

деление электроэнергии, тем самым повышая эффективность производства энергии. Кроме того, предотвращение перегрева и перегрузок способствует длительной и стабильной работе системы.

Параллельное подключение инверторов – один из важных шагов для более эффективного и надежного использования солнечной энергии. Этот метод не только обеспечивает стабильность напряжения и мощности, но и повышает качество процесса преобразования энергии, фазы синхронизируются и электрическая система работает более надежно.

#### **Список цитированных источников**

1. Абдыкадырова, О. Гармонические искажения напряжения в солнечной энергетике / О. Абдыкадырова, П. Оразмамедов // Исследования и разработки в области машиностроения, энергетики и управления : материалы XXIII Междунар. науч.-техн. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых, Гомель, 27–28 апр. 2023 г.: в 2 ч. / М-во образ. Респ. Бел., Гомельский гос. техн. ун-т им. П. О. Сухого ; пол. общей ред. А. А. Бойко. – Гомель :ГГТУ им. П. О. Сухого, 2023. – Ч. 1. – 305 с.
2. Samarasekera, K. Fault Ride-Through Capability of Grid Integrated Solar Power Plants. June 1st, 2015.
3. Треш, А. М. Моделирование солнечных батарей в среде Matlab/Simulink / А. М. Треш. – Минск, 2013.

УДК 624.04(75.8)

## **О РАСЧЕТАХ ДВУХШАРНИРНЫХ КРУГОВЫХ АРОК**

***Н. В. Бочарова, магистр технических наук, старший преподаватель кафедры теоретической и прикладной механики, Брестский государственный технический университет, Брест, Беларусь, e-mail: nati444bonta@gmail.com***

***В. И. Игнатюк, канд. техн. наук, доцент, Брестский государственный технический университет, Брест, Беларусь, e-mail: Viignatiuk@mail.ru***

***А. А. Никитина, студент 3-го курса, Брестский государственный технический университет, Брест, Беларусь, e-mail: saschka5002@gmail.com***

#### **Реферат**

В статье рассмотрена задача расчета и исследования двухшарнирных круговых арок постоянного сечения, нагруженных снеговыми нагрузками, распределенными по параболической зависимости. Получены выражения внутренних сил в произвольном сечении системы (изгибающих моментов, поперечных и продольных сил) и выражения для определения вертикальных, горизонтальных и полных перемещений сечений.

Вывод зависимостей для усилий выполнен с использованием метода расчета статически неопределенных систем – метода сил, а для определения перемещений используется формула Мора, в которой учитываются все силовые факторы, возникающие в системе.

Разработана методика и алгоритм расчета в среде MathCad. Выполнена численная реализация расчета двухшарнирной арки в программных комплексах

Lira, Scad, SolidWorks.

При подготовке специалиста строительной отрасли по курсу строительной механики ставятся цели и задачи: освоение теоретических основ и прикладных методов расчета напряженно-деформированного состояния (НДС) сооружений и конструкций, формирование у обучаемых знаний и умений выполнять расчеты сооружений на прочность, жесткость и устойчивость, в том числе с применением компьютерных средств. Поэтому уже сейчас актуально параллельно с получением базовых знаний по строительной механике давать и направление на современные подходы к решению таких задач в программных комплексах, но только как проверка полученного решения. Количество программных комплексов широко известных, мало известных и только появившихся ставит пользователей перед вопросом как быстро, точно и достоверно решить задачу, каким программным инструментом ему воспользоваться и как оценить полученный результат.

**Ключевые слова:** двухшарнирные круговые арки, снеговые нагрузки, распределенные по параболической зависимости, внутренние силы, перемещения, деформированный вид.

## ON THE CALCULATIONS OF DOUBLE-HINGED CIRCULAR ARCHES

N. V. Bocharova, V. I. Ignatyuk, A. A. Nikitina

### Abstract

The article considers the problem of calculating and investigating double-hinged circular arches of constant cross-section loaded with snow loads distributed according to a parabolic dependence. Expressions of internal forces in an arbitrary section of the system (bending moments, transverse and longitudinal forces) and expressions for determining vertical, horizontal and total displacements of sections are obtained.

The derivation of dependencies for forces is performed using the method of calculating statically indeterminate systems – the method of forces, and to determine displacements, the Mohr formula is used, which takes into account all force factors arising in the system.

The method and algorithm of calculation in the MathCad environment have been developed. The numerical implementation of the calculation of a double-hinged arch in the software complexes Lira, Sad, and SolidWorks has been performed.

When preparing a specialist in the construction industry for the course of structural mechanics, goals and objectives are set: mastering the theoretical foundations and applied methods for calculating the stress-strain state (VAT) of structures and structures, forming students' knowledge and skills to perform calculations of structures for strength, rigidity and stability, including using computer tools. Therefore, it is already relevant now, in parallel with obtaining basic knowledge of structural mechanics, to give direction to modern approaches to solving such problems in software complexes, but only as a test of the solution obtained. The number of software complexes widely known, little known and just appeared puts users in front of the question of how to quickly, accurately and reliably solve the problem, which software tool to use and how to evaluate the result.

**Keywords:** double-hinged circular arches, snow loads distributed according to a

parabolic dependence, internal forces, displacements, deformed appearance.

### Основная часть

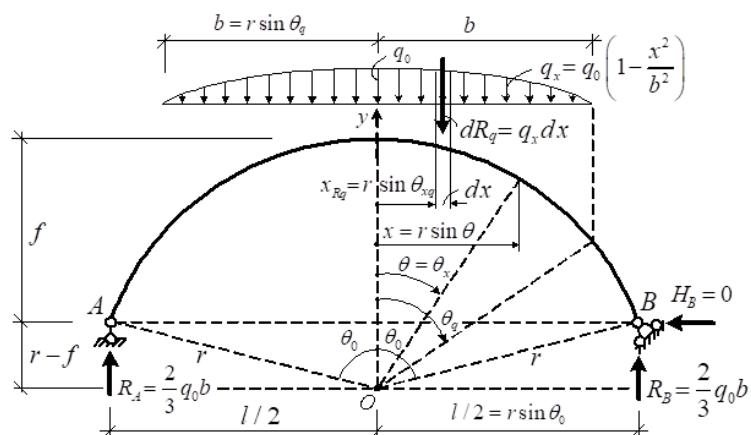
Снеговые нагрузки на покрытия цилиндрической формы с учетом разного сдувания (опадения) снега с зон покрытий с различными углами наклона могут распределяться по параболической зависимости [1, с. 13].

При расчете таких покрытий при их достаточной длине можно рассматривать (вырезать) поперечник небольшого размера (единичной длины), учитывая, что сечение и нагрузки по длине покрытия не изменяются, то есть расчет таких покрытий может быть сведен к расчету арочных систем. Поэтому расчет двухшарнирных арок кругового очертания на действие снеговых нагрузок, распределенных по параболической зависимости актуален и представляет интерес.

Объектом исследования являются двухшарнирные круговые арки постоянного сечения.

Цель работы – получение выражений внутренних сил в сечениях системы и выражений для определения вертикальных и горизонтальных перемещений сечений от снеговых нагрузок, распределенных по параболической зависимости.

В работе рассматриваются двухшарнирные арки кругового очертания постоянной жесткости пролетом  $l$  со стрелой подъема  $f$ , нагруженные статической вертикальной нагрузкой, распределенной по параболической зависимости (рисунок 1).



*Рисунок 1 – Расчетная схема действия внешней нагрузки на основную систему*

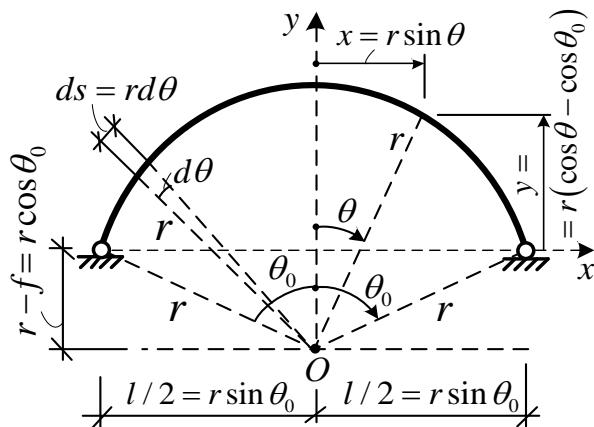
Получим для рассматриваемых арок выражения внутренних сил, позволяющие построить эпюры усилий, а также выражения для определения перемещений точек. Расчет таких арок как статически неопределенных систем выполняется методом сил.

Так как оси рассматриваемых арок изменяются по окружности, интегрирование зависимостей удобно выполнять в полярной системе координат (рисунок 2, а). За полюс принимаем точку в центре окружности (точку  $O$ ), а в качестве оси, относительно которой будем отсчитывать угол ( $\theta$ ), ввиду симметричности системы и нагрузки примем вертикальную ось, направленную от полюса вверх. При этом положительным будем считать угол, отсчитываемый по часовой стрелке.

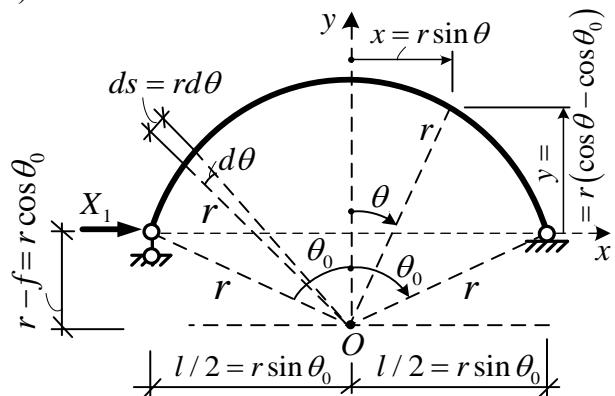
При расчете арки целесообразно использовать упрощения симметрии [2, с. 214]. Основную систему метода сил получим, отбросив левую

горизонтальную связь (рисунок 2, б).

а)



б)



а) система координат; б) основная система метода сил

**Рисунок 2 – Параметры для расчета двухшарнирной арки**

Каноническое уравнение метода сил записывается в виде [2, с. 218]

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1P} = 0. \quad (1)$$

Выражения для внутренних усилий в сечениях основной системы метода сил (для произвольного сечения  $x(\theta)$ ) от действия единичного неизвестного ( $X_1 = 1$ ) записываются в виде:

$$\bar{M}_1 = -y = -r(\cos \theta - \cos \theta_0); \quad \bar{Q}_1 = \sin \theta; \quad \bar{N}_1 = -\cos \theta. \quad (2)$$

Единичное перемещение  $\delta_{11}$  (1) вычислим по формуле Мора

$$\delta_{11} = \int_0^s \frac{\bar{M}_1^2 ds}{EJ} + \int_0^s \eta \frac{\bar{Q}_1^2 ds}{GA} + \int_0^s \frac{\bar{N}_1^2 ds}{EA}, \quad (3)$$

где  $EJ$ ,  $GA$ ,  $EA$  – жесткости сечений арки соответственно на изгиб, сдвиг и растяжение-сжатие;  $\eta$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения касательных напряжений по высоте сечений при изгибе.

Грузовое перемещение найдём по формуле Мора вида [2, с. 221]

$$\Delta_{1q} = \Delta_{1q}^M + \Delta_{1q}^Q + \Delta_{1q}^N = \sum \int \frac{\bar{M}_1 M_q ds}{EJ} + \sum \int \eta \frac{\bar{Q}_1 Q_q ds}{GA} + \sum \int \frac{\bar{N}_1 N_q ds}{EA}. \quad (4)$$

Подставляя вычисленные единичное и грузовое перемещения в уравнение (1) и решая его, найдем неизвестное метода сил  $X_1$ .

Зная неизвестное метода сил  $X_1$ , найдем зависимости для внутренних сил в сечениях арки по формулам

$$M_\theta = \bar{M}_{1\theta} \cdot X_1 + M_{q\theta}; \quad Q_\theta = \bar{Q}_{1\theta} \cdot X_1 + Q_{q\theta}; \quad N_\theta = \bar{N}_{1\theta} \cdot X_1 + N_{q\theta}.$$

На основе полученных зависимостей составлены алгоритм (рисунок 4) и *MathCad*-программа расчета внутренних сил в сечениях арки [3, с. 34], с использованием которой можно выполнять расчеты усилий для различных параметров арки и нагрузки. При этом внутренние силы в алгоритме рассматриваются как массивы  $M(i)$ ,  $Q(i)$ ,  $N(i)$  при нумерации  $i$  от 1 до  $n+1$ :

$M(1), M(2), M(3), \dots, M(n+1)$ .

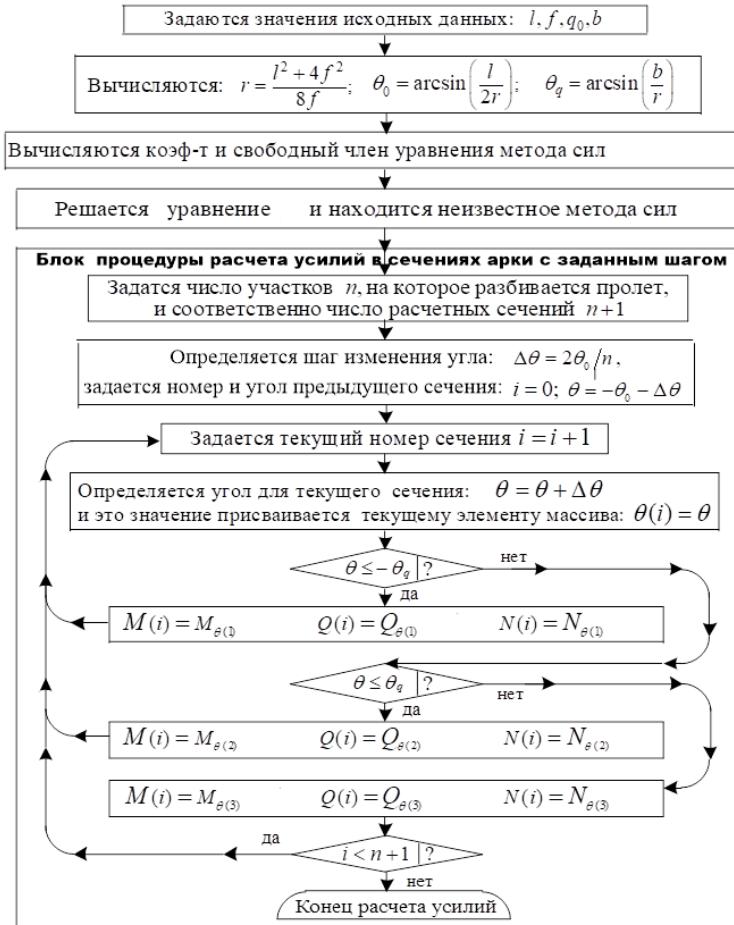
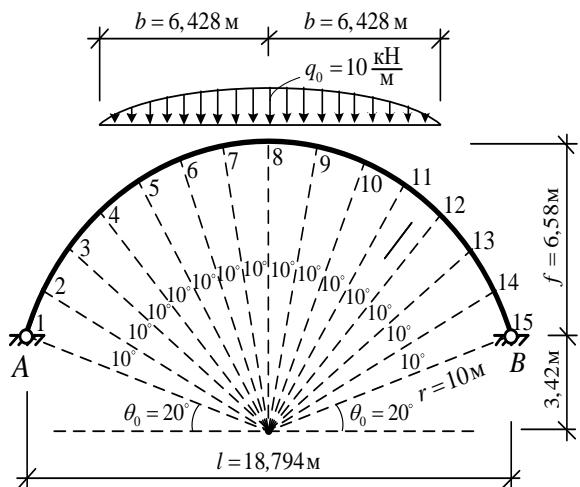


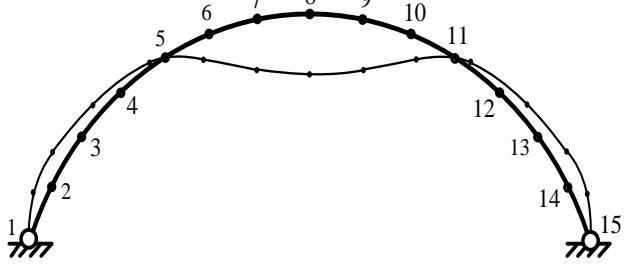
Рисунок 3 – Алгоритм расчета внутренних усилий в сечениях арки

Ниже представлен пример расчета двухшарнирной арки (рисунок 4), имеющей прямоугольное поперечное сечение ( $\eta = 1,2$ ) и постоянную жесткость ( $EJ = 1000 \text{ кН}\cdot\text{м}^2$ ;  $GA = 150000 \text{ кН}$ ;  $EA = 400000 \text{ кН}$ ). Учитывая сложный криволинейный характер изменения усилий по длине арки и невозможностью вычисления усилий во всех сечениях арки выполнять расчет усилий в сечениях арки будем с определенным шагом. Эпюры внутренних усилий для рассматриваемой арки, вычисленные с шагом  $\Delta\theta = 10^\circ$  (рисунок 5).

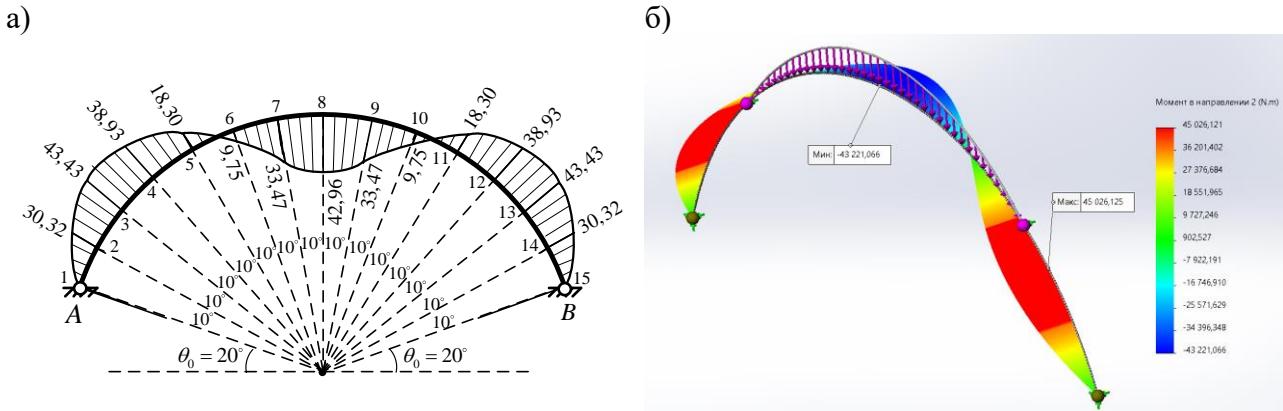
а)



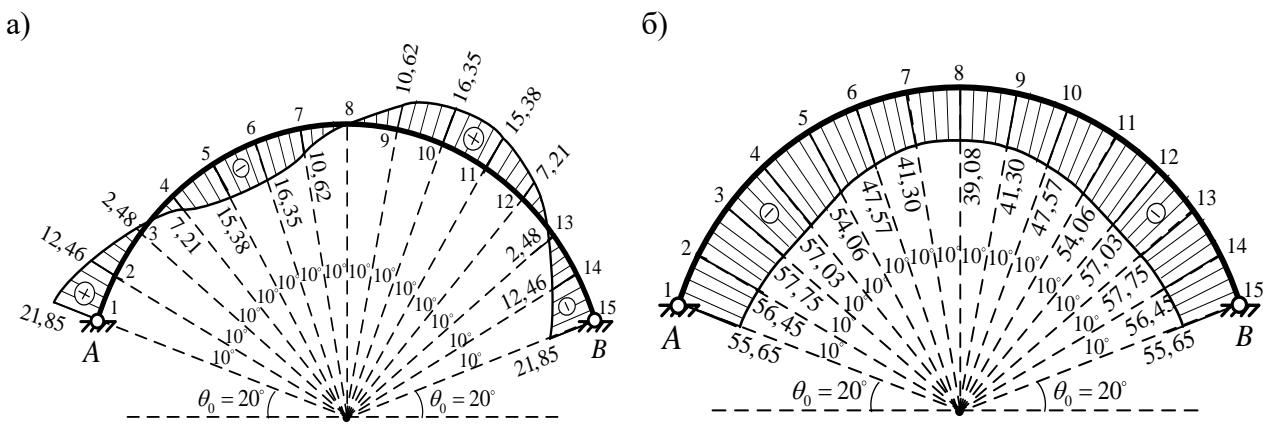
б)



а) пример расчета; б) деформированный вид арки  
**Рисунок 4 – Расчет двухшарнирной арки при заданных параметрах**



а) аналитическое решение; б) результат «M» в SolidWorks  
**Рисунок 5 – Эпюра изгибающих моментов**



а) эпюра продольных сил; б) результат «M» в SolidWorks  
**Рисунок 5 – Результаты расчета внутренних усилий двухшарнирной арки**

Для определения перемещений воспользовались формулой Мора

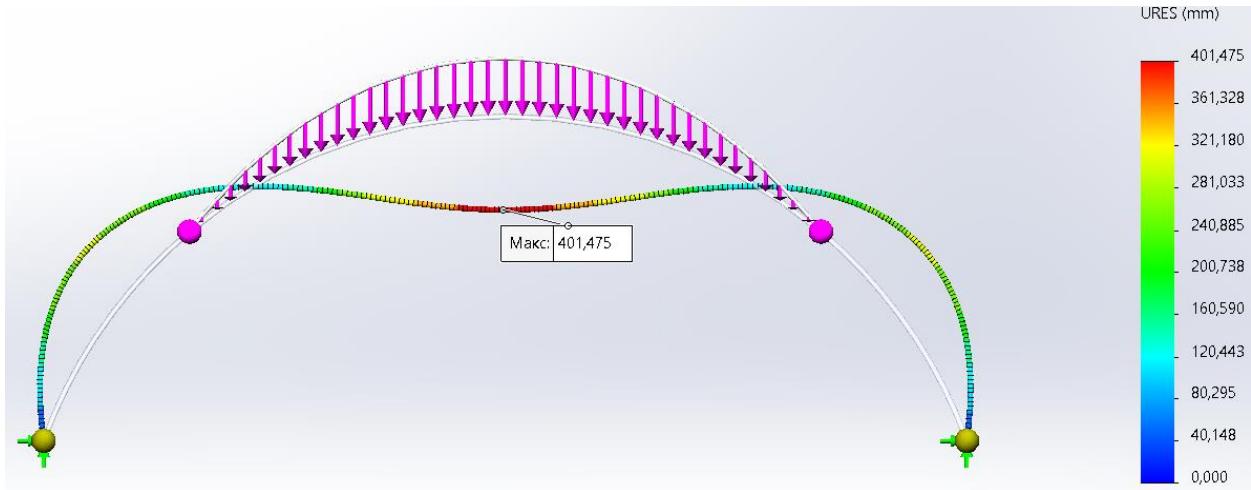
$$\Delta_{iP} = \sum \int \frac{\bar{M}_i M_P ds}{EJ} + \sum \int \eta \frac{\bar{Q}_i Q_P ds}{GA} + \sum \int \frac{\bar{N}_i N_P ds}{EA}, \quad (5)$$

где  $M_P, Q_P, N_P$  – изгибающие моменты, поперечные и продольные силы в системе от действия внешней нагрузки, от которой определяется перемещение;

$\bar{M}_i, \bar{Q}_i, \bar{N}_i$  – изгибающие моменты, поперечные и продольные силы в системе от действия единичной силы, приложенной в точке, для которой определяется перемещение, в направлении искомого перемещения ( $i$ -ом).

Для определения полных перемещений найдем вертикальные и горизонтальные перемещения сечений используя формулу Мора. Приложили к точке на оси сечения поочередно вертикальную и горизонтальную единичные силы. От действия этих сил определили опорные реакции и зависимости изменения внутренних сил, которые затем подставили в формулу Мора (5) и, выполнив вычисление интегралов Мора, получили величины искомых перемещений (рис. 4, б).

Статически неопределенную двухшарнирную арку смоделировали в программных комплексах *Lira*, *Scad* и *SolidWorks* и получили внутренние усилия ( $M$ ,  $Q$ ,  $N$ ), которые сравнили с ранее полученными значениями. Процент ошибки в большинстве случаев не превышал в ПК *Lira* – 8 %, в ПК *Scad* – 6 %. Относительная погрешность максимального значения изгибающего момента *SolidWorks* – 3 %, продольного усилия – 7 % и поперечного усилия – 5 %.



*Рисунок 6 – Деформированный вид арки в SolidWorks*

С помощью программных комплексов получили значения перемещений в сечениях арки (вертикальных, горизонтальных и полных), которые сравнили с полученными ранее значениями аналитическим способом. Процент ошибки в большинстве случаев не превышал в программных комплексах *Lira* – 6 %, в *Scad* – 5 %. Относительная погрешность максимального значения перемещения (сечение 8) в *SolidWorks* составила 7% (рисунок 6).

### **Заключение**

Получены зависимости, которые позволяют определять усилия (изгибающие моменты, поперечные и продольные силы) в сечениях и перемещения сечений для круговых двухшарнирных арок при статическом действии нагрузок, распределенных по параболической зависимости.

Вывод зависимостей для усилий выполнен с использованием метода сил для расчета статически неопределенной системы, а для определения перемещений – формулы Мора, в которой учитываются все силовые факторы, возникающие в системе: изгибающие моменты, поперечные и продольные силы.

Полученные результаты позволяют более точно выполнять расчеты рассматриваемых двухшарнирных арок на действие снеговых нагрузок, распределенных по параболической зависимости, более глубоко исследовать их работу и выполнить анализ распределения и изменения внутренних сил в системе и деформированного вида арок.

Разработанная методика, алгоритм расчета и компьютерная программа в среде MathCad позволяют автоматизировать расчет круговых двухшарнирных арок на снеговые нагрузки, распределенные по параболической зависимости (определение усилий и перемещений), выполнять анализ напряженно-деформированного состояния двухшарнирных арок и выполнять исследования

работы таких сооружений при различных геометрических и жесткостных параметрах систем.

#### **Список цитированных источников**

1. Воздействия на конструкции. Общие воздействия. Снеговые нагрузки: СН 2.01.04- 2019. – Введ. 16.12.2019. Минск : Министерство архитектуры и строительства Респ. Беларусь, 2020. – 36 с.
2. Строительная механика. Стержневые системы: учебник для вузов / А. Ф. Смирнов, А. В. Александров, Б. Я. Лашенников, Н. Н. Шапошников; под ред. А. Ф. Смирнова. – М.: Стройиздат, 1981. – 512 с.
3. Новиковский, Е. А. Учебное пособие «Работа в системе MathCAD» / Е. А. Новиковский. Барнаул: Типография АлтГТУ, 2013. – 114 с.

#### **References**

1. Vozdejstvija na konstrukcii. Obshchie vozdejstvija. Snegovye nagruzki: SN 2.01.04- 2019. – Vved. 16.12.2019. Minsk : Ministerstvo arhitektury i stroitel'stva Resp. Belarus', 2020. – 36 s.
2. Stroitel'naja mehanika. Sterzhnevye sistemy: uchebnik dlja vuzov / A. F. Smirnov, A. V. Aleksandrov, B. Ja. Lashhennikov, N. N. Shaposhnikov; pod red. A. F. Smirnova. – M.: Strojizdat, 1981. – 512 s.
3. Novikovskij, E. A. Uchebnoe posobie «Rabota v sisteme MathCAD» / E. A. Novikovskij. Barnaul: Tipografija AltGTU, 2013. – 114 s.

УДК 378

## **ИННОВАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРИ ПОДГОТОВКЕ КАДРОВ ГУМАНИТАРНЫХ И ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ**

*Мазур Ю. В., старший преподаватель кафедры спортивных дисциплин,  
Гродненский государственный университет имени Янки Купалы,  
Гродно, Беларусь, e-mail: mazur\_jv@grsu.by*

*Андреюк С. В., к. т. н., доцент, заведующий кафедрой водоснабжения,  
водоотведения и охраны водных ресурсов, Брестский государственный  
технический университет, Брест, Беларусь, e-mail: svandreyuk@g.bstu.by*

*Рахуба В. И., к. ф. н., доцент, заведующий кафедрой лингвистических  
дисциплин и межкультурных коммуникаций, Брестский государственный  
технический университет, Брест, Беларусь, e-mail: virahuba@mail.ru*

*Андреюк Е. С., Гродненский государственный университет имени Янки Купалы,  
Гродно, Беларусь, e-mail: andreyukkaterina@yandex.by*

#### **Реферат**

Инновационные технологии в педагогике представляют собой устоявшиеся методы обучения в сфере образования в целом. В качестве основной задачи высшего образования рассматривается подготовка квалифицированного, конкурентоспособного на рынке труда, компетентного и готового к эффективной работе по профилю своей деятельности работника. Качество подготовки специалиста считается важнейшим компонентом современного профессионального образования. Высшее образование при этом должно способствовать развитию мышления, формированию методологической культуры на основе познавательной, профессиональной, коммуникативной деятельности. В статье кратко рас-