

ЕСТЕСТВЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ГИБКОГО УПРАВЛЕНИЯ РАБОТОЙ СВЕТОФОРОВ

*А. А. Козинский, Доцент кафедры интеллектуальных информационных технологий «Брестский государственный технический университет»,
Брест, Беларусь, e-mail: kaa1964@bk.ru*

*Д. С. Сухаревич, студент кафедры интеллектуальных информационных технологий «Брестский государственный технический университет»,
Брест, Беларусь, e-mail: dmitrysukharevich@yandex.by*

Реферат

В работе представлены результаты сравнения двух моделей управления движением на перекрестках. Первая модель реализована на основе жесткого регулирования. Жесткое регулирование обозначает неизменный режим включения сигналов светофора. В основу второй модели положены адаптивные алгоритмы генетического и пчелиного методов. Обе модели имеют авторскую программную реализацию. Для сравнения эффективности движения на перекрестке с использованием указанных моделей выбраны следующие параметры: максимальная длина очереди, средняя длина очереди, среднее время пребывания в очереди. Приводится подробное описание этапов реализации метода поиска оптимальных решений. Входными данными для программной реализации приняты заявки на обслуживание, которые генерируются случайно с различной интенсивностью. Заявка имитирует пересечение перекрестка транспортным средством. На выходе программной реализации моделей получаем фазы зеленых сигналов светофора.

Результатами исследования являются разработанное программное обеспечение для адаптивного управления движением на перекрестке, а также данные, на основе которых проводилось сравнение моделей.

Ключевые слова: транспортный поток, дорожный транспорт, жесткое регулирование, моделирование управленем перекрестка, адаптивное управление, генетический алгоритм, алгоритм пчелиного роя.

NATURAL ALGORITHMS FOR IMPLEMENTING FLEXIBLE TRAFFIC LIGHT CONTROL

A. A. Kazinski, D.S. Sukharevich

Abstract

The paper presents the results of comparing two traffic control models at intersections. The first model is implemented on the basis of strict regulation. Strict regulation means the constant mode of switching on traffic lights. The second model is based on adaptive algorithms of genetic and bee methods. Both models have an author's software implementation. To compare the efficiency of traffic at the intersection with the use of these models, the following parameters were selected: the maximum queue length, the average queue length, and the average time spent in the queue. A detailed description of the stages of the implementation of the method of searching for optimal solutions is provided. The input data for the software implementation are service

requests, which are generated randomly with varying intensity. The application simulates the intersection crossing by a vehicle. At the output of the software implementation of the models, we get the phases of the green traffic light signals.

The results of the study are the developed software for adaptive traffic control at the intersection, as well as the data on the basis of which the models were compared.

Keywords: traffic flow, road transport, strict regulation, simulation of intersection management, adaptive management, genetic algorithm, swarm algorithm.

Введение

Увеличение автопарка, расширение городов, миграция населения в мегаполисы и рост объемов перевозок ведут к повышению интенсивности движения. В городах это часто вызывает транспортные проблемы, такие как потеря времени и образование пробок. Особенно остро эти проблемы проявляются на перекрестках, где увеличиваются задержки транспорта, образуются очереди и заторы, что снижает скорость передвижения, приводит к перерасходу топлива, и увеличивает износ транспортных средств.

С развитием компьютерных технологий стало возможным автоматизировать управление дорожным движением. В последнее время все большее распространение находят адаптивные методы управления [1–5].

1 Постановка задачи оптимизации движения на перекрестках

По статистике наибольшее количество дорожно-транспортных происшествий происходит на перекрестках. Перекрестки также являются главным тормозом транспортного потока. Их количество на пути следования влияет на время, за которое люди добираются из пункта отправления в пункт назначения. Из-за постоянно растущей интенсивности транспортных потоков, ДТП и, следовательно, заторам, актуализируется задача программной реализации алгоритмов гибкого управления работы светофоров. Решение такой задачи позволит сократить простои транспорта на проезжей части и сделать дорогу безопаснее. Исходя из размеров транспортных потоков, алгоритм должен рассчитывать оптимальное время, необходимое для того, чтобы все автомобили пересекли перекресток [6–11].

2 Теоретическая часть

Генетический алгоритм — это метод перебора решений для тех задач, в которых невозможно найти решение с помощью математических формул. Однако простой перебор решений в сложной многомерной задаче — это бесконечно долго. Поэтому генетический алгоритм перебирает не все решения, а только лучшие. Алгоритм берет группу решений и ищет среди них наиболее подходящие. Затем немного изменяет их — получает новые решения, среди которых снова отбирает лучшие, а худшие отбрасывает. Таким образом, на каждом шаге работы алгоритм отбирает наиболее подходящие решения (проводит селекцию), считая, что они на каждом следующем шаге улучшают решение (рисунок 1).

Для пояснения работы алгоритма поведения роя пчел (или метода пчелиного роя) прибегнем к аналогии с реальным роем пчел. Представим себе рой пчел на поле. Их цель — найти на поле область с наивысшей плотностью цветов. Без какого-либо представления о поле априори, пчелы начинают поиск цветов со случайных позиций со случайными векторами скорости. Каждая пчела может помнить позиции, где она нашла наибольшее количество цветов и некоторым образом сохранять расположение областей с наибольшей плотностью цветов.

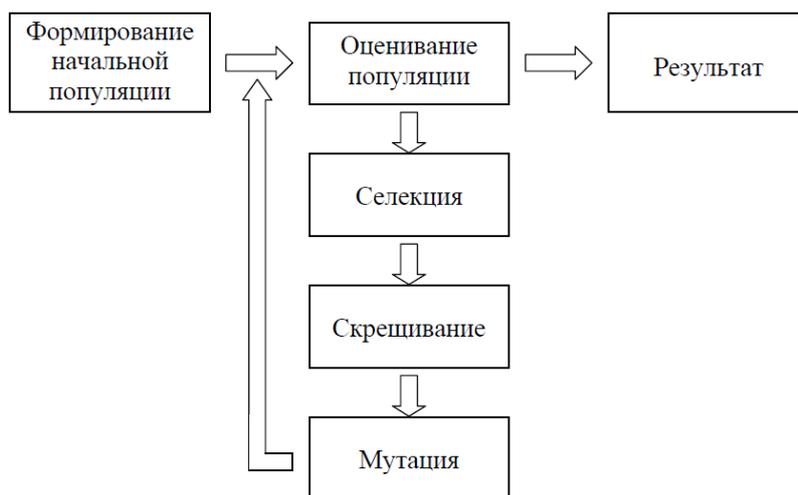


Рисунок 1 – Этапы генетического алгоритма

Выбирая между возвращением к наилучшим местам, обнаруженным самой пчелой и лучшим местом, определенным другими, пчела устремляется в направлении между двумя этими точками. Конечный выбор направления зависит от того, что окажет большее влияние на ее решение – персональное воспоминание или социальный рефлекс. По пути пчела может найти новое место с более высокой концентрацией цветов, чем те, которыми определялось первоначальное движение. В дальнейшем такое место может быть обозначено как новая цель с наибольшей концентрацией цветов. Отметим, что такое место – это наибольшее скопление цветов, найденное всем роем. Случайно пчела может пролететь мимо лучшей цели. Однако, весь остальной рой, в целом, будет к нему стремиться. Таким образом совершенствуются личные наблюдения каждой пчелы.

Таким образом, пчелы исследуют поле, перелетая места с наибольшей концентрацией, при этом замедляются в направлении таких локаций. Все места, с лучшими концентрациями цветов и посещенные пчелами в разное время, непрерывно сравниваются. Таким образом, возрастает вероятность обнаружения абсолютной наибольшей концентрации цветов. В конечном итоге, каждая отдельная пчела, как и весь рой сосредотачивается в окрестностях наилучшей позиции. Не имея возможности обнаружить места с большей концентрацией цветов, пчелы непрерывно роятся в районе наибольшей плотности цветов. Такое поведение пчел и было положено в основу этого метода оптимизации.

3 Основные принципы работы

Для решения задач с помощью генетического алгоритма (ГА), необходимо представить решение в виде вектора генов («генотипа»). Гены могут быть битами, числами или другими объектами. В классических ГА предполагается, что генотип имеет фиксированную длину, хотя существуют вариации ГА, где это ограничение отсутствует.

Создание начальной популяции происходит случайным образом. Значение приспособленности ассоциируется с каждым генотипом, что позволяет оценивать их эффективность.

При выборе функции приспособленности важно обеспечить ее «гладкость». Это значит, что небольшие изменения в генотипе должны приводить к небольшим изменениям в значении функции приспособленности, что способствует стабильному поиску оптимального решения.

Из текущего поколения решений выбираются те, которые имеют высокую приспособленность. Эти решения подвергаются воздействию генетических операторов, таких как скрещивание и мутация, что приводит к появлению новых генотипов. Эти новые генотипы также оцениваются, и отбираются лучшие решения для формирования следующего поколения. Такой процесс повторяется итеративно, пока не будет выполнен критерий остановки алгоритма.

ГА используются для поиска решений в многомерных пространствах поиска. Основные этапы генетического алгоритма включают в себя:

1. Определение целевой функции (приспособленности).
2. Создание начальной популяции.
3. Циклическое выполнение шагов:
 - скрещивание;
 - мутация;
 - оценка приспособленности всех особей;
 - селекция для формирования нового поколения;
 - проверка условий остановки.

В случае с алгоритмом пчелиного роя, особей для размножения выбирают из всей популяции N , а не только из наиболее приспособленных особей. Это помогает сохранить разнообразие генотипов и избежать застоя на локальных максимумах. Сначала из улья вылетают в случайно направлении какое-то количество пчел-разведчиков, которые пытаются отыскать участки, где есть нектар. Через какое-то время пчелы возвращаются в улей и особым образом сообщают остальным, где и сколько они нашли нектара.

После этого на найденные участки отправляются другие пчелы, причем, чем больше на данном участке предполагается найти нектара, тем больше пчел летит в этом направлении. А разведчики опять улетают искать другие участки, после чего процесс повторяется.

А теперь представьте, что расположение глобального экстремума – это участок, где больше всего нектара, причем этот участок единственный, то есть в других местах нектар есть, но меньше. А пчелы живут не на плоскости, где для определения месторасположения участков достаточно знать две координаты, а в многомерном пространстве, где каждая координата представляет собой один параметр функции, которую надо оптимизировать. Найденное количество нектара представляет собой значение целевой функции в этой точке (в случае, если мы ищем глобальный максимум или глобальный минимум, то целевую функцию достаточно умножить на -1). Далее будем считать, что мы ищем глобальный максимум функции.

На первом шаге алгоритма в точки, описываемые случайными координатами, отправляется некоторое количество пчел-разведчиков. В зависимости от значения целевой функции, которое определяется координатами пчелы, выделяются два вида перспективных участков на поверхности функции, вблизи которых возможно располагается глобальный максимум, а именно:

- выбирается n лучших участков, где значения целевой функции больше всех;
- выбирается m так называемых выбранных участков, где значения целевой функции поменьше, чем на лучших участках, но эти участки все-равно являются неплохими с точки зрения значения целевой функции.

После того как пчелы были отправлены на лучшие из выбранных участков, можно отправить тех же пчел-разведчиков на другие случайные точки.

После всех этих операций снова находятся n лучших и m выбранных участков, на этот раз среди всех пчел из роя, а не только среди разведчиков. При этом запоминается самое лучшее значение функции, больше которого пока не было найдено. Такое значение является промежуточным решением.

Алгоритм повторяется до тех пор, пока не сработает какой-либо из критериев останова.

4 Описание алгоритмов поиска оптимальных решений

ГА состоит из нескольких этапов:

Этап 1. Создание начальной популяции.

Каждый член популяции состоит из набора хромосом t_{zi} (см. рисунок 2).

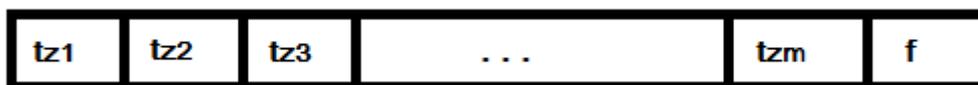


Рисунок 2 – Набор хромосом индивида с фитнес-функцией

Хромосома i члена популяции содержит значение t_{zi} , которое равно длительности i -ой фазы светофорного цикла, если значение равно нулю, то эта фаза отсутствует в цикле регулирования. Значение генома для каждой хромосомы лежит в интервале (t_{\min}, t_{\max}) . Количество фаз m и варианты движения потоков определяются на этапе проектирования системы. На данном этапе, а также на этапе скрещивания проверяется условие допустимости существования этого индивида. Проверка заключается в анализе всех фаз и проверки на то условие, чтобы за весь цикл выделялось время для каждого из направлений движения. Если это условие не выполняется, то фитнес-функция вычисляется с ошибкой, поэтому, чтобы не тратить время на вычисление, данный набор хромосом изменяется.

Этап 2. Скрещивание (кроссовер).

Отбор в генетическом алгоритме тесно связан с принципами естественного отбора в природе следующим образом:

– приспособленность индивидуума – значение целевой функции (фитнес-функции) на этом индивидууме;

– выживание наиболее приспособленных – популяция следующего поколения формируется в соответствии с целевой функцией. Чем приспособленнее индивидуум, тем больше вероятность его участия в кроссовере, т. е. размножении.

Модель отбора определяет, каким образом следует строить популяцию следующего поколения. Как правило, вероятность участия индивидуума в скрещивании берется пропорциональной его приспособленности. Таким образом, каждое следующее поколение будет в среднем лучше предыдущего. Вероятность участия i -ого члена популяции в скрещивании определяется согласно формуле (1.2).

$$P_i = \frac{1}{m-1} \left(1 - \frac{f_i}{\sum_{j=1}^m f_j} \right). \quad (1)$$

После определения индивидуумов – участников скрещивания, выполняется сама операция кроссовера.

Одноточечный кроссовер работает следующим образом. Сначала, случайным образом выбирается точка разрыва (Точка разрыва – участок между соседними битами в строке.). Обе родительские структуры разрываются на два

сегмента по этой точке. Затем, соответствующие сегменты различных родителей склеиваются и получаются два генотипа потомков. Можно применять и многоточечный кроссовер или равномерный кроссовер. В равномерном кроссовере, каждый геном первого родителя наследуется первым потомком с заданной вероятностью; в противном случае он передается второму потомку.

Этап 3. Мутация.

После того, как закончится стадия кроссовера, выполняются операторы мутации. Для каждого индивида подвергается мутации каждый геном с вероятностью P_m . Популяция, полученная после мутации, записывает поверх старой. Мутация изменяет значение генома t_{zi} для индивида на некоторое значение из диапазона $[-5,5]$.

Этап 4. Отбор.

На этом этапе происходит сортировка всех генотипов по целевой функции и включение индивидов с лучшими значениями целевой функции в следующее поколение. Туда также включатся родительские генотипы с лучшими значениями f , в соответствии с принципами «элитизма». Использование «элитизма» позволяет не потерять хорошее промежуточное решение.

Затем этапы алгоритма выполняются опять, начиная со второго. Так происходит ограниченное число эпох (приемлемое время расчета), в результате чего выбирается наилучший вариант решения задачи оптимизации. Геномы этого варианты будут использованы для задания структуры и длительностей фаз для светового цикла.

Генетический алгоритм представляет собой комбинированный метод перебора и градиентного спуска. Механизмы скрещивания и мутации в каком-то смысле реализуют переборную часть метода, а отбор лучших решений – градиентный спуск.

Далее рассмотрим алгоритм пчелиного роя, который также состоит из нескольких этапов.

Этап 1. Аналогично генетическому алгоритму, создается популяция пчел, каждая из которых содержит m координат и текущее значение функции оптимальности f (которая определяется формулой (2)).

$$f = \sum_{i=1}^m w_i e_{ii}^i \rightarrow \min, \quad (2)$$

Так же задается случайным образом начальные скорости движения. Каждой координате соответствует длительность некоторой фазы в световом цикле t_{zi} .

Этап 2. Для каждой пчелы в рое, выполняем перемещение в новом направлении в соответствии с ее положением и скоростью. Проверяется выход пчелы за границы допустимого решения, и выполняются необходимые ограничивающие действия.

Этап 3. Для каждой пчелы вычисляем значение целевой функции в ее новой позиции. Сравниваем это значение со значением ПНП пчелы, и при необходимости заменяем ПНП текущей позицией. Сравниваем это значение со значением ГНП роя и при необходимости заменяем ГНП текущей позицией.

Этап 4. Для каждой пчелы вычисляем новую скорость перемещения согласно формуле (3).

$$v_i^{j+1} = w \cdot v_i^j + c_1 \psi_1(p_i - t_{zi}) + c_2 \psi_2(g_i - t_{zi}), \quad (3)$$

где v_i^j – скорость пчелы в измерении i на j -ой итерации;

w – инерционный вес, это число (находящееся в интервале $[0,1]$) отражает, в какой мере частица сохраняет свою первоначальную скорость;

p_i, g_i – значения i -ой координаты для ПНП пчелы и для ГНП всего роя;
 ψ_1, ψ_2 – случайная величина в диапазоне $[-1, 1]$;
 c_1, c_2 – постоянные весовые коэффициенты, определяющие притяжение к собственной ПНП и к ГНП роя.

Параметр c_1 определяет, какое влияние на частицу оказывает ее память о ПНП, а c_2 определяет, какое влияние на частицу оказывают остальные члены роя. Эти коэффициенты иногда рассматриваются как познавательный и социальный факторы.

Этап 6. Проверка условия завершения алгоритма, если поиск не завершен, выполняется переход на этап 2.

В качестве оценки текущего состояния процесса поиска предлагается использовать ограниченное количество эпох, либо усредненное для роя значение евклидова расстояния ε от каждой пчелы до центра тяжести роя определяется согласно формуле

$$\varepsilon = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \sqrt{\sum_{i=1}^m (t_{zi}^j - t_{zi}^*)^2}, \quad (4)$$

где k – размер популяции;

t_{zi}^* – центр тяжести роя по координате i :

$$t_{zi}^* = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k t_{zi}^j, \quad (5)$$

Результатом поиска является ГНП роя. Значение функции отклика в этой точке по отношению к известному значению глобального экстремума определяет точность поиска. Важным преимуществом рассмотренного метода поиска оптимального решения является его робастность, т. е. он сохраняет работоспособность на достаточно сложных поверхностях отклика, а также при наличии стохастической оставляющей в измеряемом значении функции отклика.

5 Сравнение методов с жестким методом

В начале объектом испытания является программа, реализующая адаптивные алгоритмы генетического и пчелиного методов. Входными данными для этой программы являются сгенерированные интенсивности. На выходе получим фазы зеленых сигналов.

Далее объектом испытаний является полученные в первой части фазы сигналов. Затем они будут проверены на перекрестке с различными принципами регулирования. Моделирование проводится в разных режимах работы. Во-первых, на жестком алгоритме, когда фазы зеленого сигнала равны все по 30 секунд. Во-вторых, моделирование проводится на адаптивных данных.

Целью испытаний была проверка работоспособности созданных моделей, а также проведение сравнения между работой адаптивного регулирования дорожного транспорта и жестким регулированием. Основные параметрами для перекрестка являются характеристики очереди: максимальное значение очереди, среднее значение очереди, среднее время пребывания в очереди.

После сравнения результатов выяснилось, что в модели с генетическим алгоритмом очередь уменьшилась и среднее время пребывания транспорта в очереди тоже, по сравнению с жестким. В модели с алгоритмом пчелиного роя

видно, что очередь уменьшилась и среднее время пребывания транспорта в очереди тоже, по сравнению с жестким.

Заключение.

В результате выполнения данной работы было разработано программное обеспечение минимизации средней задержки на перекрестке, реализующее естественные алгоритмы пчелиного роя и генетического алгоритма. В результате сравнения выяснено, что для наиболее удачного регулирования дорожным движением необходимо применять адаптивное управление. Жесткое программное регулирование не способно учитывать случайные изменения в числе автомобилей, подходящих к перекрестку.

Таким образом, адаптивное управление улучшает управление движением на перекрестке, и состоит из таких технических средств и алгоритмов управления, которые обеспечили бы адаптацию режимов регулирования к изменению условий движения. Что обеспечит снижение загруженности направлений движения, уменьшит расход топлива и благоприятно скажется на экологической обстановке.

В последнее время на основе мультиагентных систем намечается новое направление в развитии управления перекрестками и транспортными потоками на них [12–15].

Список цитированных источников

1. Анфилец, С. В. Анализ результатов моделирования транспортных потоков перед светофором / С. В. Анфилец, В. Н. Шуть // Совершенствование организации дорожного движения и перевозок пассажиров и грузов : сб. науч. трудов / НИЦ ДД БНТУ. – Минск, 2011. – С. 51–54.
2. Касьяник, В. В. Видеодетектирование транспортных потоков / В. В. Касьяник, В. Н. Шуть // Совершенствование организации дорожного движения и перевозок пассажиров и грузов : сб. науч. трудов / НИЦ ДД БНТУ. – Минск, 2011. – С. 55–58.
3. Войцехович, О. Ю. Жесткое и адаптивное управление автотранспортом / О. Ю. Войцехович, В. Н. Шуть // Совершенствование организации дорожного движения и перевозок пассажиров и грузов : сб. науч. трудов / НИЦ ДД БНТУ. – Минск, 2011. – С. 159–164.
4. Шуть, В. Н. Адаптивная система управления автотранспортом на регулируемом перекрестке / В. Н. Шуть, С. В. Анфилец, // Электроника, автоматика и измерительная техника : межвузовский сб. науч. трудов / УГАТУ. – Уфа, 2011. – С. 10–15.
5. Анфилец, С. В. Оценка эффективности светофорного регулирования на перекрестке при использовании адаптивного управления на основе нейросетевого прогнозирования транспортных потоков / С. В. Анфилец, В. В. Касьяник, В. Н. Шуть // сб. науч. трудов XIII всеросс. науч.-технич. конф. Нейроинформатика-2011, г. Москва : в 3 ч. – М. : НИЯУ МИФИ, 2010. – Ч.1. – С. 51–53.
6. Шуть, В. Н. Оптимизация управления автотранспортом перед светофором в улично-дорожной сети города / В. Н. Шуть, В. С. Партин, С. В. Анфилец, В. В. Касьяник // Вестник БрГТУ. Физика, математика, информатика. – 2008. – № 5 (53). – С. 110–112.
7. Шуть, В. Н. Расширение возможностей оптимального управления транспортными потоками в улично-дорожной сети города / В. Н. Шуть // Електроніка та інформаційні технології : зб. Наук. Праць. – Вип. 3. – Львов, 2013 – С. 193–201.
8. Анфилец, С. В. Адаптивный алгоритм управления на основе поэтапной настройки светофорных объектов по магистрали / С. В. Анфилец, В. Н. Шуть // Доклады БГУИР. – 2011. – № 6 (60). – С. 79–86.
9. Анфилец С. В. Компьютерный расчет восстанавливаемых экологических потерь при внедрении адаптивной системы на улично-дорожной сети города / С. В. Анфилец, В. Н. Шуть // Вестник БрГТУ. Водохозяйственное строительство, теплоэнергетика и геоэкология. – 2011. – № 268. – С. 106–108.
10. Шуть, В. Н. Поддержка решений и анализ условий включения адаптивной системы управления светофорным объектом на пешеходных переходах улично-дорожной сети / В. Н. Шуть // Вестник БрГТУ. Физика, математика, информатика. – 2011. – № 5 – С.54–57.
11. Шуть, В. Н. Центрирование импульса интенсивности для адаптивной настройки сдвигов фаз / В. Н. Шуть, С. В. Анфилец // Наука и техника. – 2012. – № 2. – С. 59–63.

12. Шуть, В. Н. Управление движением автотранспортных средств с использованием мобильного помощника водителя / В. Н. Шуть // Проблемы информационных технологий. – 2013. – № 01 (013). – С. 159–164.

13. Шуть, В. Н. Мультиагентное управление перекрестком / В. Н. Шуть // Вестник Херсонского нац. технич. ун-та. – 2014. – № 3 (50). – С. 179–184.

14. Шуть В.Н Мультиагентное управление движением транспортных средств в улично-дорожной сети города / В. Н. Шуть // Искусственный интеллект. – 2014. – № 4 – С. 123–128.

15. Климович, А. Н. Современные подходы и алгоритмы управления транспортными потоками / А. Н. Климович, А. С. Рыщук, В. Н. Шуть // Вестник Херсонского нац. технич. ун-та, – 2015. – № 3 (54). – С. 252–256.

УДК 631.175: 631.8

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ПРОГНОЗА УРОЖАЙНОСТИ

А. П. Лихацевич, д. т. н., профессор, чл.-корр. НАН Беларуси, гл. науч. сотр. РУП «Институт мелиорации», Минск, Беларусь, e-mail: alikhatsevich@mail.ru
А. В. Малышко, зав. отделом минерального питания РУП «Научная станция по сахарной свекле», Несвиж, Беларусь, e-mail: malyschko@mail.ru

Реферат

Отмечено, что эмпирические зависимости урожайности сельскохозяйственных культур от урожаяформирующих факторов в виде полиномов любой степени, полученные методом множественной нелинейной регрессии, справедливы только для условий конкретного полевого опыта. С их использованием невозможно проводить теоретические обобщения, позволяющие широко использовать частные решения в производственной практике. Предложенная схема математического моделирования урожайности базируется на физическом принципе баланса причинно-следственных взаимодействий в замкнутой физической системе (causal interaction). Показано, что математическая модель урожайности, представленная в мультипликативной форме, может включать неограниченное число урожаяформирующих факторов. Справедливость разработанного решения подтверждена 13-летними данными урожайности сахарной свеклы (гибрид NZ-тип), возделываемой в Беларуси на Молодечненской государственной сортоиспытательной станции.

Определены условия верификации модели, позволяющие прогнозировать урожайность сахарной свеклы по агрохимическим показателям почвы и вносимым удобрениям. Модель прогноза урожайности представлена в безразмерной форме, все блоки сомножителей данной модели являются критериями подобия. Это позволяет сравнивать между собой результаты математического моделирования урожайности любой сельскохозяйственной культуры на почвах с любыми агрохимическими свойствами.

Ключевые слова: урожайность, агрохимические показатели почвы, опорные показатели математической модели урожайности.