

уменьшении значения $\bar{U}$ эффективным является снижение напряжений, а следовательно, увеличение площадей поперечных сечений прежде всего в сильно напряженных стержнях. При определенном значении $\bar{U}$ существуют определенные показатели характера и степени изменения напряжений и площадей сечений.

Пропорциональное увеличение площадей сечений с целью удовлетворения условия $U = \bar{U}$ может привести к превышению веса фермы на 50 и более процентов.

Проведенный качественный анализ результатов оптимизации ферм в условиях реального проектирования доказывает практическую сходимость разработанного поэтапного процесса оптимизации к глобальному либо близкому к нему минимуму целевой функции, позволяет управлять процессом оптимизации с целью эффективного использования ЭЦВМ и исключения принципиально неверных результатов, а также будет способствовать дальнейшему совершенствованию алгоритмов и программ оптимизации стержневых систем.

Л и т е р а т у р а

1. Коршун Л.И. Метод поэтапной оптимизации статически неопределимых ферм в условиях реального проектирования. Материалы Всесоюзной конференции "Проблемы оптимизации в механике твердого деформируемого тела". Выпуск I. Вильнюс, 1974.

2. Frank M., Wolfe Ph., An Algorithm for Quadratic Programming, Nav. Res. Log. Quart., 3 (1956), 95-110.

Л.И.Коршун

УДК 624.045

ОПТИМИЗАЦИЯ ШАРНИРНО-СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ ПРИ УЧЕТЕ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ РАСТЯНУТЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Рассматривается задача весовой оптимизации шарнирно-стержневых систем заданной геометрии при учете ограничений по жесткости, конструктивных ограничений на площади поперечных сечений и возможности работы растянутых элементов в упруго-пластической стадии. Устойчивость сжатых стержней осуществляется пу-

тем итерации в предположении однократного простого нагружения при активных деформациях элементов. Материал системы принимается идеальным упруго-пластическим. Кроме того, следует учитывать, что для сжатых стержней металлических ферм, как правило, появление пластических деформаций связано с потерей устойчивости сжатых элементов. Поэтому развитие в них пластических деформаций считается недопустимым. Как уже отмечалось [1], при учете данного обстоятельства в ряде случаев для ферм минимального объема работа растянутых элементов в упруго-пластической стадии может оказаться неосуществимой, тогда как при условиях она является вполне реальной.

При наличии ограничений по жесткости количество стержней, работающих в упруго-пластической стадии, может оказаться меньшим $n+1$ (n - степень статической неопределимости), так как с последовательным включением в пластическую работу новых растянутых стержней ограничения по жесткости могут перейти в разряд активных. В связи с этим расчет оптимальных ферм по первым двум расчетным предельным состояниям с учетом упруго-пластической работы растянутых элементов в общем случае не будет соответствовать расчету по физически предельному состоянию.

Предлагаемый метод и алгоритм оптимизации шарнирно-стержневых систем основан на использовании разработанного ранее в линейно-упругой постановке [2] способа и сводится к следующему.

1. При $\bar{\sigma}_j = \sigma_{jt}$, $j = \{j | \sigma_j > 0\}$, где σ_{jt} - предел текучести материала элементов, $\bar{\sigma}_j$ - предельные значения напряжений, решается задача оптимизации в линейно-упругой постановке и находится оптимальное решение: $X^{*(1)}$, $\sigma^{*(1)}$, $F^{*(1)}$. При этом в $k^{(1)}$ растянутых стержнях с линейно-независимыми усилиями $\sigma_j^{*(1)} = \sigma_{jt}$. Обозначим подмножество этих стержней через $K^{(1)}$.

Если $K^{(1)} = \Phi$, то упруго-пластическая работа растянутых стержней фермы в оптимальном решении неосуществима. При $K^{(1)} \neq \Phi$ и $k^{(1)} \geq n+1$ имеет место физическое предельное состояние, когда в $k^{(1)}$ стержнях, как минимум, усилия равны $N_{jt} = \sigma_{jt} F_j^{*(1)}$, а действующая нагрузка является предельной. В этом случае процесс оптимизации явля-

ется завершенным. При $K^{(1)} \neq \Phi$ и $k^{(1)} < n+1$ выполняется следующее действие.

2. Усилия $N_{jt} = \sigma_{jt} F_j^*$, $j \in K^{(1)}$ принимаются за внешние силы и выполняется следующая итерация оптимизационного расчета в линейно-упругой постановке фермы с $n - k^{(1)}$ лишними связями. В получаемом на второй итерации оптимальном решении $(\sigma_j^{*(1)}, \chi^{*(1)}, F^{*(1)})$ будет иметь место дополнительное подмножество стержней $K^{(1)}$ мощностью $k^{(1)}$, для которых $\sigma_j^* = \sigma_{jt}$. Если $K^{(1)} = \Phi$, то полученное решение соответствует одному из двух расчетных предельных состояний и является окончательным. В противном случае переходим к действию 3.

3. Для управления дальнейшим ходом итерационного процесса определяются взаимные перемещения (удаления) $\Delta_j^{(1)}$ узлов фермы, между которыми располагаются стержни с номерами $j \in K^{(1)}$. Если для любого $j \in K^{(1)}$ $\Delta_j^{(1)} \geq \sigma_{jt} S_j E^{-1}$, то это означает, что во всех стержнях из $K^{(1)}$ пластические деформации сохраняются на прежнем уровне либо нарастают. Следовательно, выбранная ранее схема перехода $k^{(1)}$ стержней в пластическую стадию работы не требует уточнения и нужно переходить к следующему действию. Если же для некоторых из стержней $j \in K^{(1)}$ в количестве z $\Delta_j^{(1)} < \sigma_{jt} S_j E^{-1}$, то это означает, что данные z стержней на рассматриваемой итерации перейдут в упругую стадию работы и принятая схема перехода $k^{(1)}$ стержней в пластическую стадию работы требует уточнения. В этом случае повторно выполняется вторая итерация оптимизационного расчета при $N_{jt} = \sigma_{jt} F_j^*$, $j = \bar{1}, (k^{(1)} - z)$. Полученное уточненное число $k^{(1)}$ подвергается описанному в пункте 2 анализу и далее с его учетом выполняется действие 3. Принципиально возможно неоднократное уточнение $k^{(1)}$.

4. При $k^{(1)} \geq n+1 - k^{(1)}$ на рассматриваемой итерации имеет место физическое предельное состояние, когда дополнительно, как минимум, в $k^{(1)}$ стержнях $N_{jt} = \sigma_{jt} F_j^*$. В этом случае процесс оптимизации является завершенным. При $k^{(1)}(n+1) - k^{(1)}$, начиная с действия 2, выполняется третья итерация с той лишь разницей, что $k = k^{(1)}$, степень статической неопределимости равна $n - k^{(1)} - k^{(1)}$, а значение $k^{(1)}$ сопоставляется

со значением $n+1-k^{(1)}-k^{(i)}$. Затем выполняется следующая итерация и т.д. Выполнение S итерации начинается с действия 2 алгоритма при параметрах

$$k=k^{(i)}, n=\sum_{N=1}^{S-1} k^{(N)}, (n+1)-\sum_{N=1}^{S-1} k^{(N)}.$$

Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не получим $k^{(S)} = 0$, что означает неосуществимость предельного физического состояния, либо не будет выполнено условие

$$k^{(S)} \geq (n+1) - \sum_{N=1}^{S-1} k^{(N)}, \quad (I)$$

свидетельствующее о наступлении физического предельного состояния конструкции.

С точки зрения реального проектирования наибольший интерес представляет случай о $k^{(S)} = 0$, когда часть стержней работает в пластической стадии, но конструкция не достигает физического предельного состояния. Вариант, характеризующийся соотношением (I), дает представление об оптимальной конструкции, для которой заданная нагрузка является предельной. При необходимости данный случай легко может быть исключен путем введения в условия прочности необходимого количества стержней соответствующих значений

σ_s .

Проиллюстрируем использование

предложенного алгоритма на примере оптимизации простейшей однократно статически неопределимой шарнирно-стержневой системы, расчетная схема которой с действующей нагрузкой изображена на рис. I. Требуется подобрать площади поперечных сечений стержней так, чтобы теоретический объем материала был минимален, а один из стержней работал в упруго-пластической стадии. Предел текучести материала $\sigma_T = 23000,0 \text{ тс/м}^2$, расчетное сопротивление $R = 21000,0 \text{ тс/м}^2$, условие жесткости - неактивное.

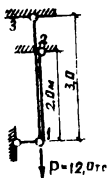


Рис. I. Расчетная схема оптимизируемой шарнирно-стержневой системы

Выполняя действие I алгоритма с применением метода [2], получаем оптимальное решение: $\sigma_{21}^{(1)} = 23000,0 \text{ тс/м}^2$; $\sigma_{31}^{(1)} = 15333,3 \text{ тс/м}^2$; $F_{21}^{(1)} = 0,000331 \text{ м}^2$; $F_{31}^{(1)} = 0,000286 \text{ м}^2$;

мин $V^{(I)} = 0,00152 \text{ м}^3$.

Выполняя действие 2 алгоритма, получаем оптимальное статически определимое решение: $\sigma_{21}^{(I)} = 23000,0 \text{ тс/м}^2$; $\sigma_{31}^{(I)} = 21000,0 \text{ тс/м}^2$; $F_{21}^{(I)} = 0,000331 \text{ м}^2$; $F_{31}^{(I)} = 0,000209 \text{ м}^2$;
мин $V^{(II)} = 0,001288 \text{ м}^3$.

Так как превращение системы в механизм не допускается, то данное решение является окончательным.

Уменьшение объема системы при учете упруго-пластической работы стержня 2-I (см. рис. I) составляет 15,26% по сравнению с упругим решением, при котором в стержне 2-I напряжение достигает предела текучести, и 21,8% по сравнению с упругим решением, когда предельные напряжения не превышают расчетного сопротивления материала.

Л и т е р а т у р а

1. Сафин Р.К. Расчет статически неопределимых стальных ферм с учетом пластических деформаций. Строительные конструкции (исследования и методы расчета), Казань, Таткигоиздат, 1966.

2. Коршун Л.И. Практический метод оптимизации ферм с заданным очертанием осей. В сб. "Гидромелиорация и гидротехническое строительство", вып. 4. Киев, "Вища школа", 1976.