \quad i_t = \frac{1800}{2000} = 0,9, \quad i_T = \frac{T_1}{T_0} = \frac{t_1 q_1}{t_0 q_0} = \frac{1800 \cdot 300}{2000 \cdot 350} = 0,771.$$

Таким образом, объем производства станков – полуавтоматов в отчетном году снизился на 14,3%, затраты труда на производство одного станка – полуавтомата снизились на 10%, а поэтому затраты труда на производство всех станков – полуавтоматов снизились на 22,9%.

Выполняется увязка в систему:  $i_q \cdot i_t = i_T$ .

## 2. Общие индексы:

а) трудоемкости (по методу Пааше)

$$I_t = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_1} = \frac{2300 \cdot 700 + 1800 \cdot 300}{2400 \cdot 700 + 2000 \cdot 300} = 0,943.$$

Это означает, что трудоемкость в отчетном году по данному виду продукции снизилась на 5,7% по сравнению с предыдущим годом.

**Замечание.** Сводный индекс трудоемкости можно получить и методом Ласпейреса, фиксируя объем производства на базисном уровне:  $I_t = \frac{\sum t_1 q_0}{\sum t_0 q_0}$ .

б) физического объема произведенной продукции (по методу Ласпейреса)

$$I_q = \frac{\sum q_1 t_0}{\sum q_0 t_0} = \frac{700 \cdot 2400 + 300 \cdot 2000}{650 \cdot 2400 + 350 \cdot 2000} = 1,009.$$

Это означает, что объем производства данного вида продукции в отчетном году увеличился на 0,9%.

в) затрат труда на изготовление всей производимой продукции

$$I_T = I_{tq} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_0} = \frac{2300 \cdot 700 + 1800 \cdot 300}{2400 \cdot 650 + 2000 \cdot 350} = 0,951.$$

Таким образом, затраты труда на производство станков-автоматов и станков-полуавтоматов в отчетном году снизились на 4,9% по сравнению с предыдущим годом.

Взаимосвязь между общими индексами:  $I_t \cdot I_q = I_T$ .

3. Абсолютное изменение затрат труда на изготовление всей продукции исчисляется как разность между числителем и знаменателем индекса  $I_T$ :

$$\Delta_{tq} = \sum t_1 q_1 - \sum t_0 q_0 = 2150 - 2260 = -110 \text{ (чел. час.)}$$

Это снижение затрат на производство обоих видов продукции на 110 чел. час. обусловлено изменением трудоемкости на продукцию и изменением объема производства.

Снижение затрат на производство за счет изменения трудоемкости продукции составило:  $\Delta_t = \sum t_1 q_1 - \sum t_0 q_1 = 2150 - 2280 = -130$  (чел. час.) и увеличение затрат на производство всех видов продукции за счет изменения объема производства составило:

$$\Delta_q = \sum q_1 t_0 - \sum q_0 t_0 = 2280 - 2260 = 20 \text{ (чел. час.)}$$

Контрольное равенство:  $\Delta_q + \Delta_t = \Delta_{tq}$ .

**Замечание.** Все расчеты удобно внести в таблицу

Таблица 3.2

Произведено, (шт)		Затраты труда на единицу продукции, (чел. час.)		Затраты труда на производство всей продукции (чел. час.)		Индивидуальные индексы			Условная величина
Пред. год	Отчет. год	Пред. год	Отчет. год	Пред. год	Отчет. год				
$q_0$	$q_1$	$t_0$	$t_1$	$t_0 q_0 = T_0$	$t_1 q_1 = T_1$	$i_t$	$i_q$	$i_T$	$t_0 q_1$

**Задача 3.2** Имеются следующие данные о продаже товаров в торговых предприятиях района:

Таблица 3.3

Товар	Товарооборот в действующих ценах, млн. руб.		Изменение средних цен во II квартале по сравнению с I кварталом, %
	I квартал	II квартал	
Обувь	70	85	+13
Трикотаж	30	36	+6
Кожгалантерея	40	52	+2

- Определите: 1. Изменение цен на проданные товары;  
2. Общий индекс физического товарооборота;  
3. Общий индекс товарооборота.

**Решение:** Обозначим товарооборот в действующих ценах в I квартале –  $p_0 q_0$ , во II квартале –  $p_1 q_1$ . Определим индивидуальные индексы цен:

для обуви  $100 + 13 = 113$  % или  $i_{p_1} = 1,13$  в коэффициентах;

для трикотажа  $100 + 6 = 106$  % или  $i_{p_2} = 1,06$ ;

для кожгалантереи  $100 + 2 = 102$  % или  $i_{p_3} = 1,02$ .

1. Общий индекс цен  $I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$ , где  $q_1$  – объем продажи в II квартале.

Так как  $i_p = \frac{p_1}{p_0}$ ,  $p_0 = \frac{p_1}{i_p}$ , то  $p_0 q_1 = \frac{p_1}{i_p} q_1 = \frac{p_1 q_1}{i_p}$ . Тогда  $I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}$ .

Следовательно,  $I_p = \frac{85 + 36 + 52}{\frac{85}{1,12} + \frac{36}{1,06} + \frac{52}{1,02}} = \frac{173}{160,83} = 1,076$  или  $107,6$  %, то

есть цены в среднем увеличились на  $7,6$  %. Сумма перерасхода, полученная населением от повышения цен, составила  $\Delta_p = 173 - 160,83 = 12,17$  млн. руб.

2. Общий индекс физического товарооборота:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}{\sum p_0 q_0} = \frac{160,83}{70 + 30 + 40} = \frac{160,83}{140} = 1,149 \text{ или } 114,9 \text{ \%}.$$

Следовательно, количество проданных товаров увеличилось на  $14,9$  %, что привело к увеличению товарооборота на  $\Delta_q = 160,83 - 140 = 20,83$  млн. руб.

3. Общий индекс товарооборота:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{85 + 36 + 52}{70 + 30 + 40} = \frac{173}{140} = 1,236 \text{ или } 123,6 \text{ \%}.$$

Товарооборот во II квартале вырос по сравнению с I кварталом на  $23,6$  %, а в денежном выражении на  $33$  млн. руб.

Между вычисленными индексами существует взаимосвязь:

$$I_{pq} = I_q \cdot I_p = 1,149 \cdot 1,076 = 1,236,$$

$$\Delta_{pq} = \Delta_p + \Delta_q = 12,17 + 20,83 = 33 \text{ млн. руб.}$$

**Задача 3.3** По обувной фирме имеются следующие данные о затратах на производство и об изменении себестоимости изделий:

Таблица 3.4

Наименование изделия	Общие затраты на производство изделий во II квартале, млн. руб.	Изменение себестоимости единицы изделия во II квартале по сравнению с I, %
Обувь женская	200	+5
Обувь мужская	350	+7
Обувь детская	100	-1

Определите:

1. Среднее изменение себестоимости изделий по фирме во II квартале по сравнению с I кварталом;

2. Абсолютную сумму экономии (перерасходы), полученную от изменения себестоимости;

3. Общее изменение затрат на производство продукции (в %), если количество произведенной продукции увеличилось в 1,15 раза.

Сделайте выводы.

**Решение:** Обозначим общие затраты на производство изделий во II квартале –  $z_1q_1$ .

1. Определяем предварительно индивидуальные индексы себестоимости единицы изделия: обувь женская  $i_{z_1} = 1,05$ ; обувь мужская  $i_{z_2} = 1,07$ ; обувь детская  $i_{z_3} = 0,99$ . Общий индекс себестоимости находим по формуле средней гармонической индивидуальных индексов:

$$I_z = \frac{\sum z_1q_1}{\sum \frac{z_1q_1}{i_z}} = \frac{200 + 350 + 100}{\frac{200}{1,05} + \frac{350}{1,07} + \frac{100}{0,99}} = \frac{650}{618,589} = 1,051 \text{ или } 105,1 \%$$

Следовательно, себестоимость единицы изделия во II квартале увеличилась на 5,1 %.

2. Абсолютная сумма затрат на производство, полученная от изменения себестоимости:  $\Delta_z = \sum z_1q_1 - \sum \frac{z_1q_1}{i_z} = 650 - 618,589 = 31,411$  млн. руб.

3. Общее изменение затрат на производство:  $I_{zq} = I_z \cdot I_q$ , где  $I_z = 1,051$ , а  $I_q = 1,15$ . Тогда  $I_{zq} = 1,209$  или 120,9 %. Следовательно, общие затраты на производство выросли на 20,9 %.

**Задача 3.4** Имеются следующие данные по предприятию:

Таблица 3.5

Участок	Трудоемкость одного изделия, час.		Выработано продукции, тыс. шт.	
	I квартал	II квартал	I квартал	II квартал
1	3,5	2,7	4	8
2	2,8	2,5	10	9
3	3,0	2,8	12	11

Определите:

1. Индивидуальные индексы трудоемкости изделий;
2. Удельный вес количества произведенной продукции на каждом участке в I и во II квартале;
3. Индексы средней по цеху трудоемкости:
  - а) переменного состава;
  - б) фиксированного состава;
  - в) влияние структурных сдвигов.

Покажите взаимосвязь между вычисленными индексами. Сделайте выводы.

4. Абсолютное изменение затрат на производство всего и в том числе за счет факторов (изменения средней трудоемкости, изменения объема и структуры производства).

**Решение:** Обозначим трудоемкость изделия –  $t_0$  и  $t_1$ , количество выработанной продукции –  $q_0$  и  $q_1$ .

Результаты вычислений будем вносить в таблицу

Таблица 3.6

Участок	Трудоемкость, час		Выработано, тыс. шт.		Индивид. индекс трудоемкости	Удельный вес продукции предприятия		Затраты труда	
	I кв.	II кв.	I кв.	II кв.		I кв.	II кв.		
<i>l</i>	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	$t_0$	$t_1$	$q_0$	$q_1$	$i_t = \frac{t_1}{t_0}$	$d_0$	$d_1$	$t_0q_0$	$t_1q_1$
1	3,5	2,7	4	8	0,771	0,154	0,286	14,0	21,6
2	2,8	2,5	10	9	0,893	0,385	0,321	28,0	22,5
3	3,0	2,8	12	11	0,933	0,462	0,393	36,0	30,8
Итого			26	28		1,000	1,000	78,0	74,9

Продолжение таблицы 3.6

Участок	$t_0q_1$	$t_0d_0$	$t_1d_1$	$t_0d_1$
	11	12	13	14
1	28,0	0,539	0,772	1,001
2	25,2	1,078	0,803	0,899
3	33,0	1,386	1,100	1,179
Итого	86,2	3,003	2,675	3,079

1. Индивидуальные индексы трудоемкости определим по формуле  $i_t = \frac{t_1}{t_0}$

(см. гр. 6 табл. 3.6).

2. Удельный вес произведенной продукции в I и II кварталах вычислим по

формулам  $d_{0j} = \frac{q_{0j}}{\sum_{j=1}^3 q_{0j}}$  и  $d_{1j} = \frac{q_{1j}}{\sum_{j=1}^3 q_{1j}}$  (см. гр. 7 и 8 табл. 3.6).

3. а) Определим индекс трудоемкости переменного состава, который равен соотношению средней трудоемкости продукции по трем участкам:

$$I_{пс} = \frac{\bar{t}_1}{\bar{t}_0} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum t_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{74,9}{28} : \frac{75,0}{26} \approx 0,892 \text{ или } 89,2 \%$$

Индекс показывает, что средняя трудоемкость изделия по трем участкам снизилась на 10,5%. Это величина значительно ниже, чем снижение трудоемкости по отдельным участкам (его величина варьирует от 6,7% до 22,9% см. гр. 6 табл. 3.6).

Это снижение обусловлено двумя факторами: трудоемкости изделия на каждом участке и изменением структуры (удельного веса продукции).

Выявим влияние каждого из этих факторов на динамику средней трудоемкости, вычислив индексы трудоемкости фиксированного состава и влияние структурных сдвигов.

б) Индекс трудоемкости фиксированного состава:

$$I_{\phi c} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum t_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_1} = \frac{74,9}{86,2} \approx 0,869 \text{ или } 86,9 \%$$

Трудоемкость изделия по трем участкам в среднем снизилась на 13,1 %.

в) индекс влияния структурных сдвигов:

$$I_{cc} = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum t_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{86,2}{28} \cdot \frac{78,0}{26} \approx 1,026 \text{ или } 102,6 \%$$

Средняя трудоемкость изделия во II квартале увеличилась на 2,6 % за счет изменения структуры, то есть за счет роста удельного веса продукции первого участка с 15,4 % до 28,6 %, на котором уровень трудоемкости изделия был ниже, чем на втором и третьем участках.

Все эти же индексы можно вычислить по удельным весам продукции предприятия, выраженных в коэффициентах:

$$I_{\pi c} = \frac{\bar{t}_1}{\bar{t}_0} = \frac{\sum t_1 d_1}{\sum t_0 d_0} = \frac{2,675}{3,003} = 0,891; \quad I_{\phi c} = \frac{\sum t_1 d_1}{\sum t_0 d_1} = \frac{2,675}{3,079} = 0,869;$$

$$I_{cc} = \frac{\sum t_0 d_1}{\sum t_0 d_0} = \frac{3,079}{3,003} = 1,025.$$

**Замечание.** Небольшие расхождения в результатах связаны с округлениями в процессе вычисления.

Взаимосвязь между вычисленными индексами:

$$I_{\pi c} = I_{\phi c} \cdot I_{cc} = 0,869 \cdot 1,025 = 0,891.$$

4. общее изменение затрат на производство:

$\Delta_{iq} = \Delta_t + \Delta_d + \Delta_q$ , где

$$\Delta_t = \left( \sum t_1 d_1 - \sum t_0 d_1 \right) \sum q_1 = (2,675 - 3,079) \cdot 28 = -11,312 \text{ час};$$

$$\Delta_d = \left( \sum t_0 d_1 - \sum t_0 d_0 \right) \cdot \sum q_1 = (3,079 - 3,003) \cdot 28 = 2,128 \text{ час};$$

$$\Delta_q = \sum t_0 d_0 \cdot \left( \sum q_1 - \sum q_0 \right) = 3,003 \cdot (28 - 26) = 6,006 \text{ час}.$$

В целом

$$\Delta_{iq} = \sum t_1 d_1 \cdot \sum q_1 - \sum t_0 d_0 \cdot \sum q_0 = 2,675 \cdot 28 - 3,003 \cdot 26 = -3,178 \text{ час}.$$

Общие затраты на производство снизились на 3,178 час, в том числе на 11,312 час стали меньше за счет снижения средней трудоемкости по предприятию и увеличились на 6,006 час за счет увеличения объема производства и увеличились на 2,128 часа за счет изменения структуры производства (за счет увеличения удельного веса продукции первого участка).

### 3.2. Задания для самостоятельной работы

3.2.1. Имеются следующие данные о динамике реализации продуктов на рынках города за 2004 г.

№ п/п	Наименование товара	Январь		Февраль	
		Кол-во проданных товаров	Оборот, млн. руб.	Кол-во проданных товаров	Оборот, млн. руб.
1	Семя подсолнуха и тыквы, ц	23,3	12,8	41,1	22,7
2	Картофель поздний, ц	299,8	40,5	269,0	40,4
3	Капуста квашеная, ц	26,3	10,6	35,4	17,7
4	Лук репчатый, ц	75,4	30,2	82,7	49,6

Определите:

- 1) Индивидуальные индексы цен;
- 2) Сводные индексы цен, товарооборота и физического объема проданных товаров;
- 3) Проверьте правильность расчета индексов, используя их взаимосвязь;
- 4) Прирост товарооборота – всего и в том числе за счет изменения цен и объема продажи товаров.

Сделайте выводы.

3.2.2. Как в среднем изменились цены молочную продукцию, если известно, что объем реализации этих продуктов увеличился за этот период на 15 %, а товарооборот по этой группе товаров увеличился на 21%?

3.2.3. Известие динамики экспорта продукции “А” предприятия

Страна импорта	Объем поставки, шт.		Внешнеторговая цена, долл.	
	Базисного периода	Отчетного периода	Базисного периода	Отчетного периода
Болгария	700	450	100	102
Германия	200	250	95	97
Китай	100	450	97	98
Польша	300	370	88	89

Определите:

- 1) Индивидуальные индексы стоимости экспорта;
- 2) Сводные индексы объема поставок, цены и стоимости экспорта;
- 3) Абсолютное изменение стоимости экспорта – всего и в том числе за счет изменения цен и объема поставок.

Проверить увязку индексов в систему. Сделайте выводы.

3.2.4. Трудоемкость одного изделия в отчетном периоде снизилась на 2,5 %, а объем произведенной за этот период продукции увеличился на 3,2 %. Как изменились при этом затраты времени на производство этой продукции?

3.2.5. В отчетном периоде по сравнению с базисным стоимость основных производственных фондов увеличилась на 17 %, а фондоотдача снизилась на 5 %. Как изменился объем произведенной продукции?

3.2.6. Имеются следующие данные о трудоемкости продукции предприятия и объемах ее производства:

Вид продукции	2002 г.		2003 г.	
	Произведено, тыс. шт.	Затраты на 1000 изделий, чел.-час	Произведено, тыс. шт.	Затраты на 1000 изделий, чел.-час
А	275	75	291	72
Б	163	119	174	115
В	101	52	110	50

- Рассчитайте: 1) Индекс производительности труда;  
2) Индекс физического объема продукции;  
3) Индекс затрат труда.

**3.2.7.** Как изменилась производительность труда на предприятии, если при том же объеме производимой продукции общие затраты труда снизились на 10 %?

**3.2.8.** Трудовые затраты и производительность труда на мебельном предприятии характеризуются следующими данными:

Вид мебели	Общие затраты времени, тыс. чел.-час		Индивидуальные индексы производительности труда
	май	июнь	
Мягкая	19,2	19,0	1,02
Корпусная	9,5	9,5	1,01
Кухонная	14,3	13,9	1,04

Рассчитайте индексы производительности труда и физического объема.

**3.2.9.** Известны следующие данные по промышленному предприятию за два года:

Вид продукции	Произведено, тыс. шт.		Среднесписочное число рабочих, чел.		Оптовая цена 2002 г. тыс. руб
	2002	2003	2002	2003	
1	18,5	19,3	46	51	75
2	24,2	23,9	43	45	54
3	20,1	18,4	42	43	48

- Определите: 1) Индекс физического объема продукции;  
2) Индекс производительности;  
3) Индекс затрат труда.

**3.2.10.** Производительность труда на предприятии в текущем периоде по сравнению с базисным выросли на 2,5 %, при этом численность рабочих увеличилась на 18 человек и составило 236 человек. Как изменился физический объем продукции?

**3.2.11.** Имеются следующие данные по универмагу:

Вид товара	Продано, млн. руб.		Изменение цен в мае по сравнению с апрелем, %
	апрель	май	
Обувь	24	30	+5
Пальто	210	180	+2
Плащи	360	420	+1

Определите, как в среднем увеличились цены на проданные товары и сколько население переплатило за счет этого.

Рассчитайте общие индексы товарооборота и физического объема проданных товаров.

Сделайте выводы.

**3.2.12.** Имеются следующие данные по промышленному торгу района:



Группы товаров	Товарооборот в отчетном году, млн. руб.	Изменение цен на товары в отчетном году по сравнению с предыдущим, в %
Электротовары	1720	+9
Видеотехника	1580	+7
Бытовая техника	1800	+2

Определите общие индексы цен и физического объема товарооборота, если товарооборот в фактических ценах увеличился в отчетном году по сравнению с предыдущем годом на 2 %. Сделайте выводы.

**3.2.13.** Имеются следующие данные по кондитерскому магазину “Орион”:

Наименование продуктов	Реализовано в предыдущем периоде млн. руб.	Увеличение объема продажи в отчетном периоде по сравнению с предыдущим, %
Конфеты	800	+25
Печенье	700	+13

Определите:

1) Как изменилось количество реализуемых кондитерских изделий в целом по магазину (в % и в млн. руб.).

2) Изменились ли цены на кондитерские изделия, если известно, что товарооборот в отчетном году увеличился на 28 %.

Сделайте выводы.

**3.2.14.** Затраты на одно изделие увеличились в отчетном году в среднем на 7,2 %, а на все произведенные изделия – на 8 %. Как изменилось количество изготовленных изделий?

**3.2.15.** В отчетном периоде по сравнению с базисным стоимость основных производственных фондов увеличилась на 17 %, а фондоотдача снизилась на 5 %. Как изменился объем произведенной продукции?

**3.2.16.** Имеются следующие данные о выпуске продукции “В” по четырем заводам района:

Завод	Предыдущий период		Отчетный период	
	Произведено продукции, тыс. шт.	Себестоимость единицы продукции, тыс. руб.	Произведено продукции, тыс. шт.	Себестоимость единицы продукции, тыс. руб.
1	120	48	160	40
2	120	40	240	44
3	130	35	250	40
4	110	30	200	38

Определите индексы себестоимости продукции:

- 1) переменного состава;
- 2) фиксированного состава;
- 3) влияние структурных сдвигов;
- 4) абсолютные изменение затрат на производство всего и в том числе за счет факторов (изменение средней себестоимости, изменение объема и структуры производства).

Сделайте выводы.

**3.2.17.** Затраты на производство по промышленному предприятию за отчетный месяц выросли на 20 %, себестоимость единицы продукции при неизменной структуре производства увеличилась на 3 %, количество произведенных изделий выросло на 4 %. Определите, как повлияли на

изменение общей суммы затрат структурных изменений в производстве изделий (в %). Напишите систему взаимосвязанных индексов и сделайте выводы.

### 3.2.18. Реализация товара “А” в трех регионах:

Регион	Июнь		Июль	
	Цена, тыс.руб.	Продано, шт	Цена, тыс.руб.	Продано, шт
1	12	10000	13	18000
2	17	20000	19	9000
3	15	15000	18	13000

Определите индексы средней цены по трем регионам:

- 1) переменного состава;
- 2) фиксированного состава;
- 3) влияние структурных сдвигов.

Покажите взаимосвязь между вычисленными индексами. Сделайте выводы.

Определите абсолютное изменение товарооборота всего и в том числе за счет факторов (изменения средней цены, изменение объема и структуры продажи).

**3.2.19.** Определите изменение средней цены товара А, реализуемого на нескольких оптовых рынках, если индекс цен фиксированного состава равен  $108,4\%$ , а влияние структурных сдвигов в реализации товара на изменение средней цены составляет  $-0,7\%$ .

## 3.3. Задания для индивидуальной работы

### 3.3.1. Вариант 1, 2, 3

Известны следующие данные о реализации фруктов розничной торговли:

Вариант	Товар	Цена за 1 кг, руб		Товарооборот, млн.руб	
		Июль	Август	Июль	Август
1	Яблоки	100	500	14,35	16,71
	Груши	1000	800	3,89	4,50
	Сливы	800	700	10,41	11,37
2	Яблоки	650	600	13,41	14,81
	Груши	980	900	4,02	4,72
	Сливы	870	800	9,57	10,64
3	Яблоки	580	600	15,37	14,31
	Груши	1100	1200	5,20	4,70
	Сливы	850	900	10,82	9,54

Определите:

- 1) Индивидуальные индексы цен, объеме проданного товара и затрат населения на покупку товаров;
- 2) Общий индекс товарооборота;
- 3) Общий индекс физического объема товарооборота;
- 4) Общий индекс цен;
- 5) Прирост товарооборота – всего и в том числе за счет изменения цен и объема продажи товаров.

Покажите взаимосвязь между исчисленными индексами и сделайте выводы.

### 3.3.1. Вариант 4, 5, 6

Имеются следующие данные о себестоимости и объемах производства продукции промышленного предприятия:

Вариант	Изделие	2002 г.		2003 г.	
		Себестоимость единицы продукции, тыс. руб.	Произведено тыс. шт.	Себестоимость единицы продукции, тыс. руб.	Произведено тыс. шт.
4	А	220	63,4	247	52,7
	Б	183	41,0	215	38,8
	В	67	89,2	70	91,0
5	А	200	54,7	230	43,8
	Б	190	37,8	195	35,7
	В	70	78,3	80	85,4
6	А	210	71,4	220	63,1
	Б	200	50,7	205	48,3
	В	80	91,3	85	85,4

Определите:

- 1) Индивидуальные индексы себестоимости, объема произведенной продукции и затрат на производство;
- 2) Общий индекс затрат на производство;
- 3) Общий индекс физического объема продукции;
- 4) Общий индекс себестоимости;
- 5) Абсолютное изменение общих затрат труда – всего и в том числе за счет изменения себестоимости и объема производства.

Покажите взаимосвязь между исчисленными индексами и сделайте выводы.

### 3.3.1. Вариант 7, 8, 9

Имеются данные о ценах и количестве проданных товаров:

Вариант	Вид товара	Ед. изм.	Цена за единицу, руб		Реализовано, тыс.ед.	
			Предыд. период	Отчетный период	Предыд. период	Отчетный период
7	Мясо	кг	6500	8000	600	500
	Молоко	л	625	845	800	900
	Хлебобул. изделия	кг	450	670	1200	1180
8	Мясо	кг	6800	8500	620	580
	Молоко	л	630	870	850	910
	Хлебобул. изделия	кг	480	680	1210	1100
9	Мясо	кг	6750	9000	700	650
	Молоко	л	640	850	800	900
	Хлебобул. изделия	кг	500	730	1180	1230

Определите:

- 1) Индивидуальные индексы цен, объема проданного товара и затрат населения на покупку товаров;

- 2) Общий индекс товарооборота;
- 3) Общий индекс физического объема товарооборота;
- 4) Общий индекс цен;
- 5) Прирост товарооборота – всего и в том числе за счет изменения цен и объема продажи товаров.

Покажите взаимосвязь между исчисленными индексами и сделайте выводы.

### 3.3.1. Вариант 10, 11, 12

Известны следующие данные о реализации фруктов розничной торговли:

Вариант	Товар	Товарооборот, млн. руб.		Реализовано, ц.	
		Август	Сентябрь	Август	Сентябрь
10	Виноград	13,15	15,27	112,16	125,23
	Абрикосы	7,12	5,21	2,32	2,48
	Арбузы	15,42	17,37	254,22	365,78
11	Виноград	12,48	13,78	122,34	130,81
	Абрикосы	6,13	5,89	3,48	3,32
	Арбузы	14,54	16,42	245,13	305,17
12	Виноград	14,31	16,74	115,38	119,17
	Абрикосы	8,23	6,48	3,11	3,01
	Арбузы	16,73	18,21	198,14	238,17

Определите:

- 1) Индивидуальные индексы цен, объема проданного товара, затрат населения на покупку товаров;
- 2) Общий индекс товарооборота;
- 3) Общий индекс физического объема товарооборота;
- 4) Общий индекс цен;
- 5) Прирост товарооборота – всего и в том числе за счет изменения цен и объема продажи товаров.

Покажите взаимосвязь между исчисленными индексами и сделайте выводы.

### 3.3.1. Вариант 13, 14, 15

Итоги торгов межбанковской валютной биржи характеризуются следующими данными:

Вариант	Валюта	Курс, руб.		Продано, млн. шт.	
		12.05	19.05	12.05	19.05
13	\$ USA	2151	2154	15,09	14,50
	Евро	2780	2778	7,31	9,41
	Гривна	400	403	4,35	3,87
14	\$ USA	2150	2153	15,92	14,53
	Евро	2781	2779	7,32	9,34
	Гривна	401	404	4,43	4,01
15	\$ USA	2152	2154	15,31	14,67
	Евро	2782	2780	7,03	9,03
	Гривна	402	405	4,31	4,23

Рассчитайте:

- 1) Индивидуальные индексы курсов валют, физического объема продаж валют и оборота за неделю;

- 2) Общий индекс курсов валют;
- 3) Общий индекс физического объема продажных валют;
- 4) Общий индекс оборота МВБ за неделю;
- 5) Абсолютное изменение оборота всего и в том числе за счет изменения курсов валют и физического объема продаж.

Покажите взаимосвязь между исчисленными индексами и сделайте выводы.

### 3.3.1. Вариант 16, 17, 18

Имеются данные по производству овощей:

Вариант	Культура	Посевная площадь, га		Урожайность, ц/га	
		2002 г.	2003 г.	2002 г.	2003 г.
16	Горох	18	20	24,6	25
	Фасоль	17	19	26,5	27
	Бабы	10	7	28,7	25
17	Горох	15,2	15	24,5	23
	Фасоль	16	15	25	25,1
	Бабы	7	6	27	27,3
18	Горох	14	15	24,7	25,1
	Фасоль	16	15	27	26,2
	Бабы	8	9	28	27

Определите:

- 1) Индивидуальные индексы посевных площадей, урожайности и валового сбора;
- 2) Общий индекс валового сбора;
- 3) Общий индекс посевных площадей;
- 4) Общий индекс урожайности;
- 5) Абсолютное изменение валового сбора – всего и в том числе за счет изменений посевных площадей и урожайности.

Покажите взаимосвязь между исчисленными индексами и сделайте выводы.

### 3.3.1. Вариант 19, 20, 21

Имеются данные по производству овощей:

Вариант	Культура	Валовой сбор, ц.		Урожайность, ц/кг	
		2002 г.	2003 г.	2002 г.	2003 г.
19	Капуста	1620	1830	180	183
	Морковь	1765,4	2068	182	188
	Свекла	1170	1518	130	132
20	Капуста	1813	1941	178	170
	Морковь	2050	1931	185	186
	Свекла	1728	1580	129	130
21	Капуста	1730	1720	179	178
	Морковь	1854	1878	180	181
	Свекла	1343	1412	131	131,5

Определите:

- 1) Индивидуальные индексы посевных площадей, урожайности и валового сбора;
- 2) Общий индекс валового сбора;

- 3) Общий индекс посевных площадей;
- 4) Общий индекс урожайности;
- 5) Абсолютное изменение валового сбора – всего и в том числе за счет изменений посевных площадей и урожайности.

Покажите взаимосвязь между исчисленными индексами и сделайте выводы.

### 3.3.1. Вариант 22, 23, 24

Имеются данные по производству овощей:

Вариант	Культура	Валовой сбор, ц.		Урожайность, ц/кг	
		2002 г.	2003 г.	2002 г.	2003 г.
22	Огурцы	725	1144	5	8
	Помидоры	888	1115,4	6	7,8
	Лук	444	616	4	5,5
23	Огурцы	942,5	1097,25	6,5	7,7
	Помидоры	895	1144	7	8
	Лук	436	561,5	4	5
24	Огурцы	777	1288	7	9
	Помидоры	880	1005,2	6	7
	Лук	450	618,75	4	5,5

Определите:

- 1) Индивидуальные индексы посевных площадей, урожайности и валового сбора;
- 2) Общий индекс валового сбора;
- 3) Общий индекс посевных площадей;
- 4) Общий индекс урожайности;
- 5) Прирост валового сбора – всего и в том числе за счет изменений посевных площадей и урожайности.

Покажите взаимосвязь между исчисленными индексами и сделайте выводы.

### 3.3.1. Вариант 25, 26, 27

Известны следующие данные по фарфорофаянсовому заводу:

Вариант	Вид изделия	Предыдущий год		Отчетный год	
		Затраты труда на единицу изделия (чел.час.)	Произведено продукции, шт.	Затраты труда на единицу изделия (чел.час.)	Произведено продукции, шт.
25	Сервизы	5,0	2200	5,5	2000
	Вазы	3,0	1000	2,8	1300
	Хрусталь	4,2	650	4,4	700
26	Сервизы	5,2	2100	5,7	1950
	Вазы	3,4	1100	3,0	1250
	Хрусталь	4,4	700	4,8	750
27	Сервизы	5,3	2150	5,5	1970
	Вазы	3,3	1150	3,0	1240
	Хрусталь	4,3	750	4,1	770

Определите:

- 1) Индивидуальные индексы объема производства, трудоемкости и затрат труда на изготовление продукции;
- 2) Общий индекс трудоемкости;
- 3) Общий индекс физического объема продукции;
- 4) Общий индекс затрат труда на изготовление продукции;
- 5) Абсолютное изменение затрат труда – всего и в том числе за счет изменения трудоемкости продукции и объеме производства.

Покажите взаимосвязь между исчисленными индексами и сделайте выводы.

### 3.3.1. Вариант 28, 29, 30

Имеются следующие данные о реализации мясных продуктов на городском рынке:

Вариант	Продукт	Сентябрь		Октябрь	
		Цена за 1 кг, тыс.руб.	Продано, ц.	Цена за 1 кг, тыс.руб.	Продано, ц.
28	Говядина	5,5	26,3	5,7	24,1
	Баранина	5,0	8,8	5,0	9,2
	Свинина	5,8	14,5	6,0	12,3
29	Говядина	5,1	26,7	5,6	25,3
	Баранина	4,8	8,3	5,1	8,7
	Свинина	5,7	13,9	6,2	10,4
30	Говядина	5,2	25,9	5,7	23,8
	Баранина	4,9	8,9	5,2	7,9
	Свинина	5,9	12,8	6,1	11,3

Определите:

- 1) Индивидуальные индексы цен, объеме проданного товара, затрат населения на покупку товаров;
- 2) Общий индекс товарооборота;
- 3) Общий индекс физического объема товарооборота;
- 4) Общий индекс цен;
- 5) Прирост товарооборота – всего и в том числе за счет изменения цен и объема продажи товаров.

Покажите взаимосвязь между исчисленными индексами и сделайте выводы.

### 3.3.2. Вариант 1, 2, 3

Имеются данные о реализации молочных продуктов на городском рынке:

Вариант	Продукт	Товарооборот, млн. руб.		Изменение цены в декабре по сравнению с ноябрем, %
		Ноябрь	Декабрь	
1	Молоко	9,7	6,3	+2,1
	Сметана	4,5	4,0	+3,5
	Творог	12,9	11,5	+4,2
	Масло	4,3	4,1	+3,7
2	Молоко	10,1	9,3	+1,9
	Сметана	5,2	5,0	+2,2
	Творог	11,3	12,3	-0,9
	Масло	5,4	5,1	+2,5

Вариант	Продукт	Товарооборот, млн. руб.		Изменение цены в декабре по сравнению с ноябрем, %
		Ноябрь	Декабрь	
3	Молоко	8,8	9,4	-0,8
	Сметана	4,6	4,2	+2,3
	Творог	10,1	9,7	+3,5
	Масло	4,7	4,5	+2,5

Рассчитайте сводные индексы цен, товарооборота и физического объема реализации. Определите сумму потребителя или дополнительных затрат обусловленных этим. Сделайте выводы.

### 3.3.2. Вариант 4, 5, 6

Имеются данные по производству овощей:

Вариант	Культура	Валовой сбор, ц.		Изменение посевных площадей в 2002 г., %
		2001 г.	2002 г.	
4	Капуста	1731	1888	+10
	Огурцы	700	725	+9
	Помидоры	892	888	-6
	Морковь	1773	1854	+7
5	Капуста	1742	1800	+9
	Огурцы	730	745	+8
	Помидоры	800	756	-5
	Морковь	1770	1640	-6
6	Капуста	1770	1781	<i>без изменений</i>
	Огурцы	720	743	+10
	Помидоры	890	950	+9
	Морковь	1760	1560	-8

Определите общие индексы:

1) посевных площадей; 2) урожайности; 3) валового сбора.

Определите абсолютное изменение валового сбора за счет изменения урожайности и посевных площадей. Сделайте выводы.

### 3.3.2. Вариант 7, 8, 9

Имеются данные по производству овощей:

Вариант	Культура	Валовой сбор, ц.		Изменение посевных площадей в 2002 г., %
		2001 г.	2002 г.	
7	Капуста	1741	1898	+10
	Огурцы	700	735	+12
	Помидоры	892	882	-9
	Морковь	1773	1858	-8
8	Капуста	1745	1855	+11
	Огурцы	731	762	+9
	Помидоры	810	765	-5
	Морковь	1780	1670	-6
9	Капуста	1780	1782	<i>без изменений</i>
	Огурцы	723	785	+10
	Помидоры	892	956	+9
	Морковь	1765	1561	-7

Определите общие индексы:

1) посевных полей; 2) урожайности; 3) валового сбора.



Определите абсолютное изменение валового сбора за счет изменения урожайности и посевных площадей. Сделайте выводы.

### 3.3.2. Вариант 10, 11, 12

Имеются следующие данные о реализации фруктов на городском рынке:

Вариант	Продукт	Объем продаж, млн. руб.		Снижение цен с 1 сентября, %
		Август	Сентябрь	
10	Яблоки	240	250	2,0
	Сливы	98	101	2,2
	Груши	150	162	1,2
	Виноград	360	375	1,5
11	Яблоки	220	231	1,8
	Сливы	88	98	2,0
	Груши	140	145	1,1
	Виноград	320	335	1,4
12	Яблоки	215	227	2,1
	Сливы	85	90	2,5
	Груши	137	148	1,3
	Виноград	328	400	1,7

Определите среднее снижение цены и сумму экономии населения. Рассчитайте сводные индексы товарооборота и объема продаж. Сделайте выводы.

### 3.3.2. Вариант 13, 14, 15

Имеются следующие данные о производстве мебели на мебельной фабрике:

Вариант	Вид продукции	Затраты на производство, млн. руб.		Изменение себестоимости единицы продукции в отчетном периоде по сравнению с предыдущим, %
		Предыдущий период	Отчетный период	
13	Диваны	120,0	118,0	-8
	Кресла	83,0	87,0	+5
	Стол	15,0	14,0	без изменений
	Стулья	10,0	9,0	-1
14	Диваны	130,2	121,1	-7
	Кресла	85,2	86,3	+6
	Стол	13,0	14,7	+2
	Стулья	11,3	12,0	без изменений
15	Диваны	125,7	117,3	-3
	Кресла	87,3	89,1	+4
	Стол	13,3	12,1	-2
	Стулья	10,1	9,9	без изменений

Определите общий индекс:

- 1) себестоимости единицы продукции;
- 2) затрат на производство продукции;
- 3) физического объема произведенной продукции.

Определите абсолютное изменение затрат в отчетном периоде по сравнению с предыдущим за счет изменения себестоимости и количества произведенной продукции. Сделайте выводы.

### 3.3.2. Вариант 16, 17, 18

Имеются следующие данные о реализации молочных продуктов на городском рынке:

Вариант	Продукт	Товарооборот, млн. руб.		Изменение объема продажи в августе по сравнению с июлем, %
		Июль	Август	
16	Конфеты	800	1050	+25
	Печенье	700	875	+13
	Вафли	600	578	-7
	Сушки	500	491	-8
17	Конфеты	830	1000	+20
	Печенье	729	835	+15
	Вафли	631	678	+2
	Сушки	522	500	-3
18	Конфеты	810	900	+18
	Печенье	750	793	+13
	Вафли	641	632	-2
	Сушки	511	520	<i>без изменений</i>

Рассчитайте сводные индексы цен, товарооборота и физического объема реализации. Определите сумму экономии потребителя или дополнительных затрат, обусловленных этим изменением.

### 3.3.2. Вариант 19, 20, 21

Имеются следующие данные о производстве мебели на мебельной фабрике:

Вариант	Вид продукции	Затраты на производство, млн. руб.		Изменение объема производства в отчетном периоде по сравнению с предыдущим, %
		Предыдущ. период	Отчетный период	
19	Стулья	10,1	9,0	-20
	Стол	15,2	14,1	<i>без изменений</i>
	Кресла	83,3	87,1	+25
	Диваны	121,0	119,0	-17
20	Стулья	11,3	12,0	<i>без изменений</i>
	Стол	13,0	14,7	+12
	Кресла	85,2	87,4	+16
	Диваны	132,1	122,3	-17
21	Стулья	11,1	9,1	<i>без изменений</i>
	Стол	13,5	12,2	-20
	Кресла	87,3	88,4	+30
	Диваны	156,8	141,7	-27

Определите общий индекс:

- 1) себестоимость единицы продукции;
- 2) затрат на производство продукции;
- 3) физического объема произведенной продукции.

Определите абсолютное изменение затрат в отчетном периоде по сравнению с предыдущим за счет изменения себестоимости и количества произведенной продукции. Сделайте выводы.

### 3.3.2. Вариант 22, 23, 24

Имеются следующие данные по заводу строительных пластмасс:

Вариант	Вид продукции	Общие затраты на производство в предшествующем году, млн. руб.	Изменение объема производства в натуральном выражении, %
22	Линолеум	2427	+6,5
	Винилискожа	985	+4,5
	Пеноплен	1365	-2,0
	Пленка	771	-11,0
23	Линолеум	2531	+5,4
	Винилискожа	895	-3,2
	Пеноплен	1205	+2,0
	Пленка	798	-10,1
24	Линолеум	2330	+4,8
	Винилискожа	1031	-2,7
	Пеноплен	1450	-1,8
	Пленка	807	+1,3

Сделайте сводную оценку увеличения производства продукции (в натуральном выражении).

### 3.3.2. Вариант 25, 26, 27

По промышленному предприятию имеются следующие данные:

Вариант	Вид продукции	Общие затраты на производство в 2002 году, млн. руб.	Изменение себестоимости изделия в 2002 г. по сравнению с 2001 г., %
25	Электромясорубка	1234	+6,0
	Кухонный комбайн	5877	+8,4
	Миксер	980	+1,6
	Соковыжималка	1578	-0,7
26	Электромясорубка	1345	-0,8
	Кухонный комбайн	6037	+7,2
	Миксер	1050	+1,3
	Соковыжималка	1485	-0,7
27	Электромясорубка	1178	-0,8
	Кухонный комбайн	5938	-0,9
	Миксер	995	+2,4
	Соковыжималка	1398	+1,3

Определите общее изменение себестоимости продукции в 2002 г., и обусловленное этим изменение общих затрат предприятия.

### 3.3.2. Вариант 28, 29, 30

По готовому предприятию имеются следующие данные о реализации стиральных машин:

Вариант	Марка стиральной машины	Цена в январе, тыс. руб.	Цена в феврале, тыс. руб.	Товарооборот февраля, млн. руб.
28	Индезит	648	750	49,6
	Бош	700	750	54,0
	Эврика	350	400	39,6
	Аристон	756	800	50,8
29	Индезит	662	670	48,1
	Бош	731	785	53,8
	Эврика	362	351	42,3
	Аристон	767	783	53,1

Вариант	Марка стиральной машины	Цена в январе, тыс. руб.	Цена в феврале, тыс. руб.	Товарооборот февраля, млн. руб.
30	Индезит	666	671	50,1
	Бош	781	793	55,3
	Эврика	368	390	47,2
	Аристон	805	892	52,4

Определите:

- средний рост цен на данную группу товаров по торговому предприятию;
- перерасход покупателей от роста цен.

### 3.3.3. Вариант 1, 2, 3

Имеются следующие данные о реализации картофеля на рынках города:

Вариант	Рынок	Январь		Февраль	
		Цена за 1 кг, руб.	Продано, ц.	Цена за 1 кг, руб.	Продано, ц.
1	1	220,2	24,5	220,4	21,9
	2	220,0	18,7	220,1	18,8
	3	110,9	32,0	110,9	37,4
2	1	220,5	27,3	221,3	27,9
	2	221,0	19,4	220,9	20,8
	3	111,9	33,2	211,0	35,4
3	1	221,0	26,3	221,4	28,1
	2	220,7	19,8	221,1	20,9
	3	111,1	34,3	111,3	36,8

Рассчитайте:

- индивидуальные индексы цен;
- индекс цен переменного состава;
- индекс цен постоянного состава;
- индекс структурных сдвигов;
- удельный вес рынка в общем объеме реализации за январь и февраль.

Сделайте выводы.

### 3.3.3. Вариант 4, 5, 6

Строительно–производственная деятельность трех ДСК города характеризуется следующими данными:

Вариант	Домостроительный комбинат	Построено жилья, тыс. м <sup>2</sup>		Себестоимость 1 м <sup>2</sup> , млн. руб.	
		2002 г	2003 г	2002 г	2003 г
4	ДСК–1	53	68	0,545	0,763
	ДСК–2	179	127	0,500	0,760
	ДСК–3	204	200	0,480	0,700
5	ДСК–1	68	81	0,56	0,76
	ДСК–2	170	130	0,51	0,78
	ДСК–3	185	178	0,45	0,70
6	ДСК–1	70	85	0,61	0,73
	ДСК–2	168	135	0,52	0,74
	ДСК–3	179	185	0,48	0,72

Определите удельный вес ДСК в общем объеме построенного жилья в 2002 и 2003 г.

Рассчитайте индексы себестоимости переменного и фиксированного состава, а также индекс структурных сдвигов. Объясните результаты расчетов. Определите индивидуальные индексы себестоимости.

### 3.3.3. Вариант 7, 8, 9

Имеются следующие данные о продаже картофеля по 3-м рынкам города:

Вариант	Рынок	Цена за 1 кг, руб.		Продано картофеля, т.	
		I квартал	II квартал	I квартал	II квартал
7	1	500	250	130	140
	2	550	230	120	300
	3	570	240	100	250
8	1	520	240	150	300
	2	540	250	130	200
	3	560	230	120	250
9	1	505	245	155	250
	2	510	235	150	300
	3	515	250	145	200

Определите:

- 1) Индивидуальные индексы цен;
- 2) Удельные веса рынков в общем объеме реализации за I и II кварталы;
- 3) Индекс цен переменного состава;
- 4) Индекс цен фиксированного состава;
- 5) Индекс влияния структурных сдвигов.

Сделайте выводы.

### 3.3.3. Вариант 10, 11, 12

Имеются данные по отдельным предприятиям отрасли:

Вариант	Предприятие	Стоимость производственных фондов, тыс. руб.		Прибыль, тыс. руб.	
		Предыдущий год	Отчетный год	Предыдущий год	Отчетный год
10	1	9000	10800	1800	2000
	2	6400	6800	1520	1640
	3	7000	7700	1580	1890
11	1	9500	11300	2300	2500
	2	6900	7300	2020	2140
	3	7500	8200	2080	2390
12	1	9300	11100	2100	2300
	2	6700	7100	1820	1940
	3	7300	8000	1880	2190

Определите:

- 1) индивидуальные индексы уровня рентабельности;
- 2) удельные веса стоимости производственных фондов каждого предприятия за предыдущий и отчетный годы;
- 3) индексы среднего уровня рентабельности:
  - а) переменного состава;
  - б) постоянного состава;
  - в) влияние структурных сдвигов.

Сделайте выводы.

### 3.3.3. Вариант 13, 14, 15

Имеются следующие данные об урожайности и посевных площадях района:

Вариант	Культура	Урожайность, ц/га		Посевная площадь, га	
		Предыдущий период	Отчетный период	Предыдущий период	Отчетный период
13	Пшеница	21	24	10	12
	Просо	11	12	10	8
	Ячмень	18	19	9	10
14	Пшеница	20	22	12	14
	Просо	10	12	8	9
	Ячмень	19	20	10	12
15	Пшеница	21	23	11	13
	Просо	9	11	9	7
	Ячмень	17	19	13	15

Определите:

- 1) Индивидуальные индексы урожайности;
- 2) Удельные веса посевных площадей по каждой культуре;
- 3) Индексы средней урожайности:
  - а) переменного состава;
  - б) фиксированного состава;
  - в) влияние структурных сдвигов.
- 4) Прирост валового сбора зерна всего и в том числе за счет факторов (объема и структуры площадей, средней урожайности).

Покажите взаимосвязь между вычисленными индексами. Сделайте выводы.

### 3.3.3. Вариант 16, 17, 18

По одному из отделений банка имеются следующие данные о вкладах населения:

Вариант	Виды вкладов	Базисный период		Отчетный период	
		Количество счетов	Остаток вклада, млн. руб.	Количество счетов	Остаток вклада, млн. руб.
16	Депозитный	10980	10244	10480	11118
	Срочный	2670	5222	4985	6115
	Выигрышный	560	185	496	200
17	Депозитный	11480	10744	10980	11618
	Срочный	3170	5722	5485	6615
	Выигрышный	1020	685	996	700
18	Депозитный	11280	10544	10700	11418
	Срочный	2970	5522	5275	6400
	Выигрышный	860	486	798	500

Определите:

- 1) Индивидуальные индексы вкладов;
- 2) Средний размер вклада в базисном и отчетном периодах;
- 3) Индексы среднего размера вклада переменного, постоянного состава и структурных сдвигов;

4) Абсолютный прирост суммы вкладов всего и в том числе за счет изменения числа вкладов, изменения среднего размера вклада и сдвигов в структуре вкладов по видам.

Сделайте выводы.

### 3.3.3. Вариант 19, 20, 21

Имеются следующие данные о магазинах района:

Вариант	Магазин	Издержки обращения, млн. руб.		Издержки обращения в расчете на 1 тыс. руб. объема реализации, руб.	
		Предыдущий год	Отчетный год	Предыдущий год	Отчетный год
19	1	76	80	13,6	13,0
	2	100	108	1,1	1,1
	3	96	84	9,6	10,4
20	1	81	85	14,1	13,5
	2	105	113	1,6	1,6
	3	101	89	10,1	10,9
21	1	79	83	13,9	13,3
	2	103	111	1,4	1,4
	3	99	87	9,9	10,7

Определите:

- 1) Индивидуальные индексы издержек обращения;
- 2) Удельные веса магазинов в общем объеме реализации за предыдущий и отчетный годы;
- 3) индексы среднего уровня издержек обращения:
  - а) переменного состава;
  - б) фиксированного состава;
  - в) влияние структурных сдвигов.

Покажите взаимосвязь между вычисленными индексами и сделайте выводы.

### 3.3.3. Вариант 22, 23, 24

По имеющимся данным о ссудной задолженности и оборотах по начислению кредитов, проанализируйте динамику среднего по коммерческому банку числа оборотов за период, рассчитав индексы переменного состава, постоянного состава и структурных сдвигов:

Вариант	Отрасли	Среднегодовая задолженность по ссудам		Обороты по начислению кредитов за год	
		Базисный	Отчетный	Базисный	Отчетный
22	1	22,0	20,0	44,0	36,0
	2	38,0	30,0	152,0	117,0
	3	40,0	50,0	400,0	485,0
23	1	21,5	20,5	44,5	36,5
	2	37,5	30,5	152,5	117,5
	3	41,0	49,0	400,0	485,0
24	1	21,6	21,5	43,5	36,4
	2	37,4	31,5	151,5	117,6
	3	41,0	47,0	400,5	485,0

### 3.3.3. Вариант 25, 26, 27

Динамика экспорта продукции “А” предприятия:

Вариант	Страна импортер	Объем поставок, шт.		Внешнеторговая цена, долл.	
		Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
25	Болгария	700	450	100	102
	Германия	200	250	95	97
	Китай	100	450	97	98
26	Болгария	750	500	105	107
	Германия	250	300	100	102
	Китай	150	500	102	103
27	Болгария	600	550	110	112
	Германия	300	350	105	107
	Китай	200	550	107	108

Определите:

- 1) Индексы динамики цен;
- 2) Удельный вес поставок;
- 3) Индекс средних цен экспорта;
- 4) Индекс цен фиксированного состава;
- 5) Индекс влияния структурных сдвигов.

Сделайте выводы.

### 3.3.3. Вариант 28, 29, 30

Имеются следующие данные о реализации овощей на рынках города:

Вариант	Рынок	Июль		Август	
		Цена за 1 кг, руб.	Продано, ц.	Цена за 1 кг, руб.	Продано, ц.
28	1	1250	34,5	1100	31,9
	2	1110	28,7	1050	29,8
	3	989	42,0	975	47,4
29	1	1120	37,3	1010	37,9
	2	1010	29,4	995	30,8
	3	1000	44,2	934	45,5
30	1	1180	46,2	1080	48,1
	2	1070	39,8	1000	40,9
	3	1020	54,3	998	56,8

Рассчитайте:

- 1) Индивидуальные индексы цен;
- 2) Удельный вес рынка в общем объеме реализации за июль и август;
- 3) Индекс цен фиксированного состава;
- 4) Индекс цен фиксированного состава;
- 5) Индекс влияния структурных сдвигов.

Сделайте выводы.



Литература.

1. Ефимова М.Р., Петрова Е.В., Румянцев В.Н. Общая теория статистики: Учебник. - М.:ИНФРА-М, 1998. - 416 с.
2. Статистика: Курс лекций / Харченко Л.П., Долженкова В.Г., Ионин В.Г. и др. - Новосибирск: Изд-во НГАЭиУ, М.:ИНФРА-М, 1997. - 310 с.
3. Теория статистики: Учебник / Под ред. Р.А. Шмойловой. - М.: Финансы и статистика, 1998. - 576 с.
4. Практикум по теории статистики: Учеб. пособие / Под ред. проф. Р.А.Шмойловой. - М.: Финансы и статистика, 1999. - 416 с.
5. Громыка Г.Л. Общая теория статистики: Практикум. - М.:ИНФРА-М, 1999. - 139 с.

## Содержание

<b>Глава I. Корреляционная связь и ее изучение</b> .....	3 с.
1.1 Решение типовых задач .....	3 с.
Задача 1.1. ....	3 с.
Задача 1.2. ....	12 с.
Задача 1.3. ....	13 с.
1.2 Задания для самостоятельной работы .....	15 с.
1.3 Задания для индивидуальной работы .....	17 с.
1.3.1. ....	17 с.
1.3.2. ....	19 с.
<b>Глава II. Ряды динамики</b> .....	23 с.
2.1 Решение типовых задач .....	27 с.
Задача 2.1. ....	27 с.
Задача 2.2. ....	29 с.
Задача 2.3. ....	30 с.
Задача 2.4. ....	31 с.
Задача 2.5. ....	32 с.
2.2 Задания для самостоятельной работы .....	34 с.
<b>Глава III. Индексы</b> .....	37 с.
3.1 Решение типовых задач .....	40 с.
Задача 3.1. ....	40 с.
Задача 3.2. ....	42 с.
Задача 3.3. ....	43 с.
Задача 3.4. ....	44 с.
3.2 Задания для самостоятельной работы .....	47 с.
3.3 Задания для индивидуальной работы .....	50 с.
3.3.1. ....	50 с.
3.3.2. ....	55 с.
3.3.3. ....	60 с.
Литература .....	65 с.

## УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Составители: Санюкевич Александр Викторович  
Гусева Светлана Тадеушевна  
Журавель Мария Григорьевна  
Шамовская Галина Владимировна

### Практикум по общей теории статистики для студентов экономических специальностей

Ответственный за выпуск: А.В. Санюкевич

Редактор Т.В. Строкач

Набор и верстка Н.В. Федорович, А.В. Санюкевич

---

Подписано к печати 04.07.2005 г. Формат 60x84/16. Бумага писчая № 1.

Усл. п. л. 4,0. Уч. изд. л. 4,25. Заказ № 793. Тираж 200 экз.

Отпечатано на ризографе учреждения образования

«Брестский государственный технический университет».

224017. Брест, ул. Московская, 267.