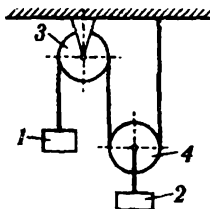


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ

Задания и методические указания
к выполнению расчетно-графических работ
по теоретической механике

для студентов специальности 1 – 53 01 01
«Автоматизация технологических процессов
и производств»



УДК 539.3: 624.04

Теоретическая механика является одной из основных общетехнических дисциплин, составляющих фундамент для изучения специальных дисциплин и подготовки квалифицированных инженеров технических специальностей. Для приобретения навыков инженерных расчетов студенты выполняют расчетно-графические работы по основным разделам курса.

Настоящие методические указания содержат краткий теоретический материал и условия заданий для выполнения расчетно-графических работ.

Составители: В. М. Хвисевич, к. т. н. профессор,
А. И. Веремейчик, к. ф.-м. н. доцент.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
Указания по оформлению расчетно-графических работ	5
ЗАДАНИЕ 1. ПРОИЗВОЛЬНАЯ ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СИЛ	5
1.1 Краткие теоретические сведения	5
1.2 Пример расчета	8
1.3 Условие задачи к расчетно-графической работе «Определение реакций опор твердого тела»	11
ЗАДАНИЕ 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ПОМОЩЬЮ ПРИНЦИПА ДАЛАМБЕРА-ЛАГРАНЖА	16
2.1 Краткие теоретические сведения	16
2.2 Задание к выполнению расчетно-графической работы	16
2.3 Пример выполнения задания	21
Литература	27

ВВЕДЕНИЕ

Выполнение расчетно-графических работ, их оформление и защита являются элементами самостоятельной работы студентов и призваны помочь им в усвоении соответствующего раздела курса. Перед выполнением работы необходимо изучить теоретический материал, проработать с помощью учебников и пособий практические способы решения задач по данной теме, проверить усвоение материала с помощью ответов на контрольные вопросы, научиться на конкретных примерах применять имеющиеся методики решения и выбирать оптимальные из них.

При защите расчетно-графической работы необходимо ответить на контрольные вопросы, связанные с ее выполнением, и решить соответствующие задачи по ее тематике. Задания и методические указания соответствуют учебному плану специальности 1 – 53 01 01 «Автоматизация технологических процессов и производств» и включают краткие теоретические сведения, условия задания для выполнения расчетно-графических работ и примеры расчетов.

УКАЗАНИЯ ПО ОФОРМЛЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ

1. Расчетно-графические работы выполняются на стандартных листах формата А4 (210×297 мм) со штампом 15 мм и указанием нумерации страниц.

2. Порядок оформления: титульный лист с указанием варианта, задание с указанием исходных данных и схем конструкций; текст решения с необходимыми пояснениями и схемами; выводы; перечень литературы.

3. Чертежи и схемы выполняются с соблюдением правил графики и масштабов стандарта БрГТУ.

4. Текстовая часть выполняется в соответствии с требованиями к оформлению текстовых документов. Расчеты выполняются в общем виде, в полученные выражения подставляются значения входящих в них величин, записывается числовой результат с указанием размерности ответа. Все вычисления производятся в десятичных дробях с точностью до трех-четырех значащих цифр.

5. Для наглядности и удобства схемы и графики можно выполнять на миллиметровой бумаге соответствующего формата. Все рисунки (схемы, графики и т. д.) должны быть пронумерованы и упомянуты в тексте.

ЗАДАНИЕ 1. ПРОИЗВОЛЬНАЯ ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СИЛ

1.1. Краткие теоретические сведения

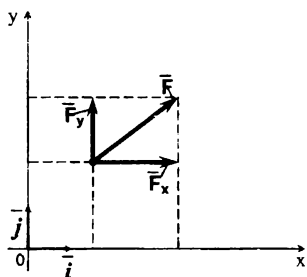


Рисунок 1.1 – Разложение силы на составляющие

Разложим силу $\vec{F}$ на составляющие вдоль координатных осей (рисунок 1.1), т. е.

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y,$$

$$\vec{F}_x = F_x \cdot \vec{i}; \quad \vec{F}_y = F_y \cdot \vec{j};$$

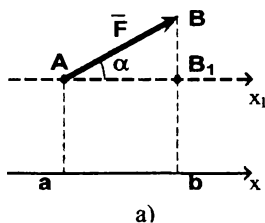
$$\vec{F} = F_x \cdot \vec{i} + F_y \cdot \vec{j}, \text{ где } \vec{i}, \vec{j} - \text{единичные}$$

векторы (орты) осей координат.

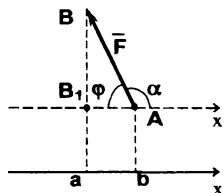
Проекцией силы на ось называется скалярная величина, равная взятой со знаком "+" или "-" длине отрезка, заключенного между проекциями начала и конца силы на ось.

При решении задач проекции силы получают, умножая ее модуль на косинус острого угла, а знак определяется непосредственно из схемы (рисунок 1.2). Проекция силы на ось — величина скалярная.

Различают два случая: $\alpha < 90^\circ$, $\alpha > 90^\circ$ (при $\alpha = 90^\circ$ проекция силы на ось равна нулю).



а)



б)

Рисунок 1.2 – Определение проекции силы на оси координат

а) угол $\alpha < 90^\circ$ (рисунок 1.2 а) — $F_x = ab = AB_1 = F \cos \alpha$.

б) угол $\alpha > 90^\circ$ (рисунок 1.2 б) — $F_x = AB_1 = ab = F \cos \alpha = -F \cos \varphi$.

Моментом $M_o(\vec{F})$ силы $\vec{F}$ относительно точки O на плоскости называется скалярная величина, равная взятому с соответствующим знаком произведению модуля силы $\vec{F}$ на длину плеча h (рисунок 1.3):

$$M_o(\vec{F}) = \pm F \cdot h.$$

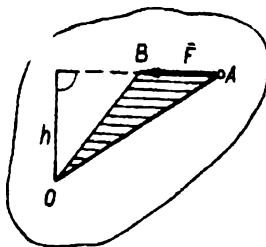


Рисунок 1.3 – Определение момента силы относительно точки

Момент силы имеет знак плюс, если сила стремится повернуть тело вокруг точки O против хода часовой стрелки, и знак минус – если по ходу часовой стрелки. Если линия действия силы проходит через точку, момент силы относительно этой точки равен нулю.

Теорема Вариньона о моменте равнодействующей: Момент равнодействующей $\vec{R}$ плоской системы сходящихся сил $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ относительно точки O , лежащей в плоскости действия сил, равен алгебраической сумме моментов составляемых сил относительно той же точки:

$$M_o(\vec{R}) = \sum_{k=1}^n M_o(\vec{F}_k).$$

Под произвольной плоской системой сил понимают совокупность сил, расположенных в одной плоскости, линии действия которых не пересекаются в одной точке. Методами статики произвольную плоскую систему сил можно значительно упростить, приведя силы к одному центру приведения O , в результате чего в этом центре будет приложена сила $\vec{R}$, называемая главным вектором, и к телу в целом будет еще приложена пара сил с моментом M_o , называемым главным моментом относительно этого центра.

Главный вектор $\vec{R}$ равен геометрической сумме n сил, входящих в данную систему, а главный момент M_o – алгебраической сумме моментов сил относительно центра приведения, включая и алгебраическую сумму моментов пар сил:

$$\bar{R} = \sum_{k=1}^n \bar{F}_k, \quad M_O = \sum_{k=1}^n m_O(\bar{F}_k).$$

Численное значение главного вектора определяется по его проекциям на координатные оси

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2},$$

$$\text{где } R_x = \sum_{k=1}^n F_{kx} \text{ и } R_y = \sum_{k=1}^n F_{ky}.$$

Направление главного вектора находят по косинусам направляющих углов:

$$\cos(\bar{R}, \bar{i}) = \frac{R_x}{R}, \quad \cos(\bar{R}, \bar{j}) = \frac{R_y}{R},$$

где $\bar{i}$, $\bar{j}$ – орты осей Ox и Oy .

Условиями равновесия тела под действием произвольной плоской системы сил являются равенство нулю главного вектора и главного момента относительно любого центра O :

$$\bar{R} = 0 \text{ и } M_O = 0.$$

Эти условия выполняются, если

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^n F_{kx} = 0, \\ \sum_{k=1}^n F_{ky} = 0, \\ \sum_{k=1}^n M_O(\bar{F}_k) = 0. \end{cases} \quad (1.1)$$

Уравнения (1) называются основными уравнениями равновесия. Существуют еще две формы уравнений равновесия:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^n M_A(\bar{F}_k) = 0, \\ \sum_{k=1}^n M_B(\bar{F}_k) = 0, \\ \sum_{k=1}^n F_{kx} = 0, \end{cases} \quad (1.2)$$

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^n M_A(\bar{F}_k) = 0, \\ \sum_{k=1}^n M_B(\bar{F}_k) = 0, \\ \sum_{k=1}^n M_C(\bar{F}_k) = 0. \end{cases} \quad (1.3)$$

В системе уравнений (1.2) ось x не должна быть перпендикулярной к прямой, проходящей через центры A и B , а центры A , B и C в системе (1.3) не должны лежать на одной прямой.

1.2 Пример расчета

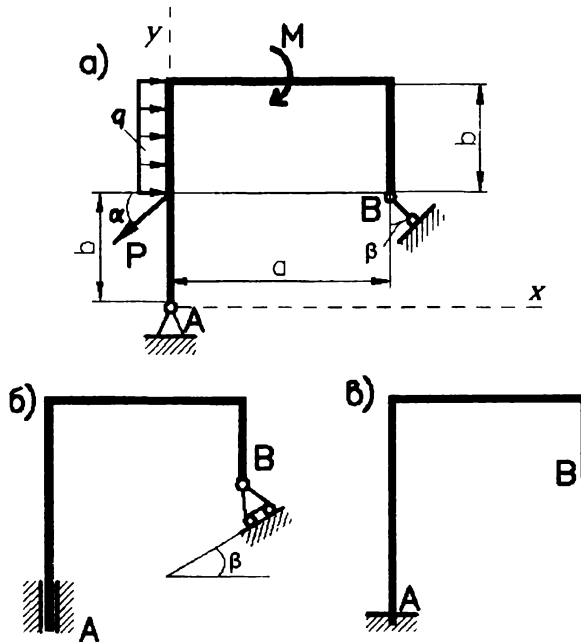


Рисунок 1.4 – Схемы закрепления ломаного стержня

На рисунке 1.4 показаны три способа закрепления бруса, ось которого является ломаной линией. Задаваемая нагрузка и размеры во всех случаях одинаковы. Составить уравнения равновесия для определения реакций опор для всех случаев закрепления. Для схемы (в) провести расчет реакций связей с проверкой полученных результатов.

Дано: $P = 20 \text{ кН}$; $M = 5 \text{ кН} \cdot \text{м}$; $q = 10 \text{ кН/м}$; $a = 1,5 \text{ м}$; $b = 2 \text{ м}$; $\alpha = 45^\circ$; $\beta = 30^\circ$.

Решение:

Рассмотрим решение каждой из схем в отдельности. Связи в точках A и B заменим соответствующими реактивными силами. Равномерно распределенную нагрузку интенсивности q заменим сосредоточенной силой, равной по модулю $Q = q \cdot b$, проходящей через центр тяжести прямоугольника, ограничивающего распределенную нагрузку. Направление вектора $\vec{Q}$ соответствует направлению распределенной нагрузки.

Схема (а) Реакцию невесомого стержня в точке B направляем вдоль стержня. Реакцию шарнирно-неподвижной опоры в точке A разложим на составляющие $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$ в направлении соответствующих координатных осей (рисунок 1.5).

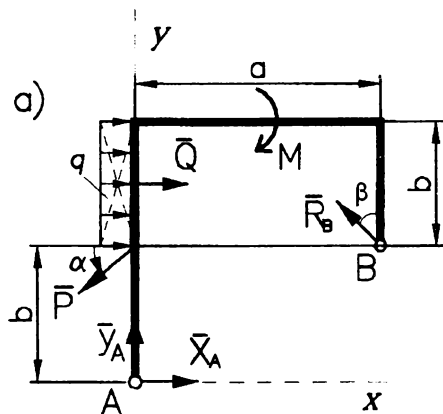


Рисунок 1.5 – Расчетная схема

Для определения трех неизвестных реакций связей составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0; \quad X_A - R_B \sin \beta + Q - P \cos \alpha = 0;$$

$$\sum F_{ky} = 0; \quad Y_A + R_B \cos \beta - P \sin \alpha = 0;$$

$$\sum M_A(\bar{F}_k) = 0; \quad R_B \cos \beta \cdot a + R_B \sin \beta \cdot b - Q \cdot 1,5b + P \cos \alpha \cdot b - M = 0.$$

Схема (б) Реакцию шарнирно-подвижной опоры в точке B направляем по нормали к опорной поверхности. Скользящую заделку в точке A заменяем силой $\bar{X}_A$, направленной перпендикулярно оси стержня, и парой сил с моментом M_A (рисунок 1.6).

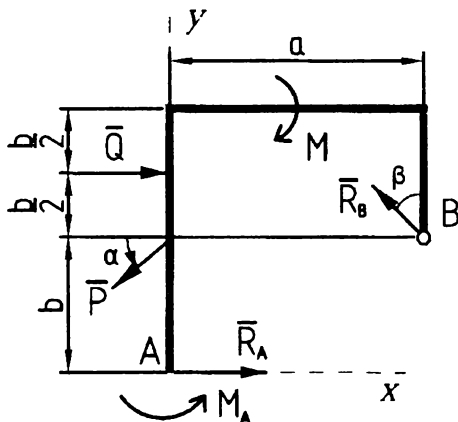


Рисунок 1.6 – Расчетная схема

Для определения неизвестных реакций составляем уравнения равновесия:

$$\begin{cases} \sum F_{kx} = 0; & R_A - R_B \sin \beta + Q - P \cos \alpha = 0; \\ \sum F_{ky} = 0; & R_B \cos \beta - P \sin \alpha = 0; \\ \sum M_A(\bar{F}_k) = 0; & R_B \cos \beta \cdot a + R_B \sin \beta \cdot b - Q \cdot 1,5b + P \cos \alpha \cdot b - M + M_A = 0. \end{cases}$$

Схема (в) Реакция жесткой заделки в точке A включает силу $\bar{R}_A$ и пару сил с моментом M_A . Силу раскладываем на 2 составляющие (рисунок 1.7).

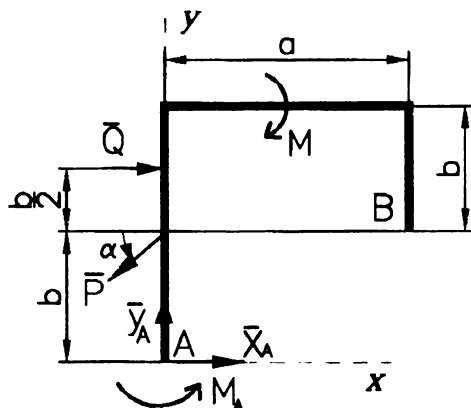


Рисунок 1.7 – Расчетная схема

Для определения реакций составляем уравнения равновесия:

$$\begin{cases} \sum F_{kx} = 0; & X_A + Q - P \cos \alpha = 0; \\ \sum F_{ky} = 0; & Y_A - P \sin \alpha = 0; \\ \sum M_A(\bar{F}_k) = 0; & M_A - Q \cdot 1,5b + P \cos \alpha \cdot b - M = 0. \end{cases}$$

Решаем полученную систему уравнений, учитывая, что $Q = q \cdot b = 10 \cdot 2 = 20$ кН:

$$X_A = P \cos \alpha - Q = 20 \cdot \cos 45^\circ - 20 = -5,86 \text{ кН};$$

$$Y_A = P \sin \alpha = 20 \cdot \sin 45^\circ = 14,14 \text{ кН};$$

$$M_A = Q \cdot 1,5b - P \cos \alpha \cdot b + M = 20 \cdot 3 - 20 \cdot \cos 45^\circ \cdot 2 + 5 = 36,72 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Для проверки полученных результатов составим проверочное уравнение моментов относительно точки B :

$$\begin{aligned} \sum M_B(\bar{F}_k) &= M_A - Q \cdot 0,5b + P \sin \alpha \cdot a - M + X_A \cdot b - Y_A \cdot a = 36,72 - 20 \cdot 1 + \\ &+ 20 \cdot \sin 45^\circ \cdot 1,5 - 5 - 5,86 \cdot 2 - 14,14 \cdot 1,5 = 57,93 - 57,93 = 0, \end{aligned}$$

что подтверждает правильность проведенных расчетов.

Ответ: $X_A = -5,86$ кН; $Y_A = 14,14$ кН; $M_A = 36,72$ кН·м. Направление силы $\bar{X}_A$ противоположно показанному на рисунке.

1.3. Условие задачи к расчетно-графической работе «Определение реакций опор твердого тела»

На схемах показаны три способа закрепления бруса, ось которого – ломаная линия. Задаваемая нагрузка и размеры во всех трех случаях одинаковы. Составить уравнения равновесия для определения реакций опор для всех трех случаев закрепления. Для одной из схем (по указанию преподавателя) провести расчет реакций связей с проверкой результатов. Схемы бруса приведены на рисунке 1.8, числовые данные – в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Числовые данные

№ варианта	F , кН	q , кН/м	M , кН·м	a , м	b , м	α , град	β , град
1	20	2	11	1,2	1,3	26	15
2	25	6	14	1,6	2,3	31	31
3	10	9	12	2,1	1,7	43	44
4	12	3	9	1,9	1,8	37	62
5	6	5	18	2,5	2,1	24	71
6	18	4	15	1,4	2,5	21	23
7	14	11	12	1,1	1,0	15	54
8	8	6	10	1,5	1,7	19	18
9	11	8	8	2,5	2,0	47	35
10	15	7	16	1,7	1,1	67	39
11	23	10	18	1,6	1,5	49	27
12	17	6	15	1,8	1,3	51	45
13	11	5	14	2,3	1,3	35	32
14	15	9	18	1,7	1,8	39	40
15	18	8	21	1,1	2,1	55	21
16	12	11	9	2,6	1,9	61	46
17	7	7	13	1,4	1,6	78	38
18	11	4	16	1,7	1,5	54	61
19	9	10	15	1,9	1,8	32	45
20	11	5	19	2,0	2,3	14	47
21	23	6	10	2,3	1,4	21	34
22	5	11	9	1,6	1,8	66	23
23	9	8	14	1,8	1,9	22	54
24	16	9	18	1,5	2,2	19	39
25	13	12	11	1,9	2,4	34	44
26	14	6	16	1,0	2,5	50	35
27	22	3	17	2,3	1,7	46	42
28	17	9	12	2,2	1,5	59	19
29	14	7	13	1,9	2,1	76	37
30	18	8	10	1,3	1,8	63	51

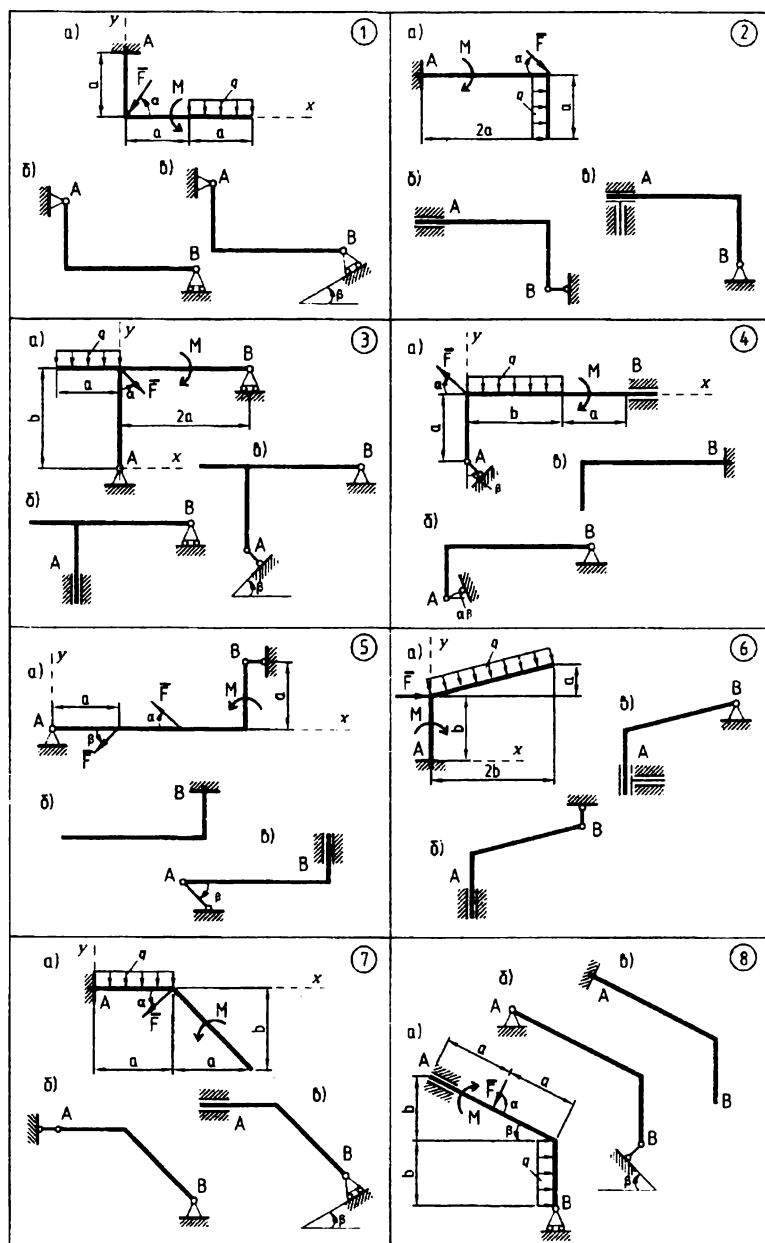
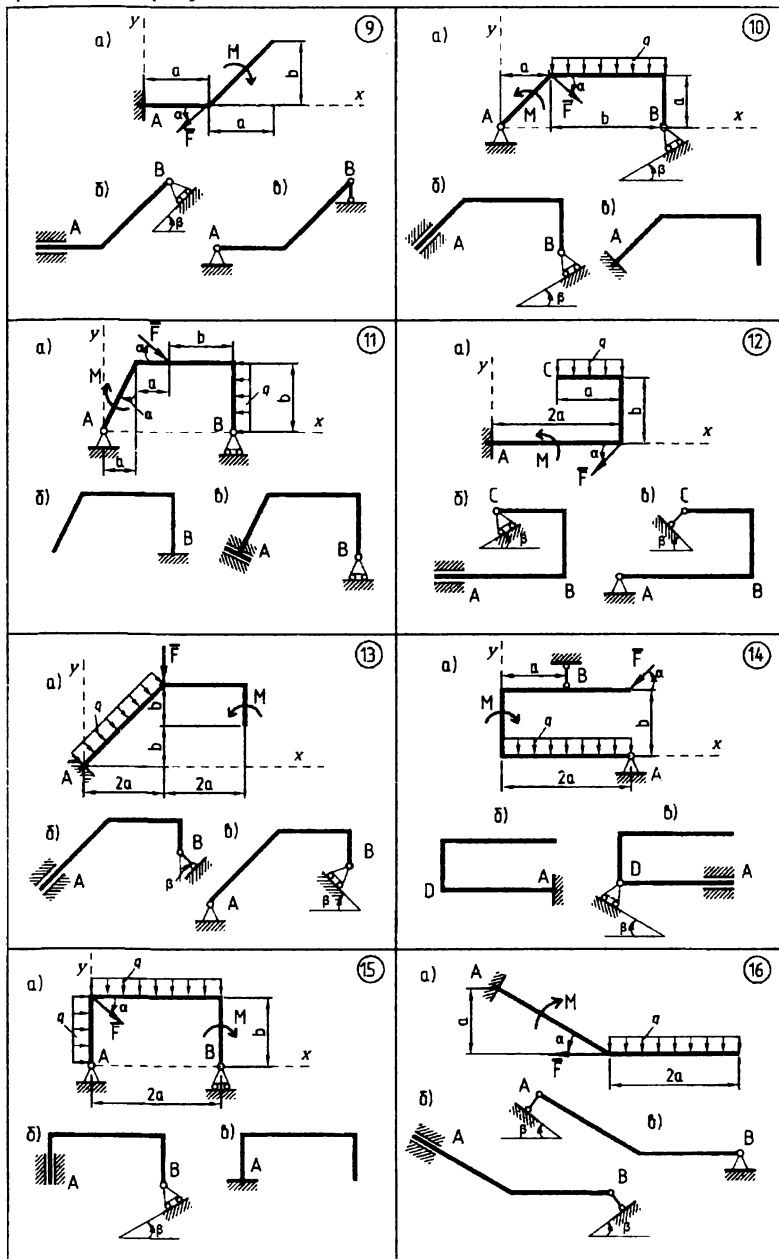
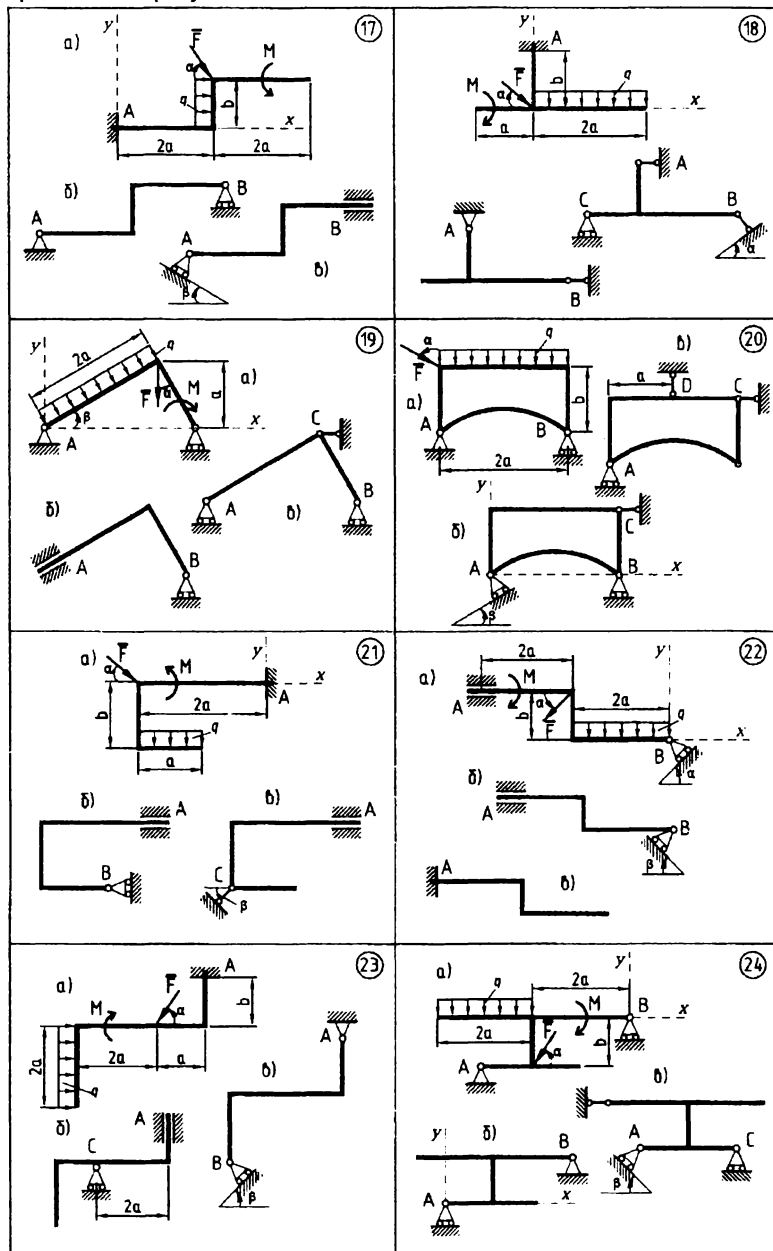


Рисунок 1.8 – Схемы бруса

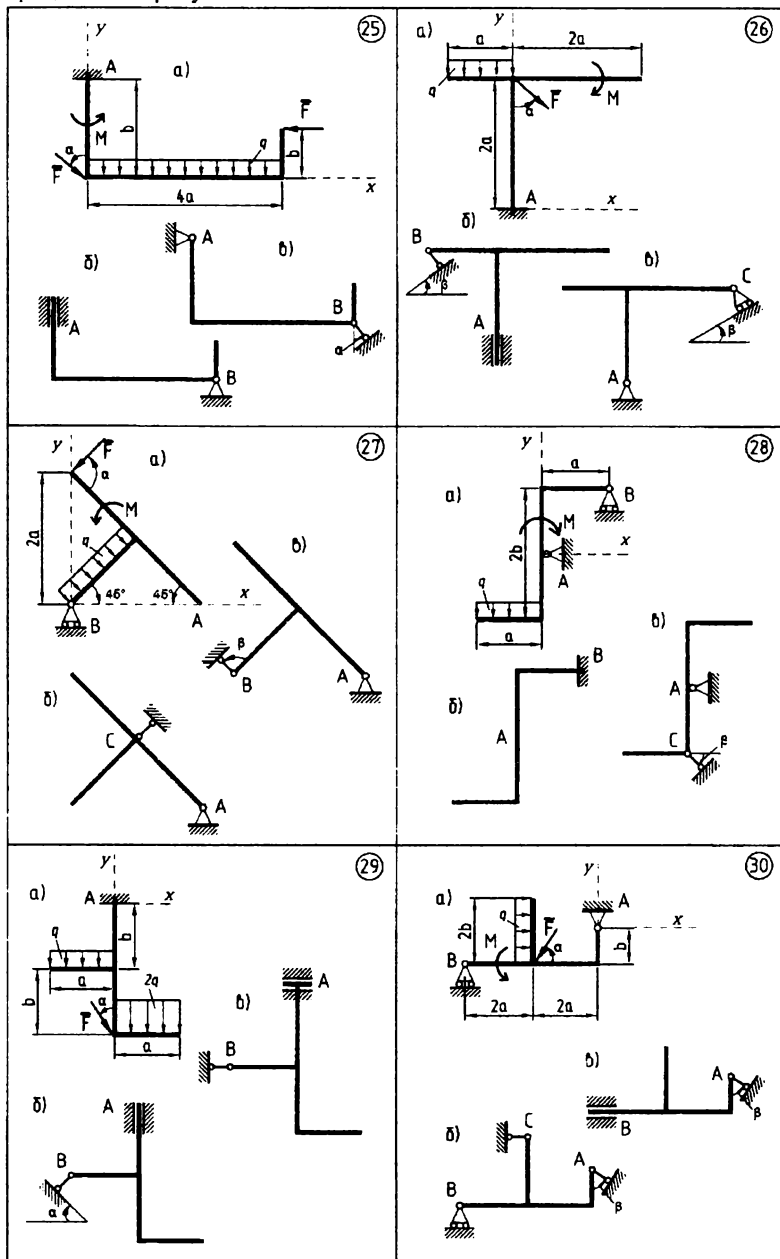
Продолжение рисунка 1.8



Продолжение рисунка 1.8



Продолжение рисунка 1.8



ЗАДАНИЕ 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ПОМОЩЬЮ ПРИНЦИП ДАЛАМБЕРА-ЛАГРАНЖА

2.1 Краткие теоретические сведения

Общее уравнение динамики применяется к исследованию движения несвободных механических систем, тела или точки которых движутся с некоторыми ускорениями. В соответствии с принципом Даламбера совокупность приложенных к механической системе активных сил, сил реакций связей и сил инерции всех точек системы образует уравновешенную систему сил.

Если к такой системе применить принцип возможных перемещений (принцип Лагранжа), то получим объединенный принцип Лагранжа-Даламбера или общее уравнение динамики: При движении несвободной механической системы с двухсторонними, идеальными, стационарными и голономными связями сумма элементарных работ всех приложенных к точкам системы активных сил $\overline{F_k^a}$ и сил инерции $\overline{\Phi_k}$ на любом возможном перемещении системы равна нулю».

$$\sum_{k=1}^n \delta A_k^a + \sum_{k=1}^n \delta A_k^\Phi = 0.$$

Выражению можно придать другие эквивалентные формы: а) в виде скалярного произведения векторов

$$\sum_{k=1}^n (\overline{F_k^a} + \overline{\Phi_k}) \cdot \delta \overline{r_k} = 0;$$

б) в аналитическом виде

$$\sum_{k=1}^n [(F_{kx} + \Phi_{kx}) \delta x_k + (F_{ky} + \Phi_{ky}) \delta y_k + (F_{kz} + \Phi_{kz}) \delta z_k] = 0.$$

В этих уравнениях сила инерции материальной точки $\overline{\Phi_k} = -m_k \overline{a_k}$, а ее проекции на оси координат $\Phi_{kx} = -m_k \ddot{x}_k$, $\Phi_{ky} = -m_k \ddot{y}_k$, $\Phi_{kz} = -m_k \ddot{z}_k$, тогда уравнения можно представить в следующем виде:

$$\sum_{k=1}^n (\overline{F_k} - m_k \overline{a_k}) \cdot \delta \overline{r_k} = 0,$$
$$\sum_{k=1}^n [(F_{kx} - m_k \ddot{x}_k) \delta x_k + (F_{ky} - m_k \ddot{y}_k) \delta y_k + (F_{kz} - m_k \ddot{z}_k) \delta z_k] = 0.$$

2.2. Задание к выполнению расчетно-графической работы

С помощью принципа Даламбера-Лагранжа определить ускорение груза 1. Массой нитей и упругих элементов пренебречь. Гибкие нити считать нерастяжимыми. Качение катка, представляющего собой однородный цилиндр, происходит без скольжения. Номера схем выбираются из рисунка 1. Числовые данные принять по таблице 2.1.

Пояснения к обозначениям и числовым данным:

m_1, m_2, m_3, m_4 – массы тел 1–4, выражаемые через некую массу m ,

R, r – радиусы окружностей колес (индексы указывают на соответствующее тело),

i_2, i_3 – радиусы инерции относительно осей вращения тел, проходящих через их центры масс (если радиусы инерции тела не заданы, то оно считается однородным диском),

α и β – углы наклона плоскостей,

f и δ – коэффициенты трения скольжения и качения (соответственно).

Массы заданы в килограммах, линейные размеры – в метрах, углы – в радианах.

Массы тел принимаются по формулам

$$m_1 = K_{m1} \cdot m, \quad m_2 = K_{m2} \cdot m, \quad m_3 = K_{m3} \cdot m, \quad m_4 = K_{m4} \cdot m.$$

Радиусы колес $R_2 = 0,30$ м, $R_3 = 0,20$ м (если нет указания на схеме).

Радиусы инерции $i_2 = 0,20$ м, $i_3 = 0,15$ м.

Коэффициент трения скольжения $f = 0,2$, коэффициент трения качения $\delta = 0,25 \cdot 10^{-2}$ м.

Углы $\alpha = K_\alpha \cdot \pi/12$ и $\beta = K_\beta \cdot \pi/12$.

Жесткость пружины принять по формуле $c = K_c \cdot m_1$ г/Л, где $g = 9.81$ м/с², $L = 1.0$ м.

Начальная скорость $V_0 = K_V \cdot l$ (м/сек).

Все числовые коэффициенты ($K_{m1}, \dots, K_V$) и зависимость $F^a(S)$ указываются преподавателем при выдаче задания, например, как указано в таблице.

Таблица 2.1 – Числовые данные к выполнению расчетно-графической работы

№ п/п	1	2	3
K_{m1}	1,0	1,0	1,0
K_{m2}	2,0	3,0	1,0
K_{m3}	2,0	1,0	2,0
K_{m4}	1,0	1,0	1,0
K_α	3,0	2,0	4,0
K_β	3,0	4,0	2,0
K_c	2,0	3,0	1,0
K_V	1,0	2,0	1,0
$F^a(S)$	$Mg \cdot \sin(\pi S/2S_2)$	$Mg \cdot S/S_2$	$Mg \cdot (S/S_2)^2$
M	$3,0 \cdot m$	$3,0 \cdot m$	$3,0 \cdot m$
S_2	0,5	0,5	0,5

Схемы механизмов показаны в положении статического равновесия (рисунок 2.1).

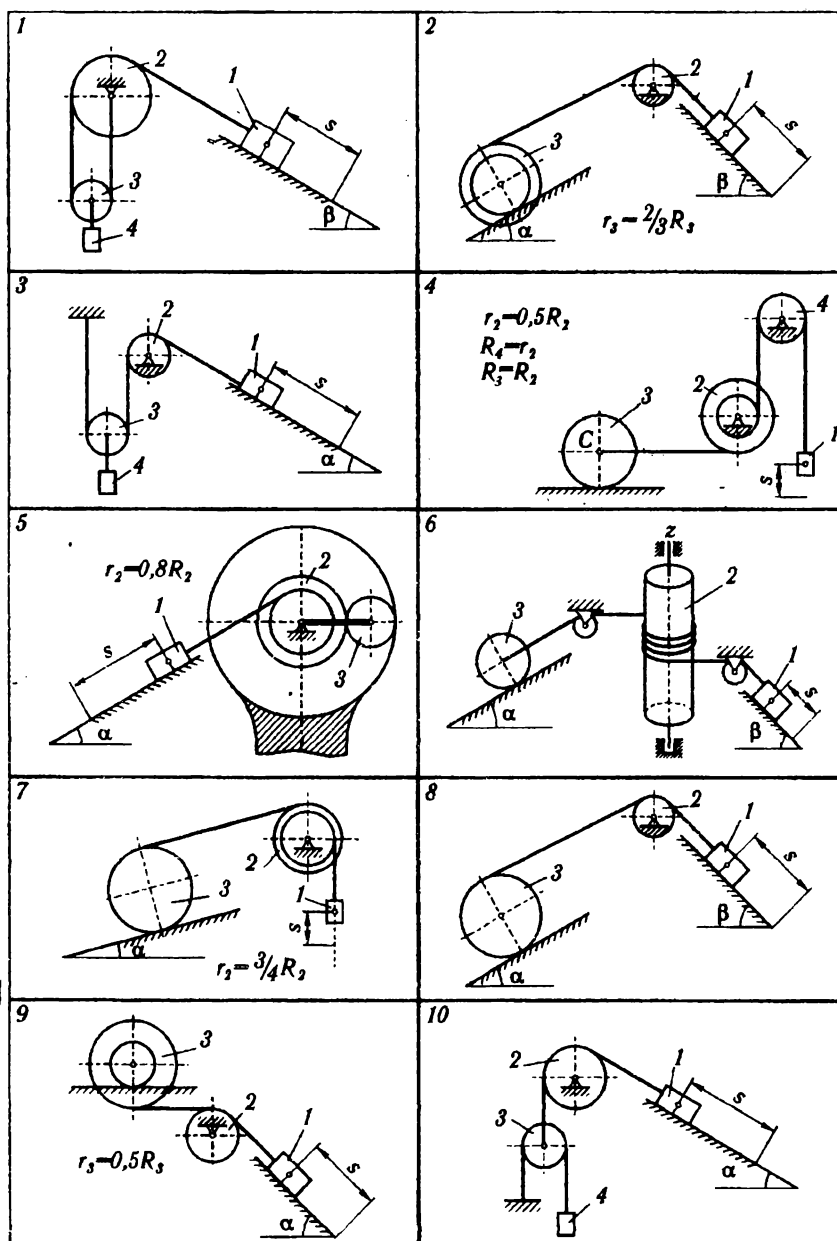
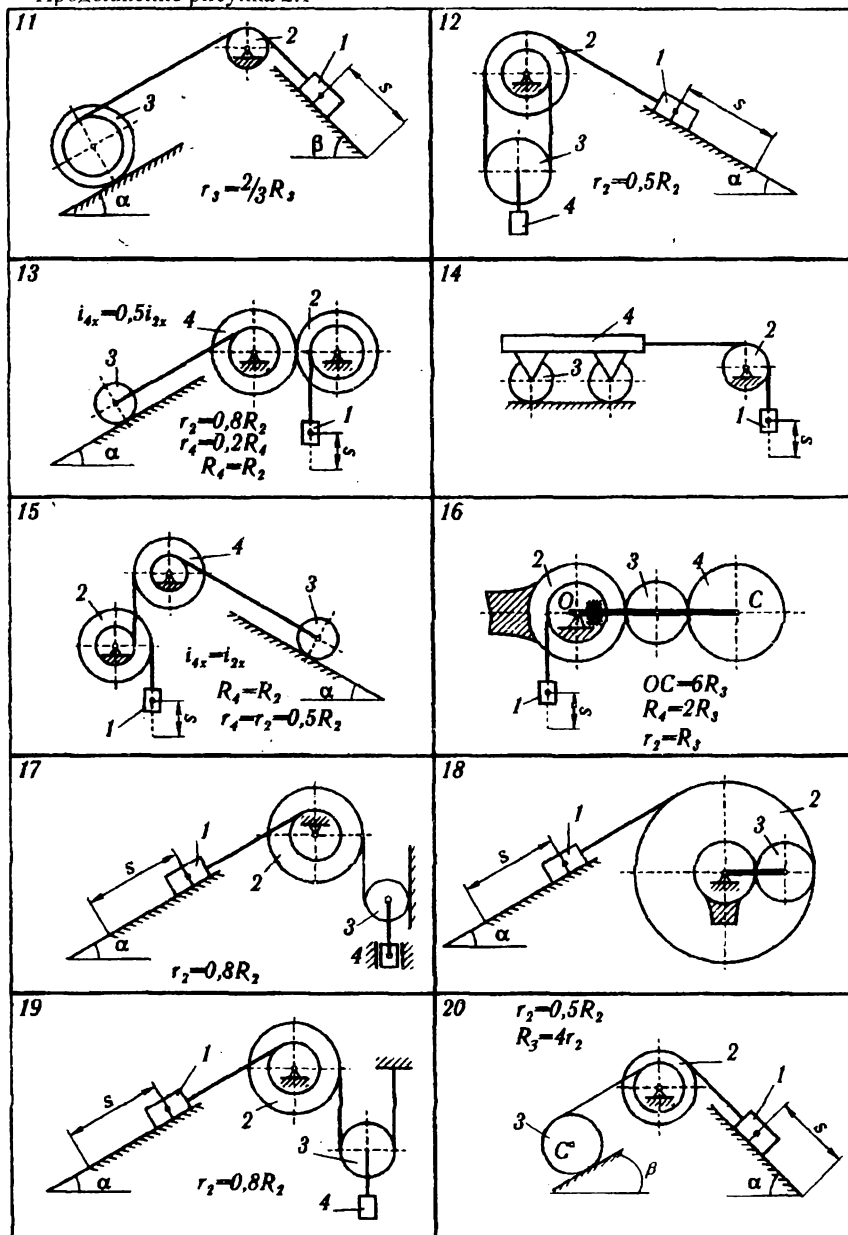


Рисунок 2.1 – Схемы заданий по вариантам

Продолжение рисунка 2.1



Продолжение рисунка 2.1

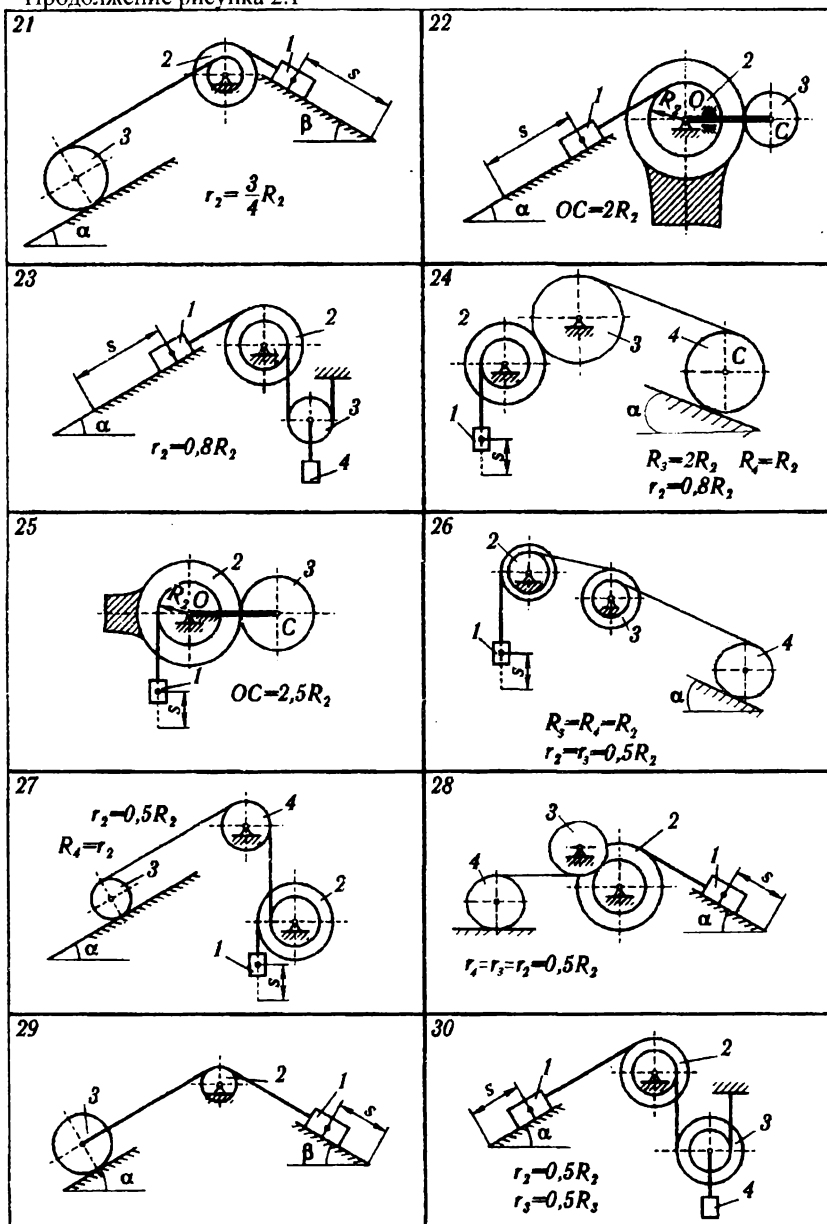


Рисунок 2.1 – Схемы заданий

2.3. Пример выполнения задания

Дано: $K_{m1} = 3, K_{m2} = 1, K_{m3} = 1, K_{m4} = 2, K_a = 4, K_c = 1, K_V = 1,$

$M = 3 \cdot m, S_2 = 0,5, Fa(S) = M \cdot g \cdot e^{\left(\frac{S}{S_2}\right)} = 3 \cdot m \cdot g \cdot e^{\left(\frac{S}{0,5}\right)} = 3 \cdot g \cdot m \cdot e^{2 \cdot 0,5}.$

Массы тел принимаются по формулам:

$m_1 = K_{m1} \cdot m = 3m [\text{кг}], m_2 = K_{m2} \cdot m = m [\text{кг}],$

$m_3 = K_{m3} \cdot m = m [\text{кг}], m_4 = K_{m4} \cdot m = 2m [\text{кг}].$

Радиусы тел $R_2 = R_3 = 0,3 \text{ м}.$

Радиус инерции $i_2 = 0,2 \text{ м}.$

Коэффициент трения качения: $\delta = 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$

Угол $\alpha = K_a \cdot \frac{\pi}{12} = 4 \cdot \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3}.$

Жесткость пружины принять по формуле

$c = K_c \cdot m_1 \cdot \frac{g}{L} = 3 \cdot m \cdot \frac{g}{1} = 3mg.$

Начальная скорость $V_0 = K_V \cdot l = 1 \text{ м/с}.$

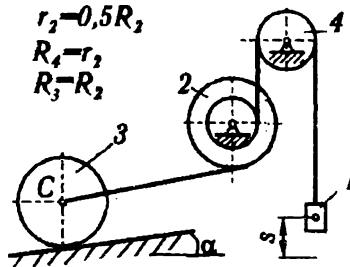


Рисунок 2.2 – Исходная схема

Найти: закон движения груза 1.

Решение:

Рассмотрим движение неизменяемой механической системы, состоящей из тел 1, 2, 3, соединенных нитями. Механическая система имеет одну степень свободы. Связи, наложенные на эту систему, – идеальные. Для определения закона движения груза 1 применим общее уравнение динамики

$$\sum \delta A_k^a + \sum \delta A_k^i = 0, \quad (2.1)$$

где $\sum \delta A_k^a$ – сумма элементарных работ активных сил на возможном перемещении системы, $\sum \delta A_k^i$ – сумма элементарных работ сил инерции.

Изображаем на чертеже активные силы $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3, \bar{P}_4$, силу упругости $\bar{F}_{упр}$ и активную силу $\bar{F}$. Задавшись направлением ускорения $\bar{a}_1$, изображаем на чертеже силы инерции, $\bar{\Phi}_1, \bar{\Phi}_3$ и пары сил инерции с моментами M_2^i, M_3^i и M_4^i , величины которых равны

$$\Phi_1 = m_1 a_1, \quad \Phi_3 = m_3 a_{C3},$$

$$M_2^\Phi = I_{C_2} \varepsilon_2 = m_2 i_2^2 \varepsilon_2, \quad M_3^\Phi = I_{C3} \varepsilon_3 = \frac{m_3 R_3^2}{2} \varepsilon_3, \quad M_4^\Phi = I_{C4} \varepsilon_4 = \frac{m_4 r_4^2}{2} \varepsilon_4. \quad (2.2)$$

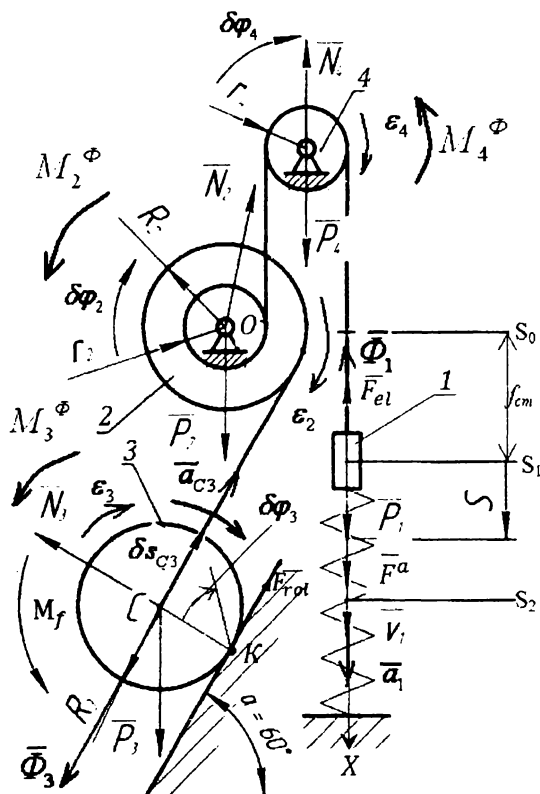


Рисунок 2.3 – Расчетная схема механизма

Сообщим системе возможное перемещение и найдем возможную работу активных сил как сумму элементарных работ:

$$\sum \delta A_k = \delta A(\bar{P}_1) + \delta A(\bar{P}_3) + \delta A(\bar{F}_{ypp}) + \delta A(\bar{F}_a) + \delta A(M_f), \quad (2.3)$$

где

$$\delta A(\bar{P}_1) = P_1 \cdot \delta s_1,$$

$$\delta A(\bar{F}_{ypp}) = -F_{ypp} \cdot \delta s_1,$$

$$\delta A(\bar{F}_a) = F_a \cdot \delta s_1,$$

$$\delta A(M_f) = -M_f \cdot \delta \varphi_3, \text{ где } M_f = N_3 \cdot \delta = P_3 \cos \alpha \cdot \delta = mg \cos \alpha \cdot \delta.$$

$$\Phi_1 = m_1 a_1, \quad \Phi_3 = m_3 a_{C3},$$

$$M_2^\Phi = I_{C_2} \varepsilon_2 = m_2 i_2^2 \varepsilon_2, \quad M_3^\Phi = I_{C3} \varepsilon_3 = \frac{m_3 R_3^2}{2} \varepsilon_3, \quad M_4^\Phi = I_{C4} \varepsilon_4 = \frac{m_4 r_4^2}{2} \varepsilon_4. \quad (2.2)$$

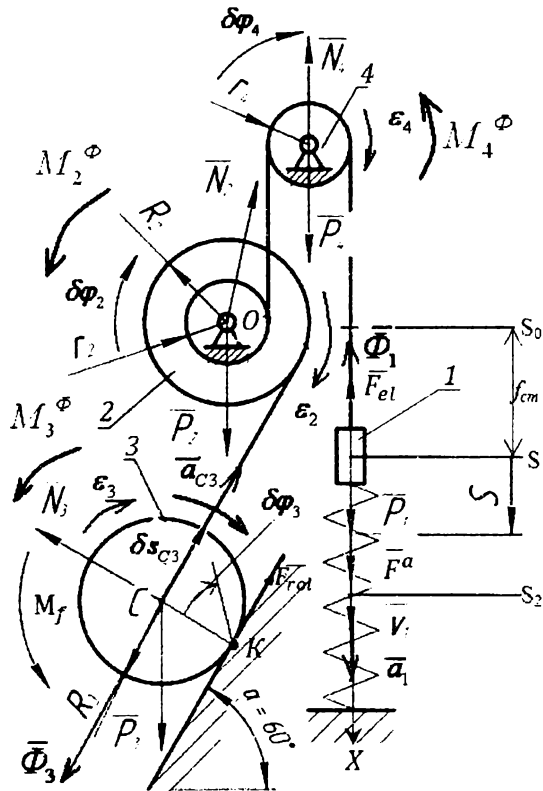


Рисунок 2.3 – Расчетная схема механизма

Сообщим системе возможное перемещение и найдем возможную работу активных сил как сумму элементарных работ:

$$\sum \delta A_k = \delta A(\bar{P}_1) + \delta A(\bar{P}_3) + \delta A(\bar{F}_{\text{уп}}) + \delta A(\bar{F}_a) + \delta A(M_f), \quad (2.3)$$

где

$$\delta A(\bar{P}_1) = P_1 \cdot \delta s_1,$$

$$\delta A(\bar{F}_{\text{уп}}) = -F_{\text{уп}} \cdot \delta s_1,$$

$$\delta A(\bar{F}_a) = F_a \cdot \delta s_1,$$

$$\delta A(M_f) = -M_f \cdot \delta \varphi_3, \quad \text{где } M_f = N_3 \cdot \delta = P_3 \cos \alpha \cdot \delta = mg \cos \alpha \cdot \delta.$$

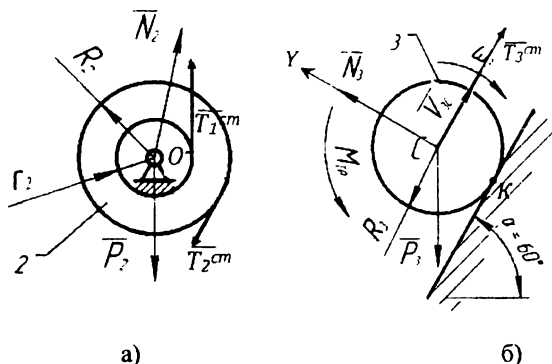


Рисунок 2.5 – Расчетные схемы тел 2 и 3

Рассмотрим равновесие тела 2 (рисунок 2.4а), составим уравнение моментов относительно точки O :

$$T_1^{cm} \cdot r_2 - T_2^{cm} \cdot R_2 = 0, \quad (2.8)$$

$$T_1^{cm} = \frac{T_2^{cm} \cdot R_2}{r_2} \text{ Заметим, что } T_3^{cm} = T_2^{cm}.$$

Рассмотрим равновесие колеса 3 (рисунок 2.4б). Составим уравнение моментов всех сил относительно точки K (мгновенный центр скоростей):

$$\sum M_K = 0, \quad M_{mp} + P_3 \sin \alpha \cdot R_3 - T_3^{cm} \cdot R_3 = 0, \quad (2.9)$$

$$T_3^{cm} = \frac{M_{mp} + P_3 \sin \alpha \cdot R_3}{R_3}, \quad M_{mp} = N_3 \cdot \delta,$$

уравнение проекций сил, действующих на тело 3, на ось y :

$$\sum F_{ky} = 0, \quad -P_3 \cos \alpha + N_3 = 0, \quad (2.10)$$

$$N_3 = P_3 \cos \alpha = m_3 g \cos \alpha, \quad M_{mp} = m_3 g \cos \alpha \cdot \delta.$$

Окончательно получим:

$$\begin{aligned} T_1^{cm} &= \frac{T_2^{cm} \cdot R_2}{r_2} = \frac{M_{mp} + P_3 \sin \alpha \cdot R_3}{R_3} \cdot \frac{R_2}{r_2} = \frac{m_3 g \cos \alpha \cdot \delta + m_3 g \sin \alpha \cdot R_3}{R_3} \cdot \frac{R_2}{r_2}, \\ f_{cm} &= \frac{P_1 - T_1^{cm}}{c} = \frac{m_1 g - \left(\frac{m_3 g \cos \alpha \cdot \delta + m_3 g \sin \alpha \cdot R_3}{R_3} \cdot \frac{R_2}{r_2} \right)}{c} = \\ &= \frac{3mg - \left(\frac{mg \cos \alpha \cdot \delta + mg \sin \alpha \cdot R_3}{R_3} \cdot \frac{R_2}{r_2} \right)}{3mg} = 1 - \frac{\cos \alpha \cdot \delta + \sin \alpha \cdot R_3}{3R_3} \cdot \frac{R_2}{0,5R_2} = \\ &= 1 - \frac{\cos 60^\circ \cdot 0,005 + \sin 60^\circ \cdot 0,3}{1,5 \cdot 0,3} = 0,42 \text{ м.} \end{aligned}$$

Тогда выражение (2.5) с учетом исходных данных примет вид:

$$\begin{aligned} \sum \delta A_k^a = & \left(3mg - 3mg \cdot (0,42 + s_1) + 3mg \cdot e^{2s_1} - mg \cdot \frac{R_2}{r_2} \cdot \sin \alpha - \right. \\ & \left. - mg \cos \alpha \cdot \delta \cdot \frac{R_2}{r_2 \cdot R_3} \right) \cdot \delta s_1 = mg \cdot \left(3 - 3 \cdot (0,42 + s_1) + 3 \cdot e^{2s_1} - \frac{R_2}{r_2} \cdot \sin \alpha - \right. \\ & \left. - \cos \alpha \cdot \delta \cdot \frac{R_2}{r_2 \cdot R_3} \right) \cdot \delta s_1. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Найдем сумму элементарных работ сил инерции:

$$\begin{aligned} \sum \delta A_k^\phi = & -\Phi_1 \cdot \delta s_1 - M_2^\phi \cdot \delta \varphi_2 - M_4^\phi \cdot \delta \varphi_4 - M_3^\phi \cdot \delta \varphi_3 - \Phi_3 \cdot \delta s_{c3} = \\ = & -m_1 a_1 \cdot \delta s_1 - m_2 i_2^2 \varepsilon_2 \cdot \delta \varphi_2 - \frac{m_3 R_3^2}{2} \varepsilon_3 \cdot \delta \varphi_3 - \frac{m_4 r_4^2}{2} \varepsilon_4 \cdot \delta \varphi_4 - m_3 a_{c3} \cdot \delta s_{c3} = \\ = & -m_1 a_1 \cdot \delta s_1 - m_2 i_2^2 \varepsilon_2 \cdot \frac{\delta s_1}{r_2} - \frac{m_3 R_3^2}{2} \varepsilon_3 \cdot \frac{R_2}{R_3} \frac{\delta s_1}{r_2} - \frac{m_4 r_4^2}{2} \varepsilon_4 \cdot \frac{\delta s_1}{r_4} - \\ & - m_3 a_{c3} \cdot \frac{\delta s_1}{r_2} \cdot R_2 = -m_1 a_1 \cdot \delta s_1 - m_2 i_2^2 \cdot \frac{a_1}{r_2} \cdot \frac{\delta s_1}{r_2} - \frac{m_3 R_3^2}{2} \frac{R_2}{R_3} \frac{a_1}{r_2} \cdot \frac{R_2}{R_3} \frac{\delta s_1}{r_2} - \\ & - \frac{m_4 r_4^2}{2} \cdot \frac{a_1}{r_4} \cdot \frac{\delta s_1}{r_4} - m_3 \cdot \frac{a_1}{r_2} \cdot R_2 \cdot \frac{\delta s_1}{r_2} \cdot R_2 = \\ = & \left(-m_1 - m_2 \frac{i_2^2}{r_2^2} - \frac{m_3 R_2^2}{2 r_2^2} - \frac{m_4}{2} - m_3 \frac{R_2^2}{r_2^2} \right) a_1 \cdot \delta s_1 = \\ = & \left(-3 - \frac{i_2^2}{r_2^2} - \frac{3 R_2^2}{2 r_2^2} - 1 \right) m a_1 \cdot \delta s_1. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Составляем уравнение (2.1)

$$\begin{aligned} mg \cdot \left(3 - 3 \cdot (0,42 + s_1) + 3 \cdot e^{2s_1} - \frac{R_2}{r_2} \cdot \sin \alpha - \cos \alpha \cdot \delta \cdot \frac{R_2}{r_2 \cdot R_3} \right) \cdot \delta s_1 + \\ + \left(-4 - \frac{i_2^2}{r_2^2} - \frac{3 R_2^2}{2 r_2^2} \right) m a_1 \cdot \delta s_1 = 0 \end{aligned}$$

Разделив на $\delta s \neq 0$, получим

$$g \cdot \left(3 - 3 \cdot (0,42 + s_1) + 3 \cdot e^{2s_1} - \frac{R_2}{r_2} \cdot \sin \alpha - \cos \alpha \cdot \delta \cdot \frac{R_2}{r_2 \cdot R_3} \right) + \left(-4 - \frac{i_2^2}{r_2^2} - \frac{3 R_2^2}{2 r_2^2} \right) a_1 = 0$$

откуда

$$a_1 = \frac{g \cdot \left(3 - 3 \cdot (0,42 + s_1) + 3 \cdot e^{2s_1} - \frac{R_2}{r_2} \cdot \sin \alpha - \cos \alpha \cdot \delta \cdot \frac{R_2}{r_2 \cdot R_3} \right)}{4 + \frac{i_2^2}{r_2^2} + \frac{3 R_2^2}{2 r_2^2}}.$$

Подставляем числовые значения

$$a_1 = \frac{g \cdot \left(3 - 3 \cdot (0,42 + s_1) + 3 \cdot e^{2s_1} - \frac{0,3}{0,15} \cdot \sin 60^\circ - \cos 60^\circ \cdot 0,005 \cdot \frac{0,3}{0,15 \cdot 0,3} \right)}{4 + \frac{0,2^2}{0,15^2} + \frac{3}{2} \frac{0,3^2}{0,15^2}} =$$

$$= \frac{g \cdot (0,0085 - 3 \cdot s_1 + 3 \cdot e^{2s_1})}{11,78} = -0,007 - 2,49 \cdot s_1 + 2,49 \cdot e^{2s_1}.$$

Строим график зависимости $a_1(s)$.

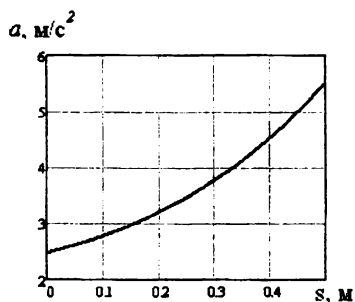


Рисунок 2.6 – График зависимости ускорения груза 1 от координаты

ЛИТЕРАТУРА

1. Добронравов, В. В. Курс теоретической механики: учебник для машиностроительных специальностей вузов / В. В. Добронравов, Н. Н. Никитин. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Высшая школа, 1983. – 575 с.
2. Никитин, Н. Н. Курс теоретической механики / Н. Н. Никитин. – 5-е изд. – М. : Высшая школа, 1990. – 607 с.
3. Яблонский, А. А. Курс теоретической механики. учебное пособие для технических вузов / А. А. Яблонский, В. М. Никифорова. – 8-е изд., стереотип. – СПб. : Лань, 2001. – 764 с.
4. Тарг, С. М. Краткий курс теоретической механики. Учебник для втузов / С. М. Тарг. – 12 изд., стереотип. – М. : Высшая школа, 2002. – 416 с.
5. Горбач, Н. И. Теоретическая механика. Динамика: учеб. пособие / Н. И. Горбач. – Минск : Выш. школа, 2010. – 320 с.
6. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах: в 2-х т. / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. – М. : Наука, 1975.
7. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: учебное пособие для втузов -- под ред. проф. А. А. Яблонского. 3-е изд., испр. – М. : Высшая школа, 1978. – 388 с.

Учебное издание

Составители:

Хвисевич Виталий Михайлович

Веремейчик Андрей Иванович

**Задания и методические указания
к выполнению расчетно-графических работ
по теоретической механике**

для студентов специальности 1 – 53 01 01
«Автоматизация технологических процессов
и производств»

Ответственный за выпуск: Хвисевич В. М.

Редактор: Митлошук М. А.

Компьютерная вёрстка: Рогожина Ю. А.

Корректор: Дударук С. А.

Подписано в печать 30.12.2021 г. Формат 60х84 ¹/₁₆. Бумага «Performer».
Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 1,63. Уч. изд. л. 1,75. Заказ № 1479. Тираж 19 экз.
Отпечатано на ризографе учреждения образования «Брестский государственный
технический университет». 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий № 1/235 от 24.03.2014 г.