

3. Объемная упругая энергия двойников кристаллов висмута и поверхностная энергия границы раздела двойник-матрица в магнитном поле / А.И. Пинчук [и др.] // Физика твердого тела. – 2005. – Т. 47, вып. 11. – С. 1964–1966.
4. Боярская Ю.С. Физика процессов микроиндентирования / Ю.С. Боярская, Д.З. Грабко, М.С. Кац; под ред. Ю.С. Боярской. – Кишинев: Штиинца, 1986. – 294 с.
5. Грабко Д.З. Механические свойства полуметаллов типа висмута / Д.З. Грабко, Ю.С. Боярская, М.П. Дынту; под ред. Д.З. Грабко. – Кишинев: Штиинца, 1982. – 132 с.
6. Пороговый характер магнитоэластического эффекта при двойниковании в кристаллах висмута / А.И. Пинчук [и др.] // Физика твердого тела. – 2004. – Т. 46, вып. 9. – С. 1603–1604.

Материал поступил в редакцию 29.11.10

**PINCHUK A.I. The influence of constant magnetic field on plastic deformation in case of gliding and twinning in semimetals crystals**

It has been established that the application of weak constant magnetic field (less than 1 T) to semimetals crystals (bismuth and antimony) plasticizes the samples in case of micro indentation. In case of twinning, magnetic field facilitates the nucleation of twinning dislocations. In case of gliding, magnetic field promotes material's movement to the surface of samples.

УДК 004.8

**Якимов Е.А., Замураев В.Г., Якимов А.И.**

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ С РАВНОМЕРНЫМ, НОРМАЛЬНЫМ И ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫМ ШУМОМ С ПОМОЩЬЮ SSA-МЕТОДА**

**Введение.** В практике имитационного моделирования исследованию входных последовательностей данных должно быть уделено значительное внимание. Это подтверждается и анализом публикаций по материалам работы Winter Simulation Conference. Например, Л. Лимис (L. Leemis, 2003) выделяет отдельным этапом моделирование исходных данных [1]. А. Гупта и Е. Парзен (A. Gupta, E. Parzen, 2004) предлагают статистические методы моделирования входных данных. При этом выдвигается гипотеза о характере распределения, выбираются возможные модели, оцениваются параметры и проводится анализ наиболее подходящей из них [2]. Е. К. Лада (E. K. Lada [etc.], 2005) проводит анализ методов моделирования входных данных, обращая особое внимание на бета-распределение и распределение Джонсона, а также на непараметрические методы исследования [3]. В то же время практика требует дальнейших исследований входных последовательностей данных.

Метод сингулярного спектрального анализа (SSA-метод) используется для анализа временных рядов и может быть использован на каждом из этапов эксплуатации имитационной модели (ИМ). Он позволяет выделить ряды, которые описывают тренд первоначального ряда, гармонические колебания и те составляющие рядов, которые относят к «шуму». При этом метод не требует стационарности ряда, знания модели тренда, а также сведений о наличии в ряде периодических составляющих и их периодах [4]. Также с помощью данного метода можно определить модель тренда и использовать это знание для дальнейшей обработки ряда уже с известной моделью тренда, что важно, например, при автоматизации определения длительности переходного процесса в ИМ [5].

**Методика исследования SSA-метода на основе информационных технологий.** Для исследования SSA-метода применяется комплекс информационных технологий, представленный табличным процессором MS Excel, математическим пакетом Mathcad и пакетом статистической обработки данных Statistica.

**Этап вложения.** Для экспериментальных исследований исходный ряд  $G = (g_0, g_1, \dots, g_{N-1})$  может быть задан по известным функциям либо определен результатами функционирования исследуемой системы. По известным функциям ряд формируется на рабочем листе MS Excel и затем в пакете Mathcad формируется матрица  $A$ , которая по правилам построения является ганкелевой [6].

Процедура вложения является преобразованием исходного одномерного ряда  $G = (g_0, g_1, \dots, g_{N-1})$  в последовательность  $L$ -мерных векторов, число которых равно  $K=N-L+1$ :

$$A_i = (g_{i-1}, \dots, g_{i+L-2})^T, \quad 1 \leq i \leq K. \quad (1)$$

Эти вектора образуют траекторную матрицу  $A = [A_1; \dots; A_K]$  ряда  $G$ , в которой  $a_{ij} = g_{i+j-2}$ , т. е. матрица  $A$  имеет одинаковые элементы на диагонали  $i+j = \text{const}$ .

*Этап сингулярного разложения.* Обозначим  $S = A \cdot A^T \in R^{L \times L}$ . Матрица  $A \cdot A^T$  симметричная и неотрицательно определенная, а значит ее собственные числа  $\{\lambda_k\}_{k=1}^L$  вещественны и неотрицательны. Представленные в виде  $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_L \geq 0$  собственные числа называют сингулярными значениями матрицы  $A$ . Пусть  $U_1, \dots, U_L$  – соответствующие им ортонормированные собственные вектора. Будем называть  $p = \max\{k | \lambda_k > 0\}$  порядком сингулярного разложения. Обозначим

$$V_k = \frac{1}{\sqrt{\lambda_k}} A^T U_k, \quad k = 1, \dots, p. \quad (2)$$

Тогда сингулярным разложением матрицы  $A$  называется ее представление в виде суммы элементарных матриц

$$A = A_1 + A_2 + \dots + A_p, \quad A_k = \sqrt{\lambda_k} U_k V_k^T. \quad (3)$$

Каждая из матриц  $A_k$  имеет ранг, равный единице. Поэтому их можно назвать элементарными матрицами. Вектор  $U_k$  называют  $k$ -м левым сингулярным вектором или просто  $k$ -м собственным вектором, вектор  $V_k$  – правым сингулярным вектором. Набор  $\langle \sqrt{\lambda_k}, U_k, V_k \rangle$  называют  $k$ -ой собственной тройкой.

Собственные числа  $\{\lambda_k\}_{k=1}^L$  матрицы  $A$  в пакете Mathcad представлены вектором  $d$ . Вектор  $d$  сингулярных значений в Mathcad определяется с использованием функции svds() [7]:

**Якимов Евгений Анатольевич**, аспирант кафедры «Автоматизированные системы управления» Государственного учреждения высшего профессионального образования «Белорусско-Российский университет».

**Замураев Виталий Геннадьевич**, к.ф.-м.н., доцент кафедры «Высшая математика» Государственного учреждения высшего профессионального образования «Белорусско-Российский университет».

**Якимов Анатолий Иванович**, к.т.н., доцент кафедры «Автоматизированные системы управления» Государственного учреждения высшего профессионального образования «Белорусско-Российский университет». 212030, Республика Беларусь, г. Могилев, просп. Мира, 43.

$$d := svds(A). \quad (4)$$

Диагональная матрица  $ds$  сингулярных значений матрицы  $A$  в пакете Mathcad определяется с использованием функции  $diag()$ :

$$ds := diag(d). \quad (5)$$

Объединенная матрица  $AS$  с левыми и правыми сингулярными векторами определяется с использованием функции  $svd()$ :

$$AS := svd(A). \quad (6)$$

Для разделения левых и правых сингулярных векторов из матрицы  $AS$  используется функция  $submatrix()$  [7].

*Этап группировки.* Вид левых и правых сингулярных векторов, трактуемых в SSA как временные ряды, является очень важным для следующего шага метода – группировки [4]. При этом для одномерного SSA левые и правые сингулярные вектора обладают определенной симметрией, так как в этих случаях сингулярные разложения траекторных матриц с длиной окна  $L$  и  $K = N - L + 1$  эквивалентны.

Процедура группировки формально одинакова для всех разновидностей SSA. На основе разложения (3) процедура группировки делит все множество индексов  $\{1, \dots, p\}$  на  $m$  непересекающихся подмножеств  $I_1, \dots, I_m$ .

Пусть  $I = \{i_1, \dots, i_p\}$ . Тогда результирующая матрица  $A_I$ , соответствующая группе  $I$ , определяется как  $A_I = A_{i_1} + \dots + A_{i_p}$ .

Такие матрицы вычисляются для  $I=I_1, \dots, I_m$ , тем самым разложение (3) может быть записано в сгруппированном виде:

$$A = A_{I_1} + \dots + A_{I_m}. \quad (7)$$

Процедура выбора множеств  $I=I_1, \dots, I_m$  и называется группировкой собственных троек. Для определения  $I=I_1, \dots, I_m$  в MS Excel используется лепестковая диаграмма, которая является аналогом графика в полярной системе координат, отображая распределение значений относительно начала координат. По особенностям представления сингулярных векторов на лепестковой диаграмме принимается решение о принадлежности их одной группе.

*Этап диагонального усреднения.* На последнем шаге базового алгоритма каждая матрица сгруппированного разложения переводится в новый ряд длины  $N$ . Для произвольной матрицы  $X$  процедуру приведения ее к ганкелевому виду и последующему преобразованию в ряд (обозначим его как  $G^e$ ) выразим следующим образом. Пусть  $X$  – матрица размера  $L \times K$  с элементами  $x_{ij}$ ,  $1 \leq i \leq L$ ,  $1 \leq j \leq K$ . Положим  $L^* = \min(L, K)$ ,  $K^* = \max(L, K)$  и  $N=L+K-1$ . Пусть  $z_j = x_{ij}$ , если  $L < K$  и  $z_j = x_{ji}$  в остальных случаях. Тогда диагональное усреднение переводит матрицу  $X$  в ряд  $(g_0^e, \dots, g_{N-1}^e)$  по формуле:

$$g_k^e = \begin{cases} \frac{1}{k+1} \sum_{j=1}^{k+1} z_{j, k-j+2} & | 0 \leq k \leq L^* - 1; \\ \frac{1}{L} \sum_{j=1}^{L^*} z_{j, k-j+2} & | L^* - 1 \leq k \leq K^*; \\ \frac{1}{N-k} \sum_{j=k-K^*+2}^{N-k} z_{j, k-j+2} & | K^* \leq k \leq N. \end{cases} \quad (8)$$

Это выражение соответствует усреднению элементов матрицы вдоль побочных диагоналей  $i + j = k + 2$ : выбор  $k = 0$  дает  $g_0^e = x_{11}$ , для  $k = 1$  получаем  $g_1^e = (x_{12} + x_{21}) / 2$  и т. д. Применив диагональное усреднение к матрицам, полученным на этапе группировки, приходим к разложению исходного ряда в сумму  $m$  рядов.

Процедуру диагонального усреднения просто и наглядно предложено выполнить в MS Excel. Для этого матрица, подлежащая диагонализации, размещается на рабочем листе. Затем блок матрицы, следующий за первой строкой, сдвигается вправо на одну позицию. В сдвинутом блоке также определяется блок, следующий за первой строкой, который сдвигается вправо на одну позицию. Процедура повторяется до тех пор, пока в очередном блоке не останется ни одной строки. Восстановленный ряд  $G^e$  определяется аналогично формуле (8) с использованием функции CP3HACH() в MS Excel. Затем исследуется в пакете Statistica [8].

**Временной ряд с равномерным шумом.** Формула, задающая закон распределения случайной величины (функцию вероятности, плотность вероятности и т. п.), обязательно содержит хотя бы один параметр. Параметры закона распределения случайной величины принято делить на три вида: параметры положения  $\mu$ , масштаба  $\lambda$ , формы  $\theta$ . Распределения вероятностей случайных величин  $X$  и  $Y$  называют однотипными, если существуют постоянные  $a > 0$  и  $b$  такие, что распределения случайных величин  $Y$  и  $aX + b$  совпадают.

Пусть  $X(0, 1)$  обозначает случайную величину с параметром положения  $\mu$  равным нулю и параметром масштаба  $\lambda$  равным единице, а  $X(\mu, \lambda)$  – случайную величину того же самого типа с параметром положения  $\mu$  и параметром масштаба  $\lambda$ . Тогда справедливы следующие соотношения:

$$\begin{aligned} X(\mu, \lambda) &\sim \mu + \lambda X(0, 1); \\ X(0, 1) &\sim \frac{X(\mu, \lambda) - \mu}{\lambda}. \end{aligned} \quad (9)$$

Запись  $X \sim Y$  обозначает, что случайные величины  $X$  и  $Y$  имеют одно и то же распределение, т. е. имеют одинаковые функции вероятности, плотности вероятности и т. п. [9].

Равномерное (англ. uniform) распределение в научной литературе иногда называют прямоугольным. Случайная величина  $\xi$  называется равномерно распределенной на отрезке  $[a, b]$ , если ее плотность вероятности  $f_\xi(x)$  постоянна на этом отрезке и равна нулю вне его, т. е.

$$f_\xi(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & | a \leq x \leq b; \\ 0 & | x < a \text{ \& } x > b. \end{cases} \quad (10)$$

Основные числовые характеристики закона распределения случайной величины:

- характеристики положения: математическое ожидание, оцениваемое средним (mean), медиана (med);
- характеристики рассеяния: среднеквадратическое отклонение, оцениваемое стандартным отклонением (S); максимум (max); минимум (min), диапазон (range), коэффициенты асимметрии распределения ( $\gamma_3$ ) и эксцесса ( $\gamma_4$ ).

Цель исследования: изучение особенностей восстановления SSA-методом равномерной, нормальной и экспоненциальной шумовой составляющей временного ряда.

Для исследования принята последовательность данных (ряд)  $G_1$  с равномерным шумом:

$$G_1 = Rnd(0; 1)_n, \quad (11)$$

где  $n$  – количество элементов ряда;  $n=43$ , что обусловлено ограничениями математического пакета Mathcad.

Временной ряд  $G_1$  сформирован в пакете Minitab: Calc\Random Data\Uniform... с параметрами в соответствии с (10)  $a=0, b=1$ .

После преобразования ряда (11) SSA-методом получен восстановленный для шумовой составляющей ряд  $G_{1N}^e$ , представленный на рис. 1. При SSA-преобразовании получены собственные числа,

представленные на рис. 2, где  $\lambda_1$  соответствует трендовой составляющей  $G_{1T}^e$ .

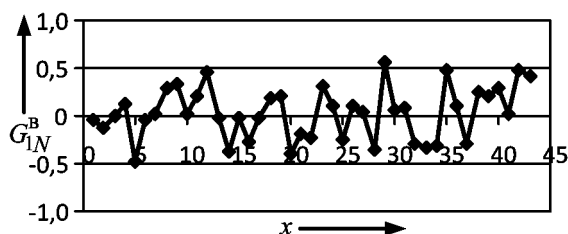


Рис. 1. Восстановленный шум ряда  $G_1$

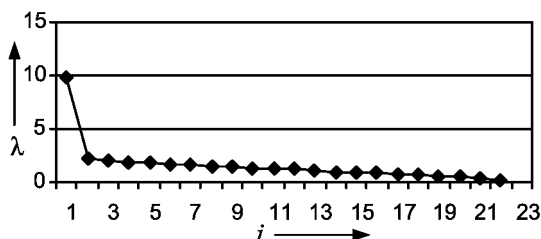


Рис. 2. Распределение собственных чисел

Основные числовые характеристики временного ряда  $G_1$  с шумом, распределенным по равномерному закону с параметрами  $a=0$ ,  $b=1$ , и характеристики восстановленной трендовой  $G_{1T}^e$  и шумовой  $G_{1N}^e$  составляющей представлены в таблице 1.

Таблица 1. Основные характеристики временного ряда с равномерным шумом ( $a=0$ ,  $b=1$ )

РЯД	MEAN	MED	MAX	MIN	RANGE	S	$\Gamma_3$	$\Gamma_4$
$G_1$	0,485	0,479	0,986	0,029	0,954	0,2903	-0,039	-0,938
$G_{1N}^e$	0,031	0,025	0,563	-0,484	1,047	0,2705	0,011	-0,784
$G_{1T}^e$	0,456	0,436	0,562	0,359	0,203	0,0662	0,332	-1,221

При этом трендовая составляющая  $G_{1T}^e$  восстановленного ряда равна математическому ожиданию (МО) исходного шума  $Rnd(0; 1)$  в соответствии с обозначениями (9):

$$\mu = 0,5.$$

Тогда исходная последовательность (11) в соответствии с (9) представлена следующим образом:

$$Rnd(0; 1) = Rnd^e(-0,5; 0,5) + 0,5 \quad \alpha = 1, \quad (12)$$

где  $Rnd^e(-0,5; 0,5)$  – распределение восстановленного шума.

**Временной ряд с нормальным шумом.** Нормальным называется распределение вероятностей непрерывной случайной величины, которое описывается плотностью

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta^2}} \exp\left[-\frac{(x-\gamma)^2}{2\beta^2}\right], \quad (13)$$

где  $\gamma$  и  $\beta$  – параметры распределения [10].

Временной ряд  $G_2$  и  $G_3$  сформированы в пакете Minitab: Calc(Random DataNormal...) с параметрами  $\gamma=1$ ,  $\beta=1$  и  $\gamma=1$ ,  $\beta=5$  в соответствии с обозначениями (13).

Результаты исследования временного ряда с шумом по нормальному закону, проведенного аналогично ряду (11), представлены в табл. 2 и 3 для разных значений параметров  $\gamma$  и  $\beta$ .

Таблица 2. Основные характеристики временного ряда с нормальным шумом ( $\gamma=1$ ,  $\beta=1$ )

РЯД	MEAN	MED	MAX	MIN	RANGE	S	$\Gamma_3$	$\Gamma_4$
$G_2$	0,994	0,944	2,918	-2,078	4,997	1,158	-0,323	-0,081
$G_{2N}^e$	0,004	-0,040	2,019	-2,937	4,956	1,075	-0,246	0,160
$G_{2T}^e$	0,985	0,941	1,486	0,864	0,622	0,148	2,141	3,827

Таблица 3. Основные характеристики временного ряда с нормальным шумом ( $\gamma=1$ ,  $\beta=5$ )

РЯД	MEAN	MED	MAX	MIN	RANGE	S	$\Gamma_3$	$\Gamma_4$
$G_3$	1,184	1,160	12,048	-7,087	19,134	5,139	0,361	-0,753
$G_{3N}^e$	-0,375	-0,497	10,436	-8,420	18,856	4,763	0,330	-0,605
$G_{3T}^e$	1,539	1,194	3,966	0,370	3,596	0,937	1,349	0,745

При этом следует отметить для последующего обсуждения результатов, что

$$MO_H = \gamma \quad (14)$$

для нормального закона распределения случайной величины [10].

**Временной ряд с экспоненциальным шумом.** Часто на практике экспоненциальному закону распределения подчиняется длительность безотказной работы. Экспоненциальным называется распределение вероятностей непрерывной случайной величины, которое описывается плотностью

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta} \exp\left[-\frac{(x-\gamma)}{\beta}\right] & | x > \gamma, \\ 0 & | x \leq \gamma. \end{cases} \quad (15)$$

где  $\gamma$  и  $\beta$  – параметры распределения [10].

Временной ряд  $G_4$  и  $G_5$  получены в пакете Minitab: Calc(Random DataExponential...) с параметрами  $\gamma=0$ ,  $\beta=1$  и  $\gamma=1$ ,  $\beta=1$  в соответствии с обозначениями (15).

Результаты исследования временного ряда с шумом, распределенным по экспоненциальному закону, представлены в табл. 4 и 5 для разных значений параметров  $\gamma$  и  $\beta$ .

Таблица 4. Основные показатели временного ряда с экспоненциальным шумом ( $\gamma=0$ ,  $\beta=1$ )

РЯД	MEAN	MED	MAX	MIN	RANGE	S	$\Gamma_3$	$\Gamma_4$
$G_4$	0,9541	0,753	2,731	0,0098	2,721	0,757	0,785	-0,397
$G_{4N}^e$	-0,0013	-0,209	1,388	-1,028	2,416	0,698	0,648	-0,979
$G_{4T}^e$	0,955	0,914	1,549	0,606	0,943	0,254	0,655	-0,352

При этом следует заметить, что

$$MO_S = \gamma + \beta \quad (16)$$

для экспоненциального закона распределения случайной величины [10].

Таблица 5. Основные показатели временного ряда с экспоненциальным шумом ( $\gamma=1, \beta=1$ )

РЯД	MEAN	MED	MAX	MIN	RANGE	S	$G_3$	$G_4$
$G_5$	2,172	1,692	7,911	1,009	6,903	1,420	2,825	8,609
$G_{5N}^e$	-0,004	-0,281	4,851	-1,759	6,610	1,296	2,004	5,273
$G_{5T}^e$	2,142	2,059	3,046	1,595	1,451	0,474	0,732	-0,790

**Обсуждение результатов исследования.** Исследуемый шум определяется типами непрерывных распределений, относящимися к различным классам. При нормальном распределении случайная величина принимает значения на положительной и отрицательной полуоси, экспоненциальное распределение относится к классу распределений с возможными значениями на положительной полуоси, равномерное – к классу распределений с возможными значениями на ограниченном интервале.

В ходе анализа полученных результатов выявлены следующие факты.

Исходный ряд  $G_1$  (см. табл. 1) с равномерным распределением случайных величин имеет параметры, отличающиеся от теоретических с погрешностью 5,8% для среднего Mean, 0,6% для средне-квадратического отклонения и 4,6% для диапазона Range. Восстановленный ряд  $G_{1N}^e$  имеет среднее 0,031, близкое к нулю. Стандартное отклонение отличается от исходного ряда на 6,8%. SSA-метод выделяет трендовую составляющую  $G_{1T}^e$  со значением среднего 0,456, что с погрешностью 6,0% совпадает со средним исходного ряда  $G_1$ .

Для проверки согласия восстановленных случайных величин  $G_{iN}^e, i = 1, \dots, 5$  теоретическому распределению используется критерий Колмогорова–Смирнова. Критическое значение  $\Delta$  для наибольшего отклонения эмпирического распределения от теоретического по табл. 6.2 [11, с. 347] при  $p = 0,01$  и  $n = 43$  равно 0,24332. Если наблюдаемое значение  $\Delta$  больше или равно критическому значению, нулевая гипотеза  $H_0$  отклоняется. Например, для ряда  $G_1$  наблюдаемое значение  $\Delta = 0,091$ , для восстановленного ряда  $G_{1N}^e$  (см. табл. 1)  $\Delta = 0,118$ , что меньше критического, и нулевая гипотеза  $H_0$  о равномерном распределении восстановленных случайных величин принимается.

Исходный ряд  $G_2$  (см. табл. 2) с нормальным распределением случайных величин имеет параметры, отличающиеся от теоретических с погрешностью 0,6% для среднего Mean, и 15,6% для средне-квадратического отклонения. Восстановленный ряд  $G_{2N}^e$  имеет среднее 0,004, близкое к нулю. Стандартное отклонение отличается от исходного ряда на 6,8%. Диапазон случайных величин отличается от исходного ряда на 0,8%. SSA-метод выделяет трендовую составляющую  $G_{2T}^e$  со значением среднего 0,985, что с погрешностью 0,9% совпадает со средним исходного ряда  $G_2$ .

Исходный ряд  $G_3$  (см. табл. 3) с нормальным распределением случайных величин имеет параметры, отличающиеся от теоретических с погрешностью 18,4% для среднего Mean, и 2,8% для средне-квадратического отклонения. Восстановленный ряд  $G_{3N}^e$  имеет среднее минус 0,375. Диапазон случайных величин отличается от исходного ряда на 1,5%, а стандартное отклонение отличается от исходного ряда на 7,3%. SSA-метод выделяет трендовую составляющую  $G_{3T}^e$  со значением среднего 1,539, что с погрешностью 30,0% совпадает со средним исходного ряда  $G_3$ . Увеличение погрешности восстановления объясняется ростом дисперсии шума в 25 раз.

Исходный ряд  $G_4$  (см. табл. 4) с экспоненциальным распределением случайных величин имеет отклонение от математического ожидания с погрешностью 4,6%. Восстановленный ряд  $G_{4N}^e$  имеет среднее минус 0,0013, практически равное нулю. Стандартное отклонение отличается от исходного ряда на 7,8%. SSA-метод выделяет трендовую составляющую  $G_{4T}^e$  со значением среднего 0,955, что с погрешностью 0,1% совпадает со средним исходного ряда  $G_4$ .

Исходный ряд  $G_5$  (см. табл. 5) с экспоненциальным распределением случайных величин имеет отклонение от математического ожидания с погрешностью 8,6%. Восстановленный ряд  $G_{5N}^e$  имеет среднее минус 0,004, близкое к нулю. Стандартное отклонение отличается от исходного ряда на 8,7%. SSA-метод выделяет трендовую составляющую  $G_{5T}^e$  со значением среднего 2,142, что с погрешностью 1,4% совпадает со средним исходного ряда  $G_5$ .

**Заключение.** Проведены исследования временных рядов с помощью SSA-метода на основе комплексного применения табличного процессора MS Excel, математического пакета Mathcad, статистических пакетов Minitab и Statistica. Показано, что шумовая составляющая восстановленного ряда для равномерного, экспоненциального и нормального распределения смещается в сторону нуля на величину математического ожидания шумовой составляющей исходного ряда с погрешностью до 6% и возрастает до 30% при росте дисперсии шума исходного ряда до 25 раз. Стандартное отклонение шумовой составляющей восстановленного ряда отличается от исходного на 7–9% во всех случаях.

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Ф09М-171 БРФФИ*

#### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Leemis, L. Input Modeling / L. Leemis // Proceedings of 2003 Winter Simulation Conference. – New Orleans: IEEE Press, 2003. – P. 14–24.
2. Gupta, A. Input Modeling Using Quantile Statistical Methods [Электрон. ресурс] / A. Gupta, E. Parzen // Proceedings of 2004 Winter Simulation Conference. – 2004. – P. 728–736. – Режим доступа : <http://www.informs-sim.org/wsc04papers/089.pdf>. – Дата доступа : 23.03.2009.
3. Introduction to Modeling and Generating Probabilistic Input Processes for Simulation / E. K. Lada [et al.] // Proceedings of 2005 Winter Simulation Conference. – Orlando: IEEE Press, 2005. – P. 41–55.
4. Голяндина, Н.Э. Метод «Гусеница»-SSA: анализ временных рядов: учебное пособие / Н.Э. Голяндина. – СПб.: С.-Петербург. гос. ун-т, 2004. – 76 с.
5. Якимов, А. И. Технология имитационного моделирования систем управления промышленных предприятий: монография / А.И. Якимов. – Могилев: Белорус.-Пос. ун-т, 2010. – 304 с.: ил.
6. Гантмахер, Ф. Р. Теория матриц / Ф. Р. Гантмахер; 2-е изд., доп. – М.: Наука, 1966. – 576 с.: ил.
7. Ивановский, Р.И. Компьютерные технологии в науке и образовании. Практика применения систем MathCAD Pro: учеб. пособие / Р.И. Ивановский. – М.: Высш. шк., 2003. – 431 с.: ил.
8. Якимов, Е.А. Исследование SSA-метода на основе комплексного применения информационных технологий / Е.А. Якимов // Доклады БГУИР. – 2010. – № 2(48). – С. 77–83.
9. Вадзинский, Р. Н. Справочник по вероятностным распределениям / Р. Н. Вадзинский. – СПб.: Наука, 2001. – 295 с.: ил.
10. Law, A. M. ExpertFit Version 7 [Электрон. ресурс] / A. M. Law // User's Guide.pdf – 2006. – 144 p. – Режим доступа: <http://www.averill-law.com/>. – Дата доступа 23.03.2010.
11. Большев, Л. Н. Таблицы математической статистики / Л. Н. Большев, Н. В. Смирнов. – М.: Наука, 1983. – 416 с.

*Материал поступил в редакцию 15.11.10*

Researches of time numbers by means of a SSA-method on the basis of complex application of tabulated processor MS Excel, mathematical package Mathcad, statistical packages Minitab and Statistica are carried out. It is shown, that a noise component restored of some for uniform, exponential and normal distribution it is displaced aside zero on size of a mean of a noise component initial of some with a margin error up to 6 % and increases up to 30 % at growth of a variance of noise initial of some up to 25 times. The standard deviation a noise component restored of some differs from initial on 7–9 % in all cases.

УДК 621.391:51-74+621.396.91/.96

Поляков В.И., Дереченник С.С., Стрибук А.М.

## О ВОЗМОЖНОСТИ ПОВЫШЕНИЯ УГЛОВЫХ РАЗРЕШЕНИЙ И ТОЧНОСТИ УГЛОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

**Введение.** Угловые измерения (измерения угловых координат объекта) основаны на определении положения волнового фронта отраженной, параизлученной или излученной электромагнитной волны, относительно апертуры (раскрыва) приемной антенны радиоэлектронного средства (РЭС). Этот процесс называется *пеленгацией*, а соответствующие измерители – пеленгаторами, которые могут быть одно- или многоканальными.

Остановимся на одноканальных пеленгаторах, использующих периодическую последовательность радиоимпульсов и последовательный обзор пространства с постоянной угловой скоростью сканирования. Для данного случая полезный сигнал, несущий информацию об угловом положении  $\Theta$  наблюдаемого объекта, представляет собой пачку из некоторого количества радиоимпульсов, огибающая которой модулирована результирующей диаграммой направленности (ДН) антенны  $F(\Theta)$ . Таким образом, задача состоит в извлечении полезной информации (угловой координаты  $\Theta$ ) по принятой когерентной пачке радиоимпульсов на фоне гауссовых помех.

**Алгоритм оптимального измерения угловой координаты.** В задаче измерения параметров сигнала принятое колебание  $y(t)$  содержит аддитивную смесь полезного сигнала  $x(t, \Theta)$  и помехи  $n(t)$ :

$$y(t) = x(t, \Theta) + n(t), \quad (1)$$

где параметр  $\Theta$  – случайная величина.

Поскольку полезная информация содержится в угловой координате  $\Theta$  объекта, то измерение сводится к выработке оценки  $\hat{\Theta}$  этого параметра. Другими словами: задача сводится к нахождению решающего правила определения наилучшей из всех возможных (оптимальной) оценки измеряемого параметра  $\hat{\Theta}$ . Для ее выявления необходим некоторый критерий оптимальности, который приведет к формированию (синтезу) алгоритма оптимального оценивания.

Считая измеряемый параметр  $\Theta$  постоянным на интервале времени приема реализации  $y(t)$ , из общего критерия «минимума среднего риска»  $r(\Theta) \rightarrow \min$  построим критерий «минимума условного среднего риска»:

$$r(\hat{\Theta}) \rightarrow \min, \quad (2)$$

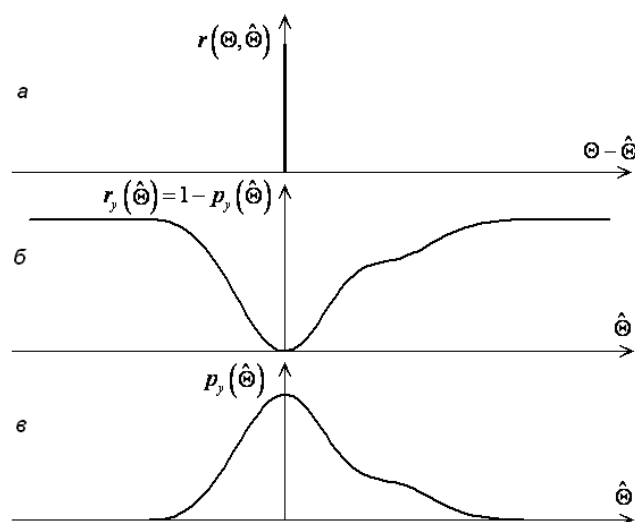
вычисляя значение такого риска из выражения

$$r(\hat{\Theta}) = \int_{-\infty}^{+\infty} r(\Theta, \hat{\Theta}) p_y(\Theta) d\Theta, \quad (3)$$

где  $r(\Theta, \hat{\Theta})$  – функция стоимости;  $p_y(\Theta)$  – апостериорная плотность вероятности угловой координаты  $\Theta$ .

Функция стоимости характеризует плату за ошибочное решение. Эта функция может задаваться различными зависимостями. Так, например, для радиолокации она может быть представлена в виде  $\delta$ -функции (рис. 1,а):

$$r(\Theta, \hat{\Theta}) = 1 - \delta(\Theta - \hat{\Theta}). \quad (4)$$



**Рис. 1.** Дельта-функция стоимости ошибочной оценки  $\hat{\Theta}$  параметра  $\Theta$  (а), минимизация условного среднего риска (б) и максимизация апостериорной плотности вероятности (в)

Для этой простой функции стоимости условный средний риск (3) с учетом фильтрующего свойства  $\delta$ -функции принимает вид:

$$r_y(\hat{\Theta}) = 1 - p_y(\hat{\Theta}). \quad (5)$$

Условный средний риск имеет минимальную величину (стоимость) при достижении оптимального значения  $\Theta$ , то есть при  $\Theta = \Theta_{\text{опт}}$  (рис.1,б). При этом апостериорная плотность вероятности имеет максимум (рис. 1,в).

Таким образом, от критерия «минимума условного среднего риска» (2), согласно которому оптимальная оценка находится по правилу

$$\hat{\Theta}_{\text{опт}} = \arg \min r_y(\hat{\Theta}), \quad (6)$$

можно перейти к критерию «максимума апостериорной плотности вероятности»

$$p_y(\hat{\Theta}) \rightarrow \max. \quad (7)$$

Тогда оптимальная оценка определяется из соотношения

Поляков Виктор Иванович, к.т.н., доцент, профессор кафедры «ЭВМ и системы» Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

Стрибук Александр Михайлович, директор ОАО «Цветотрон», г. Брест.