

Тур В.В.

Рак Н.А.

ПРОЧНОСТЬ И ДЕФОРМАЦИИ БЕТОНА

в расчетах конструкций

Брест 2003

УДК 624.012.3/4.001.24
ББК 38.539
Т86

Печатается по решению Совета Брестского государственного технического университета (протокол № 4 от 25 февраля 2003 года).

Рецензент: заслуженный деятель науки РБ, доктор технических наук, профессор Т.М. Пецольд.

Тур В.В., Рак Н.А.

Т86 Прочность и деформации бетона в расчетах конструкций: Монография. – г. Брест; Издательство БГТУ, 2003. – 252 с

ISBN 985–6584–55–8

В настоящей монографии представлено обобщение и выполнен анализ результатов экспериментальных исследований, сформулированных на их основе предложений по нормированию основных характеристик свойств бетона, используемых в расчетах конструкций. Особое внимание уделено вопросам, связанным с выбором аналитических описаний диаграмм деформирования (состояния) бетона, их трансформации в плоском напряженном состоянии, при наличии косвенного армирования, а также с определением прочности бетона при местном действии нагрузки.

Материал, изложенный в монографии разъясняет положения новых строительных норм СНБ 5.03.01–02 «Бетонные и железобетонные конструкции».

Монография предназначена для научных работников, преподавателей, аспирантов и студентов строительных специальностей высших учебных заведений.

Главы 1 и 5 написаны проф. Туром В.В., глава 6 – доц. Раком Н.А., главы 2, 3 и 4 – проф. Туром В.В. и доц. Раком Н.А. совместно.

ISBN 985–6584–55–8

УДК 624.012.3/4.001.24
ББК 38.539

© В.В. Тур, 2003
© Н.А. Рак, 2003
© Брест, Издательство БГТУ, 2003

Пересмотреть принятые эмпирические зависимости, улучшить их или подкрепить данными анализа, углубить понимание явлений и придать больше стройности теории и, наконец, что самое главное, обнаружить новые факты, имеющие значение для теории и практики – вот какие цели следует преследовать при изучении физико-механических свойств бетона.

Проф. А.А. Гвоздев

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	6
--------------------------	----------

ГЛАВА 1. Характеристики бетона, используемые в современных расчетах железобетонных конструкций	9
1.1. Современные методы расчетов железобетонных конструкций	9
1.2. Диаграмма деформирования как обобщенная характеристика механических свойств бетона. Базовые (параметрические) точки диаграммы деформирования	12

ГЛАВА 2. Прочностные характеристики бетона	18
2.1. Прочность при сжатии	18
2.2. Прочность при растяжении	33
2.3. Нормативные и расчетные сопротивления бетона	39

ГЛАВА 3. Деформативность бетона	43
3.1. Упругие деформации бетона. Модуль упругости бетона	43
3.2. Поперечные деформации бетона	50
3.3. Коэффициент температурных деформаций.....	50
3.4. Ползучесть и усадка бетона.....	51
3.4.1. Ползучесть бетона. Определение характеристики ползучести	52
3.4.2. Усадка и набухание бетона	58

ГЛАВА 4. Аналитические описания диаграмм деформирования бетона	65
4.1. Диаграммы деформирования бетона при осевом кратковременном сжатии.....	65
4.1.1. Значения относительных деформаций в параметрических точках диаграммы деформирования бетона при сжатии	77
4.1.2. Нормативные и расчетные диаграммы деформирования бетона при сжатии	90

4.1.3. Ошибки моделирования при расчете прочности нормальных сечений железобетонных конструкций с использованием различных диаграмм деформирования.....	99
4.2. Диаграммы деформирования бетона при осевом растяжении.....	110

ГЛАВА 5. Трансформированные диаграммы деформирования бетона..... 117

5.1. Трансформированные диаграммы деформирования бетона, усиленного косвенным армированием.....	117
5.2. Трансформированные диаграммы деформирования бетона с диагональными трещинами (плоское напряженное состояние «сжатие–растяжение»).....	154

ГЛАВА 6. Прочностные и деформативные свойства бетона при местном сжатии 179

6.1. Местное сжатие бетонных и железобетонных конструкций.....	179
6.2. Прочность и деформации бетона при двух- и трехосном сжатии.....	181
6.3. Прочность и деформации бетона при местном сжатии.....	196

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 227

ЛИТЕРАТУРА..... 228

ПРИЛОЖЕНИЕ 247

ПРЕДИСЛОВИЕ

Конец прошлого тысячелетия характеризовался пересмотром норм проектирования бетонных и железобетонных конструкций. С одной стороны — это попытка создания единых европейских норм (EN) для стран – членов Европейского Союза, имеющая целью обеспечить условия для свободного перемещения продуктов (материалов, изделий, технологий, услуг и научной мысли) в области строительства на территории этих государств, а с другой — создание национальных норм стран, входящих в состав СНГ (в первую очередь Беларуси, России, Украины) и их гармонизация с требованиями Европейских норм.

Такой подход требует пересмотра содержания действующего СНиП 2.03.01–84* в части требований, не совпадающих с положениями EN и в первую очередь в сторону повышения надежности и качества проектируемых конструкций зданий и сооружений.

Основное преимущество полуэмпирических методов расчета, принятых, например, в СНиП 2.03.01–84*, заключалось в их простоте, а, следовательно, и практической пригодности. Однако такой подход утратил свою актуальность в связи с широкой компьютеризацией инженерных расчетов.

Современные расчетные методы базируются на так называемых деформационных моделях, которые помимо классических условий равновесия и совместности деформаций требуют применения обоснованных зависимостей, связывающих напряжения и деформации материалов в процессе нагружения.

За последние полвека в мировой практике накоплены новые экспериментальные данные как о физико-механических характеристиках бетона, так и о работе железобетонных конструкций, в том числе в условиях длительного действия нагрузки, при сложных видах нагружений и т.д. Совершенствование технологии материалов привело к получению бетонов классов до

C250 (ultra high performance concrete), обладающих свойствами, отличными от традиционных бетонов.

Исследования деформативных свойств бетона позволили установить адекватные диаграммы их деформирования с учетом нисходящей ветви « $\sigma - \varepsilon$ » и их аналитические описания. Поэтому диаграмму деформирования « $\sigma - \varepsilon$ » бетона, получаемую при кратковременном осевом нагружении опытных образцов, принято рассматривать в качестве обобщенной характеристики его механических свойств.

Существующие подходы в проектировании конструкций связаны, главным образом, с прочностными характеристиками материалов. Поэтому авторы большинства учебных изданий по курсу железобетонных конструкций дают только самые общие сведения о диаграммах деформирования бетона.

Следует отметить, что даже в случаях, когда речь идет о деформативности бетона в контексте диаграмм деформирования, отсутствуют однозначно трактуемые понятия, относящиеся к определению их параметрических точек. В первую очередь, это относится к определению деформации т.н. «предельной сжимаемости» бетона, которую многие исследователи, как в силу сложившихся традиций, так и, исходя из технических возможностей, определяют по существу в пиковой точке диаграммы деформирования. Как показано авторами в книге, получение обоснованных диаграмм деформирования бетона долгое время являлось далеко не простой технической задачей.

Использование компьютерных технологий при выполнении расчетов конструкций позволяет решать достаточно сложные задачи в нелинейной постановке с учетом временной и пространственной дискретизации конструктивной системы. Это чрезвычайно важно для проектирования статически неопределимых систем и конструкций, подверженных сложным видам нагрузений. Таким образом, можно утверждать, что к настоящему времени в основном сложились предпосылки для пересмотра существующих методов расчета, как это сделано в первых строительных нормах Республики Беларусь СНБ 5.03.01–02 «Бетонные и железобетонные конструкции», включающих расчетные модели, в большей степени отвечающие физической сущности явлений.

Авторы настоящей книги профессор, д.т.н. *Тур В.В.* и доцент, к.т.н. *Рак Н.А.* приняли самое активное участие в разработке СНБ 5.03.01–02 и в период подготовки норм провели огромную работу по обобщению результатов исследований в области физико-механических свойств бетонов.

Отрадно то, что в лице авторов книги белорусская наука нашла достойных, перспективных продолжателей научной школы бетоноведения, основы которой были заложены в 60-е годы прошлого столетия профессором *Ахвердовым И.Н.* и продолжены профессором *Блещиком Н.П.*

Настоящая книга имеет целью на базе обобщения экспериментально-теоретических исследований, относящихся к прочности и деформациям бетона, прокомментировать некоторые новые положения, внесенные в нормативные документы по проектированию железобетонных конструкций.

Говоря о физико-механических свойствах бетона в контексте настоящей книги, необходимо отметить, что изложенные сведения затрагивают только «вершину айсберга», констатируя факты, свидетельствующие о поведении материала под нагрузкой как упругопластического тела в той степени, в какой это касается расчетов бетонных и железобетонных конструкций, не вдаваясь в т.н. «структурные» вопросы. Вместе с тем, для анализа некоторых положений авторам пришлось использовать результаты, полученные на структурно-механических моделях для композитного материала, развитие которых весьма перспективно и открывает новый этап, как в оценке свойств материалов, так и методов расчетов конструкций.

Изложенные в книге материалы представляют большую научную и практическую ценность и будут использованы в практике проектирования и в учебном процессе при чтении курса лекций по бетонным и железобетонным конструкциям.

*Заслуженный деятель науки,
д.т.н., профессор*

Т.М. Пецольд

Глава 1

ХАРАКТЕРИСТИКИ СВОЙСТВ БЕТОНА, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В РАСЧЕТАХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

1.1. Современные методы расчетов железобетонных конструкций

В проблемной статье проф. *Н.И. Карпенко*, помещенной в Российской Архитектурно-Строительной Энциклопедии [37], показано, что современные пути развития теории расчетов, как отдельных типов железобетонных конструкций, так и зданий и сооружений в целом, связаны с комплексным решением трех основных проблем:

- 1) с разработкой более современных расчетных моделей деформирования и исчерпания прочности бетона и железобетона в конструкциях с учетом особенностей проявления его физико-механических свойств при различных режимах (программах) как силовых (статических и динамических), так и не силовых воздействий;
- 2) с построением автоматизированных методов расчетов на базе, с одной стороны, современных вычислительных методов (например, МКЭ), а с другой – более совершенных моделей сопротивления бетона и железобетона, в максимальной степени учитывающих физическую нелинейность, трещиноватость, неоднородность, анизотропию, приобретаемую в процессе деформирования и трещинообразования, ползучесть, усадку и т.д.;
- 3) с изучением и более точным отображением в расчетах сценариев действия внешних нагрузок и воздействий силового и не силового характера.

Разработкой нелинейных методов расчетов бетонных и железобетонных конструкций, в большей или меньшей степени удовлетворяющих сформулированным выше требованиям, на протяжении целого ряда лет занимались как отечественные, так и зарубежные исследователи, среди которых следует назвать *Байкова В.Н., Бондаренко В.М., Бондаренко С.В., Бича П.М., Гуцу Ю.В., Бачинского В.Я., Додонова М.И., Дроздова П.Ф., Карпенко Н.И., Лазовского Д.Н., Лемыша Л.Л., Мухамедиева Т.Л., Маилляна Л.Р., Попова Н.Н., Пецоляда Т.М., Пересыпкина Е.Н., Паньшина Л.Л., Рака Н.А., Расторгуева Б.С., Складнева Н.Н., Скоробогатова С.М., Соколова Б.С., Ehsani M.R., Farach A., Huggins M.W., Kawakami M., Tokuda H., Kagaya M., Hirata M., Kwan K.H., Yen R.J.Y., Stur-*

rock R.D., Rotter J.M., Hsu T.T.C., Cheng-Tzu T., Al-Noury S.I., Chen W.F., Sargin M., Cariera D.J., Zak M.L., Mattock A.H., Lachance L. и др.

Рациональные деформационные расчетные модели, опираясь на принципы нелинейной механики, включают: а) уравнения равновесия внутренних и внешних сил; б) уравнения, описывающие распределение относительных деформаций для рассчитываемого сечения; в) физические уравнения, устанавливающие связь между напряжениями и относительными деформациями материалов в процессе нагружения.

В качестве примера реализации такой модели рассмотрим железобетонный элемент, имеющий произвольную форму поперечного сечения, подвергнутый в общем случае совместному действию изгибающих моментов ($M_{Sd,x}$ и $M_{Sd,y}$) и продольной силы N_{Sd} (рис. 1.1), для которого условия равновесия могут быть записаны в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \int_{A_c} \sigma_c(\varepsilon_c) x \cdot dA_c + \sum_{k=1}^m \sigma_s(\varepsilon_{sk}) x_k \cdot A_{sk} - q(M_{Sd,x} + N_{Sd} \cdot e_x) &= 0 \\ \int_{A_c} \sigma_c(\varepsilon_c) y \cdot dA_c + \sum_{k=1}^m \sigma_s(\varepsilon_{sk}) y_k \cdot A_{sk} - q(M_{Sd,y} + N_{Sd} \cdot e_y) &= 0 \\ \int_{A_c} \sigma_c(\varepsilon) dA_c + \sum_{k=1}^m \sigma_s(\varepsilon_{sk}) A_{sk} - q \cdot N_{Sd} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

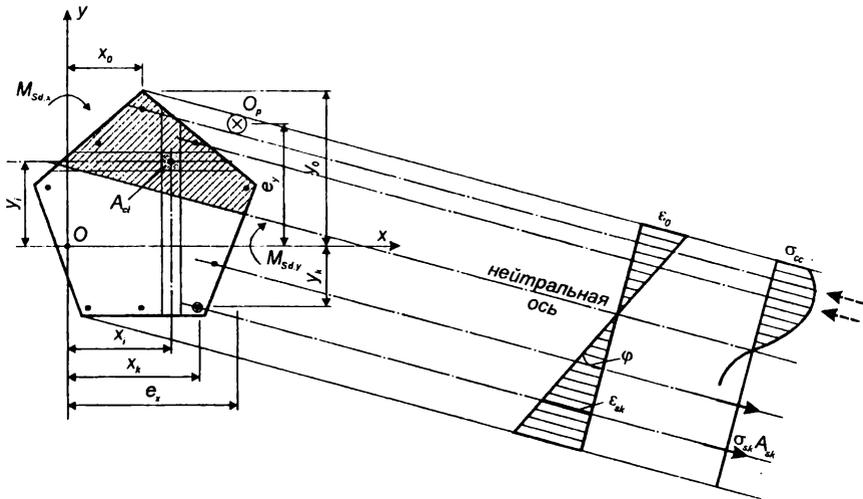


Рис. 1.1.

К расчету сечения произвольной формы при действии изгибающих моментов и продольной силы по деформационной модели (O_p – точка приложения продольной силы)

Распределение относительных деформаций по сечению определяют исходя из допущения о том, что изменение относительных деформаций по

высоте элемента вне трещин и средних относительных деформаций арматуры по части элемента с трещинами соответствует гипотезе плоских сечения (гипотезе Бернулли):

$$\varepsilon(x, y) = \varepsilon_0 + \varphi_x(x - x_0) + \varphi_y(y - y_0) \quad (1.2)$$

В уравнениях (1) и (2):

- $M_{Sd,x}$, $M_{Sd,y}$, N_{Sd} – изгибающие моменты относительно осей x , y соответственно и продольная сила, действующие в расчетном сечении, вызванные внешними нагрузками;
- e_x , e_y – расстояния от точки приложения продольной силы N_{Sd} до соответствующей оси (эксцентриситеты силы N_{Sd});
- ε_0 – продольная относительная деформация точки с координатами x_0 , y_0 ;
- φ_x , φ_y – кривизны элемента в плоскостях действия моментов $M_{Sd,x}$ и $M_{Sd,y}$;
- q – параметр нагружения.

Следует отметить, что для нахождения равнодействующих усилий в бетоне в уравнениях (1.1) используют либо правила точного интегрирования, либо прибегают к численному интегрированию напряжений по элементарным площадкам, выделяемым в пределах сечения анализируемого элемента.

Наиболее распространенным является метод численного интегрирования, в котором бетон сечения мысленно разбивают на отдельные малые участки (как правило, прямоугольной формы), при необходимости дополненные треугольными участками. В пределах каждого элементарного участка напряжения принимают постоянными и равными напряжениям на уровне его центра тяжести. Считается, что допущение о постоянстве напряжений в пределах элементарного участка не вносит существенной погрешности в расчеты, если его размеры не превышают $1/10$ соответствующего размера сечения.

Для каждого « i -го» элементарного участка бетона фиксируют его площадь A_{ci} и координаты центра тяжести x_i и y_i (расстояния до соответствующих осей) (рис. 1.1). Каждому арматурному стержню присваивают свой номер, фиксируют его площадь A_{sk} и положение центра тяжести x_k и y_k (рис. 1.1).

Тогда, переходя к численному интегрированию, система уравнений (1.1) может быть записана в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n \sigma_{ci}(\varepsilon_c) x_i \cdot A_{ci} + \sum_{k=1}^m \sigma_{sk}(\varepsilon_{sk}) x_{sk} \cdot A_{sk} - q(M_{Sd,x} + N_{Sd} \cdot e_x) &= 0 \\ \sum_{i=1}^n \sigma_{ci}(\varepsilon_c) y_i \cdot A_{ci} + \sum_{k=1}^m \sigma_{sk}(\varepsilon_{sk}) y_{sk} \cdot A_{sk} - q(M_{Sd,y} + N_{Sd} \cdot e_y) &= 0 \\ \sum_{i=1}^n \sigma_{ci}(\varepsilon_c) A_{ci} + \sum_{k=1}^m \sigma_{sk}(\varepsilon_{sk}) A_{sk} - q \cdot N_{Sd} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

где: A_{ci} – площадь « i -го» элементарного участка бетона;

A_{sk} – площадь « k -го» арматурного стержня в сечении.

Уравнения (1.2) и (1.3) следует дополнить физическими уравнениями, связывающими напряжения и относительные деформации материалов в

процессе нагружения. Такие уравнения вида $\sigma_m = f(\varepsilon_m)$ принято называть диаграммами деформирования (состояния) материалов.

Очевидно, что так называемая деформационная модель обладает рядом существенных преимуществ по сравнению с расчетами, основанными на методе предельных усилий. Вместе с тем, точность расчетов по деформационной модели решающим образом определяется адекватностью используемых диаграмм деформирования материалов (особенно бетона) их фактическим физическим свойствам.

Влияние длительных процессов, динамических и циклических составляющих нагрузок, температурного режима, сложных напряженно-деформированных состояний при расчетах конструкций, учитывают, как правило, путем трансформирования базовых диаграмм деформирования, полученных в стандартных условиях при осевом кратковременном нагружении. Подходы к трансформированию базовых диаграмм деформирования подробно изложены в статье [37] и работах [36–38]. Некоторым из них будет уделено внимание и в настоящей книге.

1.2. Диаграмма деформирования как обобщенная характеристика механических свойств бетона. Базовые (параметрические) точки диаграммы деформирования

В течение нескольких последних десятилетий значительное число исследований направлено на получение полных диаграмм деформирования « σ_c – ε_c » для бетона при сжатии и растяжении, важность которых в конструкторских расчетах не требует специального комментария.

В связи с развитием и совершенствованием методов расчета бетонных и железобетонных конструкций, базирующихся на положениях деформационной расчетной модели [11, 33, 35–38, 82, 94, 152 и др.], внесенной в качестве основной в нормативные документы практически всех европейских стран [152, 174, 177, 281, 284], включая и нормы СНБ 5.03.01–02 [94], появилась необходимость нормирования диаграмм деформирования для материалов.

Нормативную диаграмму деформирования (состояния) бетона, устанавливающую связь между напряжениями σ_{ck} (σ_{ctk}) и продольными относительными деформациями ε_{ck} (ε_{ctk}) сжатого (растянутого) бетона при кратковременном действии однократно приложенной нагрузки вплоть до установленных ее предельных значений, отвечающих разрушению бетона при однородном напряженном состоянии следует рассматривать в качестве **обобщенной характеристики механических свойств бетона**.

Хотя, на первый взгляд, процедура определения параметров полной диаграммы деформирования при осевом действии нагрузки кажется достаточно простой задачей, в действительности это оказывается не так. Накопленный опыт [255, 256, 306, 307] показывает, что основными причинами этого следует считать: взаимодействие в процессе нагружения системы «испытательная машина – опытный образец» и сложность измерения действительной деформации образца.

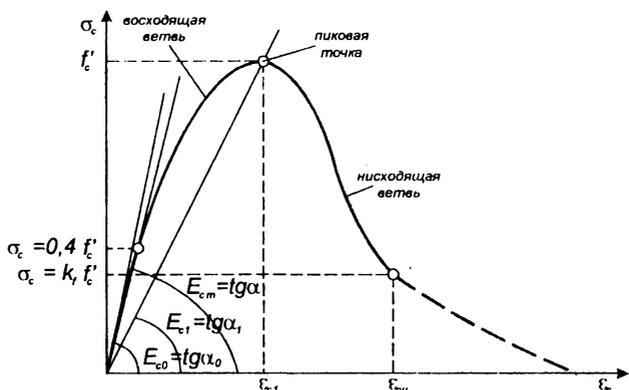


Рис. 1.2.

Общий вид идеализированной полной диаграммы « σ_c – ε_c » для бетона при осевом сжатии

Общий вид идеализированной диаграммы деформирования (состояния) для бетона при осевом кратковременном сжатии показан на рис. 1.2.

В силу специфических свойств бетона как материала, его зависимость « σ_c – ε_c » (рис. 1.2) состоит из двух характерных ветвей – **восходящей ветви** (до пиковых напряжений в вершине диаграммы, соответствующих пределу кратковременной прочности) и следующей за ней **нисходящей ветви** (т.н. закритическая область, описывающая работу материала до физического разрушения). Форму кривой, описывающей работу бетона на восходящей ветви, достаточно легко получить с использованием стандартных методов в традиционных испытательных машинах при измерении деформаций в средней части образца, используя в качестве измерительной аппаратуры тензорезисторы на поверхности бетона, индикаторы часового типа, компрессометры и т. д. Исследование нисходящей ветви диаграммы « σ_c – ε_c » представляет собой наиболее сложную и трудоемкую часть эксперимента, требует применения специального испытательного оборудования. На этом этапе существенное влияние на работу бетона оказывает взаимодействие системы «испытательная машина – опытный образец», а появление продольных трещин делает затруднительным измерение действительных деформаций бетона. Механизм взаимодействия «испытательная машина – опытный образец» достаточно подробно рассмотрен в работах [254, 255]. Существует целый ряд методических приемов, посредством которых взаимодействие «испытательная машина – опытный образец» стремятся исключить или снизить до приемлемого уровня. Один из них – применение стальных цилиндров или колонн, нагружаемых параллельно основным образцам, либо специальных устройств [255, 306, 307]. Следует отметить, что в ряде случаев применение таких методических подходов ведет к погрешностям в результатах испытаний и дает противоречивые, порой трудно сопоставимые данные.

Существенные отличия в результатах экспериментальных исследований, даже при одинаковой геометрии образцов для бетонов, относящихся к одному классу по прочности при сжатии, связаны, главным образом, с использованием различных методик испытаний. Различия в методических

подходах к испытаниям приводят к различиям в аналитических описаниях получаемых результатов. При этом в подавляющем большинстве случаев аналитические модели отличаются, описанием нисходящей ветви и значениями параметрических точек диаграмм в так называемой «закритической» области.

Исходя из анализа обширных данных, приведенных в работах [130, 134, 139, 156, 161, 172, 173, 184 и др.] ученые и специалисты стран Европы и Америки при определении диаграммы « $\sigma_c - \epsilon_c$ » приняли соглашение, в соответствии с которым в качестве базовой принята методика, разработанная *M.A. Mansur, T.N. Wee, M.S. Chin* [255, 256], использующая для получения параметров диаграммы деформирования бетонные цилиндры $\varnothing 100/200$ или призмы $100 \times 100 \times 200$ мм. Испытания выполняют при помощи специальной испытательной машины (*Danison Closed – Loop Servo – Controlled Hydraulic Testing Machine – 3000 kN*) с компьютерным контролем скорости наращивания деформаций от $0,01$ до $1,0$ мм/мин, оснащенной контрольно-измерительными устройствами, зафиксированными между плитами пресса. Погрешности испытаний корректируют в соответствии с методикой, изложенной в [255, 256]. Выборочные результаты испытаний бетонных образцов различной прочности, полученные в соответствии с описанной методикой [256] показаны на рис. 1.3. Образцы с прочностью при сжатии $f_{ck} < 90$ МПа испытаны со скоростью нагружения $0,07$ мм/мин, а при $f_{ck} > 90$ МПа – $0,05$ мм/мин. Нагружение образцов выполняли до физического разрушения.

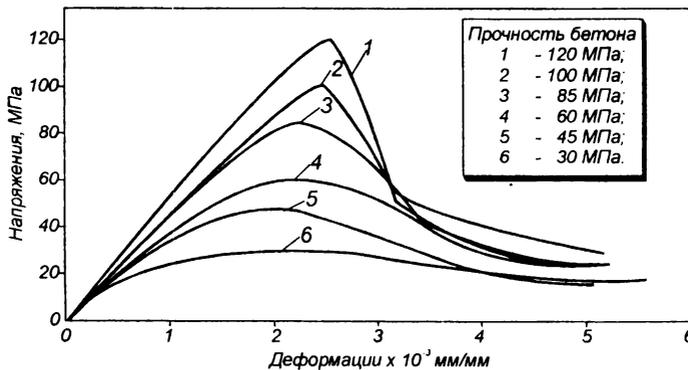


Рис. 1.3.

Характерный вид диаграмм деформирования для бетонов разной прочности, полученные испытаниями по методике [155].

Учитывая то обстоятельство, что диаграммы, приведенные на рис. 1.3, принято рассматривать как наиболее новые, достаточно точные и объективные опытные зависимости « $\sigma_c - \epsilon_c$ » для бетона, с ними сравнивали некоторые из аналитических зависимостей, предложенных в последние 40 лет различными исследователями и нормативными документами. Выбранные аналитические зависимости, нашедшие в разные годы признание среди специалистов, занимающихся исследованием железобетона, приведены в табл. 4.1 (см. главу 4), а сравнение некоторых из них с опытными диаграммами (см. рис. 1.3) показано на рис. 1.4.

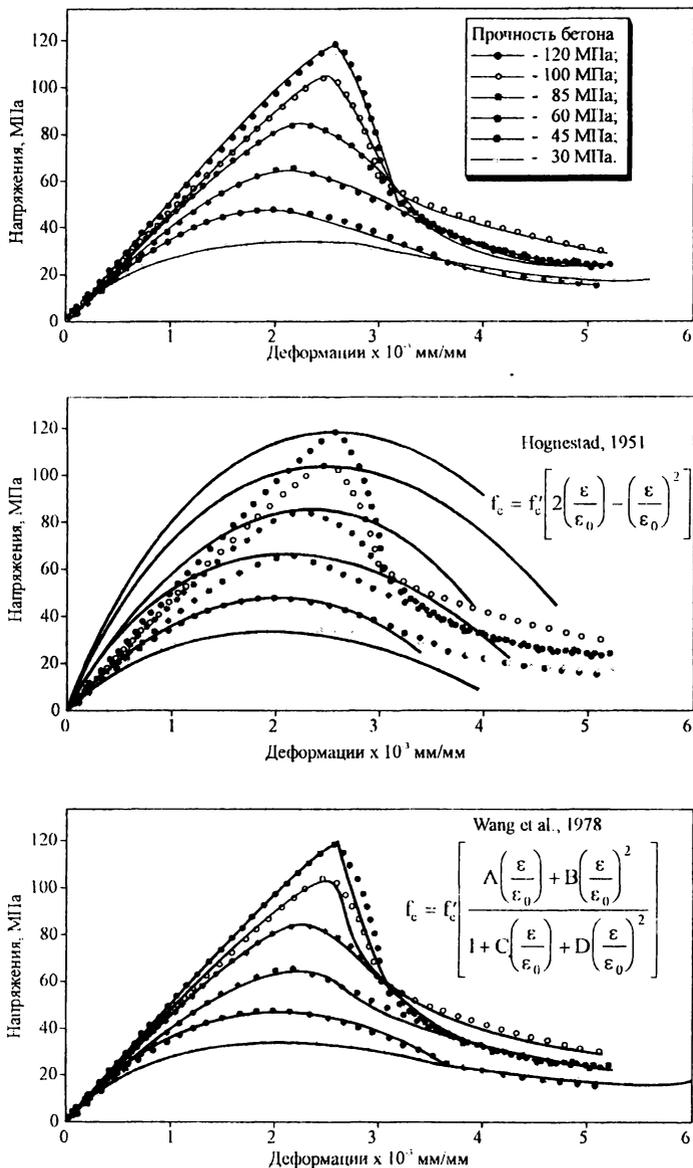


Рис. 1.4. Сравнительный анализ описаний диаграмм деформирования с опытными данными [155]

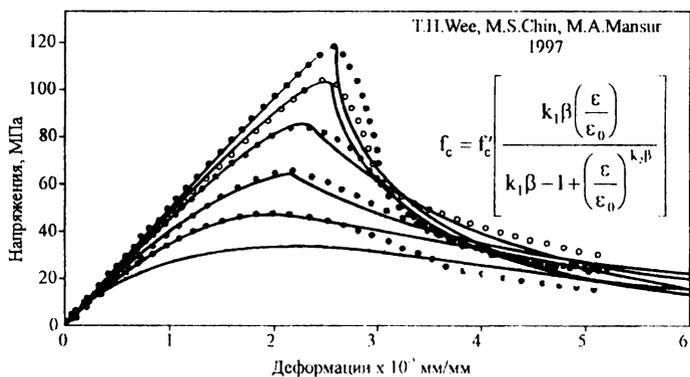
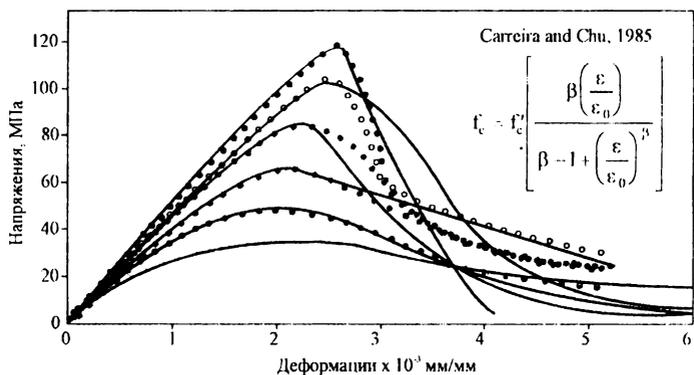
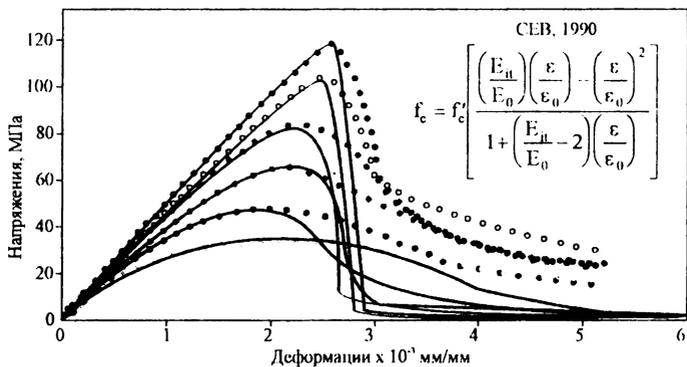


Рис. 1.4 (продолжение).

При выборе аналитических зависимостей, описывающих диаграмму деформирования бетона, авторы с большей либо меньшей степенью точности стремятся повторить фактическую кривую. Причем, как уже отмечалось ранее, основные отличия и отклонения от действительной диаграммы наблюдаются при описании нисходящей ветви диаграммы. По существу, предлагаемые аналитические описания являются первой ступенью идеализации фактических диаграмм деформирования.

Для математического описания базовых диаграмм деформирования бетона, применяемых в расчетах железобетонных конструкций, необходимо иметь нормированные значения следующих базовых параметрических точек:

- значение напряжений в пиковой точке диаграммы f'_c , соответствующих пределу кратковременной прочности бетона при сжатии;
- значение относительных деформаций ε_{c1} , соответствующих напряжениям в вершине диаграммы f'_c ;
- значение относительной продольной деформации ε_{cu} , принятой в качестве предельной деформации бетона при сжатии (растяжении), соответствующей назначенному уровню напряжений $\sigma_u = k_f \cdot f'_c$;
- значение модуля упругости бетона E_{cm} .

Следует отметить, что некоторые из авторов и нормы отдельных стран [281] предлагают рассматривать в качестве базовых (параметрических) точек дополнительно к перечисленным значения относительной продольной деформации, соответствующей пределу упругой работы бетона ($\varepsilon_{c,el}$) и максимальной относительной продольной деформации ($\varepsilon_{c,max}$).

Величины всех названных параметрических точек диаграммы деформирования нормируют в зависимости от его класса по прочности при сжатии. Поэтому прежде чем приступить к рассмотрению аналитических описаний диаграмм деформирования (состояния) бетона остановимся более подробно на нормировании его прочностных характеристик во взаимосвязи с методами определения полных диаграмм деформирования.

Глава 2

ПРОЧНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ БЕТОНА

2.1. Прочность на сжатие

Прочность на сжатие является важнейшим **классификационным** показателем, характеризующим технические свойства бетона, как строительного материала. Нормативные документы [94, 125, 137, 152, 170, 174, 177–179] определяют прочность бетона на сжатие f_c , как максимальное сжимающее напряжение в бетоне при одноосном напряженном состоянии. Среднее значение прочности, получаемое при испытании серии опытных образцов, обозначают f_{cm} . Следующими величинами, непосредственно вытекающими из, таким образом, определенной прочности бетона на сжатие являются:

гарантированная прочность бетона, определяемая как прочность бетона на осевое сжатие, установленная с учетом статистической изменчивости в соответствии с требованиями действующих стандартов на кубках со стороной 15 см, гарантируемая предприятием производителем и обозначаемая $f_{c,cube}^G$;

нормативное сопротивление бетона при сжатии (f_{ck}) – контролируемая прочностная характеристика бетона, определяемая с учетом статистической изменчивости. Обеспеченность нормативных значений устанавливается соответствующими нормативными документами для отдельных видов строительных конструкций с учетом их массивности. В качестве базового числового значения обеспеченности нормативных значений прочностных характеристик принимается величина 0,95.

Расчетная прочность бетона или его **расчетное сопротивление**, которое определяют как величину, получаемую в результате деления нормативного сопротивления f_{ck} на коэффициент безопасности для бетона γ_c ;

синтетическая мера качества бетона, определяемая как **класс по прочности при сжатии**, соответствующая его гарантированной прочности и обозначаемая согласно [94, 178] буквой С и числами, выражающими значения нормативного (характеристического) сопротивления и гарантированной прочности в Н/мм² (МПа); например С¹²/15 (перед чертой – значение нормативного сопротивления f_{ck} , после черты – гарантированная прочность бетона $f_{c,cube}^G$).

По отношению к действующему СНиП 2.03.01–84* [95] при переходе от класса бетона к соответствующему расчетному сопротивлению в нормах

[167, 177, 178] принято упрощение. Оно основано на введении нормативного сопротивления как базовой характеристики для определения расчетного сопротивления f_{cd} , минуся гарантированную прочность (см. табл. 2.1).

Таблица 2.1.

Схема определения расчетного сопротивления бетона при сжатии согласно СНиП 2.03.01 – 84 и концепции СНБ 5.03.01 [94] (на основе положений ЕС – 2 [177])*

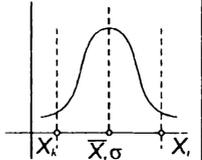
Параметр	Согласно СНиП 2.03.01–84* [95]	Согласно СНБ 5.03.01 [94]
	$R_1, R_2, R_3 \dots R_n$ (МПа)	$f_{c1}, f_{c2}, f_{c3} \dots f_{cn}$ (МПа)
Параметры распределения прочности	\bar{R}, \bar{S}_R МПа	 f_{cm}, S_{fc} МПа
Гарантированная прочность	$R_b^G = \bar{R} - t \cdot S_R = \bar{R} - 1,64 \cdot S_R$ $R_{bn} = (0,77 - 0,001 \cdot R_b^G) \cdot R_b^G$	$f_{ck} = f_{cm} - 1,64 \cdot (S_{fc})^{*1}$
Расчетное сопротивление	$R_b = \frac{R_{bn}}{\gamma_c}; \gamma_c = 1,3$	$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}; \gamma_c = 1,5$
*) S_{fc} – стандартное отклонение		

Схема определения расчетного сопротивления бетона, приведенная в табл. 2.1, полностью соответствует подходу, принятому в ЕС – 2 [177].

При переходе к конкретным значениям классов бетона по прочности на сжатие появляется проблема геометрии стандартного образца, используемого при испытаниях.

Следует отметить, что вопрос о выборе формы и размеров опытных образцов достаточно остро стоит не только при нормировании прочностных характеристик бетона, но и в связи с разработкой единой стандартной методики получения полных диаграмм деформирования для бетона, являющихся, как было отмечено ранее, обобщенной характеристикой его механических свойств. По причине того, что отсутствуют стандартные методики получения полных диаграмм деформирования бетона, исследователи используют самые различные подходы, как при проведении испытаний, так и при оценке конечного результата. Хотя в большинстве случаев испытанию подвергают образцы цилиндрической и призматической формы, имеют место различия, как в площади поперечного сечения, так и в соотношении размеров сторон образца. При этом, призмы изготавливают, как правило, в горизонтальном положении, в то время как цилиндры – бетонируют вертикально. Эти различия в форме и размерах образцов, а также в направлении их бетонирования могут в ряде случаев оказывать существенное влияние как на величину коэффициента, связывающего гарантированную прочность, получаемую на кубических образцах с прочностью цилиндрических и призматических образцов (коэффициент призматической или цилиндрической прочности), так и на численные значения параметрических точек диаграммы деформирования.

Опытами [78] показано, что для традиционных бетонов при увеличении соотношения l/\varnothing (где: l – длина образца; \varnothing – диаметр поперечного сечения) наблюдается снижение прочности на сжатие. Если отношение l/\varnothing остается постоянным, то прочность образца снижается с увеличением размеров сечения. В большинстве работ этот феномен объясняется, главным образом, ограничивающим влиянием стальных плит испытательной машины, хотя в последнее время для оценки явления зачастую прибегают к гипотезе Гриффитса, исходя из представлений о накоплении повреждений в удельном объеме структуры материала. Интересно подчеркнуть, что эффект влияния масштабного фактора действует лишь до определенных граничных значений геометрических размеров, выше которых увеличение размеров образца не ведет к заметному снижению его прочности (рис. 2.1).

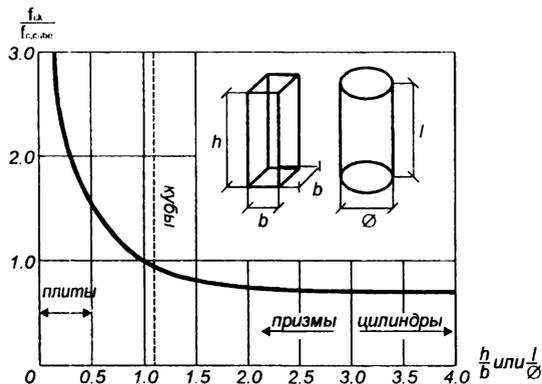


Рис. 2.1.

Влияние отношения ($h / b ; l / \varnothing$) на прочность бетонных образцов в условиях одноосного сжатия [242]

По результатам испытаний более 300 кубов трех различных размеров (с ребром 70, 125, 150 мм), имевших прочность на сжатие от 13 до 48 МПа (установленную на базовых кубах со стороной 150 мм) A. Neville [276] сделал вывод о том, что кубы с ребром 70 мм имеют большую среднюю прочность при сжатии, но при этом показывают более высокое значение среднеквадратичного отклонения по сравнению с кубами 125×125×125 мм и 150×150×150 мм. V. Malhorta [252] установил, что прочность бетона при сжатии, получаемая при испытаниях цилиндров $\varnothing 150/300$ мм, значительно ниже прочности цилиндров $\varnothing 100/200$ (при изменении прочности бетона от 7 до 48 МПа, установленной на базовых образцах-кубах с ребром 150 мм).

Анализ опытов M. Mansur и др. [254–256], выполненных на кубах с ребром 100 мм, цилиндрах $\varnothing 75/150$ мм и $\varnothing 100/200$ мм, призмах 100×100×200 мм, показывает, что для бетона прочностью от 5 до 120 МПа (установленную на базовых цилиндрах $\varnothing 100/200$ мм) не наблюдается ощутимого различия в величинах предельного сопротивления, полученных при испытаниях цилиндров $\varnothing 75/150$ мм и $\varnothing 100/200$ мм. Вместе с тем, при сравнении результатов испытаний цилиндров $\varnothing 100/200$ мм с прочностью цилиндров $\varnothing 150/300$ мм и призм 100×100×200 мм, в обоих случаях было установлено снижение предельного

сопротивления от 2 до 5 %, а прочность кубов с ребром 100 мм была на 3..5 % большей, чем предельное сопротивление призм 100×100×200 мм.

В работах [254, 255] изучали влияние формы, размеров образца, также направления бетонирования с целью выработки единых методов получения полных диаграмм деформирования, особенно нисходящей ветви зависимости. Используя призматические образцы трех различных высот (50, 100, 200 мм), двух поперечных сечений (50×50 мм и 100×100 мм), R. Vonk [337] исследовал влияние размера образцов на нисходящую ветвь диаграммы деформирования.

Как и в ранее представленных исследованиях, установлено, что для образцов с равной площадью поперечного сечения пиковые напряжения в вершине диаграммы, соответствующие кратковременному пределу прочности, снижаются для образцов, имеющих большую высоту. В то же время, когда соотношение l/\varnothing остается постоянным, образцы малых размеров показывают помимо более высокого сопротивления лучшую деформативность. Наблюдаемые эффекты связывают с тем, что поперечные деформации образца с $l/\varnothing \leq 1$ являются более или менее равномерными вдоль всей высоты цилиндра, в то время как для образцов с $l/\varnothing \geq 2$ наблюдается резко неравномерное распределение поперечных деформаций. При этом верхняя часть образца, контактирующая при нагружении с испытательной машиной остается практически в пассивном состоянии. Такая локализация поперечных деформаций для длинных образцов, в меньшей степени отражаясь на величине предела кратковременной прочности, может оказать существенное влияние на характер нисходящей ветви результирующей диаграммы деформирования. Кроме того, локализованное разрушение материала при увеличении длины образца вносит погрешности и в определении его фактических продольных деформаций.

Следует отметить, что многие исследователи, в частности А.А. Гвоздев [71], Н. Rűsh [298], F. Leonhardt [241, 242], обоснованно доказывали, что образцы цилиндрической формы диаметром 150 мм и высотой 300 мм достаточно хорошо аппроксимируют прочность традиционных бетонов в сжатой зоне конструкции.

Выполненные в последние годы численные исследования с использованием структурно-механических моделей для бетона [246, 251, 337, 347] подтвердили, что цилиндрические образцы, кроме некоторого неравномерного распределения напряжений вдоль высоты, дают достаточно объективную оценку прочности бетона в условиях одноосного сжатия.

Вместе с тем, при составлении проекта нормативного документа по проектированию железобетонных конструкций [179] принимали во внимание то обстоятельство, что испытание кубов остается в ближайшем будущем основным способом контроля прочности бетона на производстве. В связи с этим в обозначении класса бетона по прочности в проекте СНБ [94], как и в ЕС-2 [179], содержится два числа: одно из них (над чертой) обозначает нормативное сопротивление бетона, установленное по результатам испытаний цилиндрических (например, ЕС-2 [179], DIN 1045 [74], СНБ 5.03.01 [94] и др.) или призматических образцов (например, СНиП 2.03.01-84* [95]), а второе (под чертой) – его гарантированную прочность.

При этом следует еще раз подчеркнуть, что **гарантированная прочность бетона, установленная при испытании кубов, характеризую-**

щая его качество, и необходимая для производственного контроля не применяется при расчете бетонных и железобетонных конструкций.

Для перехода от гарантированной прочности к нормативному сопротивлению бетона служит т. н. коэффициент призмной или цилиндрической прочности, характеризующий отношение прочности, установленной на призмах или цилиндрах к кубиковой прочности. К сожалению, в отношении величины переходного коэффициента, которую, казалось бы, нетрудно определить нет достаточной ясности в связи с тем, что она имеет существенный разброс (от 0,6 до 1,0). Как следует из обобщения опытных данных (рис. 2.2), в основе большого разброса значений этого переходного коэффициента, даже для одной серии бетонных образцов, лежит несовершенство способов испытаний кубов, которые при их большой простоте и доступности изготовления могут давать разные результаты в зависимости от качества форм, неконтролируемого эксцентриситета приложения силы к образцу, скорости нагружения, а так же от неопределенных условий взаимодействия в системе «испытываемый образец – пластины пресса».

На основании анализа зависимостей, обобщенных в табл. 2.2, можно сделать вывод о том, что при изменении кубиковой или гарантированной прочности ($f_{c,cube}^G$) в интервале от 15 до 50 МПа коэффициент k_p колеблется в небольшом интервале около значения 0,78. Более старые исследования СЕВ [159, 166, 167] дают средние значения аналогичного коэффициента в пределах 0,8÷0,83 (для кубов соответственно от 10³ см до 30³ см).

Как видно из табл. 2.2, зависимости, предложенные проф. Ю.П. Гущей и внесенные в СНиП 2.03.01–84* [95], достаточно осторожно оценивают значение коэффициента k_p . Следует отметить, что экспериментальные исследования, выполненные с высокопрочными бетонами, показывают, что данная тенденция не подтверждается.

Немецкие исследования Kupfer A. [231, 232], выполненные для целей нормализации определяют зависимость между нормативным сопротивлением, установленным на цилиндрах Ø150/300 и кубах 20³ см при $f_{c,cube} > 15$ МПа:

$$f_{ck} = 0,78 \cdot f_{c,cube} \quad (2.1)$$

Это находит подтверждение и в численных исследованиях [246, 247]. Последние исследования Feix M. [180], предлагают зависимость:

$$f_{ck} = 0,82 \cdot f_{c,cube}^G \quad (2.2)$$

Учитывая масштабный фактор $R_{20 \times 20 \times 20} = 0,952 \cdot R_{15 \times 15 \times 15}$ получаем значение коэффициента $f_{ck}/f_{c,cube} = 0,78$.

На основании обширных исследований, выполненных Г.В. Несветаевым [65] для определения нормативного сопротивления бетона предложена зависимость вида:

$$f_{ck} = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot \eta \cdot f_{c,cube}^G \quad (2.3)$$

где: k_1 – коэффициент перехода от кубиковой к призмной прочности, принимаемый равным постоянному значению 0,783 по рекомендациям О.Я. Берга [8];

k_2 – коэффициент, учитывающий нарастание прочности во времени (1,3÷1,0 для бетонов, имеющих прочность от 20 до 50 МПа);

k_3 – коэффициент, учитывающий различие условий уплотнения и твердения контрольных образцов и бетона конструкции (согласно DIN 1045 принят равным 0,95);

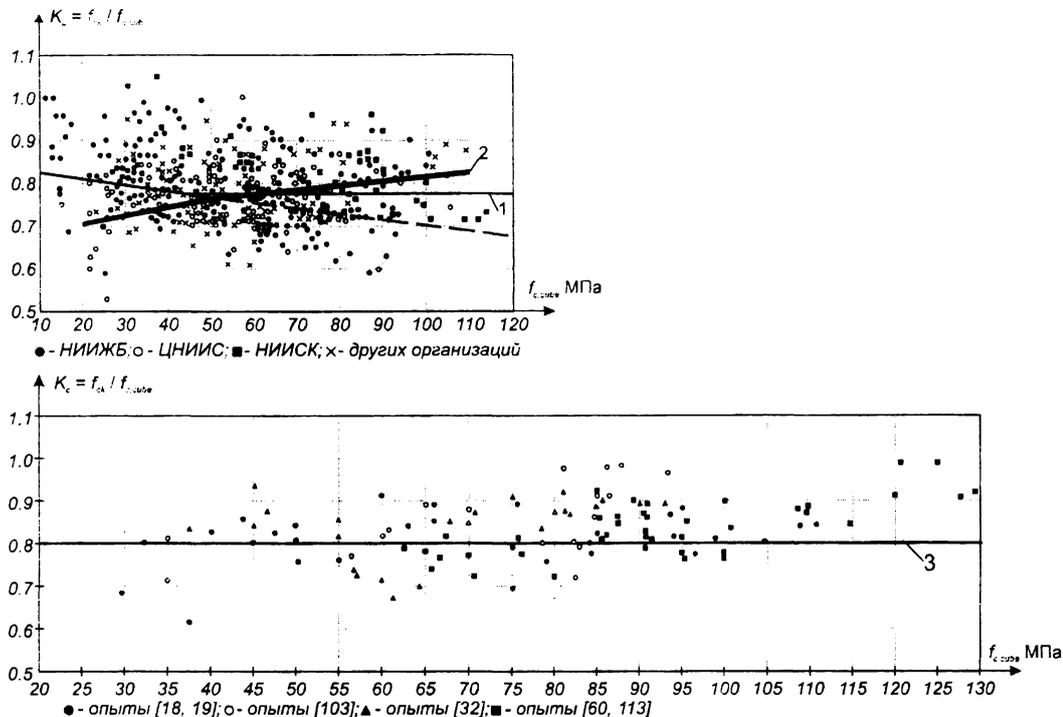


Рис. 2.2.

Зависимость коэффициента призмной (а) и цилиндрической (б) прочности от предела прочности образцов кубов ($f_{c,cube}$) по данным разных исследователей

1 - $K_p = 0,85 - 0,0015 f_{c,cube} > 0,775$ [42]; 2 - $K_p = 0,54 f_{c,cube}^{0,09}$ (Г.В. Несветаев) [26]; 3 - пр. СНБ 5.03.01 [41].

η – уровень длительной прочности бетона, среднестатистическое значение которого для бетонов классов прочности от $C^{15}/_{20}$ до $C^{108}/_{135}$ принимают от 0,74 до 0,835.

Без учета дополнительных факторов, влияющих на прочностные характеристики бетона, при определении нормативных значений коэффициент перехода от кубиковой к призмной прочности на основании рекомендаций О.Я. Берга [8] составляет 0,783, что достаточно близко к данным, полученным в последних исследованиях Feix M. [180]. При обобщении результатов обширных исследований высокопрочных бетонов ($50 \leq f_{cm} \leq 100$ Н/мм²), проводившихся в разные годы Л.П. Русановой, В.А. Беликовым, В.Т. Корольковым и др., предложено принимать значение коэффициента $k_p = 0,8$ [88].

По результатам теоретических исследований, учитывающих взаимодействие образца с пластинами пресса, выполненных П.М. Бичом [10], предложена общая зависимость, связывающая прочность бетона в образце произвольной формы (в частности, для параллелепипеда произвольной формы и цилиндра произвольной высоты) с прочностью эталонного образца в виде:

$$f_{c,x} = f_{c,e} \left\{ \left(5,1 - \frac{1,5 \cdot f_{c,e}}{10^2} \right) \left[\left(\frac{S_o}{S_c} \right)^2 - 0,062 \right] + 1 \right\} \quad (2.4)$$

где: $f_{c,x}$ – прочность бетона при сжатии в образце произвольной формы;
 $f_{c,e}$ – прочность бетона при сжатии, установленная на эталонном образце;

S_o – площадь одной опорной грани или поперечного сечения образца произвольной формы;

S_c – площадь свободной боковой поверхности образца произвольной формы.

Зависимость (2.4) дает достаточно хорошее совпадение с опытными данными, полученными при испытаниях образцов, имеющих широкий диапазон, как форм поперечного сечения, так и прочностей бетона (рис. 2.3, 2.4).

Принимая в качестве прочности эталонного образца гарантированную прочность кубического образца (15^3 см) формула (2.4) получит вид:

$$f_{ck} = f_{c,cube}^G \left\{ \left(5,1 - \frac{1,5 \cdot f_{c,cube}^G}{100} \right) \left[\left(\frac{S_o}{S_c} \right)^2 - 0,062 \right] + 1 \right\}. \quad (2.5)$$

Тогда, для стандартных образцов:

– призм с отношением $h/a = 4$:

$$f_{ck} = f_{c,cube}^G [0,705 + 0,0009 \cdot f_{c,cube}^G]; \quad (2.6)$$

– цилиндров $\varnothing 150/300$:

$$f_{ck} = f_{c,cube}^G [0,763 + 0,0007 \cdot f_{c,cube}^G]; \quad (2.7)$$

Влияние формы, размеров образцов и направления бетонирования на вид кривой, описывающей диаграмму деформирования бетона при сжатии, и значения ее базовых параметрических точек детально исследованы в работах М.С. Chin, М.А. Mansur, Т.Н. Wee [161]. Исследованию подвергали цилиндрические ($\varnothing 100/200$) и призматические ($75 \times 75 \times 150$ мм, $100 \times 100 \times 200$ мм, $125 \times 125 \times 250$ мм) образцы, которые бетонировали в вертикальном и го-

горизонтальном положении. На рис. 2.5 показана зависимость предельных напряжений бетона (в пиковой точке диаграммы деформирования), установленных на цилиндрических и призматических образцах от кубиковой прочности (по испытаниям кубов с ребром 100 мм).

Обработкой полученных результатов установлено, что отношение напряжений в пиковой точке диаграммы к прочности кубов со стороной 100 мм составляет от 0,85 до 0,91, что с учетом масштабного фактора (при переходе к прочности стандартного куба 15³ см) дает значение, близкое к $k_p \approx 0,8$ для бетонов в испытанном диапазоне прочностей.

При этом, как видно из рис. 2.5б, призмы, бетонированные которых выполняли в вертикальном положении, показывают несколько более высокую прочность, чем цилиндры и аналогичные образцы, бетонированные в горизонтальном положении. Здесь наблюдается некоторое противоречие с результатами испытаний, полученными на образцах т.н. нормальной прочности ($f'_c < 50$ МПа). Согласно опытным данным [161] образцы из таких бетонов, загруженные параллельно направлению бетонирования, показывают меньшую прочность, чем аналогичные образцы, нагружаемые в поперечном направлении. Это объясняется анизотропией бетона, которую авторы [161] связывают, главным образом, с эффектами от миграции воды в свежем не-

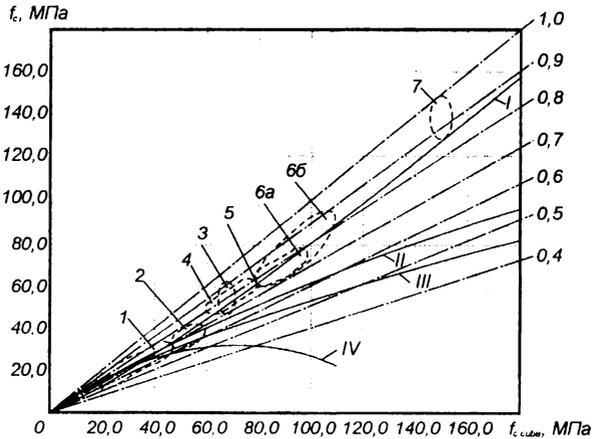


Рис. 2.3.

Зависимость призменной прочности f_c от кубиковой $f_{c,cube}$ согласно [10]
 1 – по СНиП II–А.10–62; 2 – по опытам Б.Г. Скрамтаева и А.А. Будилова;
 3 – то же Г.Н. Писанко; 4 – то же Д.И. Цейлон; 5 – то же В.Г. Булгакова;
 6 – то же Н.И. Сытника (тяжелые бетоны – 6а, песчаные бетоны – 6б);
 7 – то же Л.И. Барона;
 I – данные П.М. Бича [10];

$$II - \text{по формуле Я.П. Симененко } f_c = \frac{280,0 + f_{c,cube}}{330,0 + f_{c,cube}} f_{c,cube};$$

$$III - \text{то же ЦНИПС } f_c = \frac{130,0 + f_{c,cube}}{145,0 + f_{c,cube}} f_{c,cube}; \quad IV - \text{по О. Графу}$$

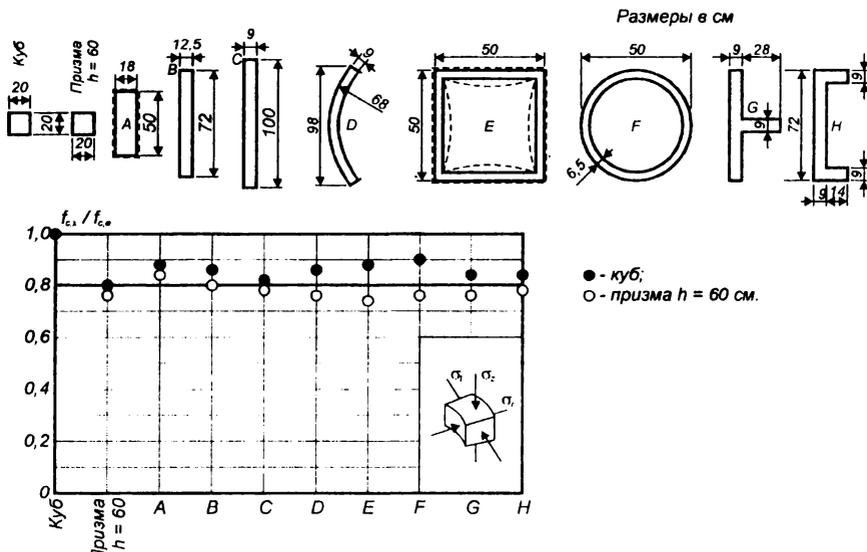


Рис. 2.4.

Соотношение прочности бетона в образцах разной формы поперечного сечения и прочности эталонного образца (куб 200×200×200 мм) согласно исследованиям [10]

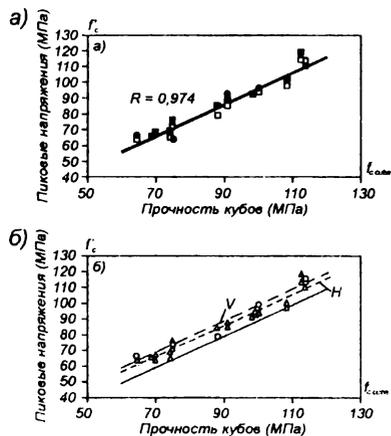


Рис. 2.5.

Влияние формы, размеров и направления бетонирования образцов на предел кратковременной прочности бетона при сжатии согласно опытов [161] (Н – бетонированные в горизонтальном положении; V – бетонированные в вертикальном положении) (—) – цилиндры; (---) – призмы.

затвердевшем бетоне, приводящей к снижению сцепления по контакту матрицы и заполнителей. Результаты испытаний высокопрочных бетонов показывают, что механизм их разрушения имеет существенные отличия от механизма разрушения бетонов т.н. нормальной прочности.

Таблица 2.2.

Зависимости, связывающие кубиковую прочность бетона с его прочностью в призмах и цилиндрах

№	Формула	Источник	$f_{c,cube}$										
			15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	$f_c = (0.77 - 0.001 \cdot f_{c,cube}) \cdot f_{c,cube}$	PN-84/B-03264 СНиП 2.03.01-84* [95]	11,3 ^д	15	18,6	22,2	25,72	29,2	32,6	36	39,3	42,6	49
			0,775	0,75	0,745	0,74	0,735	0,73	0,725	0,72	0,715	0,71	0,7
2	$f_c = (0.85 - 0.001 \cdot f_{c,cube}) \cdot f_{c,cube}$	СНиП 2.03.01-84*	12,52	16,6	20,62	24,6	28,52	32,4	36,2	40	43,7	47,4	54,6
			0,835	0,83	0,825	0,82	0,815	0,81	0,805	0,8	0,795	0,79	0,78
	$K_{\Gamma} = 0.85 - 0.0015 \cdot f_{c,cube} > 0.775$	Ю.П. Гуца [95]	0,827	0,82	0,813	0,805	0,798	0,78	0,783	0,775	0,768	0,76	0,745
3	$f_c = (0.77 - 0.00125 \cdot f_{c,cube}) \cdot f_{c,cube}$ но не менее $0.72 \cdot f_{c,cube}$	В.Н. Байков [5]	11,27	14,9	18,47	21,98	25,42	28,8	32,12	35,38	38,57	41,7	47,78
			0,751	0,745	0,739	0,733	0,726	0,72	0,714	0,708	0,701	0,695	0,683
4	$f_c = 0.787 \cdot f_{c,cube}$ $f_c = 0.79 \cdot f_{c,cube}$	Г.Н. Писанко [72]	11,8	15,7	19,7	23,6	27,5	31,5	35,4	39,4	43,3	47,2	55,1
			0,787										
5	для $f_{c,cube} > 15$ МПа $f_{ck} = 0.78 \cdot f_{c,cube}$ (обр. 15^3 см)	Kupfer A. [231, 232], Feix M. [180]	11,7	15,6	19,5	23,4	27,3	31,2	35,1	39,0	42,9	46,8	54,6
			0,78										
6	$f_{ck} = 0.823 \cdot f_{c,cube}$, при $r = 0,980$	Mierzwa J. [270]	12,3	16,5	20,6	24,7	28,8	32,9	37	41,1	45,3	49,4	57,6
			0,823										
7	$0.78 \cdot f_{c,cube} \leq f_{ck} \leq 0.85 \cdot f_{c,cube}$	PN-B-03264:1999 [284]	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	56
			0,80										

Окончание таблицы 2.2.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
8	а) $f_{ck} = 0.8 \cdot f_{c,cube}$ обр. 10^3 см	СЕВ [157]	(0,8)										
	б) $f_{ck} = 0.83 \cdot f_{c,cube}$ обр. 30^3 см	Г.В. Несветаев [65]	0,83										
9	Призмы: $f_c = a \cdot (f_{c,cube})^b$ $a = 0,565 \div 0,568, b = 1,09$	Г.В. Несветаев [67]	$\frac{10,81}{0,721}$	$\frac{14,8}{0,740}$	$\frac{18,87}{0,775}$	$\frac{23,02}{0,767}$	$\frac{27,23}{0,778}$	$\frac{31,5}{0,787}$	$\frac{35,81}{0,796}$	$\frac{40,17}{0,803}$	$\frac{44,57}{0,81}$	$\frac{49,0}{0,817}$	$\frac{57,97}{0,828}$
	Цилиндры: $f_{ck} = a \cdot (f_{c,cube})^b$ $a = 0,54, b = 1,10$		$\frac{10,62}{0,708}$	$\frac{14,57}{0,729}$	$\frac{18,63}{0,745}$	$\frac{27,76}{0,759}$	$\frac{26,97}{0,771}$	$\frac{31,24}{0,781}$	$\frac{35,56}{0,79}$	$\frac{39,93}{0,799}$	$\frac{44,34}{0,806}$	$\frac{48,79}{0,813}$	$\frac{57,81}{0,826}$
10	$f_{ck} = f_{c,cube} - 8$ (МПа)	NS 3473 [281]	$\frac{7,0}{0,47}$	$\frac{12,0}{0,6}$	$\frac{17,0}{0,68}$	$\frac{22,0}{0,73}$	$\frac{27,0}{0,77}$	$\frac{32,0}{0,80}$	$\frac{37,0}{0,82}$	$\frac{42,0}{0,84}$	$\frac{47,0}{0,854}$	$\frac{52,0}{0,87}$	$\frac{62,0}{0,885}$
11	$f_{ck} = 0.8 \cdot f_{c,cube}^G$	EC-2 [179], E-DIN 1045 [174] E-BS 8110 [152]	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	56
			0,8										
12	$f_{ck} = 0.82 \cdot f_{c,cube}^G$	В.А. Беликов [6] Дульгерду Д. [27]	0,82										
Примечание: *) В числителе f_{ck} , в знаменателе – k_p .													

Таблица 2.3.

Влияние геометрии образца и его положения при бетонировании на основные характеристики, используемые для описания диаграммы деформирования бетона при сжатии

Нормируемая характеристика	Положение образца при бетонировании (вертикальное по отношению к горизонтальному) для призм	Масштабный фактор (размеры образца)	Форма образца (цилиндр по отношению к вертикально бетонированной призме)	Цилиндр относительно призмы, бетонированной горизонтально
Напряжения в пиковой точке диаграммы f'_c (предел прочности)	Да (незначительно меньше для образцов, бетонированных горизонтально)	Да (меньше для образцов больших размеров)	Да (незначительно меньше для цилиндров)	Одинакова
Модуль упругости E_{cm}	Да (больше для образцов, бетонированных горизонтально)	Нет	Да (незначительно больше для цилиндров)	Больше для призм
Относительная деформация ε_{c1} , соответствующая напряжениям f'_c в пиковой точке диаграммы	Да (меньше для образцов-призм, бетонированных горизонтально), влияние снижается с ростом f'_c	Нет	Да (меньше для цилиндров), влияние снижается с ростом f'_c	Больше для цилиндров

Таблица 2.4.

Размеры и форма опытных образцов, принятые для оценки прочности бетона при сжатии в нормах различных стран

Документ	Вид образца, исследуемая характеристика	Размер образца, мм	Нормативная характеристика
1	2	3	4
PN-88/B-06250 СНиП 2.03.01-84*	 средняя прочность \bar{R}_{15} минимальная прочность R_{min}	150×150×150 базовый 100×100×100 200×200×200 альтернативные	гарантированная прочность (класс) $f_{c.cube}^G$
EC-2:2001 EN-206:2001 (ISO 1920, 4012) DIN-1045-1:1997-2 pr PN-B-03264:1999 E-BS-8110 ACI-318-95	 средняя прочность \bar{x}_{15} минимальная прочность x_{min}	Ø150/300 базовый Ø100/200 альтернативный	нормативное сопротивление $f_{ck.cyl} = f_{ck}$
	 средняя прочность \bar{R}_{15} минимальная прочность R_{min}	150×150×150 альтернативный	гарантированная прочность (класс) $f_{c.cube}^G$

Окончание таблицы 2.4.

1	2	3	4
<p>Проект СНБ 5.03.01</p>	 <p>средняя прочность $f_{c,cube,15}$ минимальная прочность $f_{c,cube,min}$</p>	<p>150×150×150 базовый</p>	<p>гарантированная прочность (класс) $f_{c,cube}^G$</p>
	 <p>средняя прочность \bar{x}_n минимальная прочность x_{min}</p>	<p>Ø150/300 базовый</p>	<p>нормативное сопротивление f_{ck}</p>

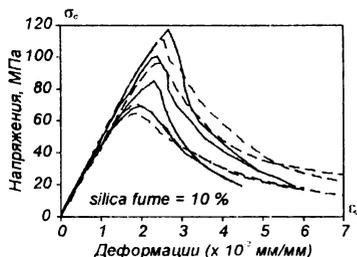


Рис. 2.6.

Экспериментальные диаграммы деформирования, полученные при испытаниях цилиндров $\varnothing 100/200$ (—) и призм $100 \times 100 \times 200$ мм (---), бетонированных в горизонтальном положении согласно данным из работы [161]

В табл. 2.3 обобщены основные эффекты, выявленные в опытах [161] при изменении геометрии образцов, а также направления бетонирования, оцениваемые по степени влияния на значения основных параметров, используемые при описании диаграммы деформирования бетона.

Как видно из табл. 2.3, влияние формы образцов в сочетании с направлением бетонирования неоднозначно. Так, призмы, бетонированные горизонтально, и цилиндры, показывая при испытаниях близкую прочность, обладают предельным сопротивлением, несколько меньшим, чем призмы, занимавшие при бетонировании вертикальное положение. Если при этом учесть влияние масштабного фактора, которое с ростом прочности бетона становится менее ощутимым, объяснимым становится столь значительный разрос опытных данных по определению коэффициента k_p (см. рис. 2.2) в работах различных авторов, использующих отличные методические подходы как при изготовлении и испытаниях образцов, так и при анализе получаемых результатов.

В табл. 2.2 представлены зависимости, предлагавшиеся различными исследователями и внесенные в национальные нормативные документы для описания связи между нормативным сопротивлением бетона (призменной и цилиндрической прочностью) с его кубиковой (гарантированной) прочностью.

С целью унификации методов испытаний по получению прочностных характеристик бетона практически все нормативные документы (см. табл. 2.5) используют два вида образцов: цилиндры $\varnothing 150/300$ мм и кубы со стороной 150 мм.

В нормах СНБ 5.03.01 [94] вслед за Евронормой (ЕС-2) [177] в качестве базового образца также принят цилиндр диаметром 150 мм и высотой 300 мм, поэтому значения прочностей f_c , f_{cm} , f_{ck} относятся к результатам испытаний, полученных на цилиндрах. В этом случае методика испытаний должна в точности соответствовать ISO 1920, а условия изготовления и хранения образцов – ISO 2736.

Для принятых бетонных образцов нормы [177], а вслед за ними СНБ 5.03.01 [94], устанавливают параметрический ряд бетонов, приведенный в табл. 2.5.

Таблица 2.5.

Класс бетона	C ¹² / ₁₅	C ¹⁶ / ₂₀	C ²⁰ / ₂₅	C ²⁵ / ₃₀	C ³⁰ / ₃₇	C ³⁵ / ₄₅	C ⁴⁰ / ₅₀	C ⁴⁵ / ₅₅	C ⁵⁰ / ₆₀	C ⁵⁵ / ₆₇	C ⁶⁰ / ₇₅	C ⁷⁰ / ₈₅	C ⁸⁰ / ₉₅	C ⁹⁰ / ₁₁₀ 5
f_{ck} , МПа	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90
$f_{c,cube}^G$, МПа	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105
k_p	0,8	0,8	0,8	0,83	0,81	0,79	0,8	0,82	0,83	0,82	0,8	0,82	0,842	0,857

Как видно из табл. 2.5, для широкого диапазона классов бетона по прочности на сжатие коэффициент k_p изменяется от 0,79 до 0,83 (с учетом округления численных значений прочностей). Вместе с тем для бетонов классов $C^{80}/_{95}$ и $C^{90}/_{105}$ приняты более высокие численные значения k_p , составляющие соответственно 0,842 и 0,857. Принятый подход в целом адекватно отражает тенденцию увеличения k_p для высокопрочных бетонов.

2.2. Прочность на растяжение

Под прочностью бетона на растяжение понимают значение наибольшего напряжения (пикового напряжения в вершине диаграммы деформирования), воспринимаемого бетонным образцом в условиях одноосного кратковременного растяжения.

Определение данного показателя прямым растяжением образцов трудоемко и требует применения специального оборудования (см. главу 4). Поэтому на практике прочность бетона на растяжение принято нормировать в зависимости от прочности бетона на сжатие. При переходе от прочности бетона на сжатие к прочности бетона на растяжение основным вопросом является форма зависимости $f_{ctm} = \varphi(f_{cm})$.

В основном (см. табл. 2.6) взаимосвязь между соответствующими прочностными характеристиками принимают по предложению *Feret'a* в виде:

$$f_{ctm} = \alpha_r \cdot f_{cm}^{2/3}, \quad (2.8)$$

где f_{ctm} , f_{cm} – соответственно средние значения прочности при растяжении и сжатии.

Анализ данных, полученных за последние сорок лет (см. табл. 2.6), показывает достаточно большой разброс в значениях коэффициента α_r .

При анализе результатов испытаний для бетонов с прочностью при сжатии от 10 до 40 МПа установлено, что значения коэффициента α_r могут изменяться от 0,370 до 0,186. Это является результатом влияния как методики принятой при испытаниях, так и исходных технологических параметров испытанных бетонов. Согласно данным [14, 15] качество и вид примененных заполнителей может привести к разбросу значений α_r от 0,241 до 0,310, что составляет до 30 %. В исследованиях *Feret'a* рекомендовано принимать $\alpha_r = 0,232$ (при пересчете кг/см² на МПа), а *Bukovski* [153] предлагает принимать $\alpha_r = 0,302$, что является на наш взгляд, достаточно оптимистичным. Рекомендации СЕВ–FIP [166] дают значения коэффициента $\alpha_r = 0,274$ (в пересчете на МПа), допуская точность ± 30 %. Это дает возможность применения α_r в интервале от 0,192 до 0,365.

По результатам исследований закономерностей деформирования бетонов при растяжении *Г.В. Несветаевым* [65, 68] предложена зависимость следующего вида, связывающая среднюю прочность f_{ctm} с кубиковой прочностью ($f_{c,cube}$):

$$f_{ctm} = \alpha_r \cdot f_{c,cube}^{0.6}, \quad (2.9)$$

в которой среднестатистические значения коэффициентов приведения α_r составляют: для тяжелых бетонов $\alpha_r = 0,29$; для легких бетонов на пористых заполнителях $\alpha_r = 0,27$.

Таблица 2.6.

Зависимости, описывающие связь прочности бетона при растяжении с прочностью бетона при сжатии [65]

№	Формула	$f_{c,cube}^G$							
		15	25	35	45	60	90	135	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	$R_t = 0.233 \cdot R_c^{2/3}$	1,42	1,99	2,49	2,95	3,57	4,33	6,13	
2	$R_t = 0.213 \cdot R_c^{0.73}$	1,54	2,23	2,85	3,42	4,22	5,22	7,64	
3	$R_t = 0.182 \cdot R_c^{0.735}$	1,33	1,94	2,48	2,99	3,69	4,56	6,70	
4	$R_t = 0.234 \cdot R_c^{0.73}$	1,69	2,45	3,13	3,76	4,64	5,73	8,38	
5	$R_t = 0.286 \cdot R_c^{0.76}$	2,10	3,09	3,99	4,84	6,02	7,49	11,15	
6	$R_t = 0.2995 \cdot R_c^{0.604}$	1,52	2,07	2,54	2,96	3,52	4,23	5,74	
7	$R_t = 0.1575 \cdot R_c^{0.75}$	1,20	1,76	2,27	2,74	3,40	4,21	6,24	
8	$R_t = 0.254 \cdot R_c^{0.5}$	2,09	2,70	3,19	3,62	4,18	4,83	6,27	
9	$R_t = 0.338 \cdot R_c^{0.5}$	1,31	1,69	2,00	2,27	2,62	3,02	3,93	
10	$R_t = 0.044 \cdot R_c + 0.9$	1,56	2,00	2,44	2,88	3,54	4,42	6,84	
11	$R_t = 0.036 \cdot R_c + 0.9$	1,44	1,8	2,16	2,52	3,06	3,78	5,76	
12	$R_t = \frac{a \cdot R_c}{45 + R_c}$	$a = 5,0$	1,25	1,79	2,19	2,50	2,86	3,20	3,75
		$a = 6,13$	1,53	2,19	2,68	3,06	3,50	3,93	4,60
13	$R_t = 0.3 \cdot R_c^{0.6}$	1,52	2,07	2,53	2,94	3,50	4,46	5,69	
14	$R_t = 0.29 \cdot R_c^{0.6}$	1,47	2,00	2,45	2,85	3,38	4,31	5,50	
15	$R_t = 0.352 \cdot R_c^{0.67}$	2,16	3,04	3,81	4,51	5,47	7,18	9,42	
16	$R_t = 0.133 \cdot R_c^{0.896}$	1,51	2,38	3,22	4,03	5,22	7,50	10,78	
17	$R_t = 0.59 \cdot R_c^{0.5} **$	2,29	2,95	3,49	3,96	4,57	5,60	6,86	

Продолжение таблицы 2.6.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
18	$R_t = 0.4 \cdot R^{0.58} **$	$\frac{1,92}{1,73}$	$\frac{2,59}{2,33}$	$\frac{3,14}{2,83}$	$\frac{3,64}{3,28}$	$\frac{4,30}{3,87}$	5,44	6,88
19	$R_t = 0.462 \cdot R^{0.55} **$	$\frac{2,05}{1,85}$	$\frac{2,71}{2,44}$	$\frac{3,26}{2,93}$	$\frac{3,75}{3,38}$	$\frac{4,39}{3,95}$	5,49	6,86
20	$R_t = 0.85 \cdot R^{0.44} **$	2,80	3,50	4,06	4,54	5,15	$\frac{6,16}{5,54}$	7,35
21	$R_t = 2.12 \cdot \ln\left(1 + \frac{R}{10}\right)$	1,94	2,66	3,19	3,61	4,13	4,88	5,67
22	$R_t = 1.8 \cdot \left(\frac{f_{ck} + 8}{18}\right)^{0.6}$	1,61	2,19	2,68	3,12	3,71	4,73	6,03
23	$f_{ctk} = 0,21 \cdot f_{ct}^{2/3}$	1,28	1,80	2,25	2,66	3,22	4,22	5,53
24	$R_{bzk} = (0.23 - 0.0005 \cdot R_{bk}) \cdot \sqrt[3]{R_{bk}^2}$ после вычисления: $R_{bk} = (0.77 - 0.001 \cdot R_b^G) \cdot R_b^G$	1,13	1,55	1,89	2,18	2,66	3,10	3,64
25	$f_{ctk} = 0.179 \cdot R_b^{2/3}$	1,09	1,53	1,92	2,27	2,75	3,60	4,71
Примечание: буквенные обозначения в формулах приняты в виде, представленном в источниках.								

Проверка полученной зависимости (2.9), выполненная в работе [65] на массиве экспериментальных данных, содержащих свыше 350 пар значений « $f_{ctm} - f_{c,cube}$ » как для тяжелых, так и для легких бетонов выявила ее достаточно хорошую сходимость (например, для $\alpha_r = 0,27$ $v_x = 0,102$).

Следует отметить, что близкая по виду зависимость предлагалась в 60–х годах Рамешом и Чопрой ($\alpha_r = 0,2995$, при значении показателя степени 0,604) и включена в нормы Норвегии NS3474 [281] в виде:

$$f_{ctm} = 0.3 \cdot f_{cm}^{0.6} \quad (2.10)$$

Однако анализом установлено, что предложенные зависимости (2.9) и (2.10) дают хороший результат для бетонов, имеющих прочность при сжатии $f_{cc} > 50..60$ МПа (т. е. область высокопрочных бетонов) и удовлетворительную сходимость для конструкционных бетонов низких и средних классов по прочности на сжатие.

На основании выполненного анализа, если принять сравнимость уровня коэффициента вариаций для определения f_{ck} и f_{ctk} , значение коэффициента α_r может быть принято равным $\alpha_r = 0,3$. Принятый подход, с одной стороны, обеспечивает условия гармонизации нормативных документов с нормами [174, 177], а с другой – является обоснованным с точки зрения обеспечения безопасности конструкции.

Таким образом, с учетом принятого коэффициента $\alpha_r = 0,3$ нормативное сопротивление бетона классов менее $C^{50}/_{60}$ при растяжении составит в соответствии с проектами норм [94, 174, 177]:

$$f_{ctk_{0,05}} = 0.7 \cdot f_{ctm}, \quad (2.11)$$

или

$$f_{ctk_{0,05}} = 0.7 \cdot 0.3 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0.21 \cdot f_{ck}^{2/3}. \quad (2.12)$$

Как видно из (2.12) нормативное сопротивление растяжению согласно [41, 125, 152, 174, 281] установлено с $\alpha_r = 0,21$.

Для высокопрочных бетонов классов выше $C^{50}/_{60}$ среднюю прочность на растяжение в ф. (2.11) согласно [94, 177] предложено определять:

$$f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln \left[1 + \frac{f_{cm}}{10} \right] \quad (2.13)$$

Сопоставление результатов, получаемых по предложенным расчетным зависимостям с опытными данными, показано на рис. 2.7 и 2.8.

Следует отметить, что вслед за европейскими нормами [177], проекты норм [94, 152, 174] допускают определять прочность бетона на растяжение косвенными методами – как прочность на растяжение при изгибе ($f_{ct,lo}$) и раскалывании образцов ($f_{ct,sp}$) (см. табл. 2.7). При этом установлена взаимосвязь между прочностью бетона при осевом растяжении ($f_{ct,ax}$) и его прочностями при растяжении, установленными косвенными методами:

$$f_{ct,ax} = 0.9 \cdot f_{ct,sp}, \quad (2.14a)$$

$$f_{ct,ax} = 0.5 \cdot f_{ct,fe}. \quad (2.14b)$$

Прочностные характеристики бетона при растяжении по результатам испытания опытных образцов рекомендовано определять в соответствии со следующими нормативными документами:

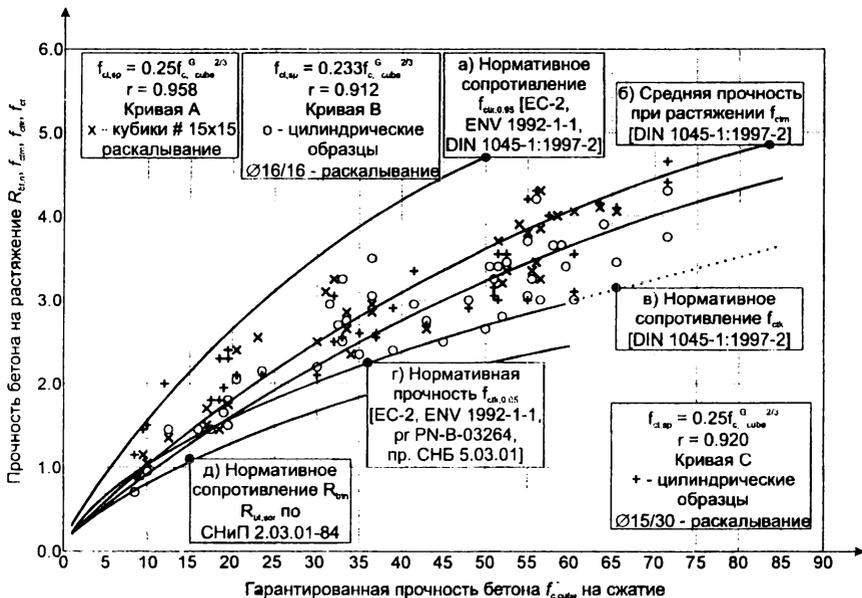


Рис. 2.7.

Средняя прочность бетона при растяжении в зависимости от его гарантированной прочности: x – опыты [184, 320, 321]; o – опыты [153]

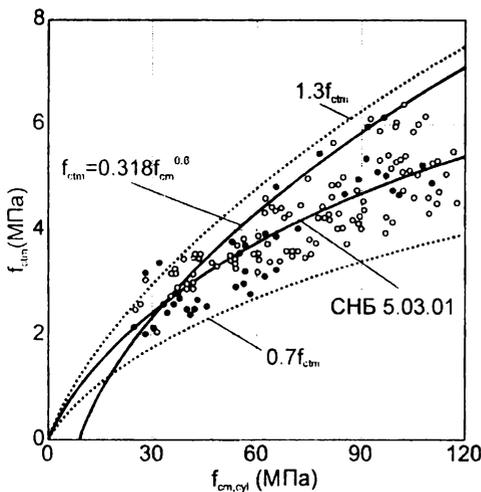


Рис. 2.8.

Сравнение аналитических зависимостей для расчета сопротивления бетона при растяжении с опытными данными [323]

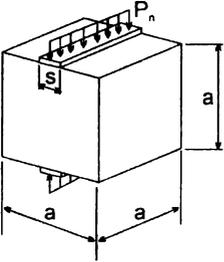
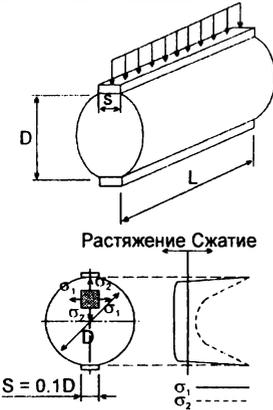
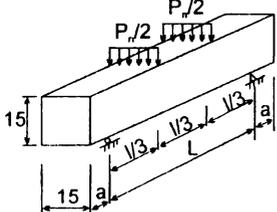
● – прямое растяжение;
 ○ – при раскалывании цилиндров с учетом корректирующего коэффициента по табл. 2.7 по СНБ 5.03.01

$$f_{ctm} = 0,3(f_{ck})^{2/3} \leq C^{50/60}$$

$$f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln \left[1 + \frac{f_{cm}}{10} \right] > C^{50/60}$$

Таблица 2.7.

Определение прочности бетона при растяжении на опытных образцах

№	Схема испытаний	Расчетная формула	Нормативный документ
1	2	3	4
1		$f_{ct,sp} = \frac{2 \cdot P_n}{\pi \cdot a^2}$	
2		$f_{ct,sp} = \frac{2 \cdot P_n}{\pi \cdot D \cdot l}$	$f_{ct,ax} = 0.9 \cdot f_{ct,sp}$ ISO 4108
3		$f_{ct,Je} = \frac{P_n \cdot l}{b \cdot h^2}$	$f_{ct,ax} = 0.5 \cdot f_{ct,Je}$ ISO 4013

при осевом растяжении ($f_{ct,ax}$) – согласно RILEMCPС7;
 при раскалывании ($f_{ct,sp}$) – согласно ISO 4108;
 при изгибе ($f_{ct,fb}$) – согласно ISO 4013.

2.3. Нормативные и расчетные сопротивления бетона

В нормах проектирования железобетонных конструкций переход от нормативных сопротивлений к расчетным осуществляют в соответствии с положениями метода расчета по предельным состояниям [99] путем деления первых на коэффициент безопасности по материалу γ_c :

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \text{ – при сжатии;}$$

$$\gamma_{ctd} = \frac{f_{ctk}}{\gamma_c} \text{ – при растяжении.}$$

При этом по отношению к действующему в настоящее время СНиП 2.03.01–84* при определении расчетного сопротивления при сжатии в проектах норм [125, 152, 174, 281] рекомендовано принимать дифференцированные значения коэффициента безопасности по бетону:

при расчете бетонных конструкций при $f_{ck} \leq 55 \text{ Н/мм}^2$ $\gamma_c = 1,7$;
 при расчете железобетонных и предварительно напряженных конструкций при $f_{ck} \leq 55 \text{ Н/мм}^2$ $\gamma_c = 1,5$.

Для конструкций заводского изготовления при обеспеченной системе контроля качества некоторые нормы, например [94, 174], допускают назначать $\gamma_c = 1,45$.

Переход от нормативного к расчетному сопротивлению бетона растяжению осуществляют как и в случае СНиП 2.03.01–84* при значении коэффициента с $\gamma_c = 1,5$.

Следует отметить, что принятые значения частных коэффициентов безопасности для бетона назначены по результатам статистического моделирования исходя из назначенной меры безопасности в соответствии с EN 1990:2001.

При определении расчетных сопротивлений для высокопрочных бетонов ($f_{ck} > 55 \text{ Н/мм}^2$) СНБ 5.03.01, как и немецкие нормы EDIN 1045 [174], устанавливают повышенные значения коэффициента безопасности по бетону $\gamma_c = 1,5 \cdot \gamma_{HSC}$, где γ_{HSC} – корректирующий коэффициент для высокопрочных бетонов (см. раздел 4.2).

Внесение в проект норм [94] повышенного коэффициента безопасности по бетону $\gamma_c = 1,5$ по сравнению с $\gamma_c = 1,3$ по СНиП 2.03.01–84* [95] приводит, на первый взгляд, к некоторому снижению расчетных характеристик для бетона в новом документе. Вместе с тем, влияние это далеко не однозначно. Для анализа воспользуемся предложенным в работе [65] понятием «эффективной прочности бетона», рассчитываемой по формуле:

$$f_{cd,eff} = \alpha \cdot \frac{f_{ck} / \gamma_c}{K_L}, \quad (2.15)$$

где: f_{ck} – нормативное сопротивление бетона при сжатии;
 γ_c – коэффициент безопасности по материалу;

- α – коэффициент длительной прочности для бетона при сжатии, учитывающий неблагоприятный способ приложения нагрузки и т.д.;
- K_L – обобщенный (глобальный) коэффициент безопасности по нагрузке, принимаемый равным при благоприятном сочетании нагрузок – 1,1, а при неблагоприятном сочетании нагрузок – 1,3.

Следует отдельно остановиться на значении коэффициента $\alpha < 1$, внесенного в нормы [94, 174, 177, 281] в качестве множителя к расчетному сопротивлению бетона при сжатии (f_{cd}). Коэффициент длительной прочности α учитывает влияние длительного действия нагрузки, неблагоприятного способа ее приложения и в общем случае может быть принят в соответствии с [179] равным:

- при расчете конструкций из тяжелого бетона $\alpha = 0,85$;
- при расчете конструкций из легкого бетона $\alpha = 0,75$.

При этом предусмотрено его снижение соответственно до значений $\alpha = 0,8$ и $\alpha = 0,7$ соответственно в случае, если ширина сжатой зоны сечения уменьшается в направлении наиболее сжатого волокна.

Согласно исследованиям [65, 67, 68] такой подход является обоснованным. Так, установлено, что значение коэффициента длительной прочности из решения задачи на основе гипотезы о прочностном критерии энергетического барьера деформации может быть определено:

$$\alpha = \eta_R = \frac{f_{c(\partial num)}}{f_{c(крат)}} = f(f_c, E_0, \lambda_R),$$

или

$$\alpha = \eta_R = a \cdot \lambda_R^{0,2}, \quad (2.16)$$

где: $a = 0,879$ – для тяжелых бетонов на плотных заполнителях;

$a = 0,803$ – для легких бетонов на пористых заполнителях;

λ_R – коэффициент упругости материала, определяемый в соответствии с [65, 67, 68].

Среднестатистические значения коэффициента $\eta_R(\alpha)$ для различных бетонов классов по прочности С20..С135, полученные в опытах [24] составляют от 0,74 до 0,855. Проверка значений $\eta_R(\alpha)$ полученных по формуле (2.16) с использованием заимствованных из 9 работ экспериментальных значений, показала, что ее относительная погрешность не превышает 6,9 % [65]. Таким образом, значение коэффициента $\alpha = 0,85$, внесенное в нормы [94, 174, 177, 281] для бетонов средних классов по прочности, принято с округлением в сторону повышения безопасности конструкции. Как будет показано далее, нормы Eurocode-2, E-DIN 1045 и пр. СНБ 5.03.01 предлагают принимать для высокопрочных бетонов дифференцированное значение α (см. раздел 4.2).

Следует отметить, что в последнее время среди специалистов развернулась дискуссия в отношении численного значения коэффициента α , вводимого к расчетному сопротивлению бетона. Так, многие ученые в области железобетонных конструкций считают, что понижающий коэффициент α должен использоваться главным образом при расчете конструкций, подвергаемых действию продольных сжимающих усилий, и учитывать несовершенство конструктивно-технологического характера.

Так последняя версия Евроноорм EC-2:2001 [177] рекомендует принимать

$\alpha = 1$ для бетонов $f_{ck} \leq 50$ МПа;

$\alpha = 1,0 - \left(\frac{f_{ck} - 50}{200} \right)$ для бетонов $50 < f_{ck} \leq 90$ МПа.

При этом назначение величины коэффициента α является предметом национальных норм по проектированию железобетонных конструкций.

С учетом принятых коэффициентов безопасности для бетона $\gamma_c = 1,5$ и коэффициента $\alpha = 0,85$ значения «эффективной прочности», установленные по формуле (2.15) в сопоставлении с аналогичными показателями для СНиП 2.03.01–84* (при $\gamma_c = 1,3$, $\alpha = \gamma_{b2} = 0,95$) показаны на рис. 2.9.

Как следует из данных, приведенных на рис. 2.9 соотношение «эффективных» прочностей согласно СНиП 2.03.01–84* [95] и норм [94, 174, 177] составляет в среднем 1.10 при $\gamma_{b2} = 0,95$ (по СНиП). Таким образом, принятые значения $\gamma_c = 1,5$ обеспечивают несколько более высокий (до 10 %) уровень безопасности конструкций, запроектированных в соответствии с проектом норм [177] и соответствует подходу, принятому в нормах стран Европы и Америки (рис. 2.10).

Следует отметить, что при расчете конструкций массового производства различие будет еще менее ощутимым, если при определении «эффективной прочности» учесть коэффициент надежности здания по назначению согласно и принять коэффициент $\gamma_c = 1,45$ для конструкций заводского изготовления.

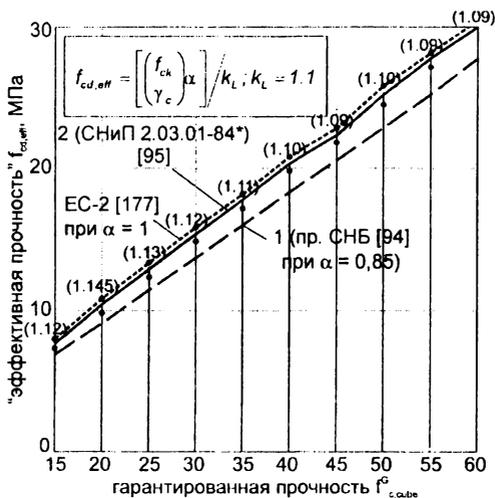


Рис. 2.9.

Сопоставление значений «эффективной» прочности для тяжелого бетона по проекту норм [94] (1) и СНиП 2.03.01 – 84* [95] (2). В скобках показано отношение «эффективной» прочности по проекту норм [99] к тому же показателю по СНиП [95]

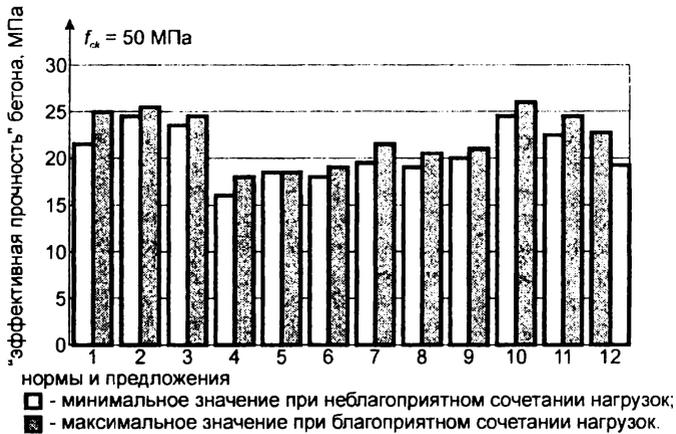


Рис. 2.10.

Сравнение значений расчетных сопротивлений бетона по критерию «эффективной прочности» согласно [65].

Цифрами на рисунке обозначены нормы:

1 – Норвегии; 2 – Швеции; 3 – Дании; 4 – Финляндии; 5 – ФРГ; 6 – Великобритании; 7 – США; 8 – Канады; 9 – МС-90; 10 – СНиП 2.03.01-84; 11 – предложения Г.В. Несветаева; 12 – проект СНБ 5.03.01 (при $\gamma_c = 1.5$).*

Таким образом, можно утверждать, что повышение коэффициента безопасности $\gamma_c = 1,5$ против $\gamma_c = 1,3$ не приведет к существенному перерасходу материалов для принятого параметрического ряда бетонов по прочности при проектировании конструкций кроме случаев, когда это требуется исходя из повышенных требований качества и долговечности. Предварительный анализ, выполненный при введении новых польских норм PN-B-03264:1999, базирующихся на положениях Eurocode-2, показывает, что эта разница может изменяться от 7 % до 3 % с возрастанием класса бетона по прочности на сжатие [243] при более высокой степени безопасности конструкции.

Глава 3

ДЕФОРМАТИВНОСТЬ БЕТОНА

3.1. Упругие деформации бетона. Модуль упругости бетона

Модуль упругости бетона при сжатии является одним из основных параметров, описывающих его деформативность. В табл. 3.1 приведены выборочные данные, позаимствованные из работы [69], относящиеся к нормированию модуля упругости бетонов нормальной плотности.

Таблица 3.1.
Данные о нормировании модулей упругости согласно [69]

Страна	Нормы	Максимальный нормируемый класс бетона по прочности	Максимальный класс, для которого нормируется E_c
Норвегия	NS 3473	C 105	C 85
США	US CODE ACI-318	не ограничен	C 40
Финляндия	FC RAK MKB4 1983/84	C 100	C 100
ФРГ	DIN 1045:1997-2	C 100	C 100
СНГ	СНиП 2.03.01-84*, ГОСТ 26633	B 60	B 60
	CEB-FIP MODEL Code MC 90	C 80	C 80

Для разработки обоснованных предложений по нормированию модуля упругости цементных бетонов нормальной плотности для применяемого в строительстве диапазона прочностей в работах [65–70] исследовалась возможность получения единой функциональной зависимости вида «предел прочности при сжатии – модуль упругости». На основании анализа более 50 известных расчетных формул предложено объединить их в две группы (табл. 3.2).

В табл. 3.3 собраны некоторые из наиболее известных зависимостей, рекомендованных в последние 40 лет, для определения модуля упругости для бетона по данным [65, 69] и дополненные авторами с учетом последних исследований.

Таблица 3.2.

Аналитические зависимости
«предел прочности – модуль упругости» согласно [69]

Группа	Структура формулы	Количество анализированных формул	Годы публикации
1	2	3	4
1	$E_{co} = \frac{a \cdot (f_c^x + d)}{b + c \cdot f_c^x} \cdot k$	44	1919..1991
2	$E_{co} = c \cdot (a + f_c^x) + b$	11	1919..1989

Таблица 3.3.

Расчетные формулы для определения модуля упругости бетона нормальной плотности и его численные значения

№	Формула, автор	$E_{co} \times 10^{-3}$ МПа при f_{ck} , МПа						
		20	30	40	50	60	80	135
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	$E_{co} = \frac{60 \times 10^3}{1 + \frac{29}{3.8 + f_{ck}}}$ (Квирикадзе)	27,1	32,3	36,1	39,0	41,3	44,6	49,6
2	$E_{co} = \frac{9500 \cdot f_{ck}^{0.3}}{0.85^*}$ (NS 3473) [28]	27,5	31,0	33,8	36,1	38,2	41,6	48,7
3	$E_{co} = 9.5 \cdot (f_{ck} + 8)^{1/3} \times 10^3$ Н/мм ² (СЕВ–FIP MC 90, ЕС–2, DIN 1045:1998, PN – В – 3284 : 1999) при $f_{ck} + 8 = f_{cm}$	28,9	31,9	34,5	36,8	38,8	42,3	49,7
4	$E_{co} = \frac{q^{1.5} \cdot 0.043 \cdot \sqrt{f_c}}{0.85^*}$ (ACI Code–318–95R) [125]	26,6	32,6	37,6	–	–	–	67,8
5	$E_{co} = \frac{f_c + 100}{0.00393}$ (Свиридов И.В. и др.) [90]	30,5	33,1	35,6	38,2	40,7	45,8	59,8
6	$E_{co} = \frac{56.7 \cdot f_{ck}}{22.5 + f_{ck}} \times 10^3$ (Несветаев Г.В. [65])	26,7	32,4	36,3	39,1	41,2	44,3	48,6
7	$E_{cm} = 8565 \cdot f_{cm}^{0.38}$ (Несветаев Г.В. [69])	26,7	31,2	34,8	37,9	40,6	45,3	55,2
8	СНиП 2.03.01 – 84* [94]	27,0	32,5	36,0	39,0	40,0	–	–
9	$E_{cm} = 4730 \cdot f_{cm}^{1/2}$ (ACI Code–318–95 [125])	25,0	29,2	32,8	36,0	39,0	44,4	56,6

Продолжение таблицы 3.3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	$E_{co} = \frac{(0.05 \cdot f_{ck} + 57)}{1 + \frac{3.8 + f_{ck}}{29}} \times 10^3$ (Несветаев Г.В. [69])	26,2	31,5	35,5	38,7	41,3	45,3	52,7
11	$E_{cm} = 10000 \cdot f_{cm}^{0.3}$ (NS 3473 [28])	27,2	29,8	31,9	33,8	35,5	38,3	44,3
12	$E_{cm} = 10200 \cdot f_{cm}^{1/3}$ $(f_{cm} = f_{ck} + 8)$ (Wee, Mansur) [254]	31,0	34,3	37,1	39,5	41,6	45,4	53,3
13	$E_{co} = k \cdot \frac{0.05 \cdot f_{ck} + 57}{1 + \frac{3.8 + f_{ck}}{29}} \times 10^3$ <p>k — обобщенный коэффициент, учитывающий рецептурно – технологические факторы; $k = 1$ при отсутствии информ.</p> (Несветаев Г.В., 1998 [65])	26,2	31,5	35,5	38,7	41,3	45,3	52,7
14	$E_{co} = 3320 \cdot f_{ck}^{1/2} + 6900$ (ACI – Committee 363, 1984 [128])	21,8	25,1	27,9	30,4	32,6	36,6	45,5
15	$E_{cm} = 10184 \cdot f_{cm}^{1/3}$ – для цилиндров $\varnothing 100/200$ $E_{cm} = 10316 \cdot f_{cm}^{1/3}$ – для призм $100 \times 100 \times 200$ Chin M.S., Mansur M.A., Wee T.H. [161], 1997	27,7	31,6	35,8	37,5	39,9	43,9	52,3
16	$E_{cm} = 22700 \sqrt{f'_c / 19.6}$, МПа (M. Magaruma, Watanabe, 1993 [279])	22,9	28,1	32,4	36,2	39,7	45,9	59,6
17	$E_{cm} = 10^4 \cdot f_{cm}^{1/3}$ (Taerwe L., 1996 [315])	27,1	31,1	34,2	36,8	39,2	43,1	51,3
18	$E_{cm} = k_0 \cdot f_{cm}^{1/3}$ $k_0 = 11000$ (Н/мм ²) (BPEL:1992; СЕВТР; SARGIN; POPOVICs [301, 285])	33,4	37,0	40,0	42,6	44,9	48,9	57,5
19	$E_{cm} = 11000 f_{cm}^{0.3}$ (Taerwe L., Tomaszewicz A. [316, 322, 323])	29,9	32,8	35,1	37,2	39,0	42,1	48,8

*) 0,85 – коэффициент введен автором [69].

Сравнение численных значений модулей упругости принятых в СНиП 2.03.01–84* и европейских нормах [174, 177, 178] (рис. 3.1, 3.2) указывает большую степень выравнивания значений E_{cm} согласно проекта норм [177] при росте прочности бетона по отношению к значениям E_b , принятым в СНиП [95]. Здесь следует отметить, что в нормах [174, 177] содержатся численные значения т.н. среднего модуля упругости E_{cm} , определяемого как тангенс угла наклона секущей к графику, описывающему диаграмму состояния бетона при осевом сжатии (см. рис. 1.2), между точками $\sigma_c = 0$ и $\sigma_c = 0,4f_{cm}$. Аналогичный уровень напряжений ($\sigma_c = 0,4f_{cm}$) принят при получении аналитических зависимостей (табл. 3.3) большинством зарубежных исследователей. Приведенные в табл. 3.3 значения модулей упругости относятся к бетонам нормальной плотности на типовых заполнителях (гранитный щебень с максимальной крупностью зерна до 40 мм) и подвижностью смеси не менее 8 см. Однако в ряде случаев рецептурно – технологические факторы могут оказать существенное влияние на деформативность бетона. С этой точки зрения заслуживает внимания обобщенная зависимость, предложенная Г.В. Несветаевым [65, 69] (поз. 13 табл. 3.3):

$$E_{co} = k \cdot \frac{0,05 \cdot f_{ck} + 57}{29} \times 10^3 \quad (3.1)$$

$$1 + \frac{3,8 + f_{ck}}{29}$$

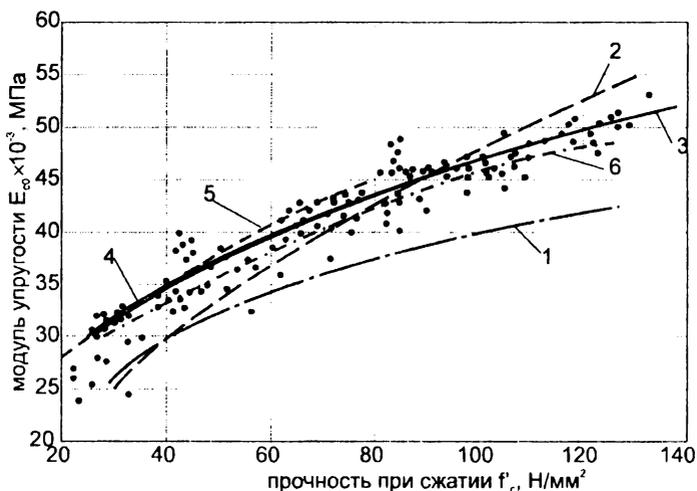


Рис. 3.1. Зависимость модуля упругости бетона нормальной плотности от его прочности на сжатие [65]

1 – согласно NS 3473; 2 – ACI-318; 3 – CEB; 4 – Wee T.H., M. Mansur; 5 – EN 1992, EDIN 1045; 6 – по формуле (3.1).

● – опытные данные согласно [65, 69].

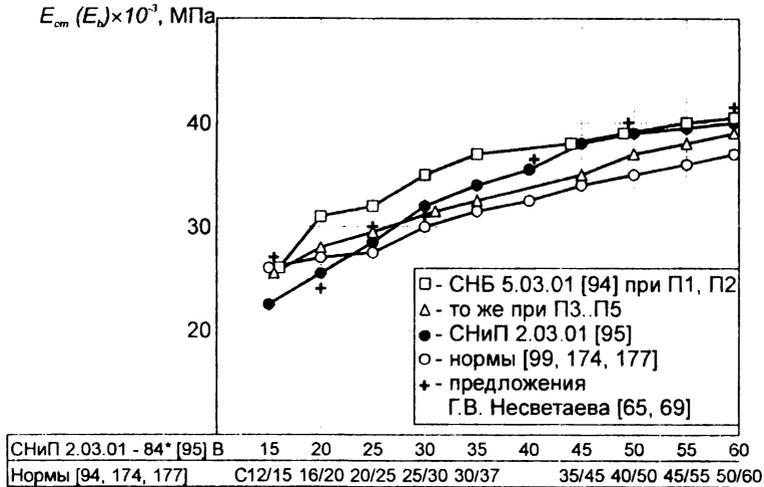


Рис. 3.2.

Сравнение рассчитанных по различным методикам величин модулей упругости бетонов нормальной плотности

где: k – обобщенный коэффициент, который в зависимости от целей и уровня информированности о рецептурно – технологических факторах может быть принят равным:

- $k = 1$ – при отсутствии информации, либо при использовании его для получения базовых нормативных значений;
- $k = \left(\frac{\rho}{2.4}\right)^{1.25}$ – при известной плотности бетона ρ , в т/м^3 ($1.2 < \rho < 2.5$);
- $k = K_E \cdot K_V \cdot K_{\text{ц}} \cdot K_N$,

здесь: K_E – коэффициент, учитывающий упругие свойства крупного заполнителя, который численно равен:

$$K_E = 0.456 \cdot \left[\frac{E_{a1} \cdot V_{a1} + E_{a1} \cdot (1 - V_{a1})}{67} \right] + 0.544 \quad (3.2)$$

E_{a1} – модуль упругости i – го крупного заполнителя ($i \leq 2$), ГПа;

$V_{a1} = \frac{V_i}{V_a}$ – относительная объемная концентрация i -го крупного заполнителя, а V_a – общая объемная концентрация крупного заполнителя;

K_V – коэффициент, учитывающий влияние концентрации крупного заполнителя, численно равный:

$$K_V = 0.286 \cdot \frac{V_a}{0.45} + 0.714;$$

$K_{Ц}$ – коэффициент, учитывающий тип цемента, численно равный:

- в случае применения портландцемента (ПЦ) с минеральными добавкам при $C_3S > 37\%$ и $C_3A > 3\%$

$$K_{Ц} = 0.0167 \cdot \frac{C_3S}{C_3A} + 0.833;$$

- в случае применения напрягающих (НЦ) и расширяющихся (РЦ) цементов $K_{Ц} = 1$ – для бетонов на РЦ и НЦ, твердеющих без ограничения деформации расширения; $K_{Ц} = 1,1, 1,2$ – соответственно для бетонов на НЦ–10 и НЦ–20, твердеющих в условиях ограничения деформаций, эквивалентных одноосному однопроцентному армированию.

K_N – коэффициент перехода от норм России к нормам других стран.

Как показано исследованиями [65, 69] в зависимости от уровня информированности расхождения между расчетными и экспериментальными данными по определению модуля упругости могут составлять до 40, 25, 6 % соответственно для уровней 1, 2, 3 в формуле (3.1). При анализе расчетных значений модуля упругости установленного по формуле (2.46) с экспериментальными данными Американского и Японского институтов бетона (свыше 3,5 тыс. значений), исследовательского центра SINTEF (свыше 300 значений) и данными, опубликованными в отечественной литературе (свыше 600 значений) работами [65, 67, 69] установлено, что предложенная зависимость достаточно хорошо совпадает с результатами опытов для широкого диапазона прочности бетона (рис. 3.1).

Как следует из [65] варьируя тип и концентрацию крупного заполнителя, вид цемента и условия твердения бетона, можно обеспечить устойчивое регулирование величины начального модуля упругости бетона заданного класса в диапазоне $0,7 \div 1,8$ от установленного нормативного значения.

В нормах СНБ 5.03.01 [94] численные значения модулей упругости (см. табл. 3.4) приняты по предложению проф. Н.П. Блещика [12] с учетом технологических особенностей приготовления бетонных смесей. В отличие от СНиП 2.03.01 [95] и проекта европейских норм EC–2:2001 [177] численные значения модулей упругости бетонной смеси по удобоукладываемости. Сравнение численных значений модулей упругости бетона нормированы в зависимости от марки по пр. СНБ 5.03.01 [94] и другим источникам показано на рис. 3.2. Как видно из представленного сравнения для бетонов нормальной плотности марок по удобоукладываемости П1, П2 численные значения модулей упругости по СНБ 5.03.01 [94] несколько превышают значения модулей упругости по проекту EC–2 [177] для классов по прочности на сжатие до $C_{35/45}$ и незначительно отличаются для бетонов более высоких классов. При подвижности ПЗ.П5 численные значения модулей упругости по СНБ 5.03.01 [94] несколько ниже, чем установлены нормами [177] и близки к значениям, содержащимся в СНиП 2.03.01–84* [95].

Таблица 3.4.

Модули упругости тяжелых и мелкозернистых бетонов по СНБ 5.03.01 [94]

Марка бетонной смеси по удобоукладываемости	Средний модуль упругости бетона E_{cm} (ГПа) классов:														
	$C^8/_{10}$	$C^{12}/_{15}$	$C^{16}/_{20}$	$C^{20}/_{25}$	$C^{25}/_{30}$	$C^{30}/_{37}$	$C^{35}/_{45}$	$C^{40}/_{50}$	$C^{45}/_{55}$	$C^{50}/_{60}$	$C^{55}/_{67}$	$C^{60}/_{75}$	$C^{70}/_{85}$	$C^{80}/_{95}$	$C^{90}/_{105}$
ЖЗ..Ж4 СЖ1..СЖЗ	–	–	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	49	50	52
Ж1..Ж2	–	31	35	37	38	40	41	42	43	44	45	46	47	49	51
П1..П2	24	27	31	32	35	37	38	39	40	41	42	43	45	46	48
ПЗ..П5	21	24	28	29	32	33	35	37	38	39	–	–	–	–	–
П5-Л1..П5-Л5	19	22	25	26	28	29	32	35	–	–	–	–	–	–	–

Примечания:

1. При назначении модуля упругости бетона марка бетонной смеси по удобоукладываемости принимается в соответствии с рекомендациями СНиП 3.09.01 с учетом СТБ 1035.
2. Значения модуля упругости приведены для бетонов естественного твердения. Для бетонов, подвергнутых тепловой обработке, приведенные значения следует умножать на коэффициент 0.9.
3. Приведенные значения модуля упругости действительны для бетонов, приготовленных с применением гравия и гранитного щебня с крупностью зерен до 40 мм. Для мелкозернистых бетонов приведенные значения следует умножать на коэффициент 0.85.
4. Для бетонов, подвергающихся попеременному замораживанию и оттаиванию, значения E_{cm} , указанные в табл. 6.2, следует умножать на поправочный коэффициент, принимаемый равным:
 - а) при эксплуатации конструкции в водонасыщенном состоянии при температуре:
 - ниже минус 20 °С до минус 40 °С включительно – 0.85;
 - ниже минус 5 °С до минус 20 °С включительно – 0.90;
 - минус 5 °С и выше – 0.95.

При повышении марки бетона по морозостойкости по сравнению с требуемой согласно табл. 5.3 приведенные выше коэффициенты могут быть увеличены на 0.05 соответственно каждой ступени превышения, однако не могут быть больше единицы.

3.2. Поперечные деформации

Коэффициент поперечных деформаций бетона при сжатии или так называемый коэффициент Пуассона принимают равным $\nu_c = 0.20$. Вместе с тем, в ряде норм (например PN [289], EC-2 [177] и др.) принимают $\nu_c = \frac{1}{6} = 0.167$. Результаты опытов различных исследователей показывают достаточно широкий диапазон изменения коэффициента поперечных деформаций бетона от 0,15 до 0,30. В практике для диапазона напряжений, не превышающих $0,5 \div 0,6 f_{ck}$, значения ν находятся в пределах $0.15 \div 0.24$ (см. рис. 3.3). Принятие в EC-2 [177], а в целях гармонизации и в проектах норм [99, 174, 177], значение коэффициента Пуассона на уровне $\nu = 0,2$ соответствует рекомендациям CEB-FIP и DIN 1045:1997 [92]. В случае, когда допускается образование трещин в бетоне растянутой зоны, коэффициент Пуассона принимают равным $\nu = 0$.

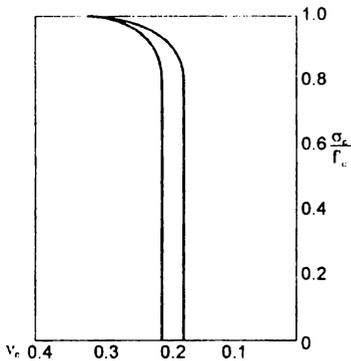


Рис. 3.3.

Изменение коэффициента Пуассона ν_c при различных уровнях нагружения образца [129]

3.3. Коэффициент температурных деформаций

Практически все европейские нормы [28, 94, 174, 177] рекомендуют вслед за EC-2 принимать значения коэффициента температурного расширения равным $\alpha_t = 1 \times 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$. В интервале температур от -20 до $+100$ $^\circ\text{C}$. В наиболее часто встречающихся эксплуатационных ситуациях это значение мало отличается от коэффициента температурного расширения стали ($1,2 \times 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$).

При наиболее детальном анализе, приведенном в [219] установлено, что коэффициент α_t для бетона претерпевает колебания в пределах от 0,75 до $1,45 \times 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$. Существенное влияние здесь оказывает концентрация крупного заполнителя и его минералогический состав. В предельных случаях для бетонов на кварцевом песке следует принимать $\alpha_t = 1,18 \times 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$, тогда как тот же коэффициент на известняковом заполнителе составляет всего $\alpha_t = 0,68 \times 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$.

3.4. Ползучесть и усадка бетона

Расчетные модели, учитывающие нелинейное поведение железобетонных конструкций базируются на дискретизации рассчитываемой системы на отдельные элементы, поперечные сечения которых представляют совокупностью элементарных площадок или полос (фибр). Для оценки поведения конструкции во времени, особенно в стадии эксплуатации, выполняют временную дискретизацию, поэтому состояние системы определяют для конечного числа временных точек, в которых оценивают ее напряженно-деформированное состояние.

Итерационные расчеты требуют определения состояния конструктивной системы на каждом этапе приложения нагрузки или в каждой временной точке. Количество итераций зависит от степени нелинейности системы (геометрической и физической).

На каждой одиночной итерации базовые зависимости для бетона могут быть использованы в расчете тысячи раз, поэтому они должны быть достаточно просты, обоснованны и описывать поведение материала не только в условиях кратковременного, но и длительного действия нагрузки.

В связи с этим, вопросы определения характеристик длительных процессов, развивающихся в бетоне являются чрезвычайно актуальными.

Длительные реологические процессы (усадка и ползучесть) оказывают существенное влияние на работу конструкций: на их перемещения, перераспределение усилий между арматурой и бетоном, трещиностойкость и т.д.

Экспериментально-теоретическому исследованию усадки и ползучести бетона посвящено много работ [1, 11, 12, 21, 46, 54, 65, 74, 83, 109, 110, 122, 142–144, 157, 187, 188, 325 и др.]. Однако, несмотря на обширные данные исследований, исчерпывающего объяснения природы ползучести до сих пор не существует.

Поскольку нет общего объяснения природы ползучести, то нет и полностью обоснованной теории ползучести. Все существующие теории ползучести носят феноменологический характер и основаны на описании некоторых явлений, наиболее изученных экспериментально.

Оценка расчетной модели, внесенной в нормы СНБ 5.03.01 [94], выполненная в работе [219] показывает, что наилучшие результаты расчетов в сопоставлении с экспериментальными данными достигаются в условиях постоянного действия начальных напряжений. Влияние возраста бетона в момент нагружения и развитие ползучести во времени в этих условиях достаточно хорошо аппроксимированы предложенными зависимостями. К сожалению, для случая, когда напряжения уменьшаются во времени, предложенный метод дает завышенные значения снижения деформаций, возникающих при разгрузке элемента. Кроме того, модель дает погрешности при нагружении бетона в раннем возрасте в условиях высокой относительной влажности, либо при больших размерах сечений элементов.

Ниже рассмотрим и прокомментируем некоторые важные на наш взгляд положения принятой расчетной модели длительных процессов и проведем сопоставление получаемых результатов с результатами расчета по мультипликативной модели длительных деформаций бетона [46, 54, 109, 110] и опытными данными.

3.4.1. Ползучесть бетона. Определение характеристики ползучести

Расчетная модель, принятая в нормах [94, 174, 177, 281, 289], базируется на положении, что деформация ползучести пропорциональна многочлену монотонно убывающей функции, зависящей от возраста бетона к моменту нагружения t_0 , и монотонно возрастающей функции, описывающей ползучесть во времени под действием нагрузки (в интервале времени $t \div t_0$)

$$\varepsilon_{cc} \approx g_1(t_0) \cdot f_1(t - t_0) \quad (3.4)$$

Как следует из [219], такая модель хорошо описывает изменение деформаций ползучести во времени при постоянных напряжениях. Принято допущение, согласно которому считается, что для каждого приращения нагрузки (напряжения) материал рассматривается как нагружаемый в первый раз. Это по существу использование т.н. метода АЕММ (*Age-Adjusted Effective Modulus Method*), предложенного *Bažant Z.P.* [142–144] и *Trost H.* [325]. В принятом методе наибольшая погрешность результатов расчета связана прежде всего с тем, что ползучесть бетона является нелинейной. В модели не разделяют деформаций ползучести на составляющие в зависимости от времени. Эта модель приспособлена для прогнозирования средних деформаций неармированного бетона в условиях одноосного напряженного состояния. При этом, модель в значительной мере опирается на статистическую обработку результатов обширных исследований и в граничных случаях может приводить к существенным погрешностям. Точность модели в сравнении с результатами исследований согласно [219] характеризуется значением коэффициента вариации $\nu = 20,4\%$.

В модели используется следующая базовая информация:

- средняя или характеристическая прочность бетона на сжатие;
- геометрические размеры сечения;
- средняя относительная влажность окружающей среды эксплуатации;
- возраст бетона к моменту нагружения;
- время действия нагрузки.

Коэффициент ползучести предложено определять по зависимости:

$$\Phi(t, t_0) = \Phi_0 \cdot \beta_c(t - t_0) \quad (3.5)$$

Экспериментальными исследованиями установлено, что базовый коэффициент ползучести Φ_0 зависит от относительной влажности окружающей среды, прочности бетона, его возраста и геометрических размеров элемента и определяется:

$$\Phi_0 = \Phi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad (3.6)$$

где Φ_{RH} – коэффициент, учитывающий влияние относительной влажности окружающей среды RH [%] и размеров элемента (рис. 3.4), определяемой согласно [126, 157]:

$$\Phi_{RH} = 1 + \frac{1 - RH}{0.13 \sqrt[3]{h_0}} \quad \text{при } f_{cm} \leq 35 \text{ МПа} \quad (3.7a)$$

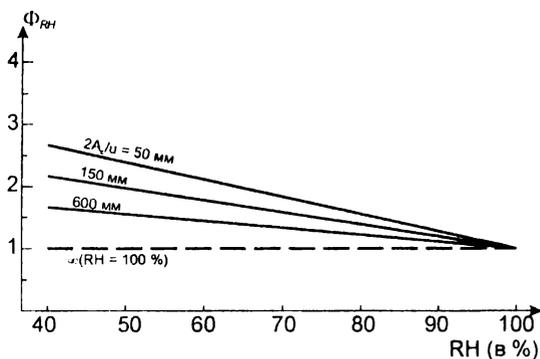


Рис. 3.4.
 Влияние относительной влажности и размеров сечения элемента на величину ползучести согласно [219]
 A_c – площадь сечения;
 u – периметр

$$\Phi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - RH/100}{0,13\sqrt{h_0}} \alpha_1 \right] \alpha_2 \quad \text{при } f_{cm} > 35 \text{ МПа} \quad (3.76)$$

В уравнении (3.7) влияние высыхания во время действия нагрузки учитывается вторым слагаемым. Как видно, это позволяет получить упрощение расчетной модели при разделении базовой ползучести и ползучести при высыхании. Вместе с тем, предложенная зависимость достаточно хорошо соответствует природе явления. Влияние относительной влажности уменьшается при $h_0 \rightarrow \infty$ (уменьшение поверхности контакта со средой) и при $RH = 100\%$.

Для описания влияния прочности бетона и его возраста в момент нагружения применены гиперболические функции, установленные по результатам исследований [142–144]:

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad (3.8)$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,2}} \quad (3.9)$$

Функция (3.9) достаточно хорошо описывает изменение базовой ползучести с возрастом бетона в момент нагружения, даже до $t_0 = 2$ года. Прогноз, получаемый для элементов большой толщины, эксплуатирующихся при высокой и большой относительной влажности окружающей среды, аппроксимируется достаточно хорошо. К сожалению для элементов малой толщины, эксплуатирующихся в сухих условиях, потеря влаги перед нагружением элемента ведет к дополнительным деформациям ползучести, чего нельзя описать простой гиперболической функцией. Поэтому принятая модель дает завышенные значения деформаций ползучести в элементах малой толщины, эксплуатирующихся в сухих условиях, при больших временных интервалах t_0 . Влияние ползучести при высыхании можно учесть, выделяя базовую составляющую ползучести и составляющую, связанную с высыханием.

Дополнительного объяснения требует, очевидно, использование прочности бетона в уравнении (3.8) как параметра, ролью которого является описание состава бетона, в частности водоцементного отношения и содержания цемента. Возрастание обоих этих факторов ведет к увеличению де-

формаций ползучести. С другой стороны, в большинстве практических случаев, бетоны с более высокой прочностью получают тогда, когда водоцементное отношение уменьшается, а содержание цемента возрастает.

Вместе с тем, влияние водоцементного отношения является значительно большим, чем влияние изменения содержания цемента в составе бетонной смеси. В расчетной модели принято, что деформация ползучести уменьшается с ростом прочности бетона. К сожалению, в столь простом описании невозможно было учесть влияние ряда других технологических параметров, влияющих на прочность бетона.

Развитие ползучести бетона после приложения нагрузки описано также при помощи гиперболической функции времени (рис. 3.5) согласно уравнения:

$$\beta_c(t-t_0) = \left[\frac{t-t_0}{\beta_H + t-t_0} \right]^{0.3} \quad (3.10)$$

где t – возраста бетона (сут.) в рассматриваемой проектной ситуации;
 t_0 – возраст бетона к моменту нагружения (сут.).

Уравнение (3.10) дает хорошие результаты при оценке изменения ползучести в длительных диапазонах действия нагрузки, даже до 150 лет. Влияние размеров элементов и влажности окружающей среды на развитие ползучести учитывается коэффициентом β_H :

$$\beta_H = 1.5 \left[1 + (0.012RH)^{18} \right] h_0 + 250 \leq 1500 \text{ при } f_{cm} \leq 25 \text{ МПа} \quad (3.11a)$$

$$\beta_H = 1.5 \left[1 + (0.012RH)^{18} \right] h_0 + 250 \alpha_3 \leq 1500 \alpha_3 \text{ при } f_{cm} > 25 \text{ МПа} \quad (3.11b)$$

Коэффициенты α_1 , α_2 , α_3 в формулах (3.7a), (3.7б), (3.11a), (3.11b) учитывают влияние прочности бетона и принимают равными:

$$\alpha_1 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0.7}; \quad \alpha_2 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0.2}; \quad \alpha_3 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0.5}$$

Как и в предыдущих случаях не разделяется базовая ползучесть и ползучесть при высыхании. Влияние влажности и размеров элемента на величину β_H имеет один порядок, но помимо этого уравнение (3.11) хорошо отражает природу явления: влияние размеров сечения уменьшается при $RH = 100\%$ и β_H возрастает с ростом h_0 (рис. 3.5).

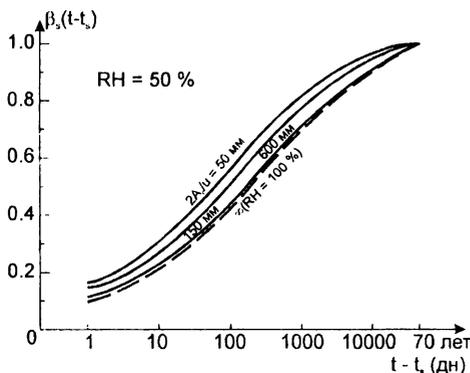


Рис. 3.5.
 Развитие ползучести во времени согласно [219]

В представленной модели ползучести учитывается влияние вида применяемого цемента и степени гидратации в момент нагружения на коэффициент ползучести бетона, модифицируя возраст бетона в момент нагружения в соответствии с зависимостью вида:

$$t_0 = t_{0,T} \left[\frac{9}{2 + t_{0,T}^{1.2}} + 1 \right]^\alpha \geq 0.5 \text{ сут.} \quad (3.12)$$

где $t_{0,T}$ – возраст бетона (сут.) к моменту нагружения, модифицированный с учетом изменения температуры;

α – коэффициент, учитывающий вид цемента:

$\alpha = -1$ – для медленно твердеющих цементов;

$\alpha = 0$ – для нормально и быстро твердеющих цементов;

$\alpha = 1$ – для быстротвердеющих высокопрочных цементов.

Применение различных видов цементов ведет к разной степени гидратации в течение одного и того же периода времени (таким образом, коэффициент ползучести не зависит от возраста бетона, но зависит от степени гидратации цемента). Для этого вводят скорректированное значение времени на момент нагружения таким образом, чтобы оно приблизительно было независимо от вида цемента.

Принято, что влияние вида цемента уменьшается со временем (рис. 3.6).

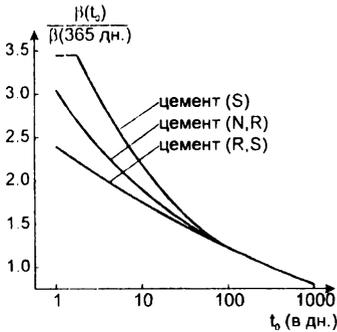


Рис. 3.6.

Влияние возраста бетона к моменту нагружения на величину ползучести (при $T = 20^\circ\text{C}$) согласно [219] для различных видов цементов:

S – медленно твердеющий цемент;

N, R – обычный и быстротвердеющий цементы;

R, S – быстротвердеющий высокопрочный цемент.

Принимая во внимание то, что влияние цемента на развитие ползучести во времени невелико, t_0 должно учитывать вид цемента только в уравнении (3.12), тогда как в уравнении (3.10) при определении $(t - t_0)$ не учитывается.

Подобным образом учитывается и влияние температуры ($0^\circ\text{C} \leq T \leq 80^\circ\text{C}$). Модифицируется возраст бетона в соответствии с уравнением:

$$t_{0,T} = \sum_{i=1}^n e^{\left[\frac{4000}{273 - T(\Delta t_i)} - 13.65 \right] \Delta t_i}, \quad (3.13)$$

где $T(\Delta t_i)$ – температура (в $^\circ\text{C}$), действующая на временном интервале Δt_i ;

Δt_i – временной интервал, для которого температура считается постоянной.

Влияние температуры на ползучесть сложно и неоднозначно, поэтому приведенный способ модификации является достаточно грубым приближением. Приведенная зависимость является более точной для элементов большой толщины, поскольку высокое среднее значение влажности бетона несущественно изменяется в момент нагружения по сравнению с сечениями малой толщины, где повышенная температура способствует быстрому высыханию, влияя одновременно на базовую ползучесть и ползучесть от высыхания.

Среди наиболее существенных изменений, происходящих под влиянием низких и высоких температур, следует назвать:

- под влиянием возрастающей температуры, перед приложением нагрузки, интенсифицируется процесс гидратации, что в результате ведет к уменьшению ползучести;
- высокая температура во время действия нагрузки вызывает увеличенный прирост ползучести;
- возрастание температуры при действии нагрузки ведет к увеличению ползучести.

Нормативные документы [94, 174, 177] допускают использовать в расчетах конструкций предельные значения коэффициента ползучести $\Phi_{(\infty, t_0)}$, которые могут быть приняты по графикам, приведенными на рис. 3.7.

Как было показано выше, предельные значения коэффициента ползучести $\Phi_{(\infty, t_0)}$, полученные из графиков, приведенных на рис. 3.7, применимы для расчетных ситуаций, когда уровень сжимающих напряжений в бетоне при первом нагружении в момент времени t_0 не превышает $0.45f_{ck(t_0)}$. Если сжимающие напряжения в момент времени t_0 превышают $0.45f_{ck(t_0)}$, следует выполнять модификацию значений коэффициента $\Phi_{(\infty, t_0)}$, из графических зависимостей, представленных на рис. 3.7, с учетом нелинейной ползучести по формуле

$$\Phi_{k(\infty, t_0)} = \Phi_{(\infty, t_0)} \exp[1.5 - (k_\sigma - 0.45)] \quad (3.14)$$

где: $\Phi_{(\infty, t_0)}$ – предельное значение модифицированного (нелинейного) коэффициента нелинейной ползучести;

k_σ – коэффициент, зависящий от уровня нагружения $\sigma_0/f_{cm(t_0)}$ (σ_c – сжимающие напряжения в бетоне в момент времени t_0).

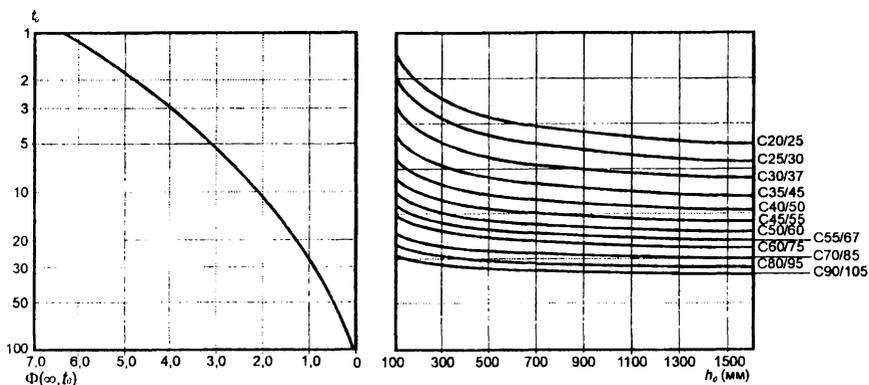
Как следует из указаний норм [94, 174, 177], предельные значения коэффициента ползучести $\Phi_{(\infty, t_0)}$ бетона, определяемые по графическим зависимостям, показанным на рис. 3.7, применимы для бетонов классов по прочности на сжатие не более $C^{60}/75$, из смесей, имеющих и марку по удобоукладываемости П2 и П3. Для бетонных смесей других марок по удобоукладываемости значения коэффициентов ползучести $\Phi_{(\infty, t_0)}$, полученные из графических зависимостей, приведенных на рис. 3.7 следует умножать на поправочные коэффициенты:

при П1, Ж1..Ж4, СЖ1..СЖ3 – не более 0.70;

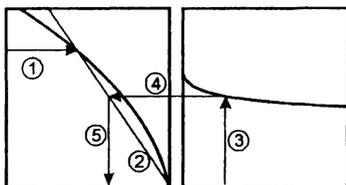
при П1, СЖ1–СЖ3 – 0.70;

при П4, П5 – 1.20.

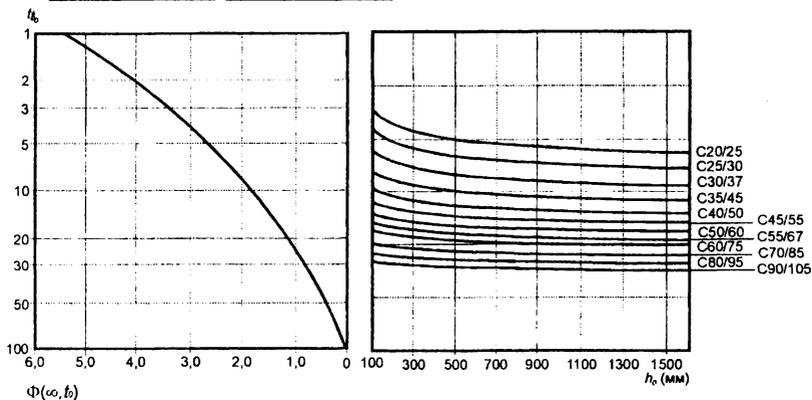
Для бетонов классов по прочности при сжатии более $C^{60}/75$ предельные значения коэффициентов ползучести $\Phi_{(\infty, t_0)}$, полученные из рис. 3.7, следует умножать на поправочный коэффициент, равный 1.2.



a) $RH = 50\%$



Примечания:
 1) для $t_0 > 100$ сут. принимать значения коэффициента $\Phi(\infty, t_0)$ как для $t_0 = 100$;
 2) $h_0 = 2A_c/u$, где A_c и u соответственно площадь и периметр поперечного сечения элемента.



б) $RH = 80\%$

Рис. 3.7.

К определению предельных значений коэффициента ползучести $\Phi(\infty, t_0)$ бетона согласно [94, 177]

3.4.2. Усадка и набухание

Под усадкой в общем случае принято понимать объемное сокращение бетона (раствора, цементного камня) в результате потери воды при твердении материала в неизменных во времени температурно-влажностных условиях. Согласно сформировавшимся представлениям усадку бетона следует рассматривать как свойство микроструктуры твердеющего цементного камня. Величина деформации усадки бетона во времени зависит от многих факторов.

Несмотря на то, что изучению длительных процессов, развивающихся в твердеющем бетоне, в частности явлению усадки, посвящено достаточно много исследовательских работ различного уровня, проблема по-прежнему остается до конца не разрешенной, а расчетные модели обладают невысокой точностью. Это связано с рядом обстоятельств, определяющих сложность поставленной задачи.

Во-первых, зачастую долговременные свойства материалов назначают по результатам их кратковременных испытаний. Так, если срок службы железобетонной конструкции принять равным 50..75 лет, то большинство результатов длительных испытаний, полученных на опытных образцах в течение 1..2 лет можно рассматривать как кратковременные. Для того чтобы использовать полученные результаты кратковременных испытаний при прогнозировании свойств материала во времени, приходится прибегать к построению так называемой функции времени. При этом для решения задачи используют, как правило, следующие подходы. Большинство нормативных документов, включая ЕС-2 [177], применяют в расчетах длительных деформаций бетона концепцию предельных значений деформаций усадки и коэффициента ползучести. При этом развитие длительных процессов вплоть до достижения предельных значений длительных деформаций описывают посредством функции времени. Вместе с тем, результаты длительных испытаний материала (например, Troxel, Raphael, Davis, Brooks и др.) показывают, что развиваясь во времени, усадка и ползучесть практически никогда не достигают своих предельных величин, назначенных нормативными документами.

Расчетные уравнения, полученные в работах Bazant и Panula, Brooks и Neville, не используют концепции предельных деформаций усадки. Brooks и Neville используют логарифмическую зависимость для описания развития во времени усадочных деформаций, установленных по результатам кратковременных испытаний.

Во-вторых, для корректировки результатов, получаемых на некоторых базовых опытных образцах, испытываемых при назначенных стандартных температурно-влажностных условиях, приходится использовать феноменологические зависимости, либо системы эмпирических коэффициентов, учитывающих отклонение принятых в проекте конструктивно-технологических и эксплуатационных условий от некоторых базовых.

В табл. 3.5 обобщены основные факторы, влияние которых учитывают при расчетах величины деформаций усадки согласно различным нормативным документам и предложениям.

Анализ показывает, что, несмотря на то, что большинство расчетных методов достаточно полно учитывает многообразие факторов, влияющих на деформацию усадки (см. табл. 3.5), расчетные результаты могут различаться очень существенно как между собой, так и с опытными данными. На рис.

3.8 показано сравнение расчетных значений деформаций усадки, определенных по различным методикам, с опытными данными, а в табл. 3.6 – расчетные значения коэффициентов вариаций для анализируемых моделей. Как видно из представленных результатов практически все расчетные модели для определения деформаций усадки имеют достаточно большие значения коэффициентов вариаций, особенно при определении параметров усадки в раннем возрасте ($t < 100$ сут.).

Таблица 3.5.

Основные факторы, влияющие на расчетную величину деформаций усадки

Фактор	Нормативный документ										
	AS1 209	AS 1481	AS 3600	Bažant	EC-2	CEB 90	NAASRA	СНБ	MMDD	Предлож.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Влажность окружающей среды, RH%	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	
Температура, T				x	x	x		x	x		
Размер сечения	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	
Форма сечения				x							
Прочность в возрасте 28 сут.		x	x	x			x			x	
Модуль упругости					x	x				x	
Водоцементное отношение, W/C				x			x		x	x	
Содержание цемента (цементного теста по массе)	x			x			x		x		
Вид (тип) цемента				x	x	x		x	x		
Мелкий / крупный Заполнитель	x			x							
Цемент /песок				x							
Содержание воздуха	x										
Подвижность (О.К.)	x				x	x		x	x	x	
Плотность бетона	x	x	x	x		x		x			
Продолжительность влажного (водного) хранения				x		x		x	x	x	
Вид тепловой обработки									x		
Вид уплотнения									x		

Таблица 3.6.

Коэффициенты вариаций C_v , % для анализируемых расчетных моделей по определению деформаций усадки

Нормативный документ	Для предельных значений деформаций усадки	Для значений, определенных в возрасте		Для предельных значений, при определении которых использованы образцы	
		<100 сут.	>100 сут.	призмы	цилиндры
		AS 1481 [25]	33.6	51.1	25.0
AS 3600 [24]	40.0	60.3	29.9	31.8	42.8
NAASRA [21]	43.7	39.4	31.3	45.7	42.0
AS1 209 [23]	52.6	79.3	39.3	66.8	41.1
CEB 90 [27]	55.9	50.5	50.6	56.0	55.4
Bažant [12]	59.4	54.9	53.7	58.0	59.7
CEB-FIP [22]	76.9	94.3	64.3	84.2	71.3

Расчетная модель для определения деформаций усадки бетона, принятая в СНБ 5.03.01 [94] вслед за EC-2:2001 [177], разработана на основании обработки результатов 103 экспериментальных работ, обобщенных в иссле-

дованиях [142–144, 157]. Коэффициент вариаций для расчетной модели составляет 32,9 %. Следует однако обратить внимание, что такое большое значение коэффициента вариаций в значительной мере обусловлено разницей в результатах исследований усадки в первые месяцы твердения бетона. Для конечного значения деформации усадки средняя ошибка модели составляет по данным [219] около 19 %.

Принятую модель используют для определения деформаций элементов, выполненных из бетона нормальной плотности, твердевшего во влажной среде, а после твердения находящегося в среде со средней относительной влажностью от 40 до 100 % в интервале температур от +5 до +30 °С.

В расчетной модели учитывается, что усадка бетона является частично обратимой. Как достаточно грубое приближение можно принять, что набухание в элементе, который первоначально был подвергнут высыханию, а затем был помещен в среду с относительной влажностью $RH \geq 99$ %, составляет до 60 % от величины проявившейся усадки. Влияние относительной влажности среды на деформации усадки показано на рис. 3.9.

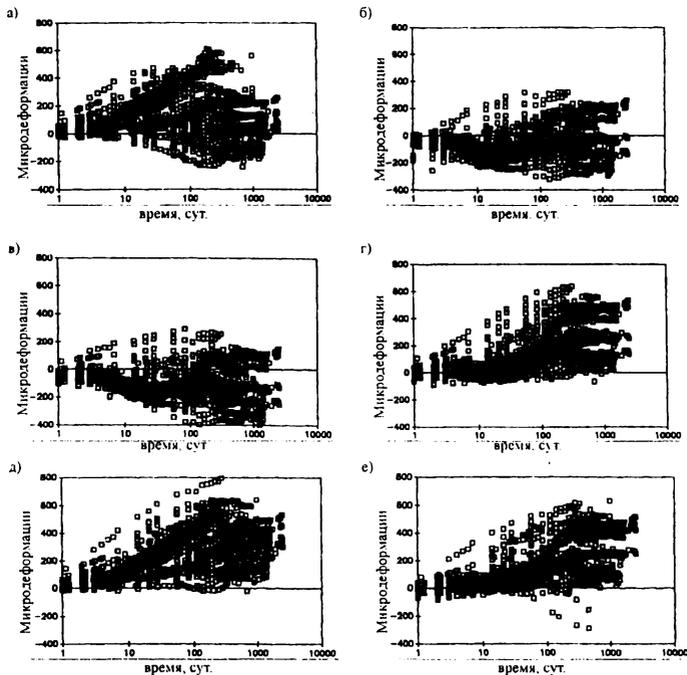


Рис. 3.8.

Разности опытных и расчетных величин усадочных деформаций бетона, определенных по различным расчетным моделям:

а) ACI 209; б) AS 1481; в) AS 3600; г) CEB 90; д) CEB-FIP; е) Bažant - Panula

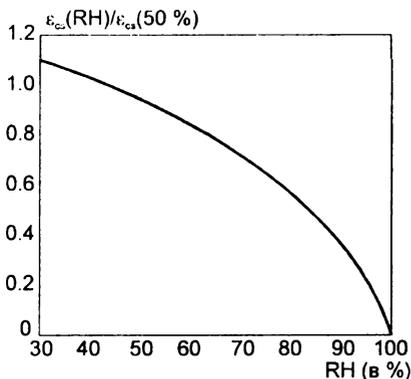


Рис. 3.9.
Влияние относительной влажности среды (RH) на деформации усадки по модели, принятой в [142]

В соответствии с расчетными моделями, принятыми в ЕС–2:2001 [177] и СНБ 5.03.01 [94] величину полной деформации усадки бетона $\varepsilon_{cs}(t)$ к моменту времени t , допускается определять по формуле:

$$\varepsilon_{cs}(t) = \varepsilon_{cs,d}(t) + \varepsilon_{cs,a} \quad (3.15)$$

где: $\varepsilon_{cs,d}(t)$ – физическая часть усадки при высыхании бетона к моменту времени t ;

$\varepsilon_{cs,a}$ – химическая (аутогенная) часть усадки, обусловленная физико-химическими явлениями, развивающимися при твердении вяжущего.

Относительные деформации усадки к моменту времени t (сут.) следует определять по формуле:

$$\varepsilon_{cs,d}(t) = \beta_{ds}(t - t_s) \varepsilon_{cd,\infty}, \quad (3.16)$$

где β_{ds} – функция развития усадки во времени, рассчитываемая:

$$\beta_{ds}(t - t_s) = \left[\frac{(t - t_s)/t_1}{350(h_0/h_1)^2 + (t - t_s)/t_1} \right]^{0.5}, \quad (3.17)$$

здесь t – возраст бетона (сут.), в котором определяют деформацию усадки;

$t_1 = 1$ сут.;

t_s – возраст бетона (сут.) к моменту окончания влажного хранения;

$h_1 = 100$ мм;

$h_0 = \frac{2A_c}{u}$.

При этом предельные относительные деформации усадки бетона следует определять по формуле:

$$\varepsilon_{cd,\infty} = \left[(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot \exp\left(-\alpha_{ds2} \frac{f_{cm}}{f_{cm0}}\right) \right] \cdot 10^{-6} \beta_{RH}, \quad (3.18)$$

где

при $RH < 99\% \cdot \beta_{sl}$
$$\beta_{RH} = -1.55 \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right], \quad (3.19)$$

при $RH \geq 99\% \cdot \beta_{sl}$
$$\beta_{RH} = 0.25, \quad (3.20)$$

$$\beta_{sl} = \left(\frac{3.5f_{cm0}}{f_{cm}} \right)^{0.1} \quad (3.21)$$

В формулах (3.20)..(3.21):

f_{cm} – средняя прочность бетона в возрасте 28 суток (МПа);

$f_{cm0} = 10$ МПа;

α_{ds1} , α_{ds2} – коэффициенты, учитывающие вид цемента и принимаемые по табл. 3.7;

$RH_0 = 100$ %.

Таблица 3.7.

Значения коэффициентов α_{ds1} и α_{ds2}

Вид цемента	α_{ds1}	α_{ds2}
Медленно твердеющий	3.0	0.13
Нормально и быстротвердеющий	4.0	0.11
Быстротвердеющий высокопрочный	6.0	0.12

Предельную деформацию усадки бетона при высыхании $\varepsilon_{cs,d}$, кроме того, допускается принимать по табл. 3.8.

Таблица 3.8.

Предельные значения свободных относительных усадочных деформаций $\varepsilon_{cs,d(\infty)}$ (в %)

$f_{ck}/f_{c,cube}^G$	Предельные значения относительных усадочных деформаций					
	Относительная влажность RH (в %)					
	20	40	60	80	90	100
20/25 и менее	-0.75	-0.70	-0.59	-0.20	-0.20	0.12
40/50	-0.60	-0.56	-0.47	-0.29	-0.16	0.10
60/75	-0.48	-0.45	-0.38	-0.24	-0.13	0.08
80/95	-0.39	-0.36	-0.30	-0.19	-0.11	0.06
90/105	-0.35	-0.33	-0.27	-0.17	0.06	0.06

Знак «плюс» в табл. 6.3 означает набухание бетона

Как следует из [94, 177] предельные относительные деформации $\varepsilon_{cs,d}$, приведенных в табл. 6.3, применимы для бетонных смесей с марками по удобоукладываемости П2 и П3. Для бетонных смесей, имеющих другие марки по удобоукладываемости, значения $\varepsilon_{cs,d}$, принятые из табл. 3.8, следует умножать на поправочный коэффициент, равный 0.7 (для жестких смесей с маркой по удобоукладываемости П1, жесткости Ж1..Ж4, СЖ1..СЖ3 или равный 1.2 (для смесей с маркой по удобоукладываемости П4, П5).

При определении промежуточных значений предельных деформаций усадки по табл. 3.8 допускается линейная интерполяция.

Определение деформаций аутогенной усадки $\varepsilon_{cs,a}$ производят по формуле:

$$\varepsilon_{cs,a} = \beta_{as}(t)\varepsilon_{cs,a(\infty)}, \quad (3.22)$$

где
$$\varepsilon_{cs,a(\infty)} = -2.5(f_{ck} - 8) \cdot 10^{-6}, \quad (3.23)$$

Функция, описывающая развитие аутогенной усадки во времени, принята в виде:

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0.2t^{0.5}). \quad (3.24)$$

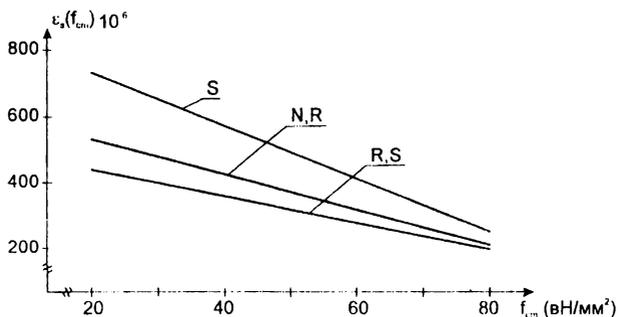


Рис. 3.10.

Зависимость деформации усадки от прочности бетона при сжатии согласно [219] в зависимости от вида цемента

Параметр прочности, который введен в расчетную модель, является мерой влияния состава бетона, а главным образом водоцементного отношения. Прирост этого показателя даже при снижении содержания цемента, ведет к увеличению усадки и одновременно к снижению прочности бетона. Принимается, что увеличение усадки наступает одновременно с уменьшением прочности бетона (рис. 3.10).

На величину усадки влияет также и вид применяемого цемента. Усадка меньше для быстротвердеющих цементов, даже если после 28 суток твердения прочность бетона такая же, как и при использовании обычных рядовых цементов. Влияния этих параметров показано на рис. 3.10.

Из приведенных зависимостей следует, что конечное значение деформации усадки не зависит от размеров элемента.

Усадка в элементах с большой толщиной достигает своего предельного значения в значительно большем интервале времени, чем в элементах малой толщины. В модели принимается, что с течением времени микроструктура прогидратировавшего цементного камня в тонких и толстых элементах является такой же. Однако, это не соответствует истине. К сожалению опытные данные о деформациях усадки в элементах с большими размерами поперечного сечения после длительного времени высыхания достаточно ограничены и значения усадочных деформаций, рассчитанные из уравнения (3.16) (рис. 3.11) для $h_0 > 500$ мм достаточно неточны и могут приводить к завышенным значениям деформаций усадки после длительного высыхания. Приведенный метод расчета усадочных деформаций не учитывает влияние температуры окружающей среды на величину деформаций усадки.

На рис. 3.12 представлено сравнение опытных данных с результатами расчетов, выполненными по мультипликативной модели длительных деформаций [46, 54] и методике, внесенной в СНБ 5.03.01 [94].

Как видно из данных, приведенных на рис. 3.12, обе проанализированные расчетные модели дают примерно одинаковые результаты и удовлетворительно соответствуют опытным данным.

Реологические деформации, определенные в соответствии с приведенными моделями могут давать значительные погрешности, что следует из специфики описанных явлений. Следует, однако, подчеркнуть, что эти модели учитывают влияние многих факторов, которые до этого времени не учитывались расчетами по действующим нормам СНиП [95].

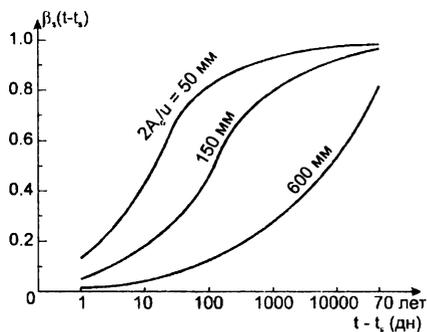


Рис. 3.11.
Развитие усадки бетона во времени согласно [327]

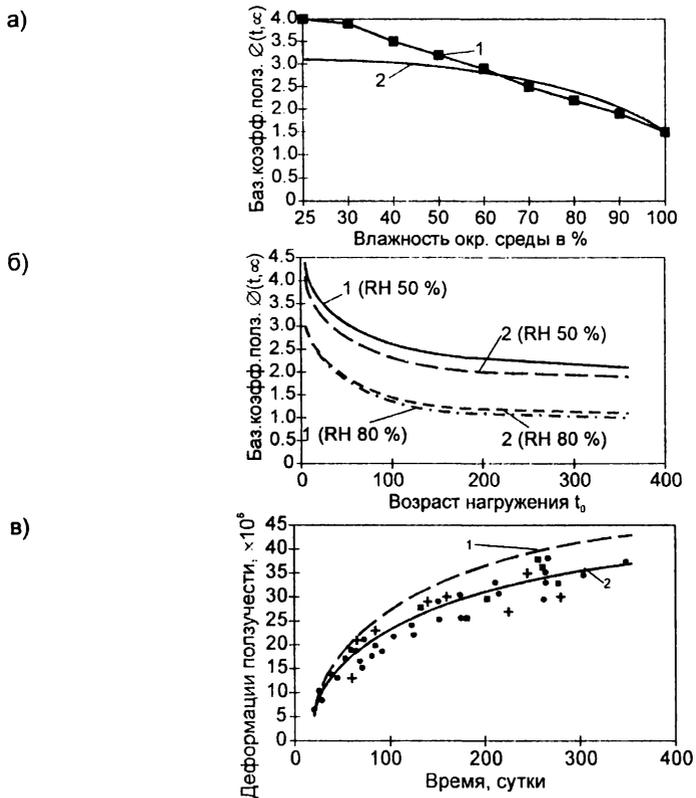


Рис. 3.12.
Сравнение методик расчета параметров ползучести
1 – методика норм [94, 174, 177]; 2 – мультипликативная модель
● – собственные опыты; + – опыты [1, 46, 54]

Глава 4

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ОПИСАНИЯ ДИАГРАММ ДЕФОРМИРОВАНИЯ БЕТОНА

4.1. Диаграммы деформирования бетона при осевом кратковременном сжатии

В работе проф. Н.И. Карпенко [37] сформулированы главные критерии, которым должно удовлетворять аналитическое описание диаграммы деформирования бетона « $\sigma_c - \varepsilon_c$ », используемой в инженерных расчетах конструкций:

- 1) возможность наиболее полного отображения через форму кривой деструктивных процессов, происходящих в структуре бетона при действии напряжений;
- 2) сравнительная простота аналитической зависимости;
- 3) увязка с современными численными методами решения физически нелинейных задач (подразумевается, что элементы диаграммы должны одинаково выражаться как через напряжения, так и через относительные деформации; кроме того, они должны быть удобны для использования в коэффициентах общих матриц жесткости элементов);
- 4) возможность простой перестройки (трансформирования) аналитической зависимости при учете различных факторов.

Следует отметить, что, исследуя диаграммы деформирования, специалисты сосредотачивают свое внимание главным образом на зависимостях, описывающих поведение бетона при осевом кратковременном сжатии. Это обусловлено в первую очередь тем обстоятельством, что большинство расчетных методов, внесенных в нормативные документы [75, 94, 124, 151, 167, 170, 174, 177, 178], рекомендуют не учитывать в работе сечения бетон растянутой зоны. В силу этого нормированию подвергается базовая диаграмма деформирования бетона в условиях осевого сжатия. Вместе с тем, при расчетах конструкций по предельным состояниям второй группы важную роль играет обоснованный выбор диаграммы деформирования бетона при осевом растяжении.

Конкретизируя сформулированные выше критерии применительно к задачам нелинейного расчета конструкций общие требования к аналитическим описаниям диаграмм деформирования можно представить в следующем виде:

- 1) при напряжениях, равных временному сопротивлению $\sigma_c = f'_c$, текущие относительные деформации $\varepsilon_c = \varepsilon_{c1}$, то есть $\sigma_c(\varepsilon_{c1})/f'_c = 1$;
- 2) $\left(\frac{d\sigma_c(\eta)}{d\eta \cdot f_{cm}} \right)_{\eta=1} = 0$ – тангенс угла наклона касательной в пиковой точке диаграммы, отвечающей временному сопротивлению бетона, равен нулю.
- 3) $\lim_{\eta \rightarrow \infty} \frac{\sigma_c(\eta)}{f_{cm}} = 0$ – при возрастающей относительной деформации относительные напряжения стремятся к нулю;
- 4) принятая функция не имеет корней в интервале $[\varepsilon_{c1}, \infty)$;
- 5) принятая функция не имеет вертикальной асимптоты в интервале $[\varepsilon_{c1}, \infty)$;
- 6) для предельных относительных деформаций $\eta = \eta_2$

$$\frac{\sigma_c[\eta_2]}{f_{cm}} = k_1 \text{ при } \eta_2 = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c1}}$$

В ряде случаев при расчете прочности сечений статически определимых элементов предлагается использовать диаграммы деформирования, описываемые только восходящей ветвью (рис. 4.1). Для мотивации такого подхода используют главные аргументы:

- а) отсутствие нормализованного методического подхода при определении полных диаграмм деформирования для бетона и
- б) неопределенность в выборе класса конструкции, где возможна работа бетона в расчетном сечении во всем диапазоне диаграммы деформирования, включая и нисходящий участок зависимости « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » [4, 17].

Так в работах [4, 17] для аналитического описания диаграммы деформирования бетона при сжатии (растяжении) предлагается степенная функция вида:

$$\sigma_c = f_{cd} \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^{v_{cR}} \quad (4.1)$$

$$\sigma_{ct} = f_{ctd} \left(\frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{ct1}} \right)^{v_{ctR}} \quad (4.2)$$

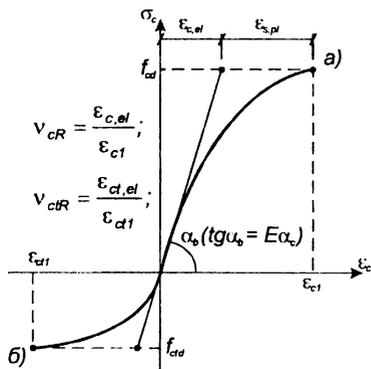


Рис. 4.1. Расчетные диаграммы деформирования для бетона при сжатии (а) и растяжении (б) согласно [4]

где: f_{cd}, f_{ctd} – расчетное сопротивление бетона соответственно осевому сжатию и растяжению;

ν_{cR}, ν_{ctR} – предельные величины коэффициентов упругости бетона соответственно при сжатии ($\sigma_c = f_{cd}$) и растяжении ($\sigma_{ct} = f_{ctd}$).

Вместе с тем, при кажущейся простоте представленной диаграммы деформирования бетона, как при сжатии, так и при растяжении (см. рис. 4.2), предложены зависимости, удовлетворяющие приведенным выше критериям и имеющие следующий вид:

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c \cdot \nu_c}; d\varepsilon_c = \frac{d\sigma_c}{E_c \cdot \nu_c^k} \quad (4.3)$$

где: ν_c, ν_c^k – функции изменения секущего и касательного модулей (рис. 4.2), определяемые по формулам:

$$\nu_c = \bar{\nu}_c \pm (\nu_0 - \bar{\nu}_c) \sqrt{1 - e_1 \cdot \eta - e_2 \cdot \eta^2} \quad (4.4a)$$

$$\frac{1}{\nu_c^k} = \frac{1}{\nu_c} \pm \frac{\eta(\nu_0 - \bar{\nu}_c)(e_1 - 2 \cdot e_2 \cdot \eta^2)}{2 \cdot \nu_c^2 \sqrt{1 - e_1 \cdot \eta - e_2 \cdot \eta^2}} \quad (4.4b)$$

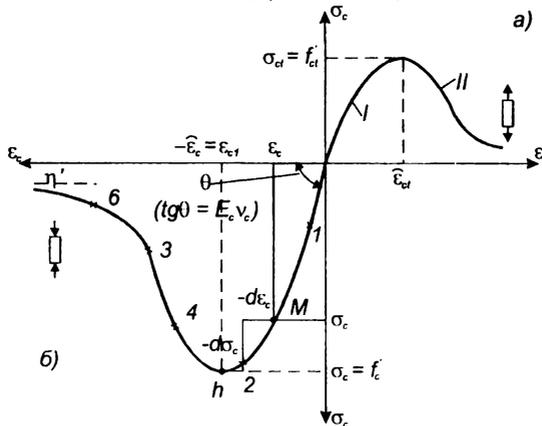


Рис. 4.2.

Диаграмма деформирования бетона при осевом растяжении (а) и осевом сжатии (б) в соответствии с работами проф. Н.И. Карпенко [37]

В формулах (4.4a) и (4.4b):

знак «плюс» соответствует восходящей ветви диаграммы деформирования, а «минус» – нисходящей;

η – уровень напряжений;

$\bar{\nu}_c$ – значение ν_c в вершине диаграммы (при $\eta = 1$);

- ε_R – абсолютная величина относительных деформаций сжатия в вершине диаграммы;
 v_0 – начальное значение v_c , которое принимают разным для восходящего и нисходящего участков;
 e_1 и e_2 – параметры искривления диаграммы.

В данном случае параметры диаграммы деформирования одинаково просто выражаются как через уровни напряжений η , так и через уровни относительных деформаций η_c . Исходя из удобства введения нелинейных диаграмм в коэффициенты жесткости железобетонных элементов, общую аналитическую зависимость для их описания согласно [35, 37] предложено принимать в виде:

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c \cdot v_c}, \quad (4.5)$$

или в приращениях:

$$\Delta \varepsilon_c = \frac{\Delta \sigma_c}{E_c \cdot v_c^k}. \quad (4.6)$$

Коэффициент v_c предложено выражать единообразно

$$v_c = \bar{v}_c \pm (v_0 - \bar{v}_c) \sqrt{1 - \omega_{1c} \cdot \eta_\sigma - \omega_{2c} \cdot \eta_\sigma^2}, \quad (4.7)$$

$$0 \leq \eta_\sigma = \frac{\sigma_c - \sigma_{c,el}}{\bar{\sigma}_c - \sigma_{c,el}}, \quad (4.8)$$

- где: $\bar{\sigma}_c$ – напряжения в вершине диаграммы;
 $\sigma_{c,el}$ – предел упругого деформирования материала (для бетона $\sigma_{c,el} = 0$);
 \bar{v}_c – значение v_c при $\sigma_c = \bar{\sigma}_c$ (в вершине диаграммы);
 ω_{1c}, ω_{2c} – коэффициенты, характеризующие кривизну диаграммы, причем $\omega_{2c} = (1 - \omega_{1c})$.

Численные значения параметрических точек, используемых при описании диаграмм деформирования определяют по эмпирическим зависимостям:

- на восходящей ветви ($\sigma_c < \bar{\sigma}_c = f'_c$; $\varepsilon_c \leq \bar{\varepsilon}_c = \varepsilon_{c1}$)
 $v_c = 1$; $\omega_{1c} = 2,0 - 2,5 \cdot \bar{v}_c$;
- на нисходящей ветви ($\sigma_c > \bar{\sigma}_c = f'_c$; $\varepsilon_c \geq \bar{\varepsilon}_c = \varepsilon_{c1}$)
 $v_c = 2,05 \cdot \bar{v}_c$; $\omega_{1c} = 1,95 \cdot \bar{v}_c - 0,138$.

В табл. 4.1 обобщены наиболее известные аналитические описания диаграмм деформирования для бетона в условиях осевого сжатия, предложенные в последние двадцать лет отечественными и зарубежными исследователями.

Все аналитические зависимости, применяемые для описания диаграммы деформирования бетона можно разделить на два типа. В одних предложениях, например [17, 37, 60, 61, 200–202 и др.], содержится единая аналитическая зависимость на всем протяжении деформирования бетона. Для ее описания используют полиномы пятой [17], третьей [27] или второй степени [200–202] (см. табл. 4.2, группа I). Вместе с тем, анализ кривых « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » (см.

Таблица 4.1.

Некоторые аналитические зависимости, используемые для описания полных диаграмм деформирования «σ–ε» бетона при осевом сжатии

№ п/п	Графический вид диаграммы	Аналитическое описание		Источник, год	Примечание
		На восходящей ветви	На нисходящей ветви		
1	2	3		4	5
1	Рис. 4.3	$\sigma_c = f'_c \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right]$		Hognestad [200] 1951	$\varepsilon_0 = \varepsilon_{c1}$
2		$\sigma_c = f'_c \cdot \frac{A \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right) + B \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2}{1 + C \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right) + D \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2}$		Wang [339] и др. 1971, 1978	$\varepsilon_0 = \varepsilon_{c1}$
3		$0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$ $\sigma_c = f'_c \cdot \frac{\left(\frac{E_H}{E_0} \right) \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2}{1 + \left(\frac{E_H}{E_0} - 2 \right) \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)}$	$\varepsilon_c > \varepsilon_{cu}$ $\sigma_c = \frac{f'_c}{\left[\frac{1}{k_U} \cdot \xi - \frac{2}{k_U} \right]^{k_U} + \left[\frac{4}{k_U} - \xi \right]^{k_U}}$	CEB Model [167] 1990; Dahl [172]; 1992	$\varepsilon_{cu} \text{ при } \sigma_U = 0.5f'_c$ $k_U = \varepsilon_{cu}/\varepsilon_0$ $\xi = \frac{4 \cdot \left[k_U^2 \cdot \left(\frac{E_H}{E_0} - 2 \right) + 2 \cdot k_U - \frac{E_H}{E_0} \right]}{\left[k_U \cdot \left(\frac{E_H}{E_0} - 2 \right) + 1 \right]^2}$
4		$\sigma_c = C_1 \cdot \varepsilon_c + C_2 \cdot \varepsilon_c^2 + C_3 \cdot \varepsilon_c^3$	$\sigma_c = D_0 + D_1 \cdot \varepsilon_c + D_2 \cdot \varepsilon_c^2$	Вахненко П.Ф. [17]	$C_1, C_2, C_3, D_0, D_1, D_2$ – параметры, определяемые согласно [17]

Продолжение таблицы 4.1.

1	2	3	4	5	6
5	Рис. 4.3	$\sigma_c = f'_c \cdot \left[\frac{\beta \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0}}{\beta - 1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^\beta} \right]$	$\beta = \frac{1}{1 - \frac{f'_c}{\varepsilon_0 \cdot E_{II}}}$	Carreira, Chu [156] 1985	β – параметр материала, зависящий от формы диаграммы « $\sigma_c - \varepsilon_c$ »
			$\beta = 2$	Desayi, Krishnan [173] 1964	
			$\beta = 3$	Tulin, Gerstle [326] 1964	
			$\beta = 0.058 \cdot f'_c + 1$	Popovics [285] 1973	
			$\beta = \frac{f'_c}{20}$	Tomaczewicz [323] 1984	
6		$\sigma_c = f'_c \cdot \left[\frac{k_1 \cdot \beta \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0}}{k_1 \cdot \beta - 1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^{k_2 \cdot \beta}} \right]$		T. H. Wee, M. S. Chin, M. A. Mansur [340] 1996, 1998	$50 \text{ МПа} \leq f'_c \leq 120 \text{ МПа}$ $k_1 = \left(\frac{50}{f'_c} \right)^{3.0}$; $k_2 = \left(\frac{50}{f'_c} \right)^{1.3}$ $f'_c \leq 50 \text{ МПа}$ $k_1 = k_2 = 1$

Продолжение таблицы 4.1.

1	2	3	4	5	6
7	Рис. 4.3	$\sigma_c = f'_c \cdot \left[2 \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} \right)^2 \right]$		Т.Н. Almusallan [134] 1998	при $f'_c \leq 55$ МПа $f_\infty = 5.6 + 1.02 \cdot f'_c -$ $- k_p \cdot \varepsilon_0$ $k_p = 5470 - 375 \cdot f'_c$
		$\varepsilon_1 = \frac{0.65 \cdot f_\infty}{k - k_p}$	$\varepsilon_1 = \frac{f_\infty}{k - k_p}$		при $f'_c > 55$ МПа $k_p = 16398.23 -$ $- 676.82 \cdot f'_c$ $K = E_c = 3320 \times$ $\times \sqrt{f'_c} + 6900$ $f_\infty = 19.1 + 1.3 \cdot f'_c$
		$\sigma_c = \frac{(k + k_p) \cdot \varepsilon_c}{\left[1 + \left(\frac{(k + k_p) \cdot \varepsilon_c}{f_\infty} \right)^n \right]^{\frac{1}{n}}} + k_p \cdot \varepsilon_c$		Wang и др. [339] 1978	при $f'_c \geq 15$ МПа $K_p = 1374.5 -$ $- 871 \cdot f'_c$ $K = E_c = 180.9 \cdot f'_c +$ $+ 7770.7$

Продолжение таблицы 4.1.

1	2	3	4	5	6
8	Рис. 4.3	$\sigma_c = 0,85 \cdot f'_c \left[2 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon'_c} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon'_c} \right)^2 \right]$	$\sigma_c = 0,85 \cdot f'_c \left[1 - \frac{0,15(\varepsilon_c - \varepsilon'_c)}{0,0038 - \varepsilon'_c} \right]$ $\sigma_c = 0 \text{ при } \varepsilon_c > 0,0038$	J.G. McGregor, H.H. Ibrahim 1997 [214]	$\varepsilon'_c = 1,8 \left(\frac{0,85 f'_c}{E_c} \right) \text{ (МПа)}$ $E_c = 4733 \sqrt{f'_c}$
9		$\sigma_c = f'_c \cdot \left[\frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k-2) \cdot \eta} \right] \text{ или } \sigma_c = f'_c \cdot \left[\frac{k \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2}{1 + (k-2) \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0}} \right]$	DIN 1045: 199 [174] E-B8110 [152] E-PN [284] пр. СНБ 5.03.01 [94]	$k = 1,1 \cdot E_{c,ном} \cdot \frac{\varepsilon_{co}}{f'_c}$ $\eta = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \text{ при } f_c = f'_c$ $\varepsilon_0 = -0,0022$	
10		$0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$ согласно ЕС-2 [95] (см. п. 7 наст. таблицы), при $k = E_{c0}/E_{c1}$	[177, 178], 1996, 2001	$F_{cm} < 80 \text{ МПа}$ $E_{c0} = 10^4 f_{cm}^{1/3}$ $E_{c1} = \frac{f_{cm}}{\varepsilon_{c1}}$	

Продолжение таблицы 4.1.

1	2	3	4	5	6	
11	Рис. 4.3	$y = \frac{kx + (k' - 1)x^2}{1 + (k - 2)x + kx^2}$ $k' = 3.33 - 2.33 \frac{2X - 1}{X^2} - \frac{k}{X}$ $X = \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{c1}} = 1 + \frac{20}{f'_c}$ $x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}}; y = \frac{\sigma_c}{f'_c}$		ВРЕЛ:1992, Нормы Фран- ции СЕВТР, Sargin M. [302], 1993	$15 \text{ МПа} \leq f_{ck} \leq 120 \text{ МПа}$	
		$y = \frac{nX}{n - 1 + X^{\alpha n}}; n = k/(k - 1); x = \varepsilon/\varepsilon_{c1}; y = \sigma_c/f'_c$	$\alpha = 1$	$\alpha = \frac{1}{n} \frac{\log \left[(1 - n) + \frac{nX}{0.7} \right]}{\log X}$	Popovics S. [285] 1997	$15 \text{ МПа} \leq f_{ck} \leq 120 \text{ МПа}$
		$0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c1}$ по EC-2 [95] (см. п. 7 наст. табл.) при $\varepsilon_{c1} = 0.0007 f_{cm}^{0.31}$ (ε_{c1} в ‰)	$\frac{\sigma_c(\eta)}{f_{cm}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\eta - 1}{\eta_2 - 1} \right)^2}$ $\eta > 1 \quad \eta_2 = \frac{(\varepsilon_{c1} + t)}{\varepsilon_{c1}}$ $\varepsilon_{c1} + t = \varepsilon_{cu}$		Taerwe, Tomaszewicz, [316, 324] 1997	$f_{ck} > 50 \text{ МПа}$

Окончание таблицы 4.1.

1	2	3	4	5	6	
13	Рис. 4.3	$\sigma_c = K_3 \cdot f'_c \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right) \frac{n}{(n-1) + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^{nk}}$ $k = 0,67 + \left(\frac{f'_c}{62} \right) \text{ при } \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} > 1$ $k = 1,0 \text{ при } \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \leq 1$		<i>M.P. Collins</i> и др. [164, 165]	$K_3 = 0,6 + \left(\frac{10}{f'_c} \right) \leq 0,85$ $n = 0,8 + \left(\frac{f'_c}{17} \right)$ $\varepsilon_{c1} = \left(\frac{f'_c}{E_c} \right) \frac{n}{n-1}$ $E_c = 3320 \sqrt{f'_c} + 6900$	
14		$\frac{\sigma_c}{f'_c} = \frac{\gamma \cdot \eta}{1 + (\gamma - 1) \eta^\beta}$			<i>Carriera D.J.,</i> <i>Chu, Kuang-</i> <i>Hau</i> [156]	$\gamma = \frac{E_c \cdot \varepsilon_{tc}}{f'_c}; \beta = \frac{\gamma}{\gamma - 1}$ $\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_t; \varepsilon_R = \frac{\gamma \cdot f'_t}{E_c}$ $\varepsilon_{tc} = -0,0022$ $E_c = 21500 \sqrt[3]{f'_c / 10}$
15		<i>Hognestad</i> [116] поз. 1 при $\varepsilon_{c1} = 0,002$	$\sigma_c = f'_c [1 - z(\varepsilon_c - \varepsilon_{c1})]$ $\varepsilon_{c1} = 0,002$			<i>Kent и Park</i> 1996
16		$\frac{\sigma_c}{f'_c} = \frac{\gamma \cdot \eta}{1 + (\delta - 1)(0,75 \cdot \eta + 0,25 \cdot \eta^3)^\beta}$			<i>Зак М.Л. и</i> <i>Гуца Ю.П.</i> [346]	$\gamma = \frac{E_{\infty} \cdot \varepsilon_{tc}}{f'_c}; \beta = \frac{\gamma}{1,5(\gamma - 1)}$ $\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_t}; \varepsilon_{tc} = -0,005$

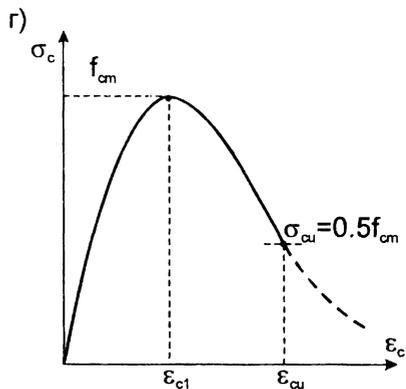
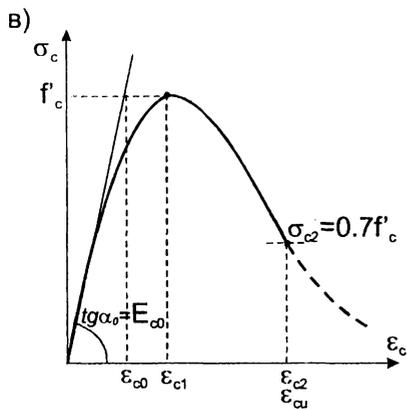
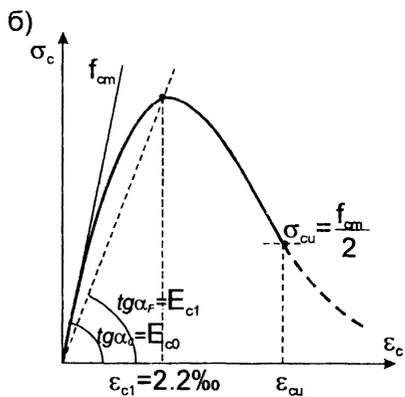
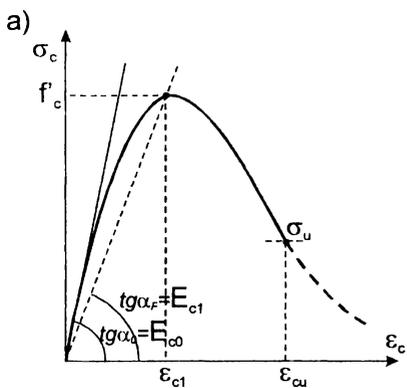


Рис. 4.3 (к таблице 4.1).

рис. 4.4) показывает, что их кривизна на восходящем и нисходящем участках различны. В связи с этим в предложениях второго типа приняты различные зависимости для описания диаграммы на восходящей и нисходящей ветви диаграммы, либо выполняется корректировка исходной зависимости на нисходящем участке. Следует отметить, что переход от одного участка диаграммы к другому происходит плавно, и касательная к кривой в ее вершине параллельна оси абсцисс (т.е. при $\sigma_c = f'_c$ $d\sigma/d\varepsilon = 0$). Понятно, что в начальной точке кривой ее кривизна очень мала и при напряжениях σ_c близких к нулю зависимость « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » представляет собой прямую линию, касательную к диаграмме « $\sigma_c - \varepsilon_c$ », тангенс угла наклона которой характеризует начальный модуль деформации бетона $E_c = \sigma_c / \varepsilon_{c,el}$.

Все зависимости, представленные в табл. 4.1 и 4.2, удовлетворяют следующим граничным условиям:

- (1) $x = 1; y = 1;$
- (2) $x = 1; \frac{dy}{dx} = 0;$
- (3) $x \rightarrow \infty; y \rightarrow 0;$
- (4) $x \rightarrow \infty; \frac{dy}{dx} \rightarrow 0.$

Таблица 4.2.

Функции, используемые для аналитического описания диаграммы деформирования бетона при сжатии

Группа	Вид функции	Автор, источник
I	a $y = a_0 + a_1 \cdot x + \dots + a_n \cdot x^n$	Общая
	б $y = c_1 \cdot x + c_2 \cdot x^2 + c_3 \cdot x^3$ (при $x < 1$) $y = d_0 + d_1 \cdot x + d_2 \cdot x^2$ (при $x > 1$)	Вахненко Ф.П. [17] и др.
	в $y = a \cdot x + b \cdot x^2 + c \cdot x^3 + d \cdot x^4 + f \cdot x^5$	Матков [60]
	г $y = 2 \cdot x - x^2$	Hognestad E. [200–202]
II	$y = \frac{k \cdot x - x^2}{1 + (k - 2)x}$ при $k = 2$ (восходящая ветвь) – парабола Hognestad «I,г»	Wang и др. [339] CEB Model [157] Dahl [172] Eurocode-2 [177] DIN-1045 [174] PN [284] пр. СНБ 5.03.01 [94]
III	$y = \frac{\beta \cdot x}{(\beta - 1) + x^\beta}$	Carriera, Chu [156] Desayi, Krishnan [173] Tulin, Gerstle [326] Popovics [285] Tomaszewicz [322–324] Collins и др. [165] Зак Л.М., Гуца Ю.П. [346]
Примечание: $y = \sigma_c / f'_c; x = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$.		

Как видно из табл. 4.2, для описания диаграммы деформирования бетона при сжатии наиболее часто используется парабола Hognestad [201] (группа I,г), либо ее модификация (группа II). При этом модификация отно-

сится главным образом к описанию нисходящей ветви диаграммы. Несложно заметить, что при $k = 2$ (на восходящей ветви диаграммы), зависимости группы II превращаются в наиболее популярную «мадридскую» параболу [94, 174, 177] вида $y = 2x - x^2$.

Следует отметить, что полные идеализированные диаграммы (см. табл. 4.1) рекомендованы нормами [94, 174, 177, 281] при нелинейных деформационных расчетах с использованием компьютерных технологий проектирования. При использовании т.н. практических или упрощенных методов расчетов [170, 174, 177, 180 и др.], в частности при расчетах по первой группе предельных состояний сечений простой геометрической формы с усилиями, действующими в плоскости симметрии сечения, используют в основном упрощенные идеализированные диаграммы деформирования (нормативные и расчетные), которые подробно будут рассмотрены ниже (см. раздел 4.1.2).

Сравнение некоторых из аналитических зависимостей, предложенных для описания диаграмм деформирования, с опытными кривыми показано на рис. 1.4.

4.1.1. Относительные деформации в параметрических точках диаграммы деформирования бетона при сжатии

Обширные исследования, выполненные при изучении полных диаграмм деформирования [17, 35–38, 60, 130, 134, 139, 156, 164, 173, 200–202, 254–257], показывают, что при изменении класса бетона по прочности (даже при одинаковых начальных технологических условиях) величины относительных деформаций ε_{c1} и ε_{cu} в параметрических точках не остаются постоянными (рис. 4.4). Вместе с тем, в своем большинстве нормативные документы предлагают принимать для бетонов классов по прочности до $C^{50}/60$ включительно, постоянные значения относительных деформации ε_{c1} (см. табл. 4.3). Исключение составляют высокопрочные (HSC или НРС) бетоны, для которых значения относительной деформации ε_{c1} принимают дифференцированно от класса по прочности в табличной форме [178], либо рассчитывают по аналитическим зависимостям, установленным опытным путем [174].

В табл. 4.3 представлены наиболее известные и апробированные зависимости, предлагавшиеся в последние несколько десятилетий различными авторами для расчета относительной деформации ε_{c1} , соответствующей пределу кратковременной прочности бетона в вершине диаграммы деформирования. Следует отметить, что особый интерес к определению относительной деформации ε_{c1} расчетным путем возник с развитием высокопрочных бетонов, для которых названный параметр чрезвычайно важен.

При анализе численных значений относительной деформации ε_{c1} из табл. 4.3, рассчитанных по предложенным зависимостям, установлено что наблюдается общая тенденция к смещению в сторону увеличения параметрической точки (ε_{c1}) при возрастании класса бетона по прочности на сжатие, что в общем соответствует опытному данным (рис. 4.4). Это связано с тем, что с ростом прочности бетона увеличивается участок упругого деформирования на восходящей ветви диаграммы и наблюдается тенденция материала к хрупкому разрушению как в случае высокопрочных бетонов. Следует отметить,

**Расчетные формулы, применяемые для определения относительной
бетона по прочности**

№ п/п	Источник, автор	Аналитическая зависимость	B15	B20	B25
			$C^{12}/15$	$C^{16}/20$	$C^{20}/25$
1	2	3	4	5	6
1	NS 3473 [281]	$\varepsilon_{c0} = \varepsilon_{c1} + k_c \cdot f_{ck}$ $\varepsilon_1 = 1,9\text{‰}$ $k_c = 0,04$	1,95	1,96	1,98
		Линейно параболическая диаграмма до $C^{35}/67$ $\varepsilon_{c0} = 2\text{‰ const}$	-		2,0
2	M. Mugaruma и др. [274]	$\varepsilon_{cm} = 0.0013 \left(1 + \frac{f'_c}{98.6} \right)$	1,458	1,510	1,560
3	J. Hegger [196]	Линейно параболическая диаграмма до $C^{35}/67$ $\varepsilon_{c1} = 2,2\text{‰ const}$	2,2		
		$\varepsilon_{c1} = \left[2.2 + 0.8 \left(\frac{f_{cm}}{80} - 1 \right) \right]$ при $> C^{45}/55$ $f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ (МПа)}$	-		
4	J. Hegger [196] расчетная диаграмма	$\varepsilon_{c1} = 1.3 + 1.2 \left[1 - \left(\frac{160 - f_{cm}}{80} \right)^4 \right]$ при $\geq C^{45}/55$	-		
5	ВРЕЛ:1992. Нормы Франции; СЕВТР; Sargin [302] Popovics [285]	$\varepsilon_{c1} = \left(1 + \frac{0.16k_0}{f_c^2 + 800} \right) \frac{f_c^{2/3}}{k_0}$ $k_0 = 11000$	1,26	1,54	1,65
6	Tomaszewicz [322–324] Tavernø [315–317]	$\varepsilon_{c1} = [2,0 + 0,005(f_{ck} - 50)]$ $\varepsilon_{c1} = 0,7(f_c)^{0,31}$	-		
7	EDIN 1045–1:1997–02 [174] ЕС–2 [177] Пр. СНБ [94]	$\varepsilon_{c1} = 2,2$ при $> C^{55}/67$	2,2		
8	T.H. Wee, M.A. Mansur [340]	$\varepsilon_{c1} = 0,78(f_c)^{1/4}$	1,45	1,56	1,65
9	Wang и др. [339]	$\varepsilon_{c1} = 0,1(0,398f_c + 13,147)$ до $C^{40}/50$	2,29	2,45	2,61
10	T.H. Almusallan [134]	$\varepsilon_{c1} = 0,1(0,2f_c + 13,06)$	1,55	1,63	1,71
11	Г.В. Несветов [65]	$\varepsilon_{c1} = \left[0.0216 \left(\frac{\rho}{2.4} \right) + 0.0364 \left(\frac{f'_c}{E_{c0}} \right)^{0.5} \right]$	1,55	1,65	1,75
12	BS8110 [152]	$\varepsilon_{c1} = 2.4 \sqrt{\frac{f_{ck}}{\gamma_m}} \times 10^{-4}, \gamma_m = 1.5, f_{cu} = f_{c,cube}$	0,76	0,88	0,98
13	A.B. Яшин [123]	$\varepsilon_{c1} = \left(\frac{f_{c,comp}}{E_{c0}} \right) \left[1,1 + \frac{24}{2 + f_{c,cube}} \right]$	1,66	1,66	1,68

Таблица 4.3.
деформации бетона ε_{c1} и ее численные значения, соответствующие классам при сжатии

Численные значения относительной деформации ε_{c1} (%) при классе по прочности при сжатии										
B30	B37	B45	B50	B55	B60	B65	B70	B85	B95	B105
$C^{25}/_{30}$	$C^{30}/_{37}$	$C^{35}/_{45}$	$C^{40}/_{50}$	$C^{45}/_{55}$	$C^{50}/_{60}$	$C^{55}/_{67}$	$C^{60}/_{75}$	$C^{70}/_{85}$	$C^{80}/_{95}$	$C^{90}/_{105}$
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
2,00	2,02	2,04	2,06	2,08	2,10	2,12	2,14	2,18	2,22	2,26
2,0							-			
1,63	1,70	1,76	1,83	1,89	1,96	2,03	2,09	2,22	2,35	2,49
2,2							-			
-				1,93	1,98	2,03	2,08	2,18	2,28	2,38
-			2,44	2,45	2,46	2,47	2,47	2,48	2,49	2,50
1,74	1,79	1,82	1,84	1,87	1,89	1,92	1,95	2,02	2,10	2,19
-		1,93	1,95	1,98	2,00	2,03	2,05	2,10	2,15	2,20
2,2							2,1	2,14	2,17	2,2
2,2	2,3	2,4	2,5	2,55	2,6	2,65	2,7	2,8	2,9	2,95
1,74	1,83	1,90	1,96	2,02	2,07	2,12	2,17	2,26	2,33	2,40
2,81	3,00	3,21	3,41	-						
1,81	1,91	2,01	2,11	2,21	2,31	2,41	2,51	-		
1,85	1,90	1,95	2,05	2,10	2,15	2,25	2,4-	2,50	-	
1,10	1,20	1,30	1,39	-						
1,71	1,76	1,82	1,88	-						

1	2	3	4	5	6
14	А. Tomaszewicz [324]	$\epsilon_{c1} = 0,7(f_{ck})^{0,31}$	1,51	1,65	1,77
15	П.Ф. Вахненко [17]	$\epsilon_{c1} = a_0 + a_1 \cdot f'_{ck} + a_2 \cdot (f'_{ck})^2$ $a_0 = 3,0 \cdot 10^{-4}$; $a_1 = 7,2 \cdot 10^{-5} \text{ МПа}^{-1}$; $a_2 = -6,4 \cdot 10^{-7} \text{ МПа}^{-2}$.			
16	ЕС-2:2001 [177] Пр. СНБ 5.03.01 [94]	а) полная диаграмма $\epsilon_{c1} = 0,7(f_{cm})^{0,31}$	1,8	1,9	2,0
		б) линейно-параболическая диаграмма $\epsilon_{c2} = 2,0 + 0,085(f_{ck} - 50)^{0,53}$ для $f_{ck} \geq 50 \text{ МПа}$	2,0		
		в) двухлинейная диаграмма $\epsilon_{c3} = 1,75 + 0,55[(f_{ck} - 50)/40]$ для $f_{ck} \geq 50 \text{ МПа}$	1,75		

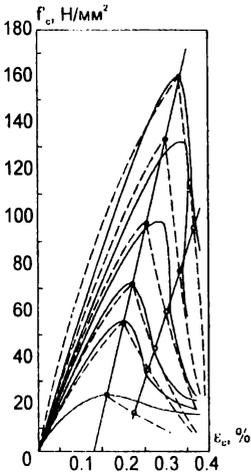


Рис. 4.4.

Изменение значений параметрических точек ϵ_{c1} и ϵ_{cu} диаграмм деформирования по данным работ [324]

— опытные данные;
 - - - расчетная модель.

что в подавляющем большинстве для описания изменения продольной относительной деформации ϵ_{c1} с ростом класса бетона по прочности при сжатии используют простые линейные зависимости (см. табл. 4.3). При этом в широком диапазоне классов по прочности (от C^{12}_{15} до C^{110}_{120}) значения продольной относительной деформации ϵ_{c1} изменяются от 1,45 до 2,75 ‰ в зависимости от исходных технологических параметров бетонной смеси и точности, с которой они были определены в экспериментальных исследованиях.

Следует отметить, что выявленная тенденция возрастания пиковой относительной деформации ϵ_{c1} подтверждается результатами (рис. 4.5), полученными с использованием методов микроструктурного моделирования композитных систем [347], учитывающих целый ряд технологических факторов, влияющих на формирование структуры композита.

Окончание таблица 4.3.

7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1,90	2,01	2,11	2,20	2,28	2,35	2,42	2,49	2,61	2,72	2,82
2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8
2,0						2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
1,75						1,8	1,9	2,0	2,2	2,3

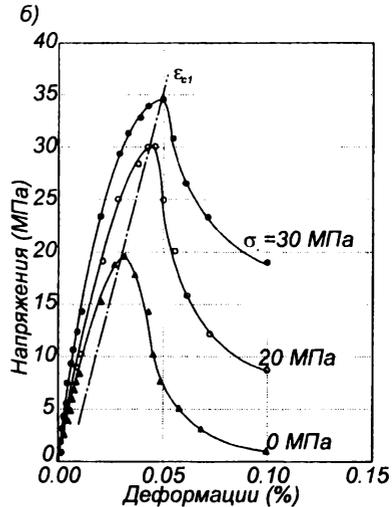
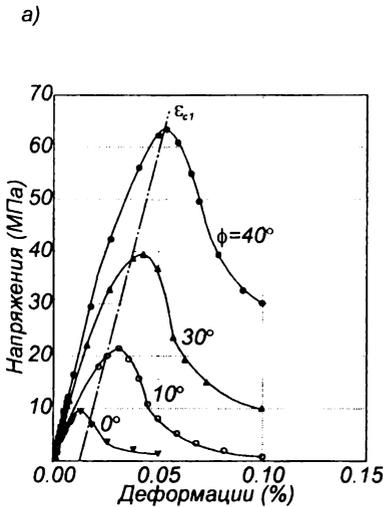


Рис. 4.5. Диаграммы деформирования при одноосном (а) и двухосном (б) сжатии по результатам численного моделирования согласно [347]

На основании собственных исследований и данных других авторов Г.В. Несветаев [65] предлагает определять относительную деформацию, соответствующую пределу кратковременной прочности при сжатии с учетом технологических факторов, по формуле:

$$\epsilon_{c1} = \left[0.0216 \left(\frac{\rho}{2.4} \right) + 0.0364 \right] \left(\frac{f'_c}{E_{co}} \right)^{0.5} \quad (4.9)$$

где: ρ – средняя плотность бетона в т/м³ ($1,2 < \rho < 2,5$ т/м³);
 E_{co} – начальный модуль упругости, величину которого рассчитывают по формуле (3.1) с учетом технологических факторов.

Сравнение зависимости (4.9) с известными расчетными зависимостями вида $\varepsilon_{c1} = f(f'_c)$ и $\varepsilon_{c1} = f(f'_c, E_{c0})$ (см. табл. 4.3) на массиве из 550 экспериментальных значений, заимствованных авторами и Г.В. Несветаевым [65] из 51 опубликованной работы, показывает, что предложенная формула обеспечивает величину средней погрешности в пределах 10,6 %, а максимальной – 43,1 %. Минимальное значение погрешности среди известных отечественных аналогов обеспечила формула, предложенная А.В. Яшным [123], вида:

$$\varepsilon_{c1} = \left(\frac{f_{c,cube}}{E_{c0}} \right) \left[1.1 + 24 / (2 + f_{c,cube}) \right] \quad (4.10)$$

соответственно 11,8 и 81 %. Лучшими из зарубежных аналогов следует считать формулы:

– А. Tomaszewicz'a [324]

$$\varepsilon_{c1} = 0.7(f'_c)^{0.31} \quad (\text{в } \%) \quad (4.11)$$

– М.А. Mansur и Т.Н. Wee [340]

$$\varepsilon_{c1} = 0.78(f'_c)^{1/4} \quad (\text{в } \%) \quad (4.12)$$

Формула (4.11) обеспечила на базе 154 значений (в диапазоне прочностей бетона от 38 до 204 МПа) величину средней погрешности 6,6 % при максимальной 18,8 %, а формула (4.12) для этого случая – соответственно 4.4 и 10.6 %. Сравнение расчетных зависимостей (4.9), (4.11) и (4.12) с опытными данными показано на рис. 4.6.

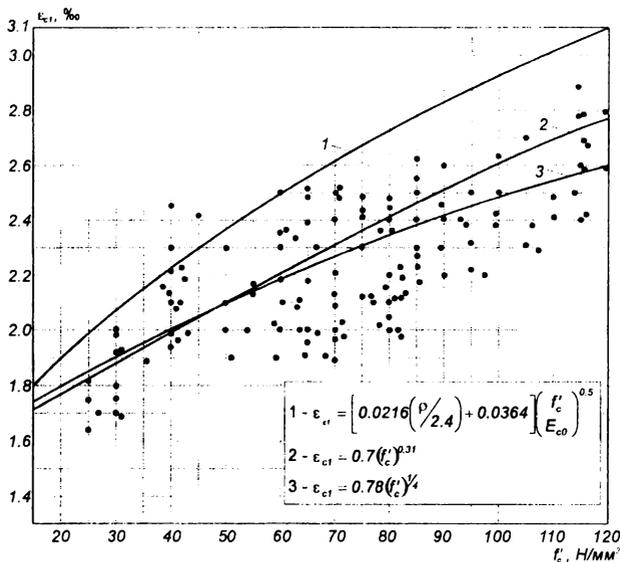


Рис. 4.6.

Зависимость относительной деформаций, соответствующих пиковым напряжениям диаграммы, от прочности бетона [65]

Если предложенные расчетные зависимости для определения первой параметрической точки диаграммы деформирования ϵ_{c1} (см. рис. 1.2), несмотря на отличия описательного характера (принятой аппроксимации опытных данных), отражают единую тенденцию возрастания ее величины с ростом класса бетона по прочности при сжатии, то в вопросе о предельном значении относительных деформаций бетона от сжатия ϵ_{cu} по-прежнему нет единого мнения, как это отмечалось еще в ранних работах Rūsh'a [297, 298].

Как показано в работе [297] предельные значения относительных деформаций бетона в так называемой «закритической» области в значительной степени зависят даже не столько от принятой методики испытаний (что уже дискутировалось выше), но от определения самого понятия «предельная сжимаемость». В литературе часто приводят значения ϵ_{cu} , соответствующие произвольно выбранному уровню напряжений на нисходящей ветви диаграммы. При этом в различных источниках значения коэффициента $k_f = \sigma_{cu}/f'_c$ изменяется от 0,5 до 0,85.

Следует отметить, что величина предельной относительной деформации ϵ_{cu} , нормируемая в качестве параметрической точки идеализированной диаграммы деформирования, не означает максимальной деформации, регистрируемой при полном разрушении образца, а имеет вполне определенный физический смысл.

Исследования, представленные в работах [285, 302], были направлены на выявление соотношения между относительными деформациями $\epsilon_{cu}/\epsilon_{c1}$. При испытаниях неармированных внецентренно сжатых элементов, у которых наименее сжатая грань испытывала нулевые напряжения, регистрировали относительные деформации на противоположной грани при достижении предельного значения сжимающего усилия (разрушении образца). Из результатов опытов (см. рис. 4.7) было установлено, что величины относительных деформации ϵ_{cu} и ϵ_{c1} связаны простой зависимостью:

$$X = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{c1}} = 1 + \frac{20}{f'_c} \quad (4.13)$$

где f'_c – напряжения в пиковой точке диаграммы при осевом сжатии.

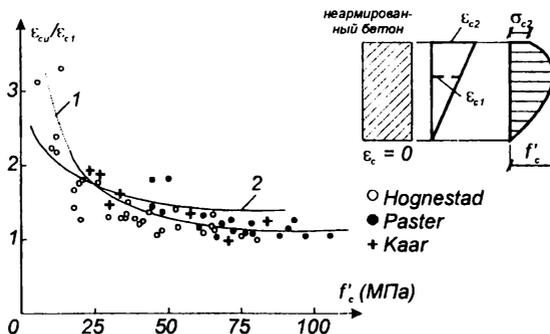


Рис. 4.7.

Зависимость $\epsilon_{cu}/\epsilon_{c1}$ от прочности бетона при сжатии согласно [302]
1 – по формуле (4.13); 2 – по формулам (4.9) и (4.15)

По результатам испытаний изгибаемых балок, не имевших арматуры в сжатой зоне сечения (рис. 4.8), в тех же исследованиях [176] установлено, что напряжения σ_{cu} , соответствующие относительной деформации ε_{cu} могут быть определены из отношения:

$$Y_f = \sigma_{cu} / f'_c = 0.7 \quad (4.14)$$

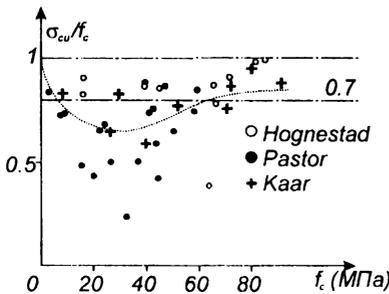


Рис. 4.8.
Зависимость отношения σ_{cu} / f'_c от прочности бетона при сжатии согласно [190]

Вместе с тем, большинство из нормативных документов [125, 151, 174, 281] предлагают определять предельную относительную деформацию ε_{cu} для бетонов, в том числе и для высокопрочных, при $\sigma_{cu} = 0.5 f'_c$.

Исключением здесь являются предложения японских исследователей Н. Магарума, Ф. Ватанабе [274], а также Г.В. Несветаева [65, 67, 69].

В конструкторских расчетах характеристика предельной сжимаемости имеет свои специфические особенности, отличающиеся от простого материаловедческого интереса. При небольшой краевой деформации усилие, воспринимаемое сжатой зоной бетона будет низким, низким будет также и соответствующий изгибающий момент. Как показано в [298], при расчете краевой деформации изгибающий момент будет вначале увеличиваться, но для очень больших краевых деформаций усилие в сжатой зоне сечения будет уменьшаться в связи со снижением напряжений вблизи сжатой грани сечения. В то же время плечо внутренней пары сил также уменьшится, в результате чего уменьшается и изгибающий момент. Очевидно максимальный изгибающий момент, возникает при величине деформации меньшей ее наибольшего возможного значения. На рис. 4.9 приведены результаты исследования, выполненного Rüsche'm [298] для двух видов поперечных сечений — прямоугольного и треугольного. На рис. 4.9а показана кривая распределения напряжений, а на рис. 4.9б и в — распределение напряжений и относительных деформаций по высоте сечения.

Следует отметить, что треугольная форма сжатой зоны сечения зачастую возникает, например, в прямоугольных колоннах при действии косога вневцентренного сжатия.

Как видно на рис. 4.9 распределение напряжений и предельная относительная деформация зависят в основном от положения нейтральной оси и формы поперечного сечения сжатой зоны. Согласно данным, полученным в работе [295], для прямоугольных сечений краевая относительная деформация составляет 2,7 ‰ в том случае, когда нейтральная ось проходит вблизи верхнего края сечения, и 3,4 ‰, когда нейтральная ось находится вблизи основания балки. Соответствующее значение для треугольного сечения со-

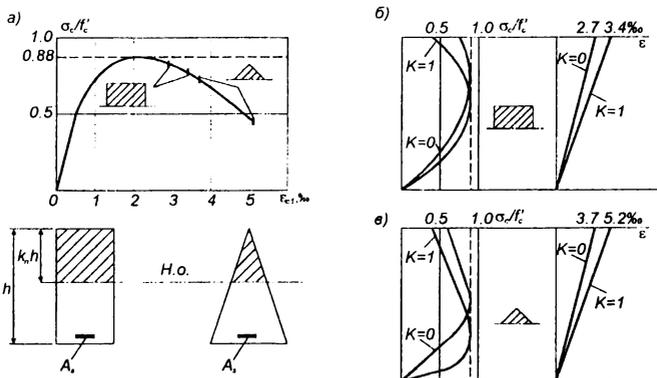


Рис. 4.9.

Схема расположения напряжений и относительных деформаций в стадии разрушения при различных формах поперечного сечения [298]

ставляет 3,7 и 5,2 %. Проведенное исследование позволяет сделать важный вывод о том, что гипотезы, используемые в различных предложениях по расчету, согласно которых распределение напряжений и величина наибольшей краевой относительной деформации являются постоянными, не оправдываются. Даже для одного бетона и одинаковой продолжительности нагружения максимальный момент достигается при различных величинах максимальных относительных деформаций (от 2,7 до 5,2 %, см. рис. 4.9).

В работах Г.В. Несветаева [65–70] предложено под **предельной сжимаемостью** бетона понимать границу устойчивого деформирования сечений, равную относительной деформации ε_{cu} , соответствующей предельной потенциальной энергии его структуры.

Исходя из условия, что количество энергии, соответствующей границе устойчивого деформирования в закритической области, равно количеству энергии упругого деформирования в момент достижения относительной деформации ε_{c1} , в работе [65] для определения относительной деформации ε_{cu} предложена зависимость:

$$\varepsilon_{cu} = \frac{f'_c \varepsilon_0 \left[\frac{1}{(k-2)^2} + \frac{2k-1}{2(k-2)} \frac{\ln(k-1)(k-1)^2}{(k-2)^3} + \frac{0.15}{\lambda_R} \right] + \left(1 + \frac{1-\lambda_R}{1+\lambda_R} \right) \frac{0.5(\eta_R f'_c)^2}{E_{co}}}{\eta \cdot f'_c} \quad (4.15)$$

где: η_R — уровень длительной прочности бетона, определяемый по формуле (2.16) при коэффициенте упругости бетона λ_R , рассчитанном согласно [65] в зависимости от технологических параметров бетонной смеси;

$$k = \frac{1}{\lambda_R}$$

Среднее соотношение величин $\varepsilon_{cu}/\varepsilon_{c1}$, полученное из формул (4.9) и (4.15) в зависимости от класса бетона по прочности на сжатие, в соответствии с опытными данными из работы [302] приведено на рис. 4.7. Как видно из выполненного сравнения результаты по предложению Г.В. Несветаева

Расчетные формулы для определения предельной относительной деформации ϵ_{cu}

№ п/п	Источник, автор	Аналитическая зависимость	Численные		
			C15	C20	C25
			C^{12}/f_{ts}	C^{16}/f_{20}	C^{20}/f_{25}
1	2	3	4	5	6
1	H. Magaruma F. Watanabe M. Nashiyama [274]	$\epsilon_{cu} = \sqrt{(0.008 - \epsilon_{cm}) \epsilon_{cm} - (0.004 - \epsilon_{cm}) \frac{2A_1}{f'_c}}$ $A_1 = \frac{\epsilon_{cm}(E_{c0} \epsilon_{cm} + 2f'_c)}{16}; E_{c0} = 22700 \sqrt{\frac{f'_c}{19.6}}$ $\sigma_u = \frac{f'_c(0.004 - \epsilon_u)}{0.004 - \epsilon_m}$	3.09	3.13	3.17
2	NS 3437E:1992 [281]	$\epsilon_{cu} = (2.5m - 1.5) \epsilon_{cn} \leq 3.5 \%$ $\epsilon_{ck} = -\frac{f_{ck}}{E_{ck}}; E_{ck} = k_E f_{ck}^{0.3}$ $k_E = 10000 \left(\frac{H}{MM^2} \right)^{0.7}$ $\epsilon_{cu} = \text{const}; m = \epsilon_{c1} / \epsilon_{cu}$	≤ 3.5		
3	BPЕL:1992; СЕВРТ; SARGIN [302] POPOVICIS [285]	$\epsilon_{cu} = \left(1 + \frac{20}{f'_c} \right) \epsilon_{c1}; \text{при } \sigma_{cu} = 0.7f_{cm}$	3.63	3.47	3.30
4	Taerwe [315] Tomaszewicz [324]	$\epsilon_{cu} = \left[2.5 + 2 \left(1 - \frac{f_{ck}}{100} \right) \right] 10^3; \text{при } \sigma_{cu} = 0.5f_{cm}$	-		
5	EDIN 1045-1:1997-02 [174]	$\text{при } \sigma_{cu} = 0.5f_{cm}$	3.6	3.5	3.4
6	EC-2 [177] Пр. СНБ 5.03.01[94]	а) полная диаграмма $\epsilon_{c1} = 0,7(f_{cm})^{0.31}$	3.5		
		б) линейно-параболическая диаграмма $\epsilon_{c2} = 2,0 + 0,085(f_{ck} - 50)^{0.33}$ для $f_{ck} \geq 50$ МПа	3,5		
		в) двухлинейная диаграмма $\epsilon_{c3} = 1,75 + 0,55[(f_{ck} - 50)/40]$ для $f_{ck} \geq 50$ МПа	3,5		
7	Г.В. Несветаев (предложение), 1998 [65]	$\epsilon_{cu} = \left(\frac{2.5}{\lambda_R} - 1.5 \right) \frac{f'_c}{E_{c0}} < 3.5 \%$ $\text{при } \sigma_{cu} = 0.8f_{cm}$	-	2.3	

Таблица 4.4.
бетона и ее численные значения, соответствующие классам по прочности при сжатии

значения предельной относительной деформации ϵ_{cu} (%) при классе по прочности при сжатии										
C30	C37	C45	C50	C55	C60	C65	C70	C85	C95	C105
$C^{25}/_{30}$	$C^{30}/_{37}$	$C^{35}/_{45}$	$C^{40}/_{50}$	$C^{45}/_{55}$	$C^{50}/_{60}$	$C^{55}/_{67}$	$C^{60}/_{75}$	$C^{70}/_{85}$	$C^{80}/_{95}$	$C^{90}/_{105}$
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
3.22	3.27	3.31	3.36	3.40	3.44	3.48	3.51	3.58	3.65	3.70
≤ 3.5				5.2	5.25	5.3	5.35	5.45	Не более 2.5	
				-						
3.13	2.98	2.86	2.76	2.70	2.65	2.62	2.60	2.60	2.63	2.67
-			3.7	3.6	3.5	3.4	3.3	3.1	2.9	2.7
3.5	3.2	3.1	3.0	2.9	2.8	2.7	2.6	2.5	2.4	2.3
3.5						3.2	3.0	2.8	2.8	2.8
3.5						3.1	2.9	2.7	2.6	2.6
3.5						3.1	2.9	2.7	2.6	2.6
2.3	2.4	2.55	2.6	2.65	2.75	2.8	2.85	2.95		

1	2	3	4	5	6
8	Таерве [316, 317], 1998	$\varepsilon_{cu} = 0.0035 \left(\frac{50}{f_{ck}} \right); 50 \leq f_{ck} \leq 80 \text{ Н/мм}^2$ <p style="text-align: center;">при $\sigma_u = 0.5f_{ck}$</p>		3.5	
9	Вахненко П.Ф. [17]	$\varepsilon_{cu} = b_0 + b_1 f_{ck}$ $b_0 = 4,8 \cdot 10^{-4}; b_1 = -3,5 \cdot 10^{-5} \text{ МПа}^{-1}$ $\varepsilon_{cu} = (4,8 + 0,0035 f_{ck}) \cdot \%$			

близки к результатам ф. (4.13), но трудно применимы в инженерных расчетах в силу их громоздкости.

В табл. 4.4 представлены значения предельных относительных деформаций ε_{cu} , рассчитанные по предположениям различных авторов в зависимости от прочности бетона на сжатие, и внесенные в нормативные документы некоторых стран.

Из анализа численных значений ε_{cu} (табл. 4.13), установленных расчетом можно утверждать, что с ростом класса бетона по прочности наблюдается тенденция к снижению предельной относительной сжимаемости. Особенно это ощутимо для высокопрочных бетонов с $f_c > 50 \text{ Н/мм}^2$. При этом, сознательно недооценивая пластические свойства высокопрочных бетонов, авторы предложений [322, 323] и нормативные документы, например [174], строят расчетные зависимости таким образом, чтобы с ростом прочности бетона происходило сближение относительных деформаций ε_{c1} и ε_{cu} (рис. 4.10, 4.11), т.е. диаграмма деформирования имела только восходящую ветвь, что характеризует хрупкое разрушение материала. Такой подход хотя и не в полной мере отражает реальные деформационные свойства высокопрочных бетонов в закритической области диаграммы, может быть оправдан с позиции обеспечения безопасности конструкций, выполненных из таких бетонов.

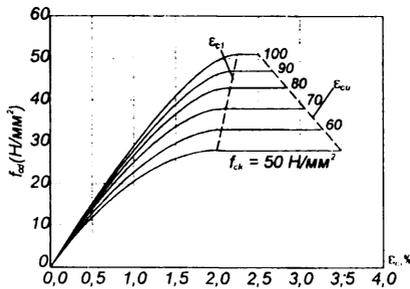


Рис. 4.10.

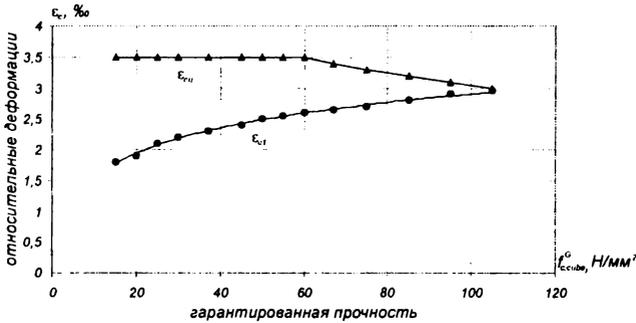
Нормирование относительных деформаций для расчетных диаграмм деформирования согласно [316]

Окончание таблицы 4.4.

7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
		3.5				3.18	2.92	2.5	2.187	-

В целях гармонизации национальные нормы практически всех европейских стран, включая нормы СНБ 5.03.01 [94], содержат численные значения предельной сжимаемости ϵ_{cu} , установленные EC-2 (ENV 1992) [177] с расширением для высокопрочных бетонов согласно EDIN 1045 [174].

а)



б)

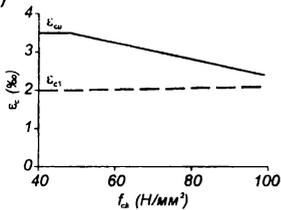


Рис. 4.11.

Зависимости изменения относительных деформаций в параметрических точках диаграммы деформирования от прочности бетона по проекту СНБ 5.03.01 [94] (а) и норвежским нормам NS 3473 [281] (б)

4.1.2. Нормативные и расчетные диаграммы деформирования для бетона

В общем случае в качестве нормативной диаграммы деформирования при расчетах бетонных и железобетонных конструкций принято рассматривать идеализированную диаграмму с нисходящей ветвью, для которой значение пикового напряжения в вершине диаграммы f_c принимают равным нормативному сопротивлению f_{ck} бетона соответствующего класса по прочности при осевом сжатии, установленному требованиями норм. Параметрические точки диаграммы деформирования (ε_{c1} , ε_{cu}) определяют как функцию от нормативного сопротивления бетона по формулам раздела 4.1.1, либо принимают в соответствии с указаниями соответствующих разделов норм по проектированию.

Переход от нормативной к расчетной диаграмме деформирования, используемой в расчетах конструкций по предельным состояниям первой группы, производят путем замены нормативных сопротивлений расчетными

$\alpha \cdot f_{cd} = \frac{\alpha \cdot f_{ck}}{\gamma_c}$, значения которых рассчитывают по правилам, изложенным в главе 1.

При этом значения параметрических точек диаграммы деформирования определяют в зависимости от величины нормативного сопротивления бетона или его средней прочности.

Безусловно, что такой переход содержит определенные допущения и является идеализацией реальной диаграммы деформирования.

Следует отметить, что нормы практически всех европейских стран [125, 152, 170, 172, 281] рекомендуют использовать идеализированную диаграмму деформирования с нисходящей ветвью (см. рис. 1.2) в нелинейных расчетах конструкций. В этом случае для описания диаграммы деформирования пиковые напряжения f_c принимают равными среднему сопротивлению бетона f_{cm} , а при вычислении значений параметрических точек используют модуль упругости бетона E_{cm} . Для бетонов классов по прочности при сжатии до $C^{50}/60$ значение относительной деформации ε_{c1} , соответствующей пиковому напряжению, нормы [94, 174, 177] устанавливают фиксированными в размере, как правило 2,2 ‰, либо допускают определять расчетом по зависимостям, приведенным в табл. 4.3.

В этой связи отдельного комментария требует применение нелинейных численных расчетов конструкций в методе предельных состояний.

При нелинейных расчетах конструкций нет разделения между этапом определения внутренних усилий от расчетных нагрузок и этапом расчета сечения при расчетных характеристиках материалов. Для сложных, статически неопределимых конструкций, разделяемых в процессе дискретизации на большое число отдельных элементов любая попытка изменения или корректировки расчетных характеристик диаграммы деформирования материалов для сечения или даже фрагмента конструкции перед расчетом прочности (несущей способности) не имеет смысла. При выполнении расчетов по просту невозможно предвидеть заранее, какая модификация свойств материала, и в каком элементе (сечении) даст наиболее неблагоприятную конфигурацию. По этому при применении нелинейных методов расчетов является обоснованным использование средних (т.е. действительных, не имеющих вероятностного характера) прочностных и деформативных характеристик материалов. Итерационным расчетом при монотонно возрастающей

нагрузке (или деформации) определяют несущую способность (прочность) конструкции при средних значениях прочностных и деформационных характеристиках материалов. По окончании расчетов эта несущая способность (прочность) может быть уменьшена (снижена) при использовании частного коэффициента безопасности, учитывающего неблагоприятные отклонения в характеристиках материалов. Одновременно, к определенной таким образом прочности (несущей способности) можно непосредственно применить коэффициент безопасности, связанный со стохастическим характером внешних нагрузок, как это предложено в работе [219].

Следует отметить, что, очевидно, использование двух отдельных коэффициентов, относящихся к одной и той же величине, на том же этапе расчета, не имеет смысла. Одним из возможных путей решения задачи может быть линеаризационная процедура, когда к полученным результатам применяют **глобальный коэффициент безопасности**. В этом случае расчетное условие метода предельных состояний записывают в виде:

$$S_d \leq \frac{R_d}{\gamma_R} (f_{cm}, f_{yR}, f_{PR}) \quad (4.16)$$

где: γ_R – глобальный коэффициент безопасности, принимаемый равным например согласно [174] равным 1.35;

$$f_{yR} = 1.1 \cdot f_{yk}$$

$$f_{PR} = 1.0 \cdot f_{pk}$$

Обоснованность назначения коэффициента γ_R будет показана в разделе 4.1.3.

Аналогичный подход может быть принят для оценки конструкций при аттестационных испытаниях, либо при обработке результатов опытов, но в этом случае $\gamma_R = 1,0$.

Однако, при расчете сечений конструкций традиционными методами, в частности при расчетах прочности, полные расчетные диаграммы деформирования используют крайне редко. Это в первую очередь обусловлено сложностями, возникающими при выполнении расчетных процедур, что подробно будет рассмотрено несколько ниже, а во-вторых, вносит неопределенность при назначении параметрических точек диаграммы по расчетным характеристикам. Как правило, в этих случаях прибегают к следующей ступени идеализации, используя упрощенные диаграммы деформирования.

Рассмотрим некоторые, наиболее часто употребляемые из них в практике проектирования железобетонных конструкций, и проанализируем степень их применимости взамен полных диаграмм деформирования с нисходящей ветвью (**идеализация первого рода**).

Как следует из анализа предложений различных авторов [196, 199; 274, 315–317, 322–324 и др.], а также нормативных документов [94, 177], опирающихся на деформационные методы расчета, наиболее распространены следующие виды упрощенных идеализированных диаграмм деформирования для бетона:

- линейно-параболическая (с горизонтальным либо наклонным линейным участком, описывающим сопротивление бетона в закрытой области);
- билинейная, состоящая из двух линейных участков;
- прямоугольный блок (жесткопластическая модель для бетона).

Нормы Норвегии NS3473E:1992 [281] предлагают использовать для расчетов прочности обобщенную линейно-параболической диаграмму, показанную на рис. 4.12.

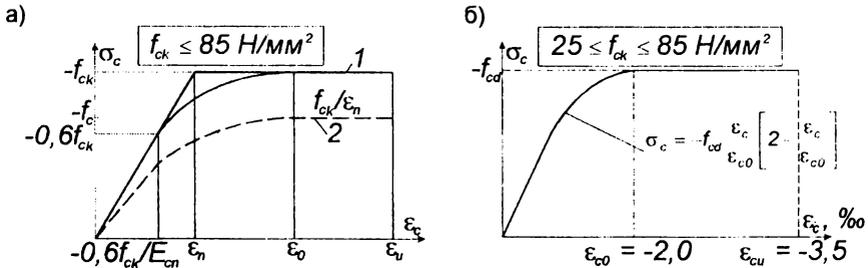


Рис. 4.12.

Обобщенная диаграмма деформирования для бетонов прочностью $f_{ck} \leq 85 \text{ Н/мм}^2$ (а) согласно NS3473 [281] и упрощенная расчетная диаграмма деформирования с фиксированными базовыми параметрическими точками для бетонов прочностью $25 \leq f_{ck} \leq 55 \text{ Н/мм}^2$ (б):
 1 – нормативная; 2 – расчетная.

Обобщенная диаграмма деформирования согласно [281] (рис. 4.12а) представлена следующими характерными участками:

$$\text{при } 0 < |\varepsilon_c| \leq \left| \frac{0.6f_{ck}}{E_{cn}} \right|$$

$$\sigma_{ck} = E_{cn} \cdot \varepsilon_c - \text{участок упругой работы} \quad (4.17)$$

$$\text{при } \left| \frac{0.6f_{ck}}{E_{cn}} \right| \leq |\varepsilon_c| \leq |\varepsilon_{c0}|$$

$$\sigma_{cn} = E_{cn} \cdot \varepsilon_c + (m-1)f_{cn} \left[\frac{E_{cn} \cdot \varepsilon_c + 0.6 \cdot f_{ck}}{(0.6-m)f_{ck}} \right]^{\frac{m-0.6}{m-1}} \quad (4.18)$$

– участок упруго-пластической работы

$$\text{при } |\varepsilon_{c0}| \leq |\varepsilon_c| \leq |\varepsilon_{cu}|$$

$$\sigma_{ck} = -f_{ck} - \text{участок пластической работы} \quad (4.19)$$

В формулах (4.17)..(4.19):

$$\varepsilon_{cu} = (2.5m - 1.5)\varepsilon_{cn}$$

$$\varepsilon_{cn} = -\frac{f_{ck}}{E_{cn}}$$

$$m = \frac{\varepsilon_{c0}}{\varepsilon_{cn}}$$

Значение относительной деформации, соответствующей пиковому напряжению в вершине диаграммы, определяют по зависимостям, представленным в табл. 4.3.

Специалисты Японского института SINTEF предлагают для широкого диапазона прочностей бетона (от 20 до 160 МПа) использовать в расчетах упрощенную диаграмму деформирования, показанную на рис. 4.13.

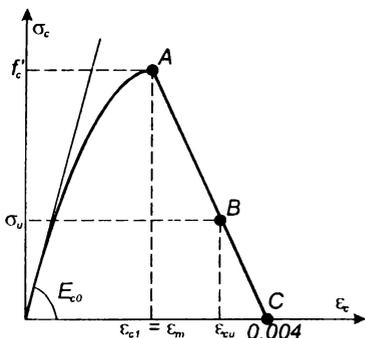


Рис. 4.13.
Идеализированная диаграмма деформирования для бетона в условиях осевого сжатия согласно [322,323]

На восходящей ветви (участок OA: $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_m$) для описания диаграммы используют зависимость:

$$\sigma_c = E_{c0} \cdot \varepsilon_c + \left\{ \frac{(f'_c - E_{c0} \cdot \varepsilon_m)}{\varepsilon_m^2} \right\} \varepsilon_c^2; \quad (4.20)$$

на восходящей ветви (участок AB: $\varepsilon_m \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$):

$$\sigma_c = \frac{f'_c}{\varepsilon_m - 0.004} (\varepsilon_c - 0.004) \quad (4.21)$$

В формулах (4.20) и (4.21) относительные деформации ε_m и ε_u и модуль упругости E_{c0} определяют по зависимостям, представленным в табл. 4.3 и 4.4.

Британские нормы BS8110 [151] в качестве основной зависимости « σ_c – ε_c » для бетона при расчетах прочности принимают линейно-параболическую диаграмму, показанную на рис. 4.14, допуская при этом применение двухлинейной и прямоугольной диаграмм деформирования.

Исследованиями [197, 198] предложена для расчетов конструкций линейно-параболическая диаграмма деформирования со значениями предельных относительных деформаций ε_{cu} , изменяющимися с ростом прочности бетона (рис. 4.15).

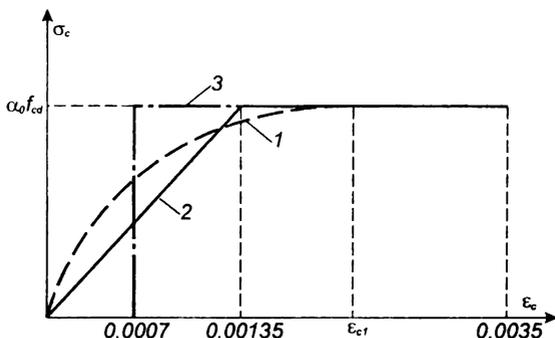


Рис. 4.14.
Упрощенные диаграммы деформирования бетона согласно BS8110 [151]
1 – линейно-параболическая; 2 – двухлинейная; 3 – прямоугольная.

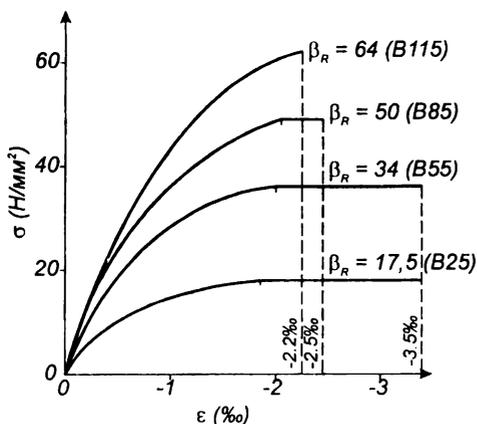


Рис. 4.15.
Упрощенные диаграммы деформирования для расчета конструкций согласно [197, 198]

Предложенные диаграммы были использованы при проектировании первого в Германии здания из высокопрочного бетона (офисное здание «Триано» в г. Франкфурт, высотой 186 м) [196]. Для его возведения был применен бетон с прочностью при сжатии 85 Н/мм². Упрощенная линейно-параболическая диаграмма, применявшаяся при расчетах конструкций по прочности, показана на рис. 4.16.

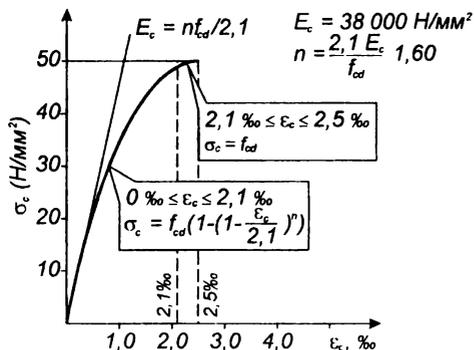


Рис. 4.16.
Диаграмма деформирования для бетона прочности 85 Н/мм², использованная при расчетах конструкций высотного здания «Триано» (г. Франкфурт, Германия) [196]

При расчете конструкций из высокопрочных бетонов (более 80 Н/мм²) специалисты французского института СЕВТР [184] рекомендуют пользоваться упрощенной двухлинейной диаграммой, показанной на рис. 4.17.

При этом, относительную деформацию ϵ_{c2} (в ‰) предложено определять по формуле:

$$\epsilon_{c2} = 1.3 + 1.2 \left[1 - \left(\frac{160 - f_{cm}}{80} \right)^4 \right] \quad (4.22)$$

где f_{cm} – средняя прочность высокопрочного бетона при сжатии.

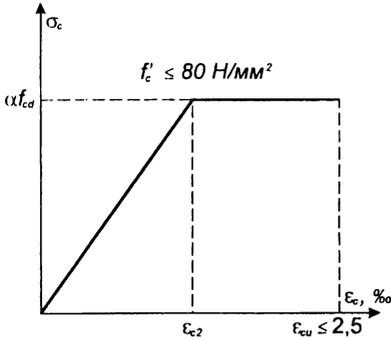


Рис. 4.17.
Упрощенная диаграмма деформирования, применяемая при расчетах конструкций из высокопрочных бетонов по данным [184]

Несложно заметить, что при $f_{cm} = 160 \text{ Н/мм}^2$ относительная деформация ϵ_{c2} становится равной 2,5 ‰ и совпадает с предельной относительной деформацией ϵ_{cu} . При этих условиях диаграмма деформирования описывается отрезком прямой линии без горизонтального участка, что соответствует хрупкому разрушению высокопрочного материала. Несомненно, что принятый подход несколько переоценивает упругие свойства высокопрочных бетонов, однако в данном случае, в безопасную сторону.

Обобщая представленный опыт, европейские нормы [94, 174, 177] вносят для применения при расчете сечений диаграммы, показанные на рис. 4.18.

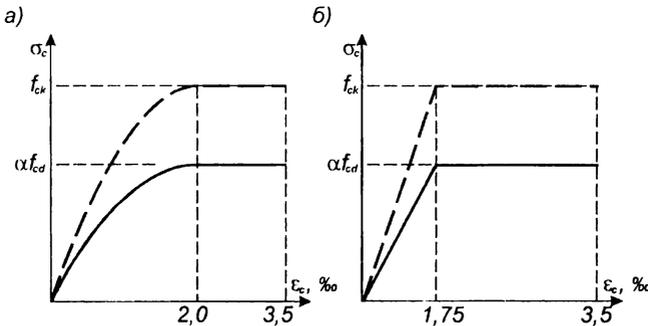


Рис. 4.18.

Расчетные диаграммы деформирования для расчета прочности сечений железобетонных конструкций, принятые в [94, 177] для бетонов от $C^{12}/_{15}$ до $C^{50}/_{60}$: а) линейно-параболическая; б) билинейная

Линейно-параболическая диаграмма (рис. 4.18а) на участке $0 \leq |\epsilon_c| \leq 2.0 \text{ ‰}$ для бетонов $C^{12}/_{15} \dots C^{50}/_{60}$ описывается зависимостью:

$$\sigma_c = \alpha \cdot f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} \right)^2 \right] \quad (4.23)$$

Как видно из рис. 4.18, расчетные диаграммы имеют фиксированные значения относительных деформаций ε_{c1} и ε_{cu} . При этом, как уже было показано выше, принятые значения ε_{c1} и ε_{cu} обеспечивают отклонения от действительных значений в сторону обеспечения безопасности расчета. Для высокопрочных бетонов (от $C^{70/85}$ до $C^{100/115}$) предложено использовать линейно-параболическую диаграмму, описываемую на восходящей ветви зависимостью:

$$\sigma_c = \alpha \cdot f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^n \right] \quad (4.24)$$

Значения ε_{c1} , ε_{cu} и n принимают по табл. 4.5 в зависимости от класса бетона по прочности, а расчетное сопротивление бетона рассчитывают по формуле:

$$\alpha \cdot f_{cd} = \alpha \frac{\lambda \cdot f_{ck}}{\gamma_c} \quad (4.25)$$

где: $\alpha = 0.8$;

λ – коэффициент, определяемый по формуле

$$\lambda = 0.78/\beta$$

здесь β – коэффициент, принимаемый по табл. 4.5;

$$\gamma_c = \frac{1.5}{\left(1.1 - \frac{f_{ck}}{500} \right)}$$

Таблица 4.5.

Параметры расчетной линейно-параболической диаграммы деформирования для высокопрочных бетонов ($f_{ck} > 50$ МПа) согласно DIN 1045-1:1997-02 [174] и EC-2:2001 [178]

Параметр диаграммы	Класс бетона по прочности при сжатии			
	$C^{70/85}$	$C^{80/95}$	$C^{90/105}$	$C^{100/115}$
$\beta = \frac{f_{ck}}{f_{c.cube}}$	0,82	0,84	0,86	0,87
$\varepsilon_{c2}, \text{‰}$	$-2,0 - 0,085 (f_{ck} - 50)^{0,53}$			
$\varepsilon_{cu2}, \text{‰}$	$-2,60 - 35[(90 - f_{ck})/100]^4$			
n	$1,4 + 23,4[(90 - f_{ck})/100]^4$			

Как видно из анализа данных табл. 4.5, при возрастании класса бетона по прочности относительные деформации ε_{cu} приближаются к относительным деформациям ε_{c1} и при $C^{100/110}$ $\varepsilon_{c1} = \varepsilon_{cu}$, что означает, что горизонтальный участок диаграммы, характеризующий пластическую работу материала, отсутствует.

Здесь следует обратить внимание и еще на один факт, а именно возрастание коэффициента цилиндрической прочности (0.82÷0.87) (см. табл. 4.5) с ростом прочности бетона при сжатии.

Аналогичная зависимость для описания линейно-параболической диаграммы деформирования использована в СНБ 5.03.01 [94] и окончательной версии EC-2 [178].

Нормы [94, 174, 178], кроме того, допускают применять для расчета симметричных сечений с арматурой, сосредоточенной у наиболее сжатой и

наиболее растянутой грани, наиболее простую форму диаграмм деформирования – прямоугольный блок (рис. 4.19) – принимая равномерное распределение напряжений αf_{ck} на участке сжатой зоны, равным $\beta_0 x$ (где x – высота сжатой зоны сечения).

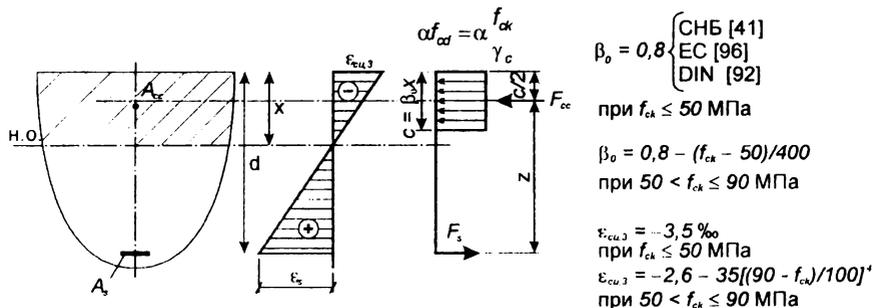


Рис. 4.19.

Прямоугольная диаграмма деформирования для расчета прочности сечений согласно [177]

Следует отметить, что равномерное распределение напряжений по высоте условной высоты сжатой зоны, определяемой расчетным путем, принято в качестве базовой модели при расчете прочности сечений по СНиП 2.03.01–84* [95] по методу предельных усилий.

Как было отмечено выше, введение упрощенных диаграмм деформирования при расчетах прочности обусловлено с одной стороны обеспечением требования безопасности конструкции, а с другой – снижением сложности расчетных процедур. При этом необходимо отметить, что для сечений простой геометрической формы с арматурой, сосредоточенной у наиболее растянутой и наиболее сжатой грани сечения, и усилиями, действующими в

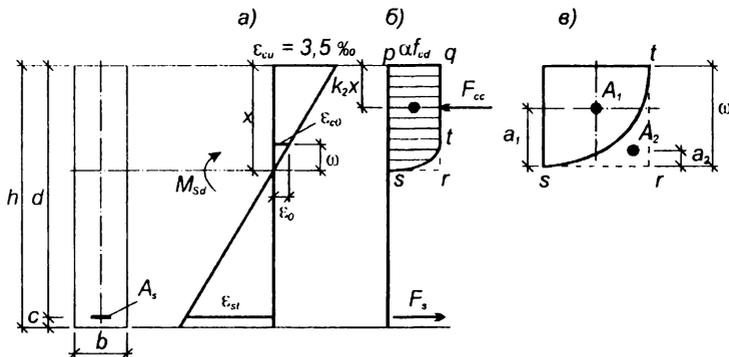


Рис. 4.20.

К определению положения равнодействующей усилий в сжатой зоне бетона при использовании линейно-параболического распределения напряжений

плоскости симметрии сечения, как наиболее простые, так и сложные (полные) диаграммы позволяют получить достаточно близкий результат.

Несложно показать, что для оговоренного случая при расчете прочности в равной степени применима как линейно-параболическая диаграмма деформирования, так и прямоугольная эпюра распределения напряжений в сжатой зоне, принятая в качестве альтернативной в ряде нормативных документов.

Для примера рассмотрим приведенный на рис. 4.20 простейший случай расчетного прямоугольного сечения с одиночным армированием, подверженного действию изгибающего момента.

Из распределения относительных деформаций (рис. 4.20а) при принятом ограничении, что $\varepsilon_{cu} \leq 3,5\%$, получаем:

$$\frac{x}{0.0035} = \frac{\omega}{\varepsilon_0}, \text{ или} \quad (4.26)$$

$$\omega = \frac{x\varepsilon_0}{0.0035}$$

Принимая согласно диаграммы рис. 4.20б $\varepsilon_0 = \varepsilon_{c1} = 0,002$, получаем

$$\omega = 0,571x \quad (4.27)$$

Учитывая, что $A_1 = 2/3\omega f$, а $A_2 = 1/3\omega f$ (рис. 4.20в) при $a_1 = 5/8\omega$ и $a_2 = 1/4\omega$, получаем:

$$k_1 = \frac{\alpha f_{cd} x - \alpha f_{cd} \omega / 3}{x} \quad (4.28)$$

Подставляя (4.27) в (4.28) получаем:

$$k_1 = 0.459f_{ck} = 0.688f_{cd} \quad (4.29)$$

Далее учитывая, что

$$(x - k_2 x) = \frac{\alpha f_{cd} x \frac{x}{2} - \alpha f_{cd} \frac{\omega}{3} \frac{\omega}{4}}{k_1 x}$$

с учетом $\omega = 0,571x$ получаем:

$$(x - k_2 x) = \frac{\alpha f_{cd} x^2}{k_1 x} \left[0.5 - \frac{0.571^2}{12} \right]$$

$$\text{Тогда: } k_2 = 1 - \frac{0.268 \cdot 1.5 \cdot f_{ck}}{k_1} = 1 - \frac{0.268f_{ck}}{0.459f_{ck}} = 0.416$$

При известном положении равнодействующей усилий в бетоне сжатой зоны расчет прочности прямоугольного сечения не представляет трудностей.

Сравнение результатов расчета прочности прямоугольного сечения при использовании диаграммы рис. 4.20б с результатами расчета при использовании прямоугольной эпюры распределения напряжений в бетоне сжатой зоне приведено в табл. 4.6.

Как видно из сравнения, показанного в табл. 4.6, применение прямоугольной диаграммы деформирования жестко-пластического тела при расчете прочности сечений простой симметричной формы с арматурой, сосредоточенной у наиболее растянутой грани сечения, дает практически аналогичные результаты, что и при использовании более сложной линейно-параболической диаграммы.

Таблица 4.6.

Расчетная диаграмма	Показатель	
	равнодействующая усилий обжатия F_{cc}	плечо внутренней пары сил z
параболически-линейная	$0,459f_{ck} \cdot b \cdot x$	$d - k_2 \cdot x \approx d - 0,416 \cdot x$
прямоугольная	$0,454f_{ck} \cdot b \cdot x$	$d - 0,5 \cdot 0,8x = d - 0,4 \cdot x$

Полученный вывод подтверждают и данные, представленные в ряде работ других исследователей [33, 219, 238].

Анализ опытных диаграмм деформирования (см. рис. 1.3) показывает, что для бетонов прочностью $f_{cm} < 30 \text{ Н/мм}^2$ вполне применима линейно-параболическая диаграмма деформирования уже на первой ступени идеализации. Это связано с тем, что при принятом уровне предельных относительных деформаций $\epsilon_{cu} \leq 3,5 \%$ фактическая диаграмма не имеет столь ярко выраженной нисходящей ветви, как это наблюдается для высокопрочных бетонов.

4.1.3. Оценка ошибки моделирования при расчете прочности нормальных сечений железобетонных конструкций с использованием различных диаграмм деформирования

Учитывая многообразие представленных в разделе 4.1.1 аналитических описаний для диаграммы деформирования бетона при сжатии, возникает закономерный вопрос: какую же из представленных моделей целесообразно использовать при реализации компьютерных расчетов конструкций? Очевидно та, которая в наибольшей степени отражая физическое поведение бетона, дает наименьшие отклонения результатов расчета от опытных данных или истинной прочности конструкции. Хотя опытные значения усилий, установленные испытаниям образца не являются, строго говоря, «истинной прочностью» (т.к. содержит ошибки, связанные с процедурой испытаний), но являются достаточно близкими к ней. Ниже представим оценки ошибки моделирования, возникающей при применении характерных аналитических описаний диаграмм (см. табл. 4.1 и табл. 4.7).

Все представленные типы диаграмм были использованы в деформационном расчете (основные положения изложены в главе 1), совместно с уравнениями равновесия и совместности деформаций.

В работе [225] выполнен анализ ошибки моделирования, возникающей при расчете изгибаемых внецентренно сжатых элементов, в которых усилия действуют в плоскости симметрии сечения. При анализе рассматривали расчетные модели, опирающиеся на прямоугольный блок распределения напряжений в сжатой зоне сечения (согласно ACI 318–95 [125], CSA A23.3–94 [170], пр. СНБ 5.03.01–98 [94], предложений *Ibrahim* и *McGregor* [214]) и использующие полные диаграммы деформирования (модифицированная диаграмма *Hognestad* [200] и диаграмма деформирования бетона при осевом кратковременном сжатии, предложенная *M.P. Collins* и др. [165], см. табл. 4.1). Параметры прямоугольного блока (модель жесткопластического материала) показаны на рис. 4.21 и представлены в табл. 4.7.

Таблица 4.7.

Параметры прямоугольного блока напряжений в сжатой зоне бетона согласно [348]

Документ	ACI 318-95 [125]	CSA A23.3-94 [170]	Ibrahim и McGregor [215]
Параметр			
α_1	0,85	$0,85 - 0,0015f'_c \geq 0,67$	$0,85 - 0,00125f'_c \geq 0,725$
β_1	$1,09 - 0,008f'_c$ $0,85 \geq \beta_1 \geq 0,65$	$0,97 - 0,0025f'_c \geq 0,67$	$0,95 - 0,0015f'_c \geq 0,70$
ε_{cu} , ‰	3,0	3,5	3,0

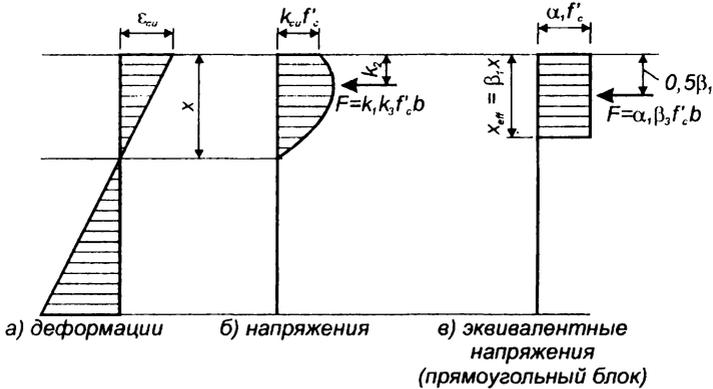


Рис. 4.21.

Параметры эпюры распределения напряжений в сжатой зоне бетона

k_1 – отношение средних напряжений к максимальным;

k_2 – отношение расстояния от верхней (наиболее сжатой) грани сечения к полной высоте сжатой зоны;

k_3 – отношение максимальных напряжений к пределу кратковременной прочности бетона f'_c ;

ε_{cu} – предельные относительные деформации бетона при сжатии.

Модифицированная диаграмма Hognestad в соответствии с предложениями, изложенными в [348], для бетона при сжатии имеет вид:

$$\sigma_c = 0,85 \cdot f'_c \left[\alpha \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon'_c} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon'_c} \right)^2 \right] \text{ при } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon'_c \quad (4.30)$$

$$\sigma_c = 0,85 \cdot f'_c \left[1 - \frac{0,15(\varepsilon_c - \varepsilon'_c)}{0,0038 - \varepsilon'_c} \right] \text{ при } \varepsilon'_c < \varepsilon_c \leq 0,0038 \quad (4.31)$$

$$0 \text{ при } \varepsilon_c > 0,0038 \quad (4.32)$$

где:
$$\varepsilon'_c = 1,8 \left(0,85 \frac{f'_c}{E_c} \right) \text{ (при } f'_c \text{ в МПа)} \quad (4.33)$$

$$E_c = 4733 \sqrt{f'_c}$$

Диаграмма деформирования бетона при кратковременном осевом сжатии, предложенная М.Р. Collins и др. [165], была принята в виде:

$$\sigma_c = k_3 \cdot f'_c \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon'_c} \cdot \frac{n}{n-1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon'_c} \right)^{nK}} \quad (4.34)$$

где:
$$k_3 = 0,6 + \frac{10}{f'_c} \leq 0,85 \text{ (при } f'_c \text{ в МПа)} \quad (4.35)$$

$$n = 0,8 + \left(\frac{f'_c}{17} \right)$$

$$K = 1,0 \text{ при } \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon'_c} \leq 1,0 \quad (4.36)$$

$$k = \max \left[1,0 \text{ или } 0,67 + \left(\frac{f'_c}{62} \right) \right] \text{ при } \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon'_c} > 1,0 \quad (4.37)$$

$$\varepsilon'_c = \left(\frac{f'_c}{E_c} \right) \frac{n}{n-1} \quad (4.38)$$

$$E_c = 3320 \cdot \sqrt{f'_c} + 6900 \quad (4.39)$$

Для анализа были использованы результаты испытаний 181 короткой колонны, выполненных различными исследователями. Оценку производили по следующему обобщенному показателю прочности:

$$R = R(N_R, M_R) = \sqrt{N_R^2 + \left(\frac{M_R}{h} \right)^2} \quad (4.40)$$

где: $R_{(T)} = R(N_{R(T)}, M_{R(T)})$, $R_{(P)} = R(N_{R(P)}, M_{R(P)})$ – обобщенный показатель, относящийся соответственно к опытным и расчетным данным;
 N , M – соответственно продольное усилие и изгибающий момент, действующие в расчетном сечении.

Обобщение статистических параметров, характеризующих ошибку моделирования принятого расчетного метода, по данным работы [348] с дополнением авторов приведено в табл. 4.8.

В анализированных опытах в широком диапазоне варьировали как свойства конструкций (прочность бетона, коэффициент армирования сечения), так и условия нагружения (эксцентриситеты приложения нагрузок).

Характеризуя результаты сравнения, представленные в табл. 4.8, в общем можно констатировать, что расчетные модели, опирающиеся на прямоугольную диаграмму распределения напряжений в сжатой зоне сечения (для случая нагружения элемента в плоскости симметрии сечения) дают результат достаточно высокой степени точности, когда речь идет о расчете коротких внецентренно сжатых элементов или, другими словами, прочности сечений. Так как параметры прямоугольного блока в расчетных моделях норм CSA [170] и предложениях *Ibrahim* и *McGregor* [216] отличаются несущественно, практически не различаются между собой и результаты расчетов. Вместе с тем по сравнению с результатами, которые дает расчетная модель ACI Code [125], это различие относительно велико. При этом по суммарной оценке (см. табл. 4.8) расчетная модель ACI Code [125] несколько завышает расчетные значения предельных усилий. Модель, принятая в EC-2 [178], DIN 1045 [174] и, вслед за ними, пр. СНБ 5.03.01 [94] занимает некоторое промежуточное положение (см. табл. 4.8). При этом точность расчетных деформационных моделей, опирающихся на применение полных диаграмм деформирования для бетона, в высокой степени зависит от формы кривой, ее аналитического описания и численных значений параметрических точек. Как видно из табл. 4.8, расчетная модель, опирающаяся на диаграмму, предложенную Collins и др. [165] (см. табл. 4.2, группа II), дает при расчете изгибаемых и внецентренно сжатых элементов результат, худший, чем модели, опирающиеся на прямоугольный блок. Аналогичный эффект отмечается так же и в работах [33, 82].

Таблица 4.8.

Статистические параметры, характеризующие ошибку моделирования согласно [348]

Источник (опытные данные)	Прямоугольный блок				Полная диаграмма деформирования	
	ACI 318–95 [125]	CSA A23.3 [170]	<i>Ibrahim</i> и <i>McGregor</i> [214]	СНБе5.03.01 [91], ЕС–2 [178]	Модифицирован- ная <i>Hognestad</i> [348]	<i>Collins</i> и др. [165]
<i>Hognestad</i> (84) [200–202]	0,98 ^b ; 0,064 ^c	0,99; 0,059	0,99; 0,061	1,01; 0,070	1,00; 0,066	1,00; 0,070
<i>Cusson</i> и <i>Paultre</i> (19) [171]	0,93; 0,036	1,09; 0,037	1,06; 0,036	1,03; 0,057	0,93; 0,039	1,09; 0,037
<i>Brestler</i> (2) [150]	1,01	1,01	1,02	1,02	1,02	1,04
<i>Foster</i> и <i>Attard</i> (68) [183]	0,99; 0,109	1,06; 0,091	1,06; 0,094	1,02; 0,097	1,02; 0,10	1,19; 0,10
<i>Heimdahl</i> и <i>Bianchini</i> (8) [248]	0,98; 0,074	0,95; 0,066	0,99; 0,070	1,01; 0,037	0,94; 0,060	0,99; 0,54
Всего (181 элемент)	0,98; 0,084	1,03; 0,083	1,03; 0,082	1,015; 0,114	1,00; 0,083	1,08; 0,113
Примечания: а – количество опытов; б – среднее значение; с – коэффициент вариации.						

Выполненный в работе [348] регрессионный анализ, показывает, что величина среднего значения ошибки моделирования ξ для различных моделей не остается постоянной, а зависит от прочности бетона, из которого выполнены элементы f'_c и относительного эксцентриситета продольного усилия (e/h). Полученные функции изменения названных аналитических параметров представлены в табл. 4.9.

Как видно из табл. 4.9, значения m_ξ для моделей ACI [125] и диаграммы Hognestad [200] являются убывающей функцией при увеличении прочности бетона, тогда как модели CSA [170], McGregora [216] и Collins [165] – возрастающей функцией. Необходимо также подчеркнуть, что средние значения ошибки моделирования для всех методов, за исключением ACI [125], являются возрастающей функцией от θ .

Коэффициенты вариаций для среднего значения m_ξ зависят, главным образом, от относительного эксцентриситета. Причем более чувствительными к его изменению являются модели, использующие диаграммы деформирования для бетона согласно [348] и [165] (рис. 4.23).

Авторы дополнительно проанализировали ошибку, которую дает расчетная деформационная модель, принятая в СНБ 5.03.01 [94] для нелинейного расчета конструкций. Расчетная модель СНБ 5.03.01 [94], в отличие от проанализированных, использует зависимость, связывающую напряжения и относительные деформации на всем интервале деформирования в виде т.н. «мадридской параболы» [96] (см. табл. 4.1) или, по существу, модифицированной параболы Hognestad [200]. Для анализа была принята выборка, состоявшая из 776 железобетонных элементов (см. табл. 4.10, приложение 1), испытанных при внецентренном сжатии, изгибе, косом изгибе, косом внецентренном сжатии, в которых в широком диапазоне варьировали прочностью бетона, коэффициентом и дисперсностью армирования, его классом по прочности, а также значением относительных эксцентриситетов.

На рис. 4.22 представлено сравнение результатов деформационного расчета по модели СНБ 5.03.01 [94] (выполненных с использованием программы «BETA» при расчете элементов на косою изгиб, остальные элементы посчитаны по программе, разработанной на каф. ЖБиКК БНТУ доц. Раком Н.А.) с опытными данными из выборки табл. 4.10. Как видно из рис. 4.22 расчетная модель достаточно хорошо описывает сопротивление нормальных сечений общей формы при действии произвольной системы усилий (продольных сил и изгибающих моментов), имея следующие статистические характеристики: среднее отношение $m_\xi = 0,987$, стандартное отклонение $0,1098$ (для полной выборки во всем диапазоне варьируемых факторов – без «фильтрации»).

Используя методы регрессивного анализа, подобно тому, как это было сделано в работах [348], получена зависимость, связывающая среднее значение отношения m_ξ опытных и расчетных значений приведенного показателя прочности $\xi = R_{(T)} / R_{(P)}$ относительный эксцентриситет (θ) и среднюю прочность бетона (f'_{cm}) в виде:

$$m_\xi = 1,0285 - 0,0114 \cdot \theta + 0,00063 \cdot f'_{cm}, \quad (4.41)$$

где: θ – относительный эксцентриситет (рад);
 f'_{cm} – средняя прочность бетона (МПа).

Таблица 4.9.

Статистические параметры, характеризующие ошибку моделирования согласно [348]

Модель Статистические параметры ошибки моделирования	Прямоугольный блок			Полная диаграмма деформирования	
	ACI 318–95 [125]	CSA A23.3 [170]	<i>Ibrahim</i> и <i>McGregor</i> [216]	Модифициро- ванная <i>Hognestadt</i> [348]	<i>Collins</i> и др. [165]
Среднее m_{ξ}	$1,022-0,0186\theta-0,00047f'_c$	$0,948+0,0216\theta+0,001f'_c$	$0,969+0,0141\theta+0,00077f'_c$	$1,011+0,018\theta-0,00073f'_c$	$0,924+0,0368\theta+0,00226f'_c$
Статистическое отклонение σ_{ξ}	$0,0225+0,0453\theta^{\eta}$	$0,0313+0,0367\theta$	$0,0267+0,0429\theta$	$0,0226+0,046\theta$	$0,00844+0,0764\theta$
Примечания: $\theta(rad)$ определяется как $\tan^{-1}(h/e)$ и равен нулю для случая чистого изгиба; $\pi/2$ – для осевого сжатия; h – высота сечения; e – эксцентриситет продольной силы.					

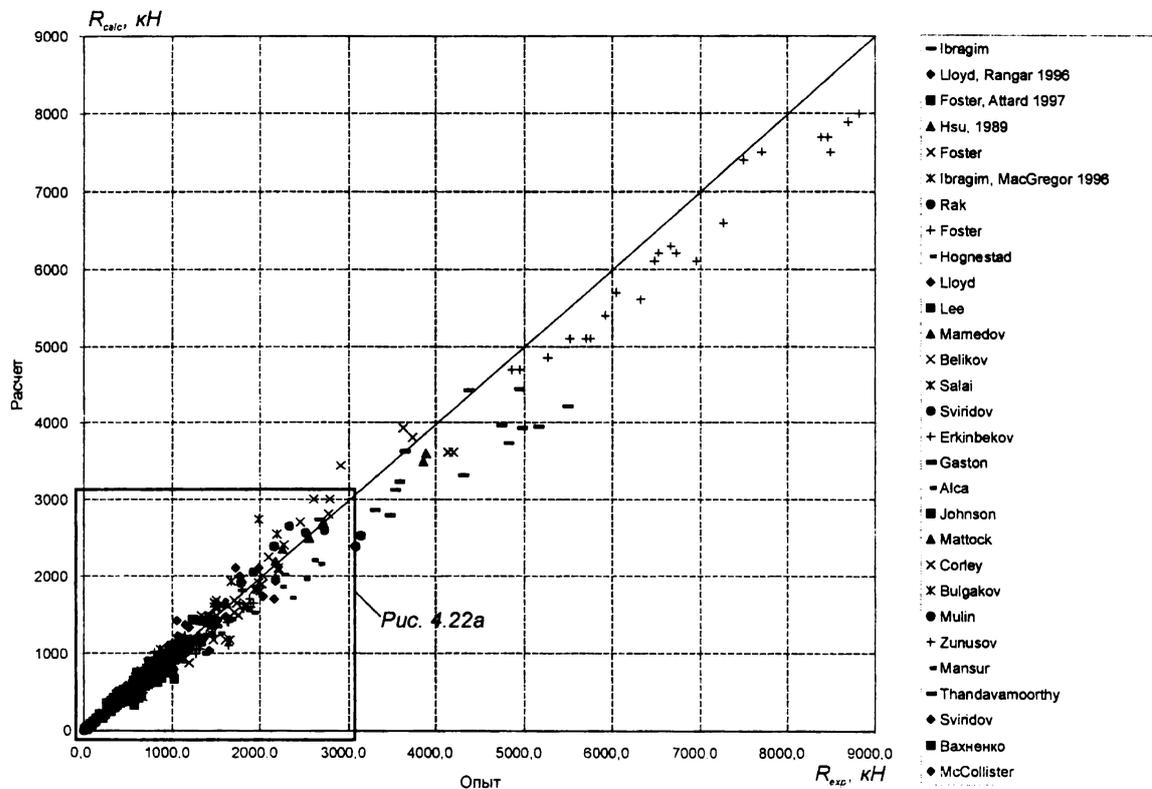


Рис. 4.22.

Сравнение опытных и расчетных значений обобщенного показателя прочности по модели СНБ 5.03.01 [94] (для выборки из табл. 4.10)

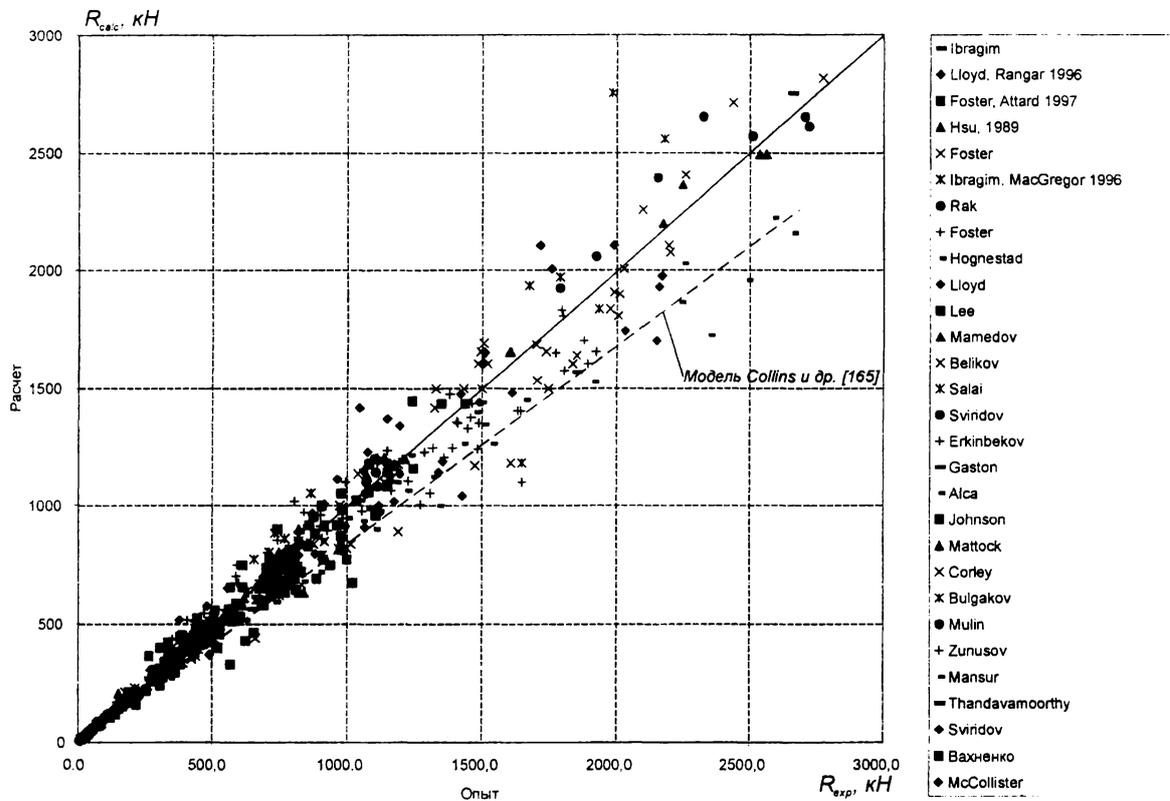


Рис. 4.22а.

Таблица 4.10.

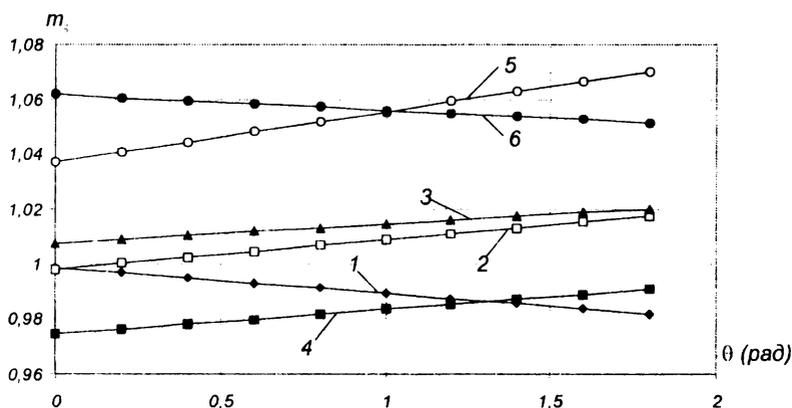
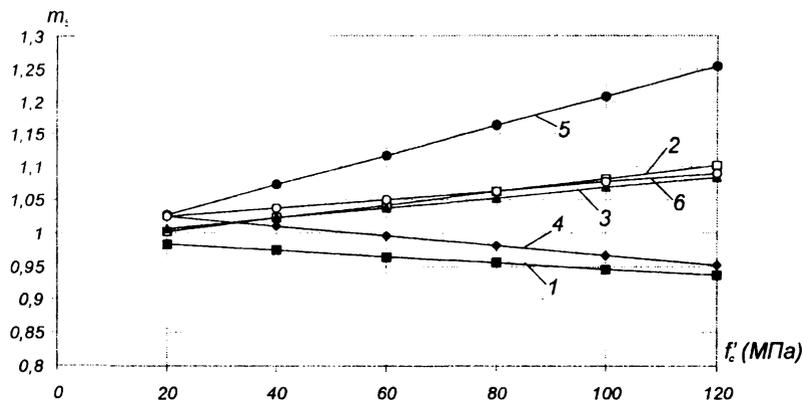
Выборка опытных данных, использованных для анализа расчетной модели СНБ 5.03.01 [94] (см. приложение 1)

№ п/п	Автор, источник	Кол-во образцов	Варируемые параметры			
			f'_{cm} , Н/мм ²	f_{sy} , Н/мм ²	θ , рад	ρ , %
Сжатые элементы из тяжелого бетона						
1	Foster, Altard [174]	68	40-93	480	0,24-1,51	2,04-3,07
2	Hognestad [200]	84	10-46	301	0,66-1,57	1,68-5,65
3	Ibrahim, McGregor [215]	14	50-129	433	0,92-1,47	0,67-0,83
4	Lee, Son [239]	32	35-93	319-357	0,94-1,40	1,13-5,51
5	Lloyd, Rangan [249]	36	58-97	430	0,93-1,45	1,44-2,20
6	Беликов и др. [6]	6	32-38	417-445	1,26-1,40	1,00-3,89
7	Еркинбеков, Артемьев [28]	23	26-55	430	1,32-1,46	5,51-5,69
8	Рак, Мохамид [81]	9	48-70	450-651	1,57	0,50-1,54
9	Сапау [86]	14	19-50	267-910	1,08-1,40	0,17-3,54
10	Свиридов и др. [91]	8	105-112	960	1,23	3,00-4,04
11	Чистяков, Мамедов [119]	28	26-40	324-438	0,75-1,57	0,41-2,91
Изгибаемые элементы из тяжелого бетона						
12	Alca, Alexander [133]	12	44-90	404-412	0	2,32-4,73
13	Corley [169]	40	25-33	421-555	0	1,10-2,93
14	Gaston [185]	12	17-34	277-324	0	1,39-5,61
15	Hognestad [201]	32	21-50	308-607	0	1,62-9,38
16	Johnson [218]	11	19-22	662	0	4,60
17	Maltock [262]	35	23-43	308-417	0	1,50-5,87
18	Mansur et all [254]	4	58-105	550	0	2,82
19	McCollister [264]	13	13-33	282-390	0	0,97-5,10
20	Thandavamoorthy [319]	8	41-48	482-506	0	0,73-0,84
21	Булгаков, Корольков [13]	25	22-76	625-635	0	2,32-6,50
22	Жунусов и др. [29]	14	15-33	290-419	0	0,23-2,14
23	Мулин и др. [61]	27	20-87	337-1088	0	0,49-8,67
24	Рак, Мохамид [81]	10	55-72	450-785	0	0,17-3,82
25	Свиридов и др. [91]	8	108-113	960-1220	0	1,29-2,94
Элементы из аглопоритобетона						
26	Косарев [47]	18	38-47	312	0	0,95-4,27
27	Плетнев [73]	39	24-48	320-470	1,00-1,57	0,84-3,57
Элементы из мелкозернистого бетона						
28	Беликов и др. [6]	25	23-44	417-445	1,13-1,52	0,99-4,00
29	Луцко [56]	25	20-40	417-451	0	0,67-3,58
Элементы из тяжелого бетона при косом изгибе и сжатии						
30	Вахненко [21]	94	20-50	400-520	0-1,57	0,21-2,12
	Всего:	776				

На рис. 4.23 представлены графики, показывающие изменение среднего значения ошибки моделирования m_ξ в зависимости от прочности бетона (а) и относительно эксцентриситета (б) для всех проанализированных моделей.

Как видно из табл. 4.9 и рис. 4.23, значения m_ξ для моделей ACI Code [125] и использующей модифицированную диаграмму E. Hognestad [200] являются убывающей функцией при увеличении прочности бетона, тогда как модели CSA [170], McGregor [216], Collins и др. [165], а также расчетная модель СНБ 5.03.01 [94], опирающиеся на «мадридскую параболу» [200] – возрастающей. При этом модель Collins и др. [165] существенно недооценивает предельных значений усилий, действующих в сечении при увеличении прочности бетона. Это хорошо видно из сравнения, показанного на рис. 4.22, на котором приведены результаты расчетов по модели Collins и др.

[165] внецентренно сжатых элементов, выполненных в работе Foster [182]. Следует отметить, что результаты расчетов по модели СНБ 5.03.01 [94] практически не отличаются от результатов расчетов по моделям [348] и [165]. Анализируя влияние относительного эксцентриситета (рис. 4.23б) можно отметить, что практически во всех моделях, за исключением ACI [125] и СНБ 5.03.01 [94], среднее значение ошибки моделирования m_ξ от значения θ является возрастающей функцией. Вместе с тем, в широком диапазоне варьирования θ абсолютное значение m_ξ изменяется незначительно. Как следует из совместного анализа зависимостей, представленных на рис. 4.23, модель ACI Code [125] в отличие от других рассмотренных моделей становится небезопасной в случае расчета элементов из высокопрочного



1 - ACI Code [125]; 2 - CSA Code [170]; 3 - I&M [216]
 4 - Hognestadt M [200]; 5 - Collins [165]; 6 - СНБ [94]

Рис. 4.23.

Изменение среднего значения ошибки моделирования m_ξ в зависимости от прочности бетона (а) и относительного эксцентриситета (б)

бетона, загруженных с малым эксцентриситетом продольного усилия ($\theta \rightarrow \pi/2$ для случая осевого сжатия). В то же время расчетная модель СНБ 5.03.01 [94] в широком диапазоне варьирования основных факторов дает хорошее совпадение с опытными данными (рис. 4.22, 4.23).

В соответствии с требованиями, изложенными в табл. 3.9.1 проекта SCSS Probabilistic Model Code, Part 3: Resistance Models [311], модель, принятая в СНБ 5.03.01 [94] дает надежный результат для широкого диапазона варьирования конструктивно-технологическими факторами и условиями нагружения конструкций. Так в соответствии с требованиями этого документа расчетная модель считается надежной, если среднее отношение опытных и расчетных значений составляет не менее 1,2 при коэффициенте вариации не более 0,15. При принятом в СНБ 5.03.01 [94] коэффициенте безопасности для нелинейных расчетов $\gamma_{SR} = 1,35$ (см. СНБ 5.03.01 [94]) для проанализированной выборки среднее составляет 1,24 при коэффициенте вариации 0,11.

4.2. Диаграммы деформирования бетона при осевом растяжении

Следует отметить, что несмотря на обширные исследования, выполняемые различными авторами, диаграммы деформирования бетона при осевом растяжении не включены ни в один нормативный документ по расчету железобетонных конструкций. Это обусловлено тем, что практически все расчетные методы основаны на допущении о том, что при расчетах прочности бетон растянутой зоны в работе сечения не учитывают.

В основном расчетные модели [17, 35–38 и др.] предлагают использовать единообразную кривую для описания диаграммы деформирования бетона при сжатии и растяжении с корректировкой только лишь базовых параметрических точек и модуля упругости бетона.

Несмотря на то, что получению полных диаграмм деформирования бетона при осевом растяжении посвящено достаточно много исследовательских работ, единого мнения, как об аналитическом описании диаграммы, так и о значениях ее параметрических точек не существует.

Согласно исследований [149] показано, что относительная деформация, соответствующая пиковой точке диаграммы деформирования изменяется от $60 \cdot 10^{-5}$ до $80 \cdot 10^{-5}$, в то время как в работе [76] приведены данные о том, что $\varepsilon_{ct1} = (6 \div 9) \cdot 10^{-5}$, а в исследовании [274] – $\varepsilon_{ct1} = (9,7 \div 13,2) \cdot 10^{-5}$. Как показывает анализ результатов исследований в опытах использовали образцы различных форм и размеров, применяли различные способы их изготовления и хранения, а также режимы нагружения, методы измерения деформаций. Как и в случае испытания бетона при сжатии, отсутствие единой методики порождает ситуацию, при которой результаты обширных опытов являются практически трудно сопоставимыми.

Наиболее сложной проблемой, которая возникает при построении диаграммы деформирования бетона, подвергнутого осевому растяжению – это описание нисходящей ветви.

Для описания восходящей ветви диаграммы в большинстве случаев [149] используют традиционную параболу Hognestad [200] в виде:

$$\sigma_{ct} = f'_{ct} \left[2 \left(\frac{\epsilon_{ct}}{\epsilon_{ct1}} \right) - \left(\frac{\epsilon_{ct}}{\epsilon_{ct1}} \right)^2 \right] \quad (4.42)$$

Для описания нисходящей ветви (см. рис. 4.24) в работах [149, 223] предложена следующая зависимость:

$$\sigma_{ct} = \frac{f'_{ct} \cdot \epsilon_{ct1}}{\epsilon_{ct}} = \frac{2 \cdot f'_{ct} \cdot \epsilon_{ct}}{K \cdot \epsilon_{ct}} = \frac{2 \cdot f_{c,cube} \cdot \epsilon_{ct,1}}{K^2 \cdot \epsilon_{ct}}, \quad (4.43)$$

- где: $f'_{ct,cube}$ – прочность бетона на сжатие, определяемая на кубах;
 f'_{ct} – прочность бетона на растяжение (напряжения в вершине диаграммы деформирования);
 K – отношение прочности бетона на сжатие к прочности бетона на растяжении;
 $\epsilon_{ct,1} = \frac{2 \cdot f'_{ct}}{E_{ct}}$ – относительные деформации в пиковой точке диаграммы деформирования;

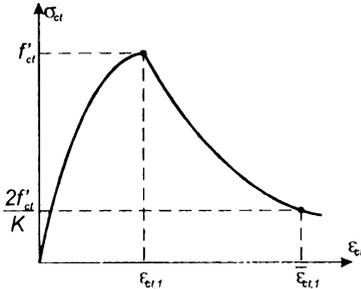


Рис. 4.24.
 Диаграмма деформирования бетона при осевом растяжении согласно [149]

$$\bar{\epsilon}_{ct,1} = \frac{K \cdot \epsilon_{ct,1}}{2} \quad \text{— предельная растяжимость бетона;}$$

E_{ct} – начальный модуль упругости бетона.

В данном случае значения коэффициента K и модуля упругости E_{ct} определяют в соответствии с предложениями *L. Bertolotti* [149] по формулам:

$$K = 6,4 + 0,1223 \cdot f'_c \quad (f'_c \text{ в Н/мм}^2) \quad (4.44)$$

$$E_{ct} = \frac{10^7 \cdot f'_{ct}}{750 + 81,55 \cdot f'_{ct}} \quad (f'_{ct} \text{ и } E_{ct} \text{ в Н/мм}^2) \quad (4.45)$$

Как следует из анализа, сделанного в работе [149], уравнения (4.42) и (4.43) дают хорошее совпадение с опытной диаграммой для широкого диапазона прочностей бетона при сжатии. Сравнение расчетной диаграммы с опытными, взятыми из исследований *Yankelevsky* и *Reinhardt* [343], показано на рис. 4.25.

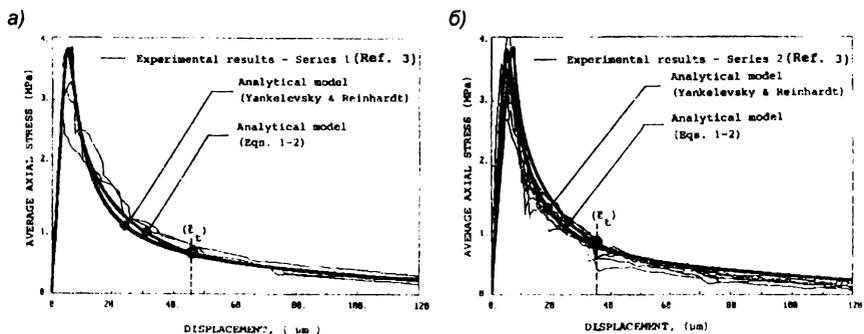


Рис. 4.25.

Сравнение расчетной диаграммы деформирования бетона при растяжении (уравнения (4.42) и (4.43) с опытными, полученными в исследованиях Yankelevsky и Reinhardt [343]: а) серия 1; б) серия 2.

При анализе результатов собственных исследований Guo Zhen-Hai и др. [190] предлагают рассматривать на диаграмме деформирования бетона при растяжении (рис. 4.26) четыре характерные точки E , P , C , F .

Напряжения и деформации возрастают пропорционально до точки E , определяющей предел упругой работы бетона при растяжении (40,60 % от максимальных напряжений в пиковой точке диаграммы деформирования).

При дальнейшем нагружении прирост деформаций становится большим, чем прирост напряжений, что соответствует нелинейной работе материала. В точке P , в которой достигаются максимальные напряжения, относительные деформации составили $(7,0 \div 12,0) \cdot 10^{-5}$.

Первую трещину на поверхности бетонного образца визуально фиксировали в точке C на нисходящей ветви диаграммы при относительных деформациях примерно от 4 до 6 раз превышавших относительные деформации, соответствующие напряжениям в точке P (рис. 4.26).

В результате случайного характера распределения зерен заполнителей первая трещина появляется в наиболее ослабленном сечении. После появления трещины (шириной раскрытия $w_k > 0,04$ мм) в образце формируются зоны, более не воспринимающие растягивающих напряжений. При постоянном приросте деформаций поверхность трещины развивается к середине сечения (ядру) образца. На рис. 4.27 номерами показана последовательность развития трещины по сечению образца. При этом, в некоторых образцах наблюдали образование новой трещины в другом сечении, формировавшей свою поверхность нормального отрыва (см. рис. 4.27б). После образования трещины эффективная площадь сечения образца постоянно уменьшается. Когда трещина образуется по всему периметру, ее ширина раскрытия составляет от 0,1 до 0,3 мм. Наконец в точке F (рис. 4.26) происходит разделение образца на две части. При этом в большинстве случаев поверхность разрушения проходит по контактам «матрица – заполнитель».

По результатам испытаний [190] выявлены следующие отличия в полных диаграммах деформирования бетона при сжатии и растяжении:

- нисходящая ветвь на диаграмме деформирования бетона при сжатии обусловлена снижением удельной несущей способности образца при

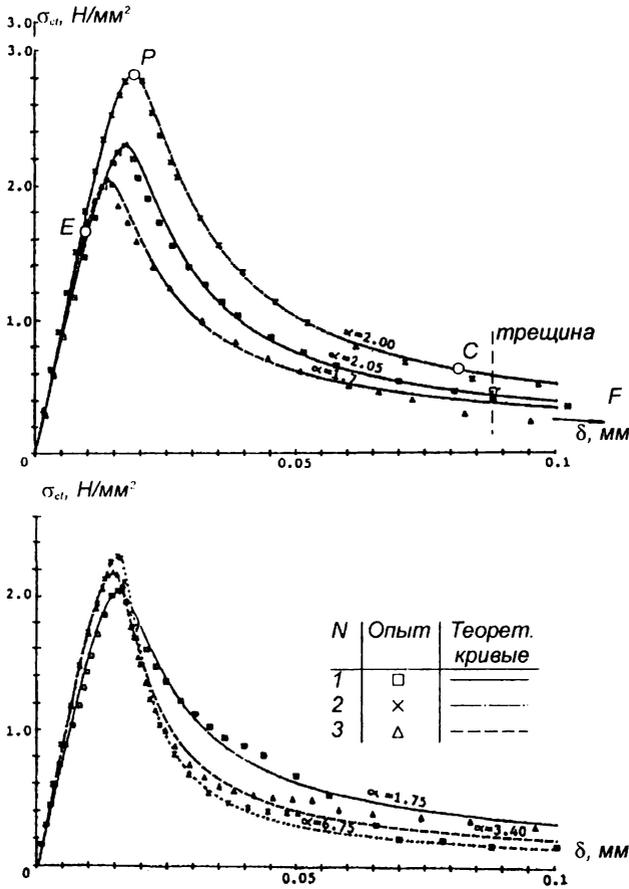


Рис. 4.26.

Опытные и теоретические диаграммы деформирования бетона при растяжении по данным опытов [190]

образовании продольных и диагональных трещин, в то время как в образцах, подверженных растяжению, наблюдается постоянное сокращение эффективной площади сечения, воспринимающей растяжение. При этом напряжения, распределенные в пределах эффективной площади не обязательно должны уменьшаться. Таким образом следует предположить, что появление нисходящей ветви на диаграмме деформирования бетона при растяжении имеет иной физический смысл; при сжатии область разрушения образца соизмерима с его размерами. Поэтому для сжатых образцов при описании их поведения на нисходящей ветви диаграммы имеет смысл оперировать средними относительными деформациями. В случае же растяжения трещина образуется, как

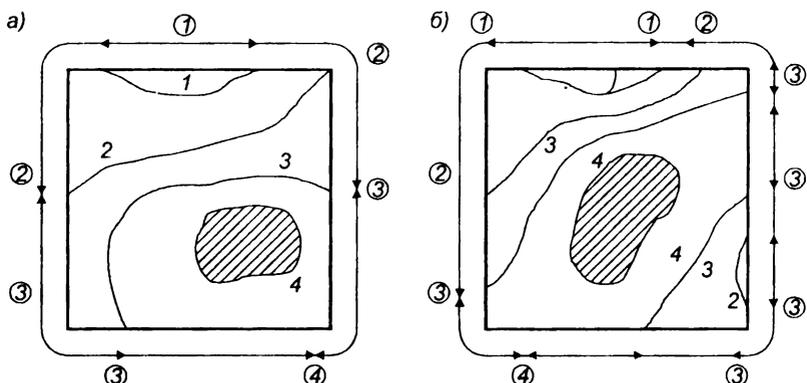


Рис. 4.27.

Порядок образования и развития трещин в образцах, подвергнутых центральному растяжению, согласно [190]:

а) при образовании и развитии трещины в одном сечении;

б) при образовании и развитии трещин в двух сечениях.

правило, в одном сечении. Поэтому использовать относительные деформации при описании диаграммы деформирования имеет смысл только до появления трещины, а далее следует оперировать шириной раскрытия трещины или общей деформацией образца;

– в связи с тем, что прочность контактов матрицы и заполнителя отличается в каждом из сечений, в пределах образца изменяется его центр сопротивления. Поэтому растягивающее усилие изначально приложено с эксцентриситетом по отношению к геометрическому центру сечения. После образования трещин эксцентриситет приложения растягивающего усилия становится более существенным. Это предопределяет больший разброс результатов при испытаниях образцов на растяжение по сравнению с результатами испытаний на сжатие.

Исследованиями [109] показано, что относительные деформации в пиковой точке диаграммы деформирования повышаются с ростом прочности при растяжении (см. рис. 4.28). Для расчета относительных деформаций ε_{ct1} предложена эмпирическая зависимость:

$$\varepsilon_{ct1} = (44 \cdot f'_{ct}) \cdot 10^{-6} \quad (4.46)$$

При этом установлено, что начальный модуль упругости бетона следует определять как секущий модуль при напряжениях $0,5 \cdot f'_{ct}$. Его значение изменяется незначительно (при изменении f'_{ct} от 1,6 до 3,2 Н/мм²) и может быть принято постоянным $E_0 = 27,36 \text{ кН/мм}^2$ при стандартном отклонении 2,148 кН/мм².

Отношение между начальным и секущим модулем (в пиковой точке диаграммы при $E_p = f'_{ct} / \varepsilon_{ct1}$) изменяется от 1,04 до 1,61. Поэтому в расчетах предложено использовать среднее значение $E_0 / E_p = 1,202$ со стандартным отклонением 0,0791.

По измеренным поперечным деформациям установлено, что коэффициент Пуассона при растяжении изменяется от 0,17 до 0,23 на восходящей ветви диаграммы. На нисходящей ветви его значение имеет значительное рассеивание.

Для описания диаграммы деформирования (рис. 4.26) на восходящей ветви предложено применять полином вида:

$$y = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_6 \cdot x^6 \quad (4.47)$$

Значения коэффициентов a_0, a_1, a_2, a_6 определяют с учетом граничных условий для аналитического описания диаграммы согласно [109].

С учетом полученных коэффициентов и принятых обозначений ($y = \frac{\sigma_{ct}}{f'_{ct}}$;

$x = \frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{ct1}} = \frac{\delta_{ct}}{\delta_{ct1}}$, где $\varepsilon_{ct}, \delta_{ct}$ – соответственно относительные деформации и абсолютные деформации образца) диаграмма деформирования бетона при растяжении может быть записана:

при $\frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{ct1}} \leq 1,0$

$$\frac{\sigma_{ct}}{f'_{ct}} = 1,2 \left(\frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{ct1}} \right) - 0,2 \left(\frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{ct1}} \right)^6; \quad (4.48)$$

при $\frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{ct1}} > 1,0$

$$\frac{\sigma_{ct}}{f'_{ct}} = \frac{\left(\frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{ct1}} \right)}{\alpha \left[\left(\frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{ct1}} \right) - 1 \right]^\beta + \left(\frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{ct1}} \right)} \quad (4.49)$$

при $\beta = 1,7$.

Уравнения (4.48) и (4.49) удовлетворяют принятым граничным условиям:

- 1) $x = 1; y = 1;$
- 2) $x = 1; \frac{dy}{dx} = 0;$
- 3) $x \rightarrow \infty; y \rightarrow \infty;$
- 4) $x \rightarrow \infty; \frac{dy}{dx} \rightarrow 0.$

Параметр α в уравнении (4.49) имеет тенденцию к возрастанию с возрастанием прочности бетона при растяжении f'_{ct} (рис. 4.30). Регрессионная зависимость, полученная для его определения в работе [190], имеет вид:

$$\alpha = 0,312 \cdot (f'_{ct})^2, \quad (4.50)$$

где f'_{ct} – прочность бетона при растяжении.

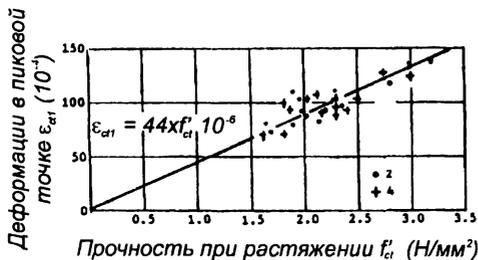


Рис. 4.28. Зависимость относительных деформаций в пиковой точке диаграммы ϵ_{ct1} от прочности бетона при растяжении f_{ct} по данным опытов [190]

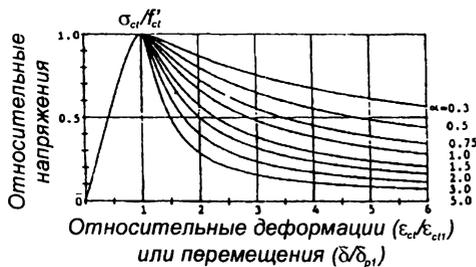


Рис. 4.29. Диаграмма деформирования при растяжении согласно [190]



Рис. 4.30. Зависимость коэффициента α от прочности бетона при растяжении по данным опытов [190]

Глава 5

ТРАНСФОРМИРОВАННЫЕ ДИАГРАММЫ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ДЛЯ БЕТОНА

5.1. Трансформированные диаграммы деформирования бетона, усиленного косвенным армированием

Как было показано в главе 4, аналитические зависимости, связывающие напряжения и относительные деформации бетона, базируются на обширных экспериментальных данных, полученных в условиях, как правило, равномерного наращивания деформаций, и учитывают в основном факторы, влияющие на одноосное напряженное состояние.

Между тем, как отмечается в работах [33, 35–37, 60], в реальных конструкциях практически всегда имеет место сложное напряженно-деформированное состояние, а наличие продольной и поперечной арматуры может существенно повлиять на характер диаграммы деформирования бетона, что необходимо учитывать в расчетах, основанных на положениях т.н. деформационной модели.

Следует отметить, что в отечественной научно-технической литературе неоднократно подчеркивалась важность учета влияния косвенного армирования на увеличение предельных относительных деформаций сжатого бетона, что дало возможность применять в качестве продольной сжатой арматуры высокопрочные стали [60]. Вместе с тем, в бывшем СССР были выполнены лишь крайне ограниченные специальные исследования, относящиеся к определению полных диаграмм деформирования бетона в условиях стеснения его поперечных деформаций. При этом, в силу сложившихся расчетных подходов, главным параметром, который устанавливали экспериментальным путем, являлась т.н. приведенная прочность бетона, усиленного косвенным армированием, соответствующая, по существу, пиковой точке трансформированной диаграммы деформирования.

К сожалению результаты испытаний при сжатии бетонных элементов, усиленных косвенным армированием, выполненные в разные годы Васильевым А.П. [88], Матковым Н.Г. и Филиповым Б.Н. [60, 112], Чистяковым Е.А. и Мамедовым С.С. [119], Горбатовым С.В., Гущей Ю.П. и Лемышем Л.Л. [88], Карпенко Н.И. и Мухамедиевым Т.А. [37], Вахненко П.Ф. [21], а также другими исследователями достаточно разрозненны, не имеют единой

методической основы и, кроме того, не содержат полной информации об условиях опытов, в силу чего являются малопригодными для анализа.

Кроме того, в последнее десятилетие, не смотря на бурное развитие высокопрочных бетонов, в отечественной литературе не опубликовано как новых опытных данных, так и предложений по построению полных диаграмм деформирования для бетонных элементов, усиленных косвенным армированием.

В силу сложившихся обстоятельств при внесении в нормы СНБ 5.03.01 [94] положений, касающихся трансформирования диаграмм деформирования для бетона, усиленного косвенным армированием был выполнен анализ результатов исследований и основанных на них предложений как по аналитическому описанию трансформированных диаграмм, так и по оценке значений параметрических точек на базе накопленного за последние несколько десятилетий отечественного и зарубежного опыта, включая данные, полученные при испытаниях образцов из высокопрочного бетона.

На основании собственных исследований в работе [17] сделан вывод о том, что наличие косвенной и высокопрочной продольной арматуры в принципе не изменяет характера диаграммы деформирования бетона, а лишь приводит к необходимости корректировки значений ее базовых параметрических точек (f'_c , ε_{co} , ε_{cu}). Основываясь на этой предпосылке в работах [37, 38, 60, 122] рекомендовано использовать единое аналитическое описание диаграммы деформирования как неармированного бетона, так и бетона, усиленного косвенным армированием.

Так в работах *Мухамедиева Т.А.* и *Карпенко Н.И.* [38] для математического описания диаграммы деформирования сжатого бетона, усиленного косвенным армированием, рекомендовано использовать зависимости, связывающие напряжения и относительные деформации, полученные для неармированного бетона согласно [35, 37] (см. главу 4) с последующей трансформацией базовых (параметрических) точек. Приведенную прочность (напряжения в пиковой точке трансформированной диаграммы деформирования f'_c) и соответствующую ей относительную деформацию (ε_{co}) предложено определять по достаточно простым формулам:

$$f'_c = f'_c \cdot \gamma_{c,red}; \quad (5.1)$$

$$\varepsilon_{co} = \varepsilon_{co} + 0,02 \cdot \alpha_{red}; \quad (5.2)$$

где: ε_{co} – относительная деформация, соответствующая пиковой точке диаграммы деформирования неармированного бетона;

$\gamma_{c,red}$ – коэффициент, выражающий отношение прочностей армированного и неармированного бетонов, определяемый по формуле:

$$\gamma_{c,red} = \left(1 + \varphi_0 \frac{\rho_{xy} \cdot f_{yd,xy}}{f'_c} \right); \quad (5.3)$$

$$\varphi_0 = \frac{1}{0,23 + \alpha_{red}}; \quad (5.4)$$

$$\alpha_{red} = \frac{\rho_{xy} \cdot f_{yd,xy}}{f'_c + 10(\text{МПа})}; \quad (5.5)$$

здесь: ρ_{xy} – коэффициент косвенного армирования, определяемый согласно [38].

В работе [17] по результатам собственных исследований для описания трансформированной диаграммы деформирования при сжатии бетона, усиленного косвенным армированием, предложена аналитическая зависимость вида:

$$\sigma_c = f_c^* \left[2,5 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{co}} \right) - 2 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{co}} \right)^2 + 0,5 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{co}} \right)^3 \right]. \quad (5.6)$$

В соответствии с [60] относительные деформации ε_{co}^* , соответствующие пиковой точке диаграммы деформирования при сжатии бетона, усиленного косвенным армированием, зависят от насыщения элемента как косвенной (ρ_{xy}, ρ_{cir}), так и продольной (ρ_l) арматурой, и определяются по формуле:

$$\varepsilon_{co}^* = (2,4 + 14 \cdot k_s \cdot \alpha_{red}) \cdot 10^{-3}; \quad (5.7)$$

где: α_{red} – коэффициент, выражающий эффективность косвенного армирования и определяемый по формуле (5.5);

k_s – коэффициент, характеризующий влияние высокопрочной продольной арматуры на относительную деформацию бетона и определяемый по формуле:

$$k_s = 1 + \delta \cdot \rho_l; \quad (5.8)$$

здесь: ρ_l – коэффициент продольного армирования, определяемый по полному сечению (включая и защитный слой), но не более 0,07;

δ – коэффициент, учитывающий класс продольной арматуры. Для арматуры S400 – $\delta = 0$; для арматуры S600, S800 – $\delta = 30$.

Как следует из анализа формулы (5.7), независимо от прочности неармированного бетона значение относительной деформации, соответствующее пиковой точке диаграммы деформирования, принято постоянным и равным 2,4 ‰. С некоторым допущением такой подход можно считать допустимым для бетонов т.н. нормальной прочности (до $C^{50}/_{60}$). В случае высокопрочных бетонов значение относительной деформации в пиковой точке диаграммы подлежит корректировке, как это было показано в главе 4.

Для описания диаграммы деформирования бетона, усиленного косвенным армированием, в работе [17] предложено пользоваться зависимостями,

которые с учетом принятых граничных условий (при $\sigma_c = f_c^*$, $\frac{d\sigma_c}{d\varepsilon_c} = 0$; при

$\sigma_c = 0$, $E'_c = E_c$) имеют вид:

при $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{co}^*$

$$\sigma_c = C_1 \cdot \varepsilon_c + C_2 \cdot \varepsilon_c^2 + C_3 \cdot \varepsilon_c^3; \quad (5.9)$$

при $\varepsilon_{co}^* < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}^*$

$$\sigma_c = D_0 + D_1 \cdot \varepsilon_c + D_2 \cdot \varepsilon_c^2; \quad (5.10)$$

где:

$$C_1 = E_c; C_2 = \frac{-E_c \cdot \varepsilon_{co}^* - 3 \cdot f_c^*}{(\varepsilon_{co}^*)^2}; C_3 = \frac{E_c \cdot \varepsilon_{co}^* - 2 \cdot f_c^*}{(\varepsilon_{co}^*)^3};$$

$$D_0 = f_c^* \left(1 - 0,15 \frac{(\dot{\varepsilon}_{co})^2}{d} \right); D_1 = 0,3 \cdot f_c^* \frac{\dot{\varepsilon}_{co}}{d}; D_2 = -0,15 \frac{f_c^*}{d}; d = (\dot{\varepsilon}_{cu} - \dot{\varepsilon}_{co})^2.$$

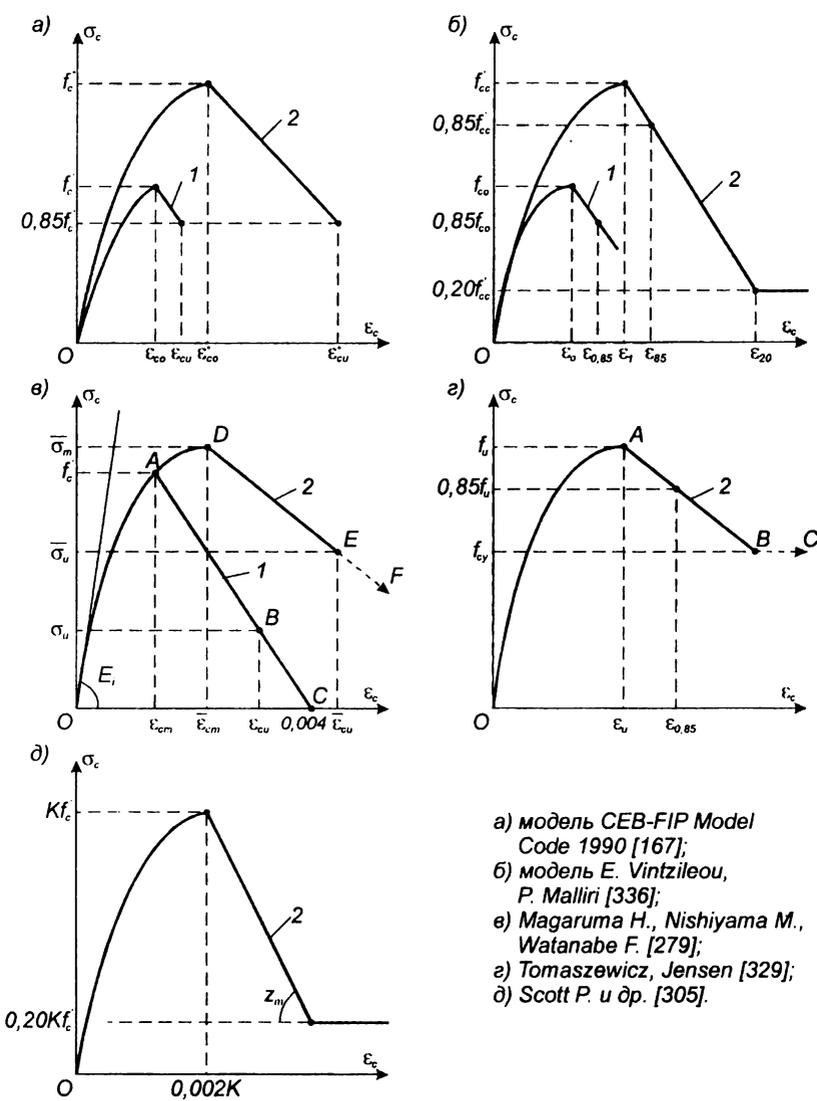
Для расчета относительной деформации, соответствующей пиковой точке диаграммы деформирования ($\dot{\varepsilon}_{co}$) используют формулу (5.7), а величину предельной относительной деформации бетона, усиленного косвенным армированием ($\dot{\varepsilon}_{cu}$), предложено определять исходя из предпосылки, что отношение $\dot{\varepsilon}_{cu} / \dot{\varepsilon}_{co} = b$ не изменяется для армированного и неармированного бетона. По результатам анализа, представленного в работе [17] можно заключить, что зависимости (5.9) и (5.10) достаточно хорошо описывают опытную диаграмму деформирования. Вместе с тем, в представленном виде их достаточно сложно использовать в рамках деформационной расчетной модели, когда существует необходимость выразить относительные деформации через напряжения.

За последние несколько десятилетий в международной практике предложен целый ряд математических моделей, описывающих поведение бетона, усиленного косвенным армированием, при действии осевой нагрузки. Как правило, все они построены на базе результатов экспериментальных исследований, при этом каждый из исследователей предлагает свою индивидуальную модель [130, 139, 162, 163, 274, 260, 267 и др.], которую зачастую не сравнивают с опытными данными, полученными другими авторами. Это объясняется в большинстве случаев ограниченной базой опытных данных, относящихся к исследованию элементов с косвенной арматурой. С другой стороны имеют место попытки построения эмпирических моделей, опираясь только исключительно на обобщение результатов, полученных различными авторами и описанными в научной литературе.

Так в работе [267] для построения модели поведения бетона, усиленного косвенным армированием, использованы опубликованные результаты исследователей *Sargin* и др. [301], *Sheikh* и *Uzumeri* [307], *Ahmad* и *Shah* [130], *Scott* и др. [305], *Martinez* и др. [260, 261], *Moehle* и *Cavangh*, *Mansur* и др. [255], *Yong* и др. [345], *Razvi* и *Saatcioglu* [299], *Saatcioglu* и *Razvi* [291], *Nagashima* и др. [275], *Issa* и *Tobaa*, *Cusson* и *Paultre* [171], в которых в широком диапазоне варьировались прочность неармированного бетона, коэффициент продольного армирования и его размещение в сечении, коэффициент поперечного армирования и его прочностные характеристики.

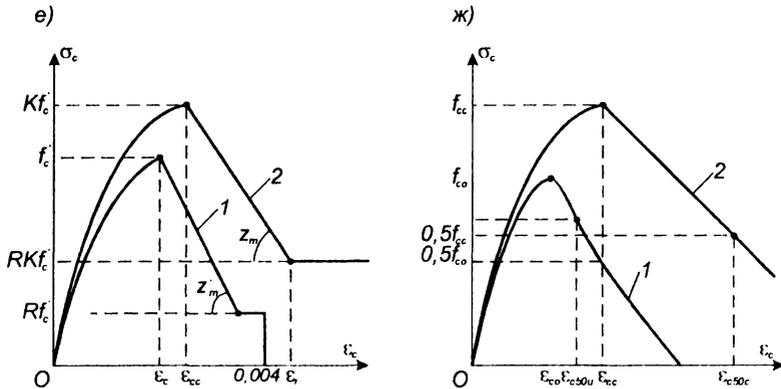
Аналитическое описание диаграммы, внесенное в СЕВ–FIP Model Code 1990 (MC–90 model) [167], было получено на базе экспериментальных данных *Tassios* и *Lefas*. Зависимость «напряжения – относительные деформации» для бетона, усиленного косвенным армированием (рис. 5.1а), внесенная в MC–90 [167], состоит из восходящей ветви, описанной параболой при величине пиковых напряжений $f_c^* \geq f_c'$, которым соответствуют относительные деформации $\dot{\varepsilon}_{co} \geq \dot{\varepsilon}_{co}$. Нисходящая ветвь описывается линейной зависимостью до достижения предельных относительных деформаций $\dot{\varepsilon}_{cu}$, соответствующих напряжениям $\sigma_c = 0,85 \cdot f_c'$.

Значения параметрических точек диаграммы деформирования (см. рис. 5.1а) бетона, усиленного косвенным армированием, согласно MC–90 [167] предложено определять по следующим зависимостям:



- а) модель CEB-FIP Model Code 1990 [167];
- б) модель E. Vintzileou, P. Malliri [336];
- в) Magaruma H., Nishiyama M., Watanabe F. [279];
- г) Tomaszewicz, Jensen [329];
- д) Scott P. и др. [305].

Рис. 5.1. Диаграммы деформирования для неармированного бетона (1) и бетона, усиленного косвенным армированием, (2) при осевом сжатии



е) Mendis P. и др. [267]; ж) Claeson C. [162].

Рис. 5.1 (продолжение).

$$f'_c = (1 + 2,5 \cdot \alpha \cdot \omega_w) \cdot f'_c \quad \text{при } \alpha \cdot \omega_w \leq 0,10; \quad (5.11)$$

$$f'_c = (1,125 + 1,25 \cdot \alpha \cdot \omega_w) \cdot f'_c \quad \text{при } \alpha \cdot \omega_w > 0,10; \quad (5.12)$$

$$\dot{\varepsilon}_{co} = \left(\frac{f'_c}{f'_c} \right) \varepsilon_{co} \quad \text{при } \varepsilon_{co} = 0,002; \quad (5.13)$$

$$\dot{\varepsilon}_{cu} = \varepsilon_{cu} + 0,1 \cdot \alpha \cdot \omega_w \quad \text{при } \varepsilon_{cu} = 0,0035; \quad (5.14)$$

В формулах (5.11)..(5.14):

f'_c, \dot{f}'_c – предел кратковременной прочности (напряжения в пиковой точке диаграммы деформирования) соответственно для неармированного и армированного бетона;

$\varepsilon_{co}, \dot{\varepsilon}_{co}$ – относительные деформации, соответствующие пиковой точке диаграммы деформирования соответственно для неармированного и армированного бетона;

$\varepsilon_{cu}, \dot{\varepsilon}_{cu}$ – предельные относительные деформации соответственно для неармированного и армированного бетона;

ω_w – т.н. объемный механический коэффициент (индекс) армирования согласно [167];

α – коэффициент эффективности армирования ($\alpha < 1,0$), определяемый по формуле:

$$\alpha = \alpha_n \cdot \alpha_s. \quad (5.15)$$

Коэффициенты α_n и α_s определяет согласно [167] в зависимости от формы поперечного сечения элемента, расположения и типа армирования в сечении. Для квадратных сечений, в которых продольные стержни объединены посредством замкнутых хомутов:

$$\alpha_n = 1 - \frac{8}{3} \left(\frac{1}{n} \right); \quad (5.16)$$

где n – число продольных стержней, связанных замкнутыми хомутами;

$$\alpha_s = \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{S}{b_0} \right) \right)^2; \quad (5.17)$$

где: S – расстояние (шаг) между замкнутыми хомутами;

b_0 – размер ядра сечения.

Для квадратных и круглых сечений, имеющих спиральное армирование:

$$\alpha_n = 1,0; \quad (5.18)$$

$$\alpha_s = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{S}{b_0} \right); \quad (5.19)$$

где S – шаг спирали.

Для расчетных зависимостей, используемых МС-90 [167] для определения значений в базовых точках диаграммы деформирования (рис. 5.1а), в работе [336] проанализированы результаты испытаний 311 бетонных элементов, усиленных косвенным армированием, для которых в широком диапазоне варьировались главные параметры:

- а) прочность неармированного бетона при сжатии ($16,8 \div 124 \text{ Н/мм}^2$);
- б) предел текучести косвенной арматуры ($258 \div 1433,1 \text{ Н/мм}^2$);
- в) размещение продольного и косвенного армирования по сечению (согласно рис. 5.2);
- г) коэффициент эффективности косвенного армирования ($\alpha \cdot \omega_w = 0,002 \div 0,634$).

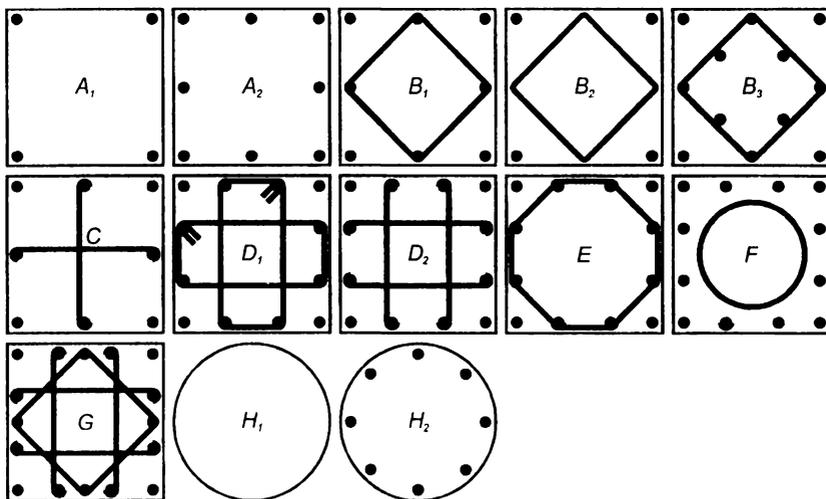


Рис. 5.2.

Схемы расположения продольного и косвенного армирования в опытных образцах, использованных для анализа [218]

Кроме того, использованная для анализа база опытных данных включала результаты, полученные на:

- а) малых, средних и крупноразмерных образцах;
- б) образцах, имевших либо не имевших продольного армирования;
- в) образцах, имевших либо не имевших защитный слой бетона для косвенной арматуры;
- г) образцах, испытанных при постоянном приращении напряжений либо деформаций;
- д) образцах, у которых измерения деформаций производили либо по поверхности защитного слоя, либо по бетонному ядру, заключенному внутри косвенного армирования.

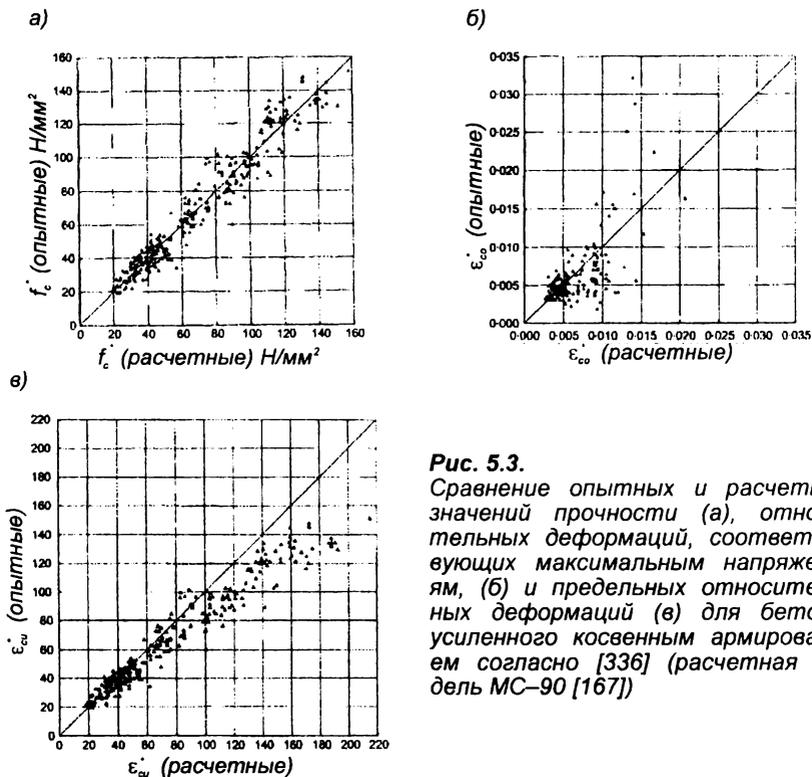


Рис. 5.3.

Сравнение опытных и расчетных значений прочности (а), относительных деформаций, соответствующих максимальным напряжениям, (б) и предельных относительных деформаций (в) для бетона, усиленного косвенным армированием согласно [336] (расчетная модель МС-90 [167])

На рис. 5.3 показано сравнение опытных данных из предложенной авторами работы [336] выборки с расчетными значениями параметрических точек диаграммы деформирования для бетона, усиленного косвенным армированием, определенными согласно МС-90 [167] по формулам (5.11)–(5.14). Как видно из представленных графиков (рис. 5.3), расчетные формулы МС-90 в целом дают достаточно хорошее совпадение при определении прочности бетона, усиленного косвенным армированием (среднее

значение 1,01 при стандартном отклонении 0,15). Вместе с тем, для расчетной модели МС–90 [167] наблюдается тенденция к некоторой недооценке прочности бетона, усиленного косвенным армированием, в случае использования бетонов низких классов и ее переоценке для высокопрочных бетонов (рис. 5.3а). При этом очевидно недооценка относительных деформаций, соответствующих пиковым напряжениям диаграммы (пределу кратковременной прочности) при расчете по МС–90 [167] (среднее значение отношения опытных относительных деформаций к расчетным составляет 1,72 при стандартном отклонении 0,94) (см. рис. 5.3б). Анализ соотношения опытных и расчетных значений предельных относительных деформаций для армированного бетона (см. рис. 5.3в) показывает, что среднее значений составляет 1,1, но стандартное отклонение достигает 0,71.

Как видно из выполненного сравнения (см. рис. 5.3), расчетные зависимости, применяемые для расчета относительных деформаций дают результаты, существенно отличающиеся от опытных данных и нуждаются в корректировке.

Исследованиями [336] показано, что отношение опытных и расчетных значений прочностей армированного бетона (λ_r) уменьшается с увеличением прочности неармированного бетона (f'_c). Для учета этого влияния в работе [336] было предложено ввести корректирующий коэффициент, линейно изменяющийся в зависимости от прочности неармированного бетона. При этом анализ отношения $f'_{c(exp)}/f'_{c(теор)}$ (где $f'_{c(exp)}$, $f'_{c(теор)}$ – соответственно опытные значения прочности армированного и неармированного бетона) в зависимости от изменения показателя эффективности косвенного армирования ($\alpha \cdot \omega_w$) показал, что нет необходимости использовать две различные формулы для определения прочности бетона, усиленного косвенным армированием, в зависимости от величины показателя $\alpha \cdot \omega_w$, как это принято в МС–90 [167].

В связи с этим для расчета прочности бетона, усиленного косвенным армированием, E. Vintzileou и P. Malliri [336] была предложена одна зависимость вида:

$$f'_c = (1 + 1,85 \cdot \alpha \cdot \omega_w) \cdot (1,15 - 0,0025 \cdot f'_c) \cdot f'_c \quad (5.20)$$

На рис. 5.4а показано сравнение опытных и расчетных значений прочности бетона, определяемых по модифицированной формуле (5.20). Как видно из рис. 5.4а формула (5.20) дает хороший результат для бетонов в широком диапазоне изменения прочностей неармированного бетона.

Предложенная формула (5.20) позволяет уменьшить эффекты переоценки приведенной прочности для бетона, усиленного косвенным армированием, при увеличении класса по прочности неармированного бетона. Как следует из анализа, выполненного в работе [336], среднее отношение опытных и расчетных значений прочности армированного бетона, полученных по формуле (5.20) (при выборке в 311 образцов), составляет 1,01 при стандартном отклонении 0,125. В табл. 5.1 представлены значения статистических характеристик модифицированной модели (5.20) при оценке опытов различных исследователей.

При анализе характера изменения относительной деформации ϵ'_{co} в зависимости от главных факторов (показателя эффективности косвенного армирования, прочности неармированного бетона) было установлено, что

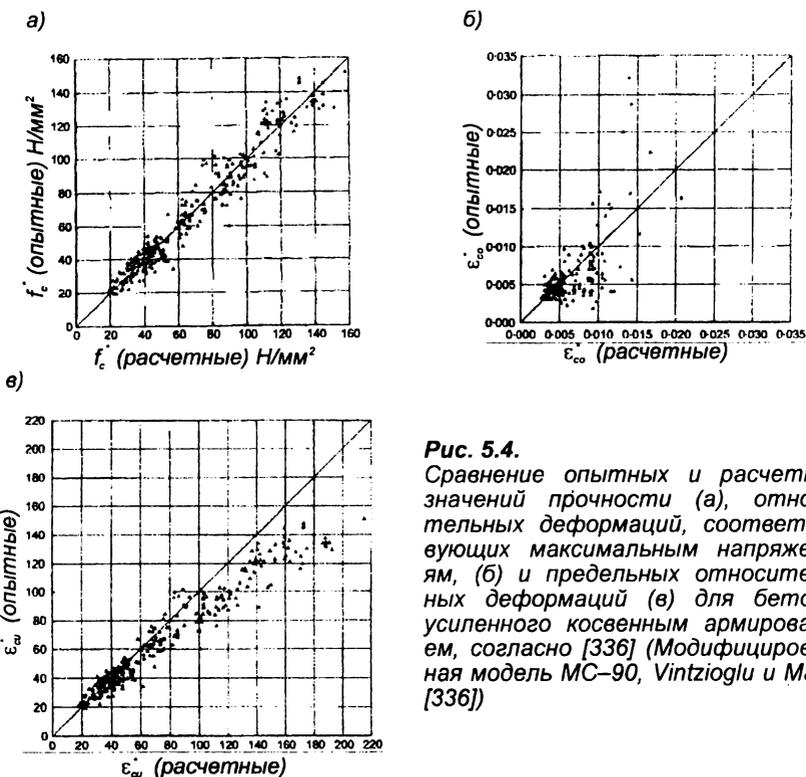


Рис. 5.4. Сравнение опытных и расчетных значений прочности (а), относительных деформаций, соответствующих максимальным напряжениям, (б) и предельных относительных деформаций (в) для бетона, усиленного косвенным армированием, согласно [336] (Модифицированная модель МС-90, Vintzioglu и Malliri [336])

величина относительных деформаций $\dot{\epsilon}_{co}$ повышается с увеличением показателя эффективности косвенного армирования. Однако при $\alpha \cdot \omega_w > 0,15$ эта тенденция более ощутима, нежели при низких значениях $\alpha \cdot \omega_w < 0,15$. Поэтому в работе [336] признано целесообразным рассматривать два случая при расчете относительных деформаций $\dot{\epsilon}_{co}$ в зависимости от величины $\alpha \cdot \omega_w$, подобно тому, как это было сделано в МС-90 [75]. При этом установлено, что в случае высокопрочных бетонов относительные деформации $\dot{\epsilon}_{co}$ растут менее ощутимо даже при возрастании показателя эффективного армирования ($\alpha \cdot \omega_w$). Вместе с тем, как и отмечалось ранее, наблюдается значительный разброс опытных данных по определению относительных деформаций $\dot{\epsilon}_{co}$, соответствующих пиковой точке диаграммы деформирования бетона, усиленного косвенным армированием. По мнению большинства исследователей [253, 266, 268, 274 и др.] этот разброс в значительной мере следует связывать с погрешностями, возникающими как в процессе измерения деформаций опытных образцов, так и в принятой методике испытаний. В большинстве случаев [37, 60, 274] испытания образцов производили при по-

Табл.

Статистические оценки модифицированной расчетной модели МС-90 [167]

Исходные данные, авторы	Размеры образцов	Приведенная прочность f_c^*		Относительные деформации				
		λ_f / σ_f	V_{x1} , %	$\lambda_{\varepsilon_0} / \sigma_{\varepsilon_0}$	V_{x1} , %	$\lambda_{\varepsilon_u} / \sigma_{\varepsilon_u}$	V_{x1} , %	$\lambda_{\varepsilon_{cu}} / \sigma_{\varepsilon_{cu}}$
<i>Yildirim и Uzumeni</i>	305×305×1219	1,01/0,06	5,6	1,00/0,28	27,6	0,77/0,17	22,1	0,6/0,05
<i>Yildirim и др.</i>	500/1500	1,11/0,09	8,5	0,62/0,13	21,4	1,26/0,62	49,2	1,10/0,05
<i>Yildirim и Razvi</i>	160×160×460	1,04/0,06	5,8	0,84/0,09	10,8	2,48/0,78	31,3	1,90/0,05
<i>Yildirim и Tobaа</i>	125×125×400	1,13/0,12	10,9	0,64/0,21	32,5	0,72/0,61	85,3	—
<i>Yildirim и Shah</i>	75/300 или 75/150	0,82/0,09	10,5	0,47/0,19	40,3	0,41/0,23	57,0	—
<i>Yildirim и др.</i>	200×200×500	0,99/0,06	6,2	0,97/0,17	17,8	1,57/0,48	30,5	1,22/0,05
<i>Yildirim и др.</i>	162,5×152,5×457	1,09/0,07	6,7	1,26/0,21	16,3	1,50/0,23	15,4	1,24/0,05
<i>Yildirim и др.</i>	450×450×1200	1,16/0,09	8,1	0,60/0,16	27,6	1,14/0,15	13,0	0,93/0,05
<i>Yildirim и Paultre</i>	235×235×900	0,96/0,06	6,8	1,19/0,32	26,9	1,15/0,22	19,5	0,95/0,05
<i>Yildirim и др.</i>	225×225×716	0,94/0,07	7,1	0,81/0,31	37,9	0,93/0,20	22,0	0,76/0,05
<i>Yildirim и Cavanagh</i>	305×305×914	0,89/0,03	3,8	1,13/0,14	12,7	2,52/0,12	4,6	2,05/0,05
<i>Yildirim и др.</i>	214×214×750	1,09/0,03	3,0	1,27/0,27	21,0	1,10/0,19	17,1	0,89/0,05
<i>Yildirim и др.</i>	250×250×782	0,98/0,17	17,7	0,41/0,28	68,6	0,95/0,13	13,7	0,77/0,05
<i>Yildirim и Saatcioglu</i>	250/1500 или 250×250×1500	1,10/0,05	4,4	1,07/0,33	31,0	1,75/0,30	17,0	1,35/0,05
<i>Yildirim и др.</i>	150/300 или 100×100×200	0,85/0,12	14,1	0,89/0,27	30,2	0,85/0,31	36,1	—
<i>Yildirim и др.</i>	125×125×510	1,07/0,16	14,6	1,51/0,63	41,6	—	—	—
<i>Yildirim и др.</i>	101,6/406,4 или 101,6/203,2	0,95/0,05	5,5	0,70/0,28	39,8	—	—	—

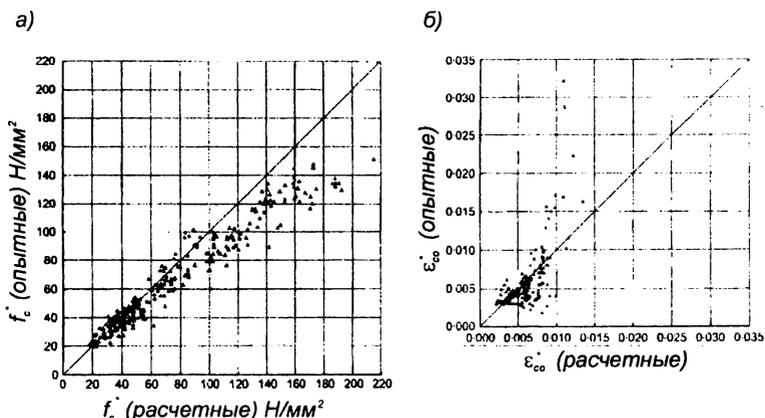


Рис. 5.5.

Сравнение приведенной прочности (а) и относительных деформаций в пиковой точке диаграммы (б) (расчетная модель Mander и др. [336])

стоянном равномерном наращивании напряжений, в других же случаях [253, 266, 268, 337, 345] – деформаций. В некоторых испытаниях, например [345], применяли очень низкую скорость нагружения по сравнению со стандартной.

С другой стороны, в опытах производили, как правило, измерения продольных деформаций приборами, установленными непосредственно на поверхности бетона [17, 37, 60]. Такие измерения, очевидно, можно считать корректными лишь до того момента, когда начинает происходить отслаивание защитного слоя. Как показывают исследования [336] в случае, когда образцы имеют достаточно мощное косвенное армирование, отслоение защитного слоя может наблюдаться уже на ранних стадиях нагружения. Наконец, в ряде случаев имеют место отличия в методических подходах при построении диаграммы деформирования бетона, усиленного косвенным армированием. Одни исследователи [37] определяют напряжения, относя усилие, действующее на образец только к площади ядра сечения, заключенного внутри косвенного армирования, в то время как другие [17, 60] используют в расчетах площадь полного сечения образца.

Для определения относительных деформаций, соответствующих пиковой точке диаграммы деформирования, в работе [336] предложена модифицированная формула вида:

$$\varepsilon_{co}^* = (0,003 + 0,15 \cdot \alpha \cdot \omega_w) \cdot (1,15 - 0,0025 \cdot f_c^*), \quad (5.21)$$

при $\alpha \cdot \omega_w \leq 0,15$ (в Н/мм²)

$$\varepsilon_{co}^* = (0,0005 + 0,039 \cdot \alpha \cdot \omega_w) \cdot (1,15 - 0,0025 \cdot f_c^*), \quad (5.22)$$

при $\alpha \cdot \omega_w > 0,15$ (в Н/мм²)

Для формул (5.21)–(5.22) среднее отношение опытных и расчетных значений для полной выборки в 311 элементов, составило 0,97, стандартное отклонение 0,37 [336].

При анализе значений предельных относительных деформаций армированного бетона ε_{cu}^* установлено, что ощутимое влияние на них оказывает

косвенное армирование лишь при $\alpha \cdot \omega_w > 0,15$. Поэтому для их определения было предложено пользоваться одной зависимостью.

Предельные относительные деформации для армированного бетона предложено определять по формуле:

$$\varepsilon_{cu}^* = (0,0025 + 0,1 \cdot \alpha \cdot \omega_w) \cdot (1,6 - 0,007 \cdot f_c'), \quad (5.23)$$

Обобщенные статистические характеристики, полученные для предложенных модифицированных формул при сравнении с опытными данными различных авторов представлены в табл. 5.1.

Диаграммы деформирования для армированного бетона, предложенная в работах *Saatcioglu* и *Razvi* [299], является модификацией классической параболы *E. Hognestad* [200]. Анализ показывает, что эта модель хорошо описывает поведение элементов из бетона нормальной прочности, но дает завышенные значения начального модуля упругости для высокопрочных бетонов. Зависимости, предложенные *Popovics* [285], а затем *Mander* и др. [253] для бетонов нормальной прочности и *Cusson B.D.* [171] для высокопрочного бетона, были использованы в работе [199] для математического описания восходящей ветви диаграммы деформирования армированного бетона (рис. 5.1е), которое в общем случае имеет вид:

$$\sigma_c = \frac{f_c^* \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{co}} \right) \cdot r}{r - 1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{co}} \right)^r}, \quad (5.23)$$

где

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad (5.24)$$

здесь: E_{sec} – секущий модуль для армированного бетона, рассчитываемый по формуле:

$$E_{sec} = \frac{f_c^*}{\varepsilon_{co}} \quad (5.25)$$

E_c – модуль упругости неармированного бетона, определяемый по зависимости, предложенной *Carrasquillo R.L.* [155]:

$$E_c = 3320 \sqrt{f_c'} + 6900 \quad (5.26)$$

При этом $E_c \leq E_{sec}$.

Параметрические точки диаграммы деформирования для армированного бетона, показанной на рис. 5.1е, предложено определять по следующим формулам. Предельные напряжения в пиковой точке диаграммы:

$$f_c^* = f_{co}' + K_1 \cdot f_{le}; \quad (5.27)$$

при

$$K_1 = 6,7(f_{le})^{-0,17}; \quad (5.28)$$

$$f_{le} = K_2 \cdot f_1; \quad (5.29)$$

$$f_l = \frac{\sum_{i=1}^q (A_s \cdot f_s \cdot \sin \alpha)_i}{S \cdot b_c}; \quad (5.30)$$

В формулах (5.27)..(5.30):

f'_{co} – предел прочности при сжатии неармированного бетона;

f_{ie} – эквивалентные напряжения в поперечном направлении, создаваемые за счет ограничивающего влияния хомутов (рис. 5.6).

Относительную деформацию, соответствующую пиковой точке диаграммы деформирования и напряжениям, равным $\sigma_c = 0,85 \cdot f'_c$, для армированного бетона предложено рассчитывать по формулам:

$$\varepsilon'_0 = \varepsilon_{0,1} \cdot (1 + 5 \cdot K_3 \cdot K) \quad (5.31)$$

$$\varepsilon'_{0,85} = 260 \cdot K_3 \cdot \rho_c \cdot \varepsilon_{0,1} [1 + 0,5 \cdot K_2 (K_{4,1})] + \varepsilon_{0,85} \quad (5.32)$$

где:

$$K_3 = \frac{40}{f'_{co}} \leq 1,0 \quad (5.33)$$

$$K_4 = \frac{f_{yd}}{500} \geq 1,0 \quad (5.34)$$

$$K = \frac{K_1 \cdot f_{ie}}{f'_{co}} \quad (5.35)$$

$$\rho_c = \frac{\sum_{i=1}^n (A_{sx})_i + \sum_{j=1}^m (A_{sy})_j}{S(b_{cx} + b_{cy})} \quad (5.36)$$

Используемые в формулах (5.31) и (5.32) относительные деформации неармированного бетона $\varepsilon_{0,1}$ и $\varepsilon_{0,85}$ при этом рассчитывают по следующим зависимостям:

$$\varepsilon_{0,1} = 0,008 - 0,0008 \cdot K_3 \quad (5.37)$$

$$\varepsilon_{0,85} = \varepsilon_{0,1} + 0,0018 \cdot K_3^2 \quad (5.38)$$

Сравнение опытных и расчетных значений прочности бетона, усиленного косвенным армированием, по модели Razvi и Saatcioglu [292] показано на рис. 5.7.

Для описания диаграммы деформирования армированного бетона в работах Mugaruma H., Nishiyama M., Watanabe F. [274] (рис. 5.1в) предложены следующие математические зависимости:

участок OA (рис. 5.1в) $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_m$

$$\sigma_c = E_i \cdot \varepsilon_c + \left\{ (f'_c - E_i \cdot \varepsilon_m) / \varepsilon_m^2 \right\} \varepsilon_c^2 \quad (5.39)$$

участок AD (рис. 5.1в) $\varepsilon_m \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_m$

$$\sigma_c = \left(\frac{f'_c - \bar{\sigma}_m}{\varepsilon_m - \varepsilon_m} \right) (\varepsilon_m - \bar{\varepsilon}_m)^2 + \bar{\sigma}_m \quad (5.40)$$

Параметрические точки трансформированной диаграммы для армированного бетона (рис. 5.1) согласно [274] определяют по формулам:

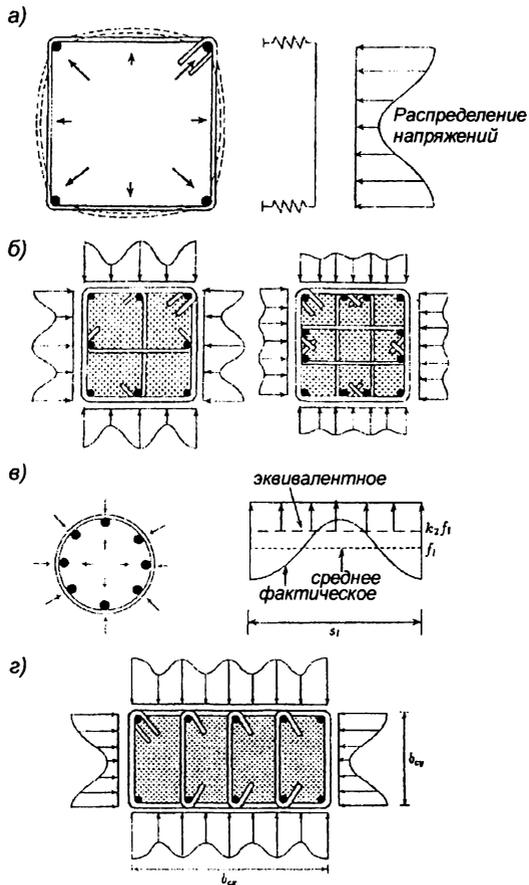


Рис. 5.6.

К определению напряжения, вызванных ограничивающим влиянием косвенного армирования согласно [292]

а) распределение напряжений, вызванных отпором ограничивающей арматуры в полке квадратного сечения;

б) распределение напряжений при наличии дополнительных связей (сеток косвенного армирования, замкнутых хомутов);

в) распределение напряжений в круглых колоннах при наличии кольцевой и спиральной арматуры;

г) распределение напряжений в прямоугольной колонне.

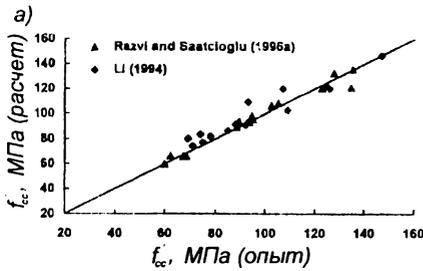
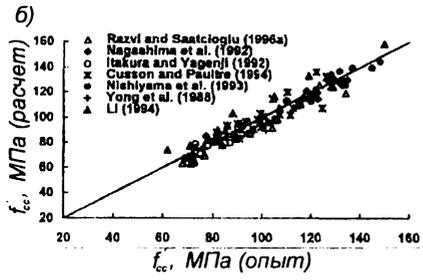


Рис. 5.7.
Сравнение опытных и расчетных значений прочности бетона, усиленного косвенным армированием (модель Razvi и Saatcioglu [292])



$$\bar{\sigma}_m = (1 + 49 \cdot C_c) \cdot f'_c; \quad (5.41)$$

$$\bar{\varepsilon}_m = (1 + 341 \cdot C_c) \cdot \varepsilon_m; \quad (5.42)$$

$$\bar{\varepsilon}_{cu} = (1 + 611 \cdot C_c) \cdot \varepsilon_{cu}; \quad (5.43)$$

где C_c – коэффициент эффективности армирования, рассчитываемый по формуле:

$$C_c = 0,313 \cdot \rho \cdot \sqrt{\frac{f_{yd,xy}}{f'_c}} \left(1 - 0,5 \frac{s}{w} \right) \quad (5.44)$$

- здесь: ρ – объемный коэффициент армирования для бетонного ядра сечения;
- $f_{yd,xy}$ – расчетное сопротивление ограничивающей (косвенной) арматуры;
- s – шаг косвенного армирования в продольном направлении;
- w – наименьший размер поперечного сечения.

В работе Tomaszewicz и Jensen [324] по результатам собственных исследований предлагают следующее математическое описание трансформированной диаграммы деформирования для бетона с косвенным армированием (рис. 5.1г):

восходящая ветвь OA $\varepsilon \leq \varepsilon_u$

$$\sigma = \frac{E_c \cdot \varepsilon}{1 + (E_c/E_0 - 2) \cdot (\varepsilon/\varepsilon_u) + (\varepsilon/\varepsilon_u)^2}; \quad (5.45)$$

нисходящая ветвь AB $\varepsilon > \varepsilon_u$

$$\sigma = f_u - z(\varepsilon - \varepsilon_u); \quad (5.46)$$

горизонтальный участок BC

$$\sigma = f_{cy} = 4,87 \frac{d_{sp} \cdot A_{sh} \cdot f_{sy}}{S_p \cdot A_c} \quad (5.47)$$

В формулах (5.45)..(5.47):

$$z = 0,15 \cdot f_u / (\varepsilon_{85} - \varepsilon_u);$$

$$E_0 = f_u / \varepsilon_u;$$

$$E_c = 9500(\rho_c / 2400)^{1,5} (f'_c)^{0,3};$$

$$\left. \begin{aligned} f_u &= f_c + K_g \cdot 4,0 \cdot f_r & 45 < f'_c \leq 80 \text{ МПа} \\ f_u &= f_c + K_g \cdot 3,0 \cdot f_r & 80 < f'_c < 90 \text{ МПа} \\ f_u &= f_c + K_g \cdot 1,5 \cdot f_r & 45 < f'_c \leq 70 \text{ МПа} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{– тяжелый бетон;} \\ \text{– легкий бетон;} \end{array}$$

$$\varepsilon_u = 0,0025 + K_g \cdot 0,050 \left(\frac{f_r}{f'_c} \right) \quad \text{– тяжелый бетон;}$$

$$\varepsilon_u = 0,0030 + K_g \cdot 0,025 \left(\frac{f_r}{f'_c} \right) \quad \text{– легкий бетон;}$$

$$\varepsilon_{85} = \varepsilon'_{85} + 0,050 \cdot K_g \left(\frac{f_r}{f'_c} \right) / (1 - F) \quad \text{– тяжелый бетон;}$$

$$\varepsilon_{85} = \varepsilon'_{85} + 0,025 \cdot K_g \left(\frac{f_r}{f'_c} \right) / (1 - F) \quad \text{– легкий бетон;}$$

$$\varepsilon'_{85} = 0,0025 \left[(17,07 / f'_c)^2 + 1 \right] \quad \text{– тяжелый бетон;}$$

$$\varepsilon'_{85} = 0,0030 \left[(12,41 / f'_c)^2 + 1 \right] \quad \text{– легкий бетон;}$$

$$F = \frac{1}{1 + [1 / (f_r \cdot K_g)]^{1/4}}.$$

В модели, предложенной Scott и др. [305], диаграмма деформирования, подобно, как и в моделях [274, 336], описана параболической восходящей ветвью, линейной нисходящей ветвью и горизонтальным участком (рис. 5.1д). Согласно экспериментально-теоретическим исследованиям Mendis [267] рекомендованная диаграмма дает достаточно хорошие результаты при расчета элементов, выполненных из бетонов нормальной прочности.

Для математического описания диаграммы деформирования используются следующие зависимости:

– восходящая ветвь

$$\sigma = K \cdot f'_c \left[\frac{2 \cdot \varepsilon}{0,002 \cdot K} - \left(\frac{\varepsilon}{0,002 \cdot K} \right)^2 \right] \text{ при } \varepsilon < 0,002 \cdot K; \quad (5.48)$$

– нисходящая ветвь

$$\sigma = K \cdot f'_c [1 - z_m (\varepsilon - 0,002 \cdot K)] \geq f_{res}; \quad (5.49)$$

– горизонтальный участок

$$f_{res} = 0,2 \cdot K \cdot f'_c. \quad (5.50)$$

В формулах (5.48)..(5.50):

$$K = 1 + \frac{\rho_{sh} \cdot f_{yh}}{f'_c}; \quad (5.51)$$

$$z_m = z \frac{0,5}{3 + 0,29 \cdot f'_c + \frac{3}{145 \cdot f'_c - 1000} + \frac{3}{4} \rho_{sh} \sqrt{\frac{h''}{s}} - 0,002 \cdot K}; \quad (5.52)$$

Из анализа зависимостей (5.45) и (5.48) несложно заметить, что на восходящей ветви диаграммы, как в большинстве ранее рассмотренных случаев, используется модифицированная парабола *Hognestad* [200], а на нисходящей – зависимость, аналогичная той, что предложена в работах *Tomaszewicz, Jensen* [324].

При этом математическая модель, предложенная *Tomaszewicz* и др. [324], в отличие от модели *Scott* [305], распространяется на высокопрочные бетоны с $f'_c = 90 \text{ Н/мм}^2$, а горизонтальный участок рекомендовано ограничивать значением напряжений $4,87 f_r$ (где f_r – эквивалентное равномерно распределенное давление, создаваемое косвенным армированием).

По результатам исследований [305] предложена модифицированная модель (рис. 5.1д), для которой восходящая ветвь описывается модифицированной параболой *Hognestad* [200] в виде:

$$\sigma = K \cdot f'_c \left[2 \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right) - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right)^2 \right] \text{ при } \varepsilon \leq \varepsilon_{cc}. \quad (5.53)$$

Нисходящий линейный участок диаграммы описывают зависимостью:

$$\sigma = K \cdot f'_c [1 - z_m (\varepsilon - \varepsilon_{cc})] \geq f_{res} \text{ при } \varepsilon > \varepsilon_{cc}. \quad (5.54)$$

Горизонтальный участок

$$\sigma = f_{res} = R \cdot K \cdot f'_c; \quad (5.55)$$

где:

$$K = 1 + 3 \frac{f_l}{f'_c}; \quad (5.56)$$

$$z_m = z \frac{0,5}{3 + 0,29 \cdot f'_c + \frac{3}{145 \cdot f'_c - 1000} + \frac{3}{4} \rho_{sh} \sqrt{\frac{h''}{s}} - \varepsilon_{cc}}; \quad (5.57)$$

$$\varepsilon_{cc} = (0,24 \cdot K^3 + 0,76) \varepsilon_c; \quad (5.58)$$

$$R = 0,28 - 0,0032 \cdot f'_c, R \geq 0; \quad (5.59)$$

$$z = 0,018 \cdot f'_c + 0,55. \quad (5.60)$$

В формулах (5.55)..(5.60):

f_l – эквивалентное равномерно распределенное давление, создаваемое за счет эффекта косвенного армирования, определяемое по методу *Mander J.B.* [253];

ρ_s – т.н. объемный коэффициент косвенного армирования по отношению к бетонному ядру;

h'' – ширина бетонного ядра, измеряемая в направлении, перпендикулярном стержням косвенного армирования;

s – расстояние (мм) между центрами тяжести стержней косвенного армирования в продольном направлении (см. рис. 5.8);

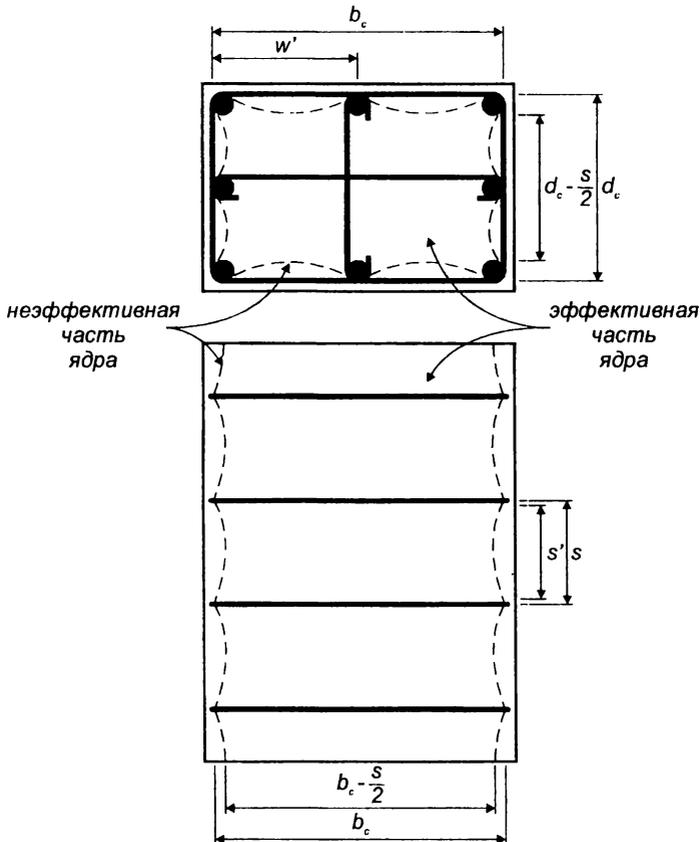


Рис. 5.8. К определению коэффициента эффективности косвенного армирования для прямоугольного сечения по методу Mander [253]

ε_c – относительная деформация, соответствующая пиковой точке диаграммы деформирования неармированного бетона, определяемая по формуле:

$$\varepsilon_c = \frac{4,26 \cdot f'_c}{\sqrt[4]{f'_c} \cdot E_c} \quad (5.61)$$

Зависимость (5.61) предложена в работах *Setunge* по результатам испытания цилиндров, как имевших косвенное армирование, так и выполненных без него. Начальный модуль упругости бетона E_c в формуле (5.61) принят равным $E_c = 9500 (f'_c)^{1/3}$ (МПа) в соответствии с рекомендациями *Setunge* внесенными в проект EC-2 [178].

Несложно заметить, что для бетонов нормальной прочности при $R = 0,2$ и $z = 1,0$ и K из уравнения (5.56) полученная модель преобразуется в исходную модель Scott [305].

Для неармированного бетона (рис. 5.1д(1)) использовано следующее аналитическое описание:

– на восходящей ветви

$$\sigma_c = f'_c \left[2 \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right) - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right)^2 \right] \text{ при } \varepsilon \leq \varepsilon_c \quad (5.62)$$

(парабола Hognestad [200]);

– на нисходящей ветви

$$\sigma_c = f'_c [1 - z'_m (\varepsilon - \varepsilon_c)] > f'_{res} \text{ при } \varepsilon > \varepsilon_c \quad (5.63)$$

$$f'_{res} = f'_c (0,28 - 0,0032 \cdot f'_c) \geq 0 \quad (5.64)$$

$$z'_m = z \frac{0,5}{3 + 0,29 \cdot f'_c} > 0 \quad (5.65)$$

$$145 \cdot f'_c - 1000 - \varepsilon_c$$

В представленных выше уравнениях расчетной модели [239] коэффициент K является по существу отношением прочности бетона, усиленного косвенным армированием, и прочности неармированного бетона. В общем случае коэффициент K согласно [291] определяется по зависимости:

$$K = 1 + A \frac{f_l}{f_c} \quad (5.66)$$

В модели Scott [305] для элементов, выполненных из бетонов нормальной прочности, имеющих квадратную форму сечения, рекомендовано принимать $A = 2,0$. Для высокопрочных бетонов установлено, что значение A изменяется от 3,0 по данным работ [291] до 5,0 согласно исследованиям [253]. При этом $A = 3,0$ является нижним граничным значениям для практически всех данных из выборки, включавшей 181 элемент, результаты испытаний которых относятся к высокопрочным бетонам (см. табл. 5.2).

Как видно из аналитических описаний всех представленных моделей ключевым моментом является определение величины эквивалентного поперечного давления f_l , создаваемого косвенной арматурой. Как правило, для его определения используют модель Mander J.B. [253], согласно которой эквивалентное равномерно распределенные напряжения определяют по формуле:

$$f_l = k_e \cdot \rho_s \cdot f_y \quad (5.67)$$

Для прямоугольного и квадратного сечения значение коэффициента k_e определяют в следующей последовательности.

Определяют эффективную площадь бетонного ядра, заключенного внутри косвенного армирования (рис. 5.8) по формуле:

$$A_o = \left[b_c \cdot d_c - \sum_{i=1}^n \frac{w_i^2}{6} \right] \left(1 - \frac{s'}{2 \cdot b_c} \right) \left(1 - \frac{s'}{2 \cdot d_c} \right) \quad (5.68)$$

Площадь бетонного ядра:

$$A_{cc} = b_c \cdot d_c \cdot (1 - \rho_{sl}) \quad (5.69)$$

Тогда коэффициент эффективности косвенного армирования определяется по формуле:

$$k_e = \frac{A_e}{A_{cc}} = \left[1 - \frac{\sum_{i=1}^n \frac{w_i^2}{6}}{b_c \cdot d_c} \right] \frac{\left(1 - \frac{s'}{2 \cdot b_c} \right) \left(1 - \frac{s'}{2 \cdot d_c} \right)}{(1 - \rho_{sl})} \quad (5.70)$$

В формуле (5.70):

b_c – ширина ядра сечения (расстояние между осями крайних стержней косвенного армирования);

d_c – высота ядра сечения, рассматриваемая как расстояние между осями стержней косвенного армирования (в случае балок в качестве d_c следует рассматривать расстояние от наиболее сжатой грани до нейтральной оси сечения);

ρ_{sl} – коэффициент продольного армирования (по отношению к площади ядра сечения);

w_i – расстояние в чистоте между двумя соседними продольными стержнями (рис. 5.8);

s' – расстояние в свету между соседними хомутами косвенного армирования по длине элемента (рис. 5.8).

Для математического описания зависимости, связывающей напряжения и относительные деформации бетона, усиленного косвенным армированием, при сжатии в работе [162] использована диаграмма деформирования, в которой восходящая ветвь (рис. 5.1ж) описана в соответствии с предложениями *Porovics* [285] в следующем виде:

$$\sigma_c = f_{cc} \frac{K \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \right)}{K - 1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \right)^K}, \quad \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cc} \quad (5.71)$$

$$\text{где } K = \frac{E_c}{E_c - \left(\frac{f_{cc}}{\varepsilon_{cc}} \right)}$$

Для описания нисходящей ветви использована зависимость (рис. 5.9), предложенная *Fafitis* и *Shah* и модифицированная *Cusson D.* и *Paultre P.* [171] в виде:

$$\sigma_c = f_{cc} \cdot \exp \left[K_1 (\varepsilon_c - \varepsilon_{cc})^{K_2} \right], \quad \varepsilon_c > \varepsilon_{cc} \quad (5.72)$$

$$K_1 = \frac{\ln 0,5}{(\varepsilon_{c50c} - \varepsilon_{cc})^{K_2}} \quad (5.73)$$

$$K_2 = 0,58 + 16 \left(\frac{f_{le}}{f_{co}} \right)^{1,4} \quad (5.74)$$

$$f_{le} = k_e \cdot f_l \quad (5.75)$$

Поперечное давление, создаваемое косвенным армированием, в формуле (5.75) определяется по зависимостям, предложенным в работах [253] в зависимости от геометрической формы сечения и конфигурации косвенного армирования. Напряжения, действующие на бетон в поперечном направле-

нии, за счет ограничивающего влияния косвенного армирования для квадратного или прямоугольного сечения определяют для соответствующего направления (x и y) по формулам:

$$f_{1x} = \frac{A_{sx}}{S \cdot C_x} f_{hcc} = \rho_x \cdot f_{hcc} \quad (5.76)$$

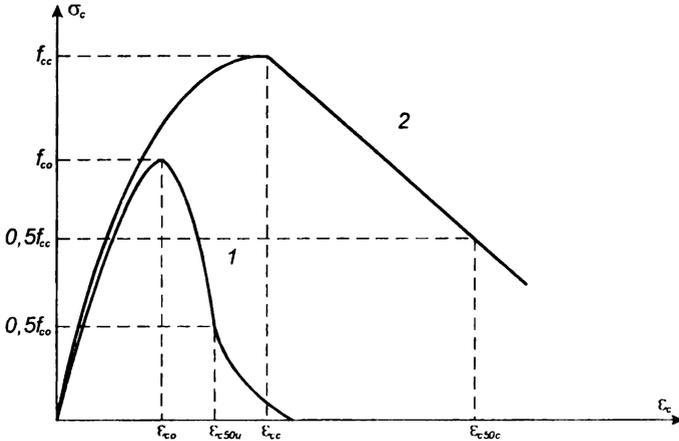


Рис. 5.9.

Диаграмма деформирования для бетона, усиленного косвенным армированием (модель *Cusson* и *Paultre* [171])

$$f_{1y} = \frac{A_{sy}}{S \cdot C_y} f_{hcc} = \rho_y \cdot f_{hcc} \quad (5.77)$$

где f_{hcc} – напряжения в косвенном армировании при достижении напряжений в армированном бетоне пиковой точке диаграммы деформирования, соответствующих пределу кратковременной прочности:

$$f_{cc} = f_{co} \left[1 + 2,1 \left(\frac{f_{1e}}{f_{co}} \right)^{0,7} \right]. \quad (5.78)$$

Относительные продольные деформации, соответствующие пиковой точке диаграммы деформирования предложено определять по данным работы *Cusson P.* и *Paultre D.* [171] по формуле:

$$\epsilon_{cc} = \epsilon_{co} + 0,21 \left(\frac{f_{1e}}{f_{co}} \right)^{1,7} \quad (5.79)$$

В формулах (5.78) и (5.79):

f_{co} , ϵ_{co} – соответственно напряжения в пиковой точке диаграммы для неармированного бетона и соответствующие им относительные деформации.

В соответствии с положениями, внесенными в СНБ 5.03.01 [94] при расчете сжатых элементов, усиленных косвенным армированием, рекомендовано применять трансформированные диаграммы, получаемые из исходных

базовых диаграмм (параболической («мадридская парабола») – при расчете конструкций, либо линейно-параболической – при расчете сечений; см. главу 4) при изменении значений базовых параметрических точек. При этом предельное сопротивление сжатого бетона (приведенная прочность) предложено рассчитывать в зависимости от вида косвенного армирования по расчетным формулам, позаимствованным из СНиП 2.03.01–84* [94]. Так, для элементов, армированных сетками, приведенную прочность бетона при сжатии определяют по формуле:

$$f_{cd,eff} = f_c^* = f_{cd}^* + \varphi_0 \cdot \rho_{xy} \cdot f_{yd,xy}, \quad (5.80)$$

где: $f_{yd,xy}$ – расчетное сопротивление арматуры сеток;
 ρ_{xy} – коэффициент косвенного армирования

$$\rho_{xy} = \frac{n_x \cdot A_{sx} \cdot l_x + n_y \cdot A_{sy} \cdot l_y}{A_{eff} \cdot S_n}, \quad (5.81)$$

здесь: n_x, A_{sx}, l_x – соответственно число стержней, площадь поперечного сечения и длина стержня сетки (считая в осях крайних стержней) в одном направлении;

n_y, A_{sy}, l_y – то же в другом направлении;

φ_0 – коэффициент эффективности косвенного армирования, определяемый по формуле:

$$\varphi_0 = \frac{1}{0,23 + \alpha_{red}}; \quad (5.82)$$

$$\alpha_{red} = \frac{\rho_{xy} \cdot f_{yd,xy}}{f_{cd} + 10(\text{МПа})}. \quad (5.83)$$

При этом для элементов, выполненных из мелкозернистого бетона величину φ_0 рекомендовано принимать не более 1.

При армировании спиральной или кольцевой арматурой приведенное сопротивление бетона при сжатии следует определять по формуле:

$$f_{cd,eff} = f_c^* = f_d + 2 \cdot \rho_{cir} \cdot f_{cd,cir} \left(1 - \frac{7,5 \cdot e_0}{l_{core}} \right), \quad (5.84)$$

где: $f_{yd,cir}$ – расчетное сопротивление спиральной или кольцевой арматуры;
 ρ_{cir} – коэффициент косвенного армирования, равный

$$\rho_{cir} = \frac{4 \cdot A_{s,cir}}{l_{core} \cdot S}, \quad (5.85)$$

здесь: $A_{s,cir}$ – площадь поперечного сечения спиральной арматуры;

l_{core} – диаметр ядра сечения внутри спирали;

S – шаг спирали;

e_0 – эксцентриситет продольной силы (без учета влияния прогиба).

Несложно заметить, что формулы (5.80) и (5.84) могут быть преобразованы к следующему виду:

$$f_{cd,eff} = f_c^* = f_{cd} \left(1 + \varphi_0 \frac{\rho_{xy} \cdot f_{yd,xy}}{f_{cd}} \right); \quad (5.86)$$

$$f_{cd,eff} = f_c^* = f_{cd} \left(1 + 2,0 \frac{\rho_{cir} \cdot f_{yd,cir}}{f_{cd}} \right); \quad (5.87)$$

при $e_0 = 0$.

Как видно из обобщения, представленного в табл. 5.2, практически все зависимости, предложенные различными авторами для определения приведенного сопротивления бетона, усиленного косвенным армированием, имеют общую структуру вида:

$$f_c^* = f_c' \left(1 + A \frac{f_i'}{f_c'} \right) \quad (5.88)$$

Множитель в скобках учитывает эффективность косвенного армирования и является функцией, описывающей влияние эквивалентного равномерного давления, создаваемого косвенным армированием (f_i), величину которого в большинстве случаев, включая и СНБ 5.03.01 [94], определяют, принимая напряжения в косвенной арматуре равными ее расчетному сопротивлению ($f_{yd,xy}$).

Анализ, выполненный в работе [253], показывает, что величина коэффициента A (в формулах СНБ 5.03.01 [94] обозначен через φ_0) в зависимости (5.88) для элементов, выполненных из бетонов нормальной и высокой прочности, изменяется от 2,0 до 5,0. Вместе с тем, *Setunge S.* [290] отмечает, что при низких коэффициентах косвенного армирования в сочетании с бетонами высоких классов коэффициент A изменяется незначительно и рекомендует принимать в расчетах постоянное значение $A = 3,0$, обеспечивающее получение некоторого нижнего предела приведенного сопротивления для высокопрочного бетона, усиленного косвенным армированием. Следует отметить, что подход, принятый в СНиП 2.03.01–84* [95], а вслед за ним и в СНБ 5.03.01 [94], выглядит более обоснованным. Так, величину коэффициента φ_0 в формуле (5.86), соответствующего коэффициенту A в зависимости (5.88), для расчета приведенного сопротивления в случае прямоугольных сечений предложено определять дифференцированно в зависимости от прочности исходного неармированного бетона и коэффициента косвенного армирования.

Анализ расчетной формулы (5.82) для определения φ_0 (см. рис. 5.10) показывает, что значений коэффициента A в формуле (5.88) изменяется в зависимости от прочности бетона и коэффициента косвенного армирования в широких пределах (от 0,97 при $\rho_{xy} = 0,01$ и $f_c' = 20$ Н/мм² до 3,97 при $\rho_{xy} = 0,07$ и $f_c' = 100$ Н/мм²). При этом сохраняются тенденции, установленные исследованиями [290]. При низких коэффициентах косвенного армирования в сочетании с бетонами высоких классов коэффициент A растёт незначительно, но имеет меньшее значение (около 2).

Сравнение опытных и расчетных значений приведенной прочности бетона, усиленного косвенным армированием (рис. 5.11), определенных для выборки в 470 образцов из работ [17, 60, 273, 278, 299], показывает при широком изменении условий опытов для сечений, армированных сетками, среднее отношение $f_c^*(exp)/f_c^*(calc) = 1,01$ при стандартном отклонении 0,047. Это следует считать достаточно хорошим результатом, в ряде случаев превосходящим результаты, полученные по другим моделям.

Таблица 5.2.

Расчетные зависимости, применяемые для определения приведенной прочности сжатого бетона, усиленного косвенным армированием

№ п/п	Автор, источник	Расчетная зависимость
1	2	3
1	CEB-FIP Mode Code 1990 [167]	$f_c^* = (1 + 2,5 \cdot \alpha \cdot \omega_w) f_c'$ при $\alpha \cdot \omega_w \leq 0,10$ $f_c^* = (1,125 + 1,25 \cdot \alpha \cdot \omega_w) f_c'$ при $\alpha \cdot \omega_w > 0,10$ $\alpha < 1,0$
2	E. Vintzileou, P. Marelli [336]	$f_c^* = (1 + 1,85 \cdot \alpha \cdot \omega_w) \cdot (1,15 - 0,0025 \cdot f_c') \cdot f_c'$
3	Saatcioglu и Razvi [299]	$f_c^* = f_c' + K_1 \cdot f_{l0} = \left(1 + K_1 \frac{f_{l0}}{f_c'}\right) \cdot f_c'$ $K_1 = 6,7(f_{l0})^{-0,17}$
4	Magaruma H., Nashiyama M., Watanabe F. [274]	$f_c^* = (1 + 49 \cdot C_c) \cdot f_c'$ $C_c = 0,313 \cdot \rho \frac{\sqrt{f_{yd}}}{f_c'} \left(1 - 0,5 \frac{S}{w}\right)$
5	Tomaszewicz, Jensen [329]	$f_c^* = \left(1 + 4,0 \cdot K_g \cdot \frac{f_r}{f_c'}\right) \cdot f_c' \text{ при } 45 < f_c' \leq 80 \text{ МПа}$ $f_c^* = \left(1 + 3,0 \cdot K_g \cdot \frac{f_r}{f_c'}\right) \cdot f_c' \text{ при } 80 < f_c' < 90 \text{ МПа}$ $f_c^* = \left(1 + 1,5 \cdot K_g \cdot \frac{f_r}{f_c'}\right) \cdot f_c' \text{ при } 45 < f_c' \leq 70 \text{ МПа}$ <p style="text-align: right;">– тяжелый бетон</p> <p style="text-align: right;">– легкий бетон</p>

1	2	3
6	Scott и др. [305]	$f_c^* = K \cdot f_c' = \left(1 + \frac{\rho_{sh} \cdot f_{yh}}{f_c'} \right) \cdot f_c'$
7	P. Mendis, R. Pendyala, S. Setunge [267]	$f_c^* = K \cdot f_c' = \left(1 + A \frac{f_l}{f_c'} \right) \cdot f_c'$ $A = 2,0 \div 5,0$ $f_l = k_e \cdot \rho_s \cdot f_y$
8	СНиП 2.03.01–84* [95], пр. СНБ 5.03.01 [94]	<p data-bbox="616 440 895 462">а) армирование сетками</p> $f_c^* = f_{cd,eff} = \left(1 + \frac{\varphi_0 \cdot \rho_{xy} \cdot f_{yd,xy}}{f_c'} \right) \cdot f_c',$ $\varphi_0 = \frac{1}{0,23 + \psi}, \quad \psi = \frac{\rho_{xy} \cdot f_{yd,xy}}{f_{cd} + 10};$ <p data-bbox="616 624 1345 647">б) армированные кольцевой и спиральной арматурой (при $e = 0$)</p> $f_c^* = f_{cd,eff} = \left(1 + 2 \frac{\rho_{cir} \cdot f_{yd,cir}}{f_c'} \right) \cdot f_c'$

Таблица 5.3.

Расчетные зависимости для определения относительных деформаций
в параметрических точках диаграммы деформирования бетона,
усиленного косвенным армированием

№ п/п	Автор, источник	Расчетная зависимость
1	2	3
1	CEB-FIP Mode Code 1990 [167]	$\dot{\varepsilon}_{co} = \left(\frac{f_c^*}{f_c'} \right) \varepsilon_{co}, \quad \varepsilon_{co} = 0,002,$ $\dot{\varepsilon}_{cu} = \varepsilon_{cu} + 0,1 \cdot \alpha \cdot \omega_w, \quad \varepsilon_{cu} = 0,0035$
2	E. Vintzileou, P. Marelli [336]	$\dot{\varepsilon}_{co} = (0,003 + 0,15 \cdot \alpha \cdot \omega_w)(1,15 - 0,0025 \cdot f_c')$ при $\alpha \cdot \omega_w \leq 0,15$ $\dot{\varepsilon}_{co} = (0,0005 + 0,039 \cdot \alpha \cdot \omega_w)(1,15 - 0,0025 \cdot f_c')$ при $\alpha \cdot \omega_w > 0,15$ $\dot{\varepsilon}_{cu} = (0,0025 + 0,1 \cdot \alpha \cdot \omega_w)(1,6 - 0,007 \cdot f_c')$
3	Saatcioglu и Razvi [299]	$\dot{\varepsilon}_{co} = \varepsilon_{co}(1 + 5 \cdot K_3 \cdot K)$ $\dot{\varepsilon}_{85} = 260 \cdot K_3 \cdot \rho_c \cdot \varepsilon_{co} [1 + 0,5 \cdot K_2 (K_4 - 1)] + \varepsilon_{085}$ $K_3 = \frac{40}{f_c'} \leq 1,0; \quad K_4 = \frac{f_{yd,xy}}{500} \geq 1,0; \quad K = K_1 \frac{f_{le}}{f_c'}$ $\varepsilon_{co} = 0,0028 + 0,0008 \cdot K_3$ $\varepsilon_{085} = \varepsilon_{co} + 0,0018 \cdot K_3^2$

1	2	3
4	Magaruma H., Nashiyama M., Watanabe F. [274]	$\dot{\varepsilon}_{co} = (1 + 341 \cdot C_c) \cdot \varepsilon_{co}$ $\dot{\varepsilon}_{cu} = (1 + 611 \cdot C_c) \cdot \varepsilon_{cu}$ $C_c = 0,313 \cdot \rho \frac{\sqrt{f_{yd,xy}}}{f'_c} \left(1 - 0,5 \frac{S}{W}\right)$
5	Tomaszewicz, Jensen [324]	$\dot{\varepsilon}_{co} = 0,0025 + K_g \cdot 0,050 \left(\frac{f_r}{f'_c}\right) - \text{тяжелый бетон};$ $\dot{\varepsilon}_{co} = 0,0030 + K_g \cdot 0,025 \left(\frac{f_r}{f'_c}\right) - \text{легкий бетон};$ $\dot{\varepsilon}_{085} = \varepsilon_{085} + K_g \cdot 0,050 \left(\frac{f_r}{f'_c}\right) - \text{тяжелый бетон};$ $\dot{\varepsilon}_{085} = \varepsilon_{085} + K_g \cdot 0,025 \left(\frac{f_r}{f'_c}\right) - \text{легкий бетон}$
6	Scott и др. [305]	$\dot{\varepsilon}_{co} = 0,002 \cdot K$ $K = 1 + \frac{\rho_{xy} \cdot f_{yd,xy}}{f'_c}$
7	P. Mendis, R. Pendyala, S. Setunge [267]	$\dot{\varepsilon}_{co} = \varepsilon_{co} (0,24 \cdot K^3 + 0,76)$ $K = 1 + 3 \frac{f_l}{f'_c}; \quad \varepsilon_{co} = \frac{4,26 \cdot f'_c}{\sqrt[4]{f'_c} \cdot E_c}$

Окончание таблицы 5.3.

1	2	3
8	<p><i>Мухамедиев Т.А., Карпенко Н.И. [37]</i></p>	$\dot{\varepsilon}_{co} = \varepsilon_{co} + 0,02 \cdot \alpha_{red}$ $\alpha_{red} = \frac{\rho_{xy} \cdot f_{yd,xy}}{f'_c + 10(\text{МПа})}$
9	<p>пр. СНБ 5.03.01 [94]</p>	$\dot{\varepsilon}_{co} = \varepsilon_{co} + 0,02 \cdot \alpha_{red}$ $\dot{\varepsilon}_{cu} = \varepsilon_{cu} + 0,06 \cdot \alpha_{red}$
10	<p><i>Матков Н.Г., Попов Н.Н. и др. [60]</i></p>	$\dot{\varepsilon}_{co} = (2,4 + 14 \cdot K_s \cdot \alpha_{red}) \cdot 10^{-3}$

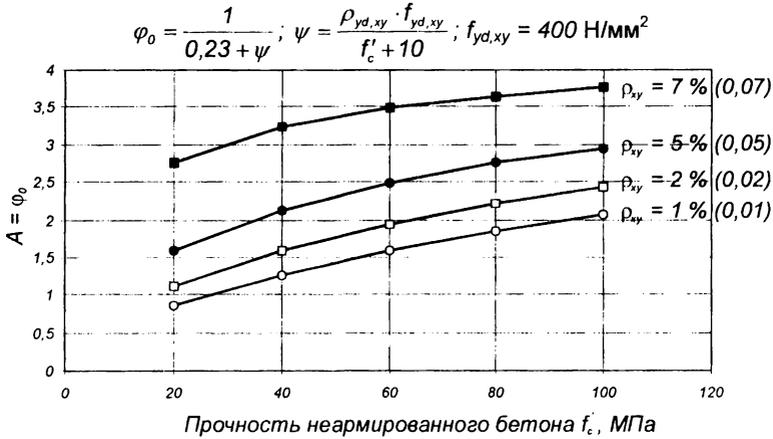


Рис. 5.10.

Изменение коэффициента φ_0 в формуле (5.82) по модели СНБ 5.03.01 в зависимости от прочности неармированного бетона (f'_c) и коэффициента косвенного армирования (ρ_{xy}) для сечений, армированных сетками

Вместе с тем, для определения прочности бетона, усиленного косвенным армированием, в случае применения кольцевой и спиральной арматуры в формуле (5.87) принято постоянное значение A или φ_0 , равное 2. В силу этого, как показывает анализ, расчетная формула (5.87) из СНБ 5.03.01 [94], несколько недооценивает приведенную прочность в случае использования бетонов высоких классов, для которых в соответствии с [299] рекомендовано использовать более высокое значение $A = 3,0$. Сравнение опытных и расчетных значений приведенной прочности, определенной по формуле (5.80) из СНБ 5.03.01 [94] (см. рис. 5.11, табл. 5.4–5.7), показывает, что среднее отношение $f'_c(\text{exp})/f'_c(\text{calc}) = 1,14$ при стандартном отклонении 0,0702.

Относительные деформации бетона, усиленного косвенным армированием, соответствующие максимальным напряжениям f'_c на диаграмме деформирования предложено определять по достаточно простой зависимости:

$$\varepsilon_{co}^* = \varepsilon_{co} + 0,02 \cdot \psi \quad (5.89)$$

где ε_{co} — относительная деформация, соответствующая напряжениям в пиковой точке диаграммы деформирования неармированного бетона.

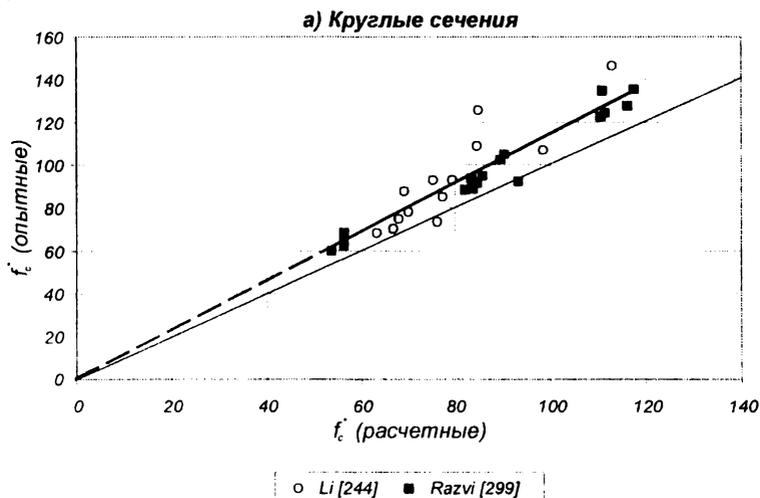
Следует отметить, что сравнение опытных и расчетных значений относительных деформаций показало, что среднее значение $\varepsilon_{co}^*(\text{exp})/\varepsilon_{co}^*(\text{calc})$ составляет 1,03 при стандартном отклонении 0,27. Как и в случае рассмотренных ранее моделей относительные деформации ε_{co}^* , вычисленные по ф. (5.89), характеризуются значительным разбросом.

Ближайший результат получен и при оценке относительных предельных деформаций ε_{cu}^* армированного бетона, определенных в соответствии с СНБ 5.03.01 [94] по формуле:

$$\varepsilon_{cu}^* = \varepsilon_{cu} + 0,06 \cdot \psi, \quad (5.90)$$

где ε_{cu} – предельная относительная деформация для неармированного бетона.

а)



б)

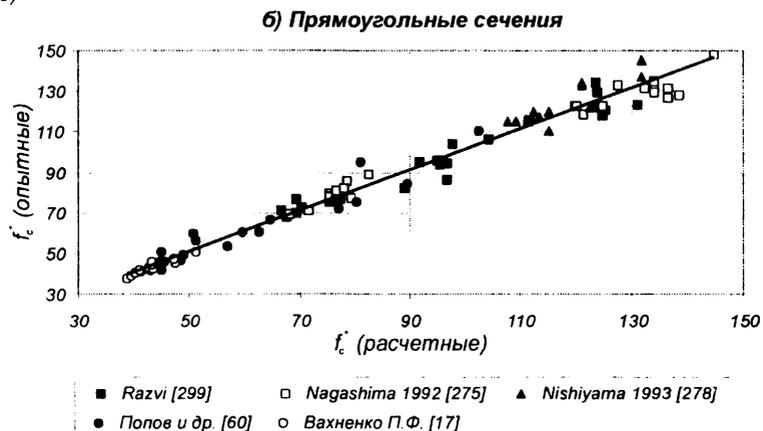


Рис. 5.11.

Сравнение опытных и расчетных значений напряжений при сжатии f_c^* бетона, усиленного косвенным армированием (СНБ 5.03.01–98 [94])
 а) круглые сечения (кольцевое и спиральное армирование);
 б) прямоугольные сечения (замкнутые хомуты и сетки).

Таблица 5.4,

Опытные и расчетные значения прочности бетона, усиленного косвенным армированием
(квадратные колонны, опыты Nagashima [275])

Шифр образца	b_c , мм	d_b , мм	s_l , мм	s_s , мм	f_{yt} , МПа	f_s , МПа	f_l , МПа	k_1	k_2	f'_{co} , МПа	f'_{cc} , МПа		Расчетное по СНБ [94]
											Опытные	Расчетные по [275]	
1	214	6	64	31	813	813	14,67	4,49	0,72	92,4	145,0	139,8	131,70
2	214	6	64	31	813	813	14,67	4,49	0,72	92,4	137,0	139,8	131,70
3	214	6	64	31	813	813	14,67	4,49	0,72	92,4	145,0	139,8	131,70
4	214	6	64	45	813	813	10,11	4,93	0,60	92,4	122,0	122,2	122,73
5	214	6	64	60	813	799	7,58	5,31	0,52	92,4	120,0	113,2	115,14
6	214	6	64	60	813	799	7,58	5,31	0,52	92,4	110,0	113,2	115,14
7	214	6	64	60	813	799	7,58	5,31	0,52	92,4	120,0	113,2	115,14
8	216	4	64	31	840	818	6,68	5,12	0,73	92,4	120,0	117,3	112,40
9	214	6	64	31	462	462	8,34	4,94	0,72	96,2	134,0	125,9	121,20
10	214	6	64	31	462	462	8,34	4,94	0,72	96,2	133,0	125,9	121,20
11	214	6	64	45	462	462	5,75	5,43	0,60	96,2	117,0	114,9	113,40
12	214	6	64	60	462	462	4,31	5,84	0,52	96,2	115,0	109,2	109,30
13	214	6	64	60	462	462	4,31	5,84	0,52	96,2	115,0	109,2	109,30
14	216	4	64	31	481	481	3,83	5,63	0,73	96,2	115,0	111,9	107,70

Таблица 5.5.

Опытные и расчетные значения прочности бетона, усиленного косвенным армированием
(квадратные колонны, опыты Nishiyama [275])

Шифр образца	b_c , мм	d_b , мм	s_n , мм	s , мм	f_{yt} , МПа	f_s , МПа	f_{li} , МПа	k_1	k_2	f_{co} , МПа	f_{co} , МПа		Расчетное по СНБ [94]
											Опытные	Расчетные по [275]	
НН08LA	199,9	5,1	61,6	55	1,387	767	7,13	5,6	0,52	98,8	122,8	114,6	120,19
НН10LA	199,9	5,1	61,6	45	1,387	795	8,71	5,3	0,57	98,8	122,5	119,7	124,93
НН13LA	199,9	5,1	61,6	35	1,387	835	11,20	4,9	0,65	98,8	131,5	128,6	132,40
НН15LA	198,6	6,4	60,7	45	1,368	840	13,33	4,9	0,57	98,8	127,0	130,0	136,60
НН20LA	198,6	6,4	60,7	35	1,368	884	17,14	4,5	0,65	100,4	148,2	144,9	144,89
НЛ06LA	200	5,0	61,7	45	0,807	794	7,03	5,3	0,57	100,4	118,2	121,3	121,49
НЛ08LA	200	5,0	61,7	35	0,807	807	9,04	5,0	0,65	100,4	133,2	129,4	127,52
ЛЛ05LA	200	5,0	61,7	55	0,807	807	5,58	5,6	0,51	51,3	68,9	67,4	68,04
ЛЛ08LA	200	5,0	61,7	35	0,807	807	9,04	5,0	0,65	51,3	79,4	80,3	75,25
ЛН08LA	199,9	5,1	61,6	55	1,387	829	6,92	5,6	0,52	51,3	70,9	67,8	71,48
ЛН13LA	199,9	5,1	61,6	35	1,387	917	11,20	4,9	0,65	51,3	85,7	83,5	78,44
НН13МА	199,9	5,1	61,6	35	1,387	833	11,20	4,9	0,65	100,4	131,8	130,2	134,00
НН13НА	199,9	5,1	61,6	35	1,387	833	11,20	4,9	0,65	100,4	129,2	130,2	134,00
ЛЛ08МА	200	5,0	61,7	35	0,807	807	9,04	5,0	0,65	51,3	79,6	80,3	75,24
ЛЛ08НА	200	5,0	61,7	35	0,807	807	9,04	5,0	0,65	51,3	78,0	80,3	75,24
ЛН15LA	198,6	6,4	60,7	45	1,368	920	13,33	4,8	0,57	52,4	88,7	86,1	82,45
НН13LB	199,9	5,1	61,6	27	1,387	860	12,39	4,7	0,74	100,4	131,7	137,4	136,60
НН13LD	199,9	5,1	92,4	25	1,387	849	13,38	4,8	0,62	100,4	128,2	134,4	138,50
ЛЛ08LB	200	5,0	61,7	27	0,807	807	9,99	4,8	0,74	52,4	82,4	87,5	78,00
ЛЛ08LD	200	5,0	92,5	25	0,807	807	10,79	4,8	0,62	52,4	77,3	85,0	79,18
НН13МСА	199,9	5,1	61,6	35	1,387	833	11,20	4,9	0,65	100,4	129,7	130,2	134,00
НН13МСА	199,9	5,1	61,6	35	1,387	833	11,20	4,9	0,65	100,4	134,8	130,2	134,00
ЛЛ08МСА	200	5,0	61,7	35	0,807	807	9,04	5,0	0,65	52,4	79,0	81,4	76,51
ЛЛ08МСА	200	5,0	61,7	35	0,807	807	9,04	5,0	0,65	52,4	80,5	81,4	76,51

Таблица 5.6.

Опытные и расчетные значения прочности бетона, усиленного косвенным армированием
(квадратные колонны, опыты Razvi и Saatcioglu [299])

Шифр образца	b_c , мм	d_b , мм	s_b , мм	s , мм	f_{yt} , МПа	f_s , МПа	f_l , МПа	k_1	k_2	f_{co} , МПа	f_{cc} , МПа		Расчетное по СНБ [94]
											Опытные	Расчетные по [275]	
CS-1	218,7	11,3	191,4	191,4	400	400	6,67	5,9	0,32	105,4	120,8	118,0	125,40
CS-2	223,5	6,5	100,5	100,5	570	570	6,15	5,6	0,45	105,4	121,6	121,0	123,85
CS-3	223,5	6,5	67,0	67,0	570	570	6,15	5,4	0,55	105,4	129,1	123,9	123,85
CS-4	222,5	7,5	99,5	99,5	1000	787	8,53	5,3	0,45	105,4	123,4	125,9	130,99
CS-5	222,5	7,5	66,3	66,3	1000	729	4,83	6,1	0,37	105,4	122,5	116,3	119,89
CS-6	223,5	6,5	100,5	100,5	400	400	2,10	7,0	0,36	105,4	115,7	110,7	111,70
CS-7	223,5	6,5	67,0	67,0	400	400	1,98	7,1	0,37	105,4	115,0	110,6	111,34
CS-8	218,7	11,3	95,7	95,7	400	400	6,47	5,8	0,36	105,4	117,8	119,0	124,81
CS-9	218,7	11,3	63,8	63,8	400	400	6,11	5,8	0,37	105,4	134,2	118,7	123,73
CS-11	218,7	11,3	191,4	191,4	400	400	9,17	5,4	0,37	68,9	93,9	87,5	95,39
CS-12	218,7	11,3	191,4	191,4	400	400	6,67	5,9	0,32	68,9	82,1	81,4	88,91
CS-13	223,5	6,5	100,5	100,5	570	570	6,15	5,6	0,45	78,2	85,9	93,8	96,65
CS-14	223,5	6,5	67,0	67,0	570	570	6,15	5,4	0,55	78,2	94,3	96,7	96,65
CS-15	222,5	7,5	99,5	99,5	1000	831	9,00	5,3	0,45	68,9	95,5	90,3	95,06
CS-16	222,5	7,5	66,3	66,3	1000	814	7,60	5,4	0,44	68,9	95,2	87,3	91,70
CS-17	223,5	6,5	100,5	100,5	400	400	2,10	7,0	0,36	68,9	75,2	74,2	75,20
CS-18	223,5	6,5	67,0	67,0	400	400	2,79	6,5	0,44	68,9	76,4	76,9	77,27
CS-19	218,7	11,3	95,7	95,7	400	400	6,47	5,8	0,36	78,2	104,2	91,8	97,61
CS-20	218,7	11,3	63,8	63,8	400	400	8,63	5,3	0,45	78,2	106,3	98,7	104,10
CS-22	222,5	7,5	99,5	99,5	1000	795	5,57	5,9	0,36	51,0	68,0	63,0	67,71
CS-23	222,5	7,5	66,3	66,3	1000	792	5,24	6,0	0,37	51,0	71,3	62,7	66,72
CS-24	218,7	11,3	95,7	95,7	400	400	6,47	5,8	0,36	51,0	72,6	64,6	70,25
CS-25	218,7	11,3	63,8	63,8	400	400	6,11	5,8	0,37	51,0	69,7	64,3	69,33
CS-26	223,5	6,5	67,0	67,0	570	570	5,15	5,4	0,55	51,0	76,7	69,5	69,45

Таблица 5.7.

Опытные и расчетные значения прочности бетона, усиленного косвенным армированием, опыты Razvi и Saatcioglu [291] и Li [299]

Шифр образца	Тип сечения	b_c , мм	d_b , мм	s , мм	f_{yt} , МПа	f_{st} , МПа	f_{li} , МПа	k_1	k_2	f'_{co} , МПа	f'_{cc} , МПа		Расчетное по СНБ [94]	
											Опытные	Расчетные по [275]		
CC-1	Круглое (спиральное армирование)	223,7	6,3	135	660	660	1,36	6,4	1,0	51,0	59,9	59,7	53,72	
CC-2		218,7	11,3	135	400	400	2,72	5,7		51,0	62,3	66,4	56,44	
CC-3		223,7	6,3	70	660	660	2,63	5,7		51,0	68,4	65,9	56,26	
CC-4		223,7	6,3	70	660	660	2,63	5,7		51,0	67,4	65,9	56,26	
CC-8		223,7	6,3	70	660	660	2,63	5,7		105,4	122,9	120,3	110,70	
CC-9		218,7	11,3	135	400	400	2,72	5,7		105,4	134,7	120,8	110,84	
CC-10		218,7	11,3	60	400	400	6,11	4,9		105,4	135,3	135,5	117,62	
CC-11		223,7	6,3	60	660	660	3,07	5,5		105,4	124,8	122,4	111,54	
CC-12		222,5	7,5	60	1000	818	5,41	5,0		105,4	127,7	132,6	116,22	
CC-14		222,5	7,5	60	1000	851	5,63	5,0		78,2	102,5	106,3	89,46	
CC-15		218,7	11,3	60	400	400	6,11	4,9		78,2	105,2	108,3	90,42	
CC-16		222,5	7,5	100	1000	796	3,16	5,5		78,2	95,1	95,6	84,52	
CC-19		218,7	11,3	100	400	400	3,67	5,4		78,2	94,6	97,9	85,54	
CC-20		223,7	6,3	100	660	660	1,84	6,0		78,2	88,4	89,3	91,90	
CC-21		223,7	6,3	75	660	600	2,63	5,7		78,2	93,4	93,1	83,46	
CC-22		218,7	11,3	135	400	400	2,72	5,7		78,2	89,3	93,6	83,64	
3A			204,0	6,0	20	0,445	0,445	6,17		4,9	63,0	93,0	93,3	75,34
6A			204,0	6,0	35	0,445	0,445	3,52		5,4	63,0	78,0	82,1	70,04
9A			204,0	6,0	50	0,445	0,445	2,47		5,7	63,0	74,7	77,2	67,94
12A			204,0	6,0	65	0,445	0,445	1,90		6,0	63,0	10,6	74,4	66,80
3B			204,0	6,0	20	0,445	0,445	6,17		4,9	72,3	108,8	102,6	88,64
6B			204,0	6,0	35	0,445	0,445	3,52		5,4	72,3	92,7	91,4	79,34
9B		204,0	6,0	50	0,445	0,445	2,47	5,7	72,3	85,0	86,5	77,24		
12B		204,0	6,0	65	0,445	0,445	1,90	6,0	72,3	73,8	83,7	76,10		
2HB		203,6	6,4	20	1,318	1,039	16,42	4,2	52,0	126,0	120,4	84,84		
4HB1		203,6	6,4	35	1,318	0,948	8,56	4,6	52,0	87,5	91,8	69,12		
6HB		203,6	6,4	50	1,318	0,897	5,67	4,9	52,0	68,5	80,3	63,34		
2HC1		203,6	6,4	20	1,318	0,962	15,21	4,2	82,5	146,5	146,6	112,92		
4HC		203,6	6,4	35	1,318	0,884	7,98	4,6	82,5	106,8	120,1	98,46		
6HC		203,6	6,4	50	1,318	0,841	5,31	4,9	82,5	92,3	109,3	93,12		

Среднее отношение $\dot{\varepsilon}_{cu}(exp)/\dot{\varepsilon}_{cu}(calc)$ по расчерной модели СНБ [94] по выборке в 213 образцов составило 1,07 при стандартном отклонении 0,34.

Статистическая оценка параметров расчетной модели СНБ 5.03.01 [94] для бетона, усиленного косвенным армированием, представлена в табл. 5.8.

В завершении следует остановиться еще на одном важном вопросе, связанном с применением высокопрочных сталей в качестве косвенного армирования и пригодности рассмотренных расчетных моделей для данного конструктивного решения элементов.

В ряде случаев при значительном насыщении конструкции косвенным армированием (сетками, замкнутыми хомутами и т.д.) возникают трудности технологического характера, связанные с качественной укладкой бетона в конструкцию. В этом случае для уменьшения коэффициента объемного армирования прибегают к использованию высокопрочных сталей. Формально, как следует из приведенных выше зависимостей, требуемое значение параметра эффективности ($\alpha \cdot \omega_w$) косвенного армирования может быть достигнуто при увеличении сопротивления косвенной арматуры. Это позволяет увеличить шаг между стержнями в сетках либо спиралей по длине элемента. Вместе с тем, такие действия могут быть справедливыми, очевидно, только в том случае, когда напряжения в косвенном армировании достигают физического или условного предела текучести. В противном случае значение параметра эффективности косвенного армирования $\alpha \cdot \omega_w$ при расчетах должно быть скорректировано в сторону уменьшения.

В этом случае возникает вопрос о том, всегда ли косвенное армирование, выполненное из сталей высокой прочности, используется полностью, т.е. реализуются предпосылки, использованные в расчетных моделях при определении величины реактивного отпора, возникающего от деформирования косвенного армирования.

Исследования, выполненные *Sheikh* и др. [307], показали, что в случае, когда для косвенного армирования была использована сталь прочностью от 872 до 1020 Н/мм² в сочетании с бетоном прочностью ≈ 50 Н/мм², в замкнутых хомутах не были достигнуты предельные напряжения. При этом при увеличении расстояния между замкнутыми хомутами их деформации ощутило уменьшились.

Подобные результаты были получены *Cusson D.D.* и *Paultre P.* [171] при испытаниях образцов, имевших прочность неармированного бетона f'_c от 50 до 100 Н/мм², армированных замкнутыми хомутами из сталей, имевших сопротивление от 392 до 770 Н/мм². Предельные напряжения в косвенном армировании были достигнуты в пиковой точке диаграммы деформирования только в образцах, имевших высокие коэффициенты армирования, в то время как в образцах с низким коэффициентом косвенного армирования напряжения в замкнутых хомутах были значительно ниже предельных значений.

Nagashima и др. [275, 278] по результатам испытанных образцов, армированных сталью с сопротивлением 822÷1414 Н/мм² установили, что предельные напряжения в замкнутых хомутах достигались только после перехода через пиковую точку диаграммы деформирования, т.е. на ее нисходящей ветви. Однако для образцов с высоким коэффициентом косвенного армирования текучесть в арматуре регистрировали и на восходящей ветви диаграммы. Следует подчеркнуть, что названный эффект был получен только при испытаниях образцов, выполненных из высокопрочного бетона.

Таблица 5.8.

Статистические оценки расчетной модели СНБ 5.03.01 [94]

Опытные данные, источник	Тип сечения	Приведенная прочность f_c^*		Относительные деформации			
		λ_f / σ_f **)	$V_x, \%$	$\lambda_{\varepsilon_0} / \sigma_{\varepsilon_0}$	$V_x, \%$	$\lambda_{\varepsilon_u} / \sigma_{\varepsilon_u}$	$V_x, \%$
<i>Вахненко П.Ф.</i> [17]	П	$\frac{1,0}{0,028}$	2,8	$\frac{1,07}{0,32}$	32,0	$\frac{1,14}{0,43}$	27,7
<i>Попов Н.Н. и др.</i> [60]	П	$\frac{1,014}{0,077}$	7,6	$\frac{1,12}{0,24}$	21,4	$\frac{1,03}{0,31}$	30,1
<i>Мухамедиев Т.А.</i> [37]	П	$\frac{1,03}{0,021}$	2,1	–	–	–	–
<i>Li и др.</i> [244]	К	$\frac{1,172}{0,136}$	11,5	$\frac{1,18}{0,27}$	22,89	$\frac{1,2}{0,31}$	25,83
<i>Razvi и Saatcioglu</i> [291]	К	$\frac{1,122}{0,056}$	4,99	$\frac{1,36}{0,32}$	23,53	$\frac{1,17}{0,30}$	25,64
<i>Razvi и Saatcioglu</i> [299]	П	$\frac{1,00}{0,0516}$	5,16	$\frac{0,98}{0,41}$	41,83	$\frac{1,03}{0,37}$	35,92
<i>Nagashima и др.</i> [275]	П	$\frac{1,053}{0,0426}$	4,04	$\frac{0,99}{0,21}$	21,21	$\frac{0,98}{0,21}$	21,42
<i>Nagashima</i> [278]	П	$\frac{1,00}{0,0448}$	4,48	$\frac{1,12}{0,31}$	27,7	$\frac{1,07}{0,407}$	38,03

Примечания: *) П – квадратные и прямоугольные сечения; К – круглые сечения;
**) над чертой – средние значения, под чертой – стандартные отклонения.

В исследованиях, выполненных Sugano и др. текучесть косвенной арматуры ($f_{sy} = 321 \div 1388 \text{ Н/мм}^2$) в образцах из бетона прочностью f'_c от 35 до 86 Н/мм^2 наблюдалась после отслоения защитного слоя.

Наконец в исследованиях Razvi и Saatcioglu [292] использовали косвенное армирование с сопротивлением от 400 до 1000 Н/мм^2 в сочетании с высокопрочным бетоном $f'_c = 124 \text{ Н/мм}^2$.

На основании исследований [292] был сделан вывод о том, что применение высокопрочной косвенной арматуры может быть целесообразным лишь в случае выполнения конструкции из высокопрочного бетона или при относительно малом шаге косвенного армирования по длине элемента.

Подводя итог можно сказать, что исследования [275, 278, 292] свидетельствуют о достижении косвенной высокопрочной арматурой предельных напряжений (за исключением образцов, имевших низкий коэффициент косвенного армирования) в стадии нагружения близкой к пиковой точке диаграммы деформирования бетона, усиленного косвенным армированием. В целом можно утверждать, что практически все представленные эмпирические модели применимы в пределах установленных отклонений к расчету прочности бетона, усиленного косвенным армированием, в том числе и из высокопрочной стали.

5.2. Трансформированные диаграммы деформирования бетона для элемента с диагональными трещинами (плоское напряженное состояние «сжатие–растяжение»)

В общих методах расчета железобетонных конструкций на срез одновременно с уравнениями равновесия и совместности деформаций применяют зависимости, связывающие напряжения и относительные деформации материалов (диаграмм деформирования) для элемента с диагональными трещинами. При этом необходимо иметь в виду, что в зоне среза стенка железобетонного элемента под действием главных напряжений и деформаций находится в условиях плоского напряженно-деформированного состояния («растяжение – сжатие»).

После образования в железобетонном элементе диагональных трещин, главные относительные деформации растяжения (действующие «поперек» трещин) способствуют снижению прочности при сжатии бетона, заключенного между трещинами. Этот феномен, наблюдавшийся в бетоне диагональной сжатой полосы, при испытании железобетонных балок был подтвержден целым рядом исследователей [136, 164, 165, 204–210] и был назван в мировой практике эффектом разупрочнения бетона (*англ., softening effect*).

К сожалению испытания, выполняемые на балочных образцах, не позволяют получить надежные зависимости, связывающие главные сжимающие напряжения, действующие в диагональной полосе как функцию от главных относительных деформаций сжатия и растяжения и определить значения коэффициентов разупрочнения (*англ., softening coefficient*), используемых при трансформации базовых диаграмм деформирования бетона, получаемых при осевом кратковременном сжатии. Это в первую очередь связано с тем, что стенка балки под действием изгибающих моментов, продольных и поперечных сил находится в условиях сложного напряженно-

деформированного состояния как по высоте сечения, так и по длине элемента.

Для изучения сопротивления бетона в условиях плоского напряженного состояния «растяжение-сжатие» *F. Robinson* и *M. Demorieux* выполняли испытания плоских железобетонных панелей. Однако, технические сложности, возникшие при испытаниях, не позволили установить зависимости, которые могли бы быть использованы для описания коэффициента разупрочнения бетона при растяжении-сжатии и, соответственно, трансформированных диаграмм деформирования железобетонного элемента с диагональными трещинами.

Эти технические сложности были преодолены *F. Vecchio* и *M.P. Collins* после изготовления испытательной установки в Университете г. Торонто [331–335]. Силовая установка, конструкция которой показана на рис. 5.12, позволяет производить испытания железобетонных панелей в условиях плоского напряженного состояния при воздействии на испытуемый панельный элемент различных комбинаций усилий (напряжений), соответствующих изучаемому виду напряженного состояния: осевое сжатие; осевое растяжение; двухосное сжатие и двухосное растяжение; чистый сдвиг; сдвиг в комбинации с нормальными напряжениями, приложенными по граням элемента.

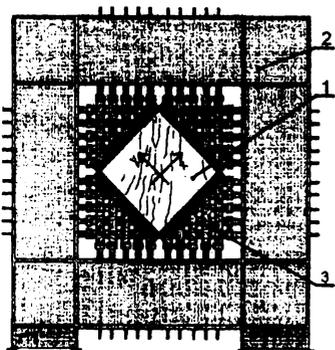


Рис. 5.12.

Общий вид испытательной установки для исследования железобетонных элементов в условиях плоского напряженного состояния (*F. Vecchio, M.P. Collins* и др. [334])

1 – жесткая рама; 2 – опытный образец; 3 – домкраты двойного действия

Необходимо отметить, что подобные испытательные установки и методики испытаний в скором времени были использованы северо-американскими [207, 334], японскими [278, 318] и др. специалистами, занимающимися исследованиями бетонных и железобетонных элементов в условиях плоского напряженно-деформированного состояния.

Подробно методы и результаты испытаний плоских железобетонных элементов рассмотрены в монографии [108].

На основании выполненных испытаний эффект снижения прочности при сжатии в элементе с трещинами предложено учитывать путем введения комплексного коэффициента разупрочнения β , определяемого по формуле:

$$\beta = \frac{1}{1 + K_c \cdot K_f}, \quad (5.91)$$

где: K_c – коэффициент, учитывающий влияние средних относительных деформаций растяжения ε_t для элементов с трещинами;

K_f – коэффициент, зависящий от прочности бетона при сжатии f'_c .

Для описания трансформированной диаграммы « $\sigma_2 - \varepsilon_2$ » для бетона в условиях осевого кратковременного сжатия, *F. Vecchio, M. Collins* и др. [339] использовали базовую зависимость « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » для бетона в условиях осевого кратковременного сжатия, полученную *E. Thørenfeldt, A. Tomaszewicz, J. Jensen* [321] и усовершенствованную *F. Collins, A. Porasz* [165]. При этом предложено рассматривать две основные модели (А и В), показанные на рис. 5.13.

Модель А учитывает снижение как предельных напряжений в пиковой точке диаграммы, так и соответствующих им относительных деформаций. Для этой модели по результатам обработки опытных данных получено:

$$K_c = 0,35 \left(\frac{-\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - 0,28 \right)^{0,8} \geq 1,0 \text{ для } \varepsilon_1 < \varepsilon_{1L} \quad (5.92)$$

и

$$K_t = 0,1825 \sqrt{f'_c} \geq 1,0, \quad (5.93)$$

где: ε_{1L} – предельное значение средних главных относительных деформаций растяжения в бетоне, при которых начинается текучесть арматуры в элементе с диагональными трещинами;

ε_1 – среднее значение главных относительных деформаций растяжения;

ε_2 – среднее значение главных относительных деформаций сжатия.

Трансформированная диаграмма деформирования « $\sigma_2 - \varepsilon_2$ » при сжатии (рис. 5.13а) состоит из трех характерных участков:

1) $-\varepsilon_2 < \beta \cdot \varepsilon_0$ – восходящая ветвь

$$f_{c2} = f_{c2,base} = -f_p \frac{n \left(\frac{-\varepsilon_2}{\varepsilon_p} \right)}{n - 1 + \left(\frac{-\varepsilon_2}{\varepsilon_p} \right)^{n \cdot k}}, \quad (5.94)$$

где: $n = 0,8 + \frac{f_p}{17}$;

$k = 1,0$ при $-\varepsilon_p < \varepsilon_2 < 0$;

$k = 0,67 + \frac{f_p}{62}$ при $\varepsilon_2 < -\varepsilon_p$;

$f_p = \beta \cdot f'_c$;

$\varepsilon_p = \beta \cdot \varepsilon_0$;

2) $\beta \cdot \varepsilon_0 < -\varepsilon_2 \leq \varepsilon_0$ – пиковая точка

$$f_{c2} = f_p = \beta \cdot f'_c; \quad (5.95)$$

3) $-\varepsilon_2 > \varepsilon_0$ – нисходящая ветвь

$$f_{c2} = \beta \cdot f_{c2,base}, \quad (5.96)$$

где $f_{c2,base}$ рассчитывают по ф. (5.94) при $f_p = f'_c$ и $\varepsilon_p = \varepsilon_0$.

Следует отметить, что $K_t \geq 1,0$ для $f'_c \geq 30$ МПа

и $K_c \geq 1,0$ для $\frac{-\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \geq 4,0$.

Модель В (рис. 5.13б) предполагает снижение только пиковых напряжений в пиковой точке базовой диаграммы. Коэффициенты, учитывающие влияние средних главных деформаций растяжения K_c и прочности бетона K_f для этого случая предложено определять по формулам:

$$K_c = 0,27 \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - 0,37 \right), \quad (5.97)$$

$$K_f = 2,55 - 0,2629 \cdot \sqrt{f'_c} \leq 1,11. \quad (5.98)$$

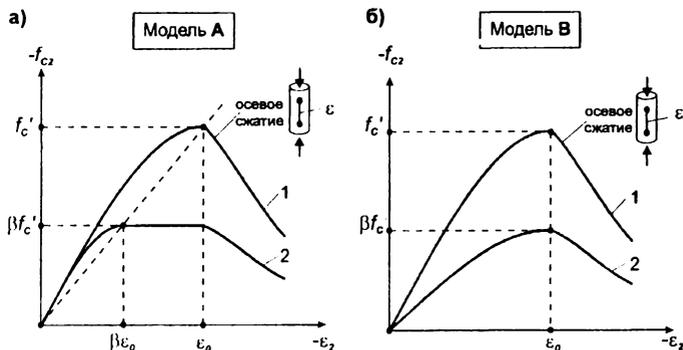


Рис. 5.13.

Трансформированная диаграмма деформирования бетона « $\sigma_2 - \varepsilon_2$ » по данным [334]

1 – базовая диаграмма деформирования в условиях осевого сжатия;
2 – трансформированная диаграмма деформирования для бетона с поперечными трещинами («растяжение–сжатие»)

Сопоставление опытных ($f_{c2,base}$) и теоретических ($f_{c2,theor}$) значений напряжений в пиковой точке трансформированных диаграмм деформирования « $\sigma_2 - \varepsilon_2$ » для моделей А и В показано на рис. 5.14 и представлено в табл. 5.9.

Как видно из выполненного сравнения, коэффициент K_f в среднем не столь существенно влияет на значение предельной прочности на сжатие бетона полосы, заключенной между диагональными трещинами, но повышает точность расчетных моделей.

Опытами *T.T.C. Hsu* и др. [204–210] установлено, что величина коэффициента разупрочнения бетона зависит от многих факторов среди которых наиболее значимым следует считать величину главных деформаций растяжения. В начальной стадии нагружения, когда деформации растяжения невелики, образуется несколько трещин с большим расстоянием между ними (рис. 5.15).

Большие деформации растяжения при высоких уровнях нагружения приводят к увеличению количества трещин и снижению расстояний между ними (рис. 2.15б). Традиционно принято, что бетон разделяется прямыми трещинами на полосы, находящиеся в условиях осевого сжатия при равном мерном распределении напряжений. Опытами [208] установлено, что пред-

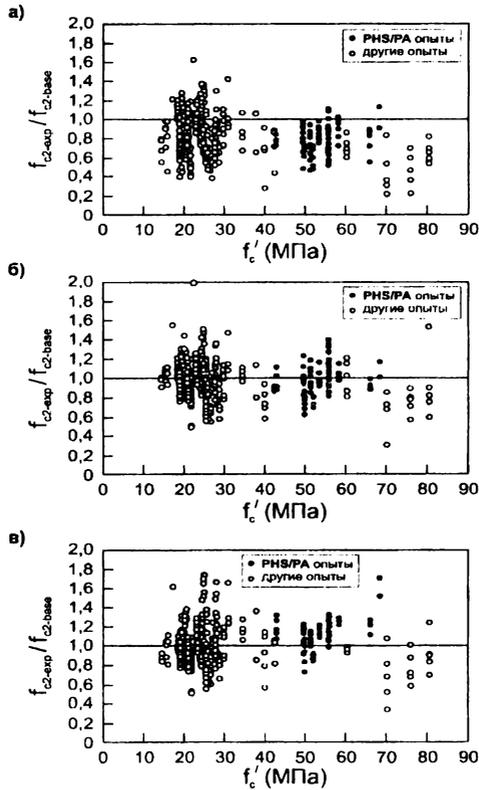


Рис. 5.14.

Сравнение опытных и расчетных значений предельной прочности при сжатии бетона диагональной полосы согласно [334]

а – при расчете с использованием базовой диаграммы Thørenfeldt и др. [321]; б – то же модели А, F. Vecchio, M.P. Collins; в – то же модели В, F. Vecchio, M.P. Collins

Таблица 5.9.

Сравнение опытных и расчетных значений главных сжимающих напряжений [334]

Модель	$f_{c2-эксперимент} / f_{c2-теоретическая}$					
	Для всех панелей			Для PHS и PA серий		
	Среднее значение	Стандартное отклонение	Коэффициент вариации, %	Среднее значение	Стандартное отклонение	Коэффициент вариации, %
Модель А, без K_f	0,97	0,19	19,57	0,90	0,11	12,58
Модель А, с K_f	1,00	0,19	18,85	0,98	0,15	15,69
Модель В, без K_f	1,02	0,22	21,11	1,14	0,15	12,78
Модель В, с K_f	1,00	0,22	22,25	1,01	0,12	11,76

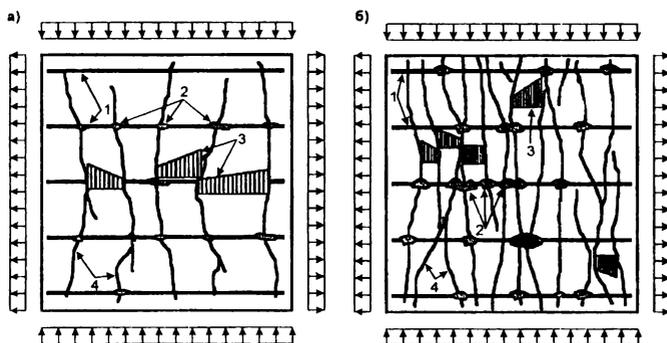


Рис. 5.15.

Иллюстрация к неравномерному распределению сжимающих напряжений в полосах между трещинами при различных уровнях деформаций растяжения в опытах [208]

а – низкий уровень деформаций растяжения; б – высокий уровень деформаций растяжения;

1 - арматурный стержень; 2 - локальное нарушение сцепления; 3 - распределение сжимающих напряжений; 4 - трещина.

ставленное утверждение не соответствует реальности. Картины трещинообразования, полученные в опытах с панелями (рис. 5.15) показывают, что даже в условиях идеально равномерного распределения напряжений, трещины, образующиеся в реальной конструкции, никогда не являются прямыми. Их изменяющаяся ветвящаяся траектория, обусловленная неоднородной структурой бетона, приводит к появлению эксцентриситетов результирующей усилия обжатия в каждой бетонной полосе. Внецентренное приложение равнодействующих усилий вызывает неравномерное распределение напряжений по ширине бетонных полос между трещинами (рис. 5.15 а, б). Логично предположить, что бетон в районе трещин оказывается более нагруженным, чем в середине бетонной полосы. Это различие приводит к раннему разрушению бетона в ослабленной зоне с перераспределением напряжений в более прочные области. Кроме того, следует заметить, что в районе трещины снижается сцепление арматуры с бетоном, в результате чего наблюдается ее проскальзывание. Все эти эффекты приводят к снижению общей прочности плоско-напряженного элемента. На рис. 5.15а показаны результаты наблюдений, выполненных на начальных уровнях нагружения, когда деформации растяжения невелики, а на рис. 5.15б представлен тот же образец при значительных деформациях растяжения.

Как следует из данных, приведенных на рис. 5.16а, коэффициент разупрочнения бетона линейно зависит от коэффициента продольного армирования. Однако, этот эффект незначителен по сравнению с эффектом от действия главных деформаций растяжения ε_r . Аналогичный вывод можно сделать по результатам опытов, связанных с оценкой влияния расстояний между стержнями арматуры (рис. 5.16б). В связи с этим, было принято решение о том, что влияние коэффициента армирования и расстояния между арматурными стержнями не следует учитывать при построении зависимости

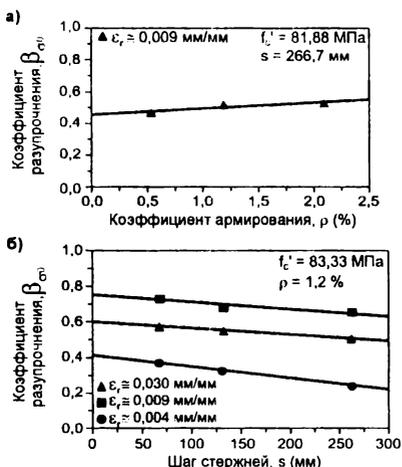


Рис. 5.16. Влияние на коэффициент разупрочнения β_{∞} коэффициента продольного армирования (а) и расстояния между продольными стержнями (б) согласно [208].

коэффициента разупрочнения β_{∞} , используемого для расчета предельных напряжений. Для его оценки предложена зависимость вида:

$$\beta_{\infty} = \frac{0,9}{\sqrt{1 + k_{\sigma} \cdot \varepsilon_r}}, \quad (5.99)$$

где ε_r – главные относительные деформации растяжения;
 k_{σ} – коэффициент, принимаемый равным 250 при раздельном нагружении и 400 при пропорциональном совместном нагружении по ортогональным осям.

Коэффициент разупрочнения для деформации β_{∞} предложено определять из зависимости (рис. 5.17), аналитическое описание которой имеет вид:

$$\beta_{\infty} = \frac{1}{\sqrt{1 + k_{\varepsilon} \cdot \varepsilon_r}}, \quad (5.100)$$

k_{ε} – коэффициент, принимаемый равным 0 при раздельном нагружении и $k_{\varepsilon}=500$ при пропорциональном нагружении.

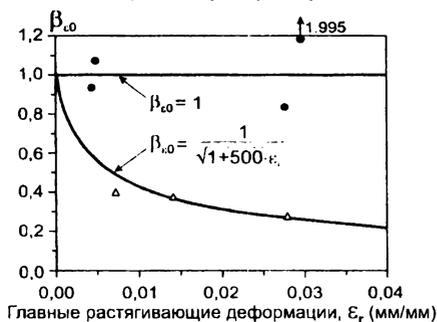


Рис. 5.17. Зависимость коэффициента β_{∞} от величины главных деформаций растяжения ε_r согласно [208].

Принимая во внимание, что коэффициенты разупрочнения для трансформации относительных деформаций β_{∞} и напряжений β_{∞} при пропорциональном нагружении для традиционных бетонов, имеющих прочность при сжатии $f'_c \leq 60 \text{ Н/мм}^2$, имеют достаточно близкие значения, предложено определять значение одного базового коэффициента $\beta = \beta_{\infty} = \beta_{\sigma}$ по формуле:

$$\beta = \frac{0,9}{\sqrt{1 + 400 \cdot \varepsilon_r}}, \quad (5.101)$$

Для описания диаграммы деформирования бетона при сжатии в условиях растяжения в работах [120] предложено следующее аналитическое описание имеющее в основе параболу Hognestada [200]:

при $\varepsilon_{d(2)} / \beta \varepsilon_0 \leq 1$ – восходящая ветвь диаграммы;

$$\sigma_{d(2)} = \beta \cdot f'_c \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{\varepsilon_{d(2)}}{\beta \varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon_{d(2)}}{\beta \varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad (5.102)$$

при $\varepsilon_{d(2)} / \beta \varepsilon_0 > 1$ – нисходящая ветвь диаграммы;

$$\sigma_{d(2)} = \beta \cdot f'_c \cdot \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_{d(2)} / \beta \varepsilon_0 - 1}{2 / \beta - 1} \right)^2 \right] \quad (5.103)$$

Графическая интерпретация трансформированной диаграммы деформирования " $\sigma_{d(2)} - \varepsilon_{d(2)}$ " бетона при сжатии в условиях растяжения показана на рис. 5.18.

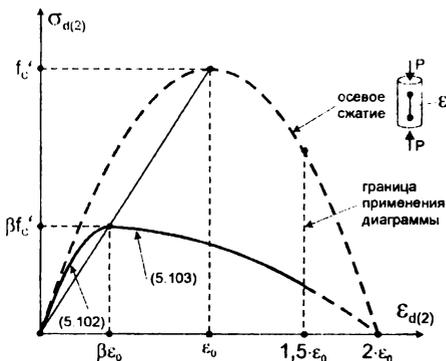


Рис. 5.18.
Трансформированная диаграмма " $\sigma_d - \varepsilon_d$ " при сжатии бетона железобетонного элемента с трещинами согласно [120].

J. Kollegger и **G. Mehlhorn** [223–225] основываясь на результатах испытаний 55 ортогонально армированных панелей в условиях нагружения "растяжение–сжатие" (нагрузку прикладывали либо параллельно арматурным стержням, либо под углом 45° к их направлениям), сделали вывод о том, что эффективная прочность при сжатии не может быть ниже, чем $0,8 \cdot$

f_c' (т.е. $\beta \geq 0,8$) и коэффициент разупрочнения зависит не от главных деформаций растяжения ε_1 , а главных растягивающих напряжений f_{C1} . Значение коэффициента β предложено принимать дифференцировано, в зависимости от отношения f_{C1} / f_{ct} (где f_{ct} – прочность бетона при растяжении):

$$\begin{aligned} \text{при } 0,00 \leq f_{C1} / f_{ct} \leq 0,25 & \quad \beta = 1,0 \\ 0,25 < f_{C1} / f_{ct} < 0,75 & \quad \beta = 1,1 - 0,4 \cdot (f_{C1} / f_c) \\ 0,75 \leq f_{C1} / f_{ct} \leq 1,00 & \quad \beta = 0,8 \end{aligned} \quad (5.104)$$

Аналогичное мнение высказывает и **K.H. Reineck**, предлагая, однако, принимать постоянное значение $\beta = 0,8$.

T. Miyahara и др. [273] по результатам собственных испытаний предложили следующую модель для оценки коэффициента разупрочнения бетона, базирующуюся на его зависимости от главных деформаций растяжения:

$$\begin{aligned} \text{при } \varepsilon_1 \leq 0,0012 & \quad \beta = 1,0 \\ 0,0012 < \varepsilon_1 < 0,0044 & \quad \beta = 1,15 - 125 \cdot \varepsilon_1 \\ 0,0044 \leq \varepsilon_1 & \quad \beta = 0,6 \end{aligned} \quad (5.105)$$

Как видно, предложенные зависимости для определения коэффициента β приводят к более существенному снижению значений параметрических точек трансформированной диаграммы деформирования, по сравнению с предложениями **M.P. Collins** и **F. Vecchio** [334].

S. Shirai и **H. Noguchi** [196], а также **K. Mikame** и др. [271] предлагают следующую зависимость для определения коэффициента разупрочнения бетона:

$$\beta = \frac{1}{0,27 + 0,96 \cdot (\varepsilon_1 / \varepsilon_0)^{0,167}} \quad (5.106)$$

При этом они подчеркивают, что степень разупрочнения для высокопрочных бетонов выше, чем для бетонов нормальной прочности.

T. Tanabe и **Z. Wu** в работе [318] приводят результаты экспериментальных исследований железобетонных панелей в условиях "растяжение – сжатие", выполненные в Японии, а **H. Okamura** и **K. Maekawa** на базе этих экспериментальных данных предлагают следующие зависимости для определения коэффициента разупрочнения бетона сжатой полосы:

$$\text{при } \varepsilon_1 < \varepsilon_a \quad \beta = 1,0 \quad (5.107)$$

$$\text{при } \varepsilon_a \leq \varepsilon_1 \leq \varepsilon_b \quad \beta = 1,0 - 0,4 \cdot \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_a}{\varepsilon_b - \varepsilon_a}$$

$$\text{при } \varepsilon_b < \varepsilon_1 \quad \beta = 0,6$$

$$\varepsilon_a = 0,0012; \varepsilon_b = 0,0044.$$

Несложно заметить, что уравнения (5.107) по своей сути идентичны уравнениям (5.104).

S. Shirai [310] по результатам испытаний железобетонных панелей малых размеров предложил следующую зависимость:

$$\beta = \beta_1 \cdot \beta_2 \quad (5.108)$$

$$\text{где } \beta_1 = -(0,31/\pi) \cdot \tan^{-1}(4820 \cdot \varepsilon_1 - 11,82) + 0,84$$

$$\beta_2 = -5,9 - \sigma_1 / f_c' + 1,0$$

Следует отметить, что многие исследователи предлагают принимать значение β постоянным.

H. Kupfer, R. Mang u M. Karavesyoglou [232] используют коэффициент разупрочнения $\beta = 0,85$ совместно с коэффициентом, учитывающим длительное действие нагрузки (0,8):

$$f_{C2,max} = 0,8 \cdot 0,85 \cdot f_c' \approx \frac{2}{3} \cdot f_c' \quad (5.109)$$

H. Bulicek и H. Kupfer [234] используют следующую систему коэффициентов для определения напряжений в пиковой точке трансформированной диаграммы бетона f_{C2} :

$$f_{C2,max} = f_c' \cdot 0,85 \cdot 0,75 \cdot \left(1 - \frac{f_c'}{250}\right) \quad (5.110)$$

где 0,85 – коэффициент, учитывающий длительное действие нагрузки;
 0,75 – коэффициент, учитывающий перпендикулярные траектории трещин;
 $1 - \frac{f_c'}{250}$ – коэффициент, учитывающий разницу между цилиндрической и призмочной прочностью.

В своих публикациях **D.M. Prisco** и **P.G. Gambarova** [287, 288] при расчете на срез железобетонных балок рекомендуют снижать прочность бетона при сжатии двумя способами:

$$f_{C2,max} = 0,75 \cdot f_c'$$

или

$$f_{C2,max} = \frac{0,90 \cdot f_c'}{\sqrt{1 + 600 \cdot \varepsilon_1}} \geq \frac{f_c'}{2} \quad (5.111)$$

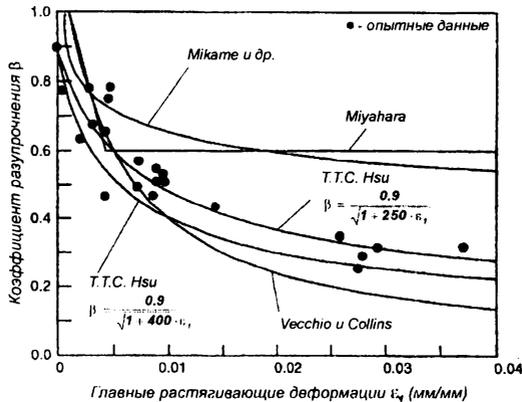


Рис. 5.19.

Зависимости коэффициента разупрочнения бетона от главных деформаций растяжения по предложениям различных исследователей (по табл. 5.10.) согласно [208]

Обобщение зависимостей, используемых при аналитическом описании трансформированных диаграмм деформирования бетона " $\sigma_2 - \varepsilon_2$ " при сжатии для элементов с трещинами представлены в табл. 5.10, а сравнение зависимостей, используемых для описания коэффициента β , показано на рис. 5.19.

Значения коэффициентов β приведенные на рис. 5.19 определены по различным формулам из табл. 5.10 при $\varepsilon_1 / \varepsilon_2 = -5$ (типичное соотношение для балочных элементов в условиях среза) и $f_c' = 35$ МПа.

Каким же образом различия в аналитическом описании диаграмм деформирования бетона при сжатии в условиях плоского напряженного состояния влияют на точность результатов расчета предельной поперечной силы? Для выяснения этого обстоятельства в работе [227] были выполнены параметрические исследования железобетонных и предварительно напряженных балок (см. рис. 5.20), выбранных из испытаний *B. Arbesma* и *D.F. Conte* [175]. Расчет балок выполняли в критическом сечении, расположенном на расстоянии d от грани опоры, т.е. в середине пролета (см. на рис. 5.20, затемненная область), где изгибающий момент равнялся нулю. Для расчета использовали компьютерную программу "SHEAR" [93], базирующуюся на положениях модифицированной теории полей сжатия [330–332] в которой для каждого расчета изменяли аналитическое описание диаграммы деформирования в соответствии с предложениями, рассмотренными выше (см. таб. 5.10). Результаты сравнения для предварительно-напряженных и железобетонных балок представлены в табл. 5.11, 5.12.

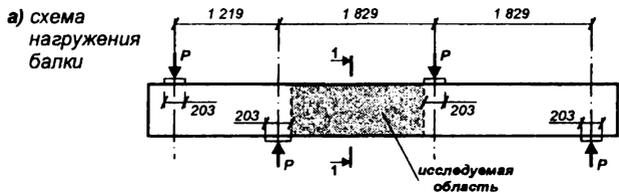
Таблица 5.11.

Результаты расчетов предельных поперечных сил в предварительно напряженных балках (рис. 5.20) при различных диаграммах деформирования для бетона по табл. 5.10 согласно [175]

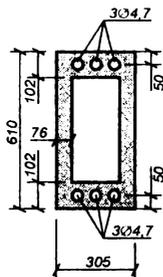
Модель	V_{calc} , кН	V_{exp} / V_{calc}	Ширина раскрытия трещины w_f , мм
<i>Kolleger</i>	476	1,11	0,8
<i>Shirai</i>	455	1,06	0,6
<i>Okamura</i>	465	1,08	0,6
<i>Miyahara</i>	438	1,02	0,6
<i>Noguchi</i>	460	1,07	0,6
<i>Ueda</i>	477	1,11	0,8
<i>Hsu</i>	471	1,10	0,6
<i>Vecchio – B</i>	459	1,07	0,6
<i>M.P. Collins</i>	473	1,10	0,7

Примечание: расчет выполнен при постоянном коэффициенте поперечного армирования $\rho_{sw} = 0,61\%$.

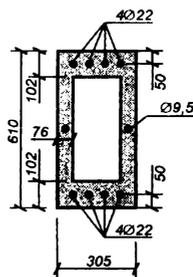
Как видно из данных, представленных в табл. 5.11, 5.12, расчет по различным моделям дает близкий результат (отклонения не превышают 12%). Вместе с тем, если для предварительно напряженных балок предельная поперечная сила определялась однозначно достижением напряжений, соответствующих пределу текучести в поперечных стержнях, то в случае железобетонных балок максимальная поперечная сила соответствовала двум видам разрушения: от достижения текучести продольной растянутой арматуры и раздавливания бетона диагональной сжатой полосы. Несмотря на то, что модели *M.F. Collins* [165], *T.T.C. Hsu* [208] и *F. Vecchio – B* [334] дают большее расхождение с опытным значением поперечной силы, (см. табл. 5.11 и 5.12), они позволяют более точно учесть вид разрушения железобетонного элемента при срезе.



б) сечение 1-1 для преднапряженных балок (РС)



в) сечение 1-1 для железобетонных балок



Защитный слой:

- боковой – 13 мм;
- верх/низ – 25 мм.

Прочность бетона:

$$f_c' = 38,6 \text{ МПа}$$

$$f_c' = 43 \text{ МПа}$$

Армирование:

- поперечное – $\varnothing 9$, шаг 152 мм;
- продольное – $6\varnothing 9,5$
 $f_y = 367 \text{ МПа}$
- преднапряженная арматура – $6\varnothing 47$

- поперечное – $\varnothing 9$, шаг 152 мм;
- продольное – $8\varnothing 22 + 2\varnothing 9,5$ (стенка)
 $f_y = 367 \text{ МПа}$

(проволочная)

$$f_{py} = 367 \text{ МПа}$$

$$f_{pu} = 367 \text{ МПа}$$

$$\Delta \varepsilon_p = 0,0054$$

Рис. 5.20.

Конструкция и основные характеристики опытных балок из опытов [136]

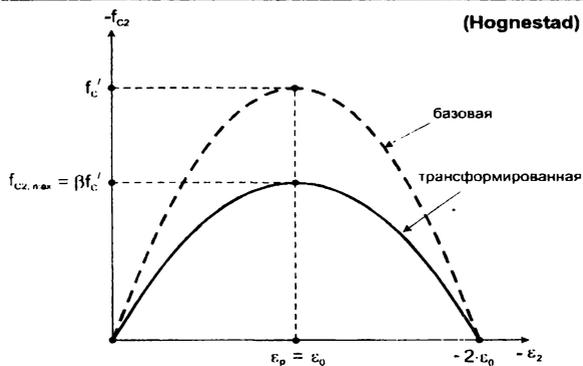
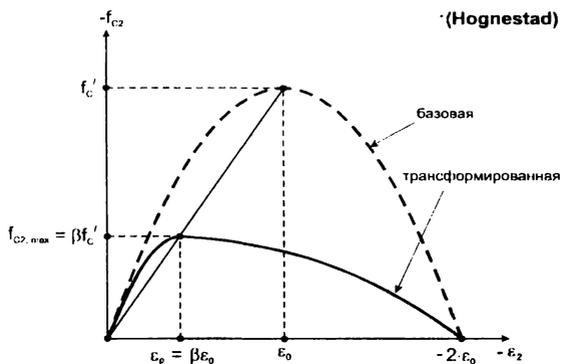
Аналитические зависимости, используемые для описания
 "f₂ - ε₂" и их

№ п/п	Автор	Параметрические точки диаграммы и ее аналитическое описание
1	2	3
1	<p>F. Vecchio, M.P. Collins 1982</p>	$f_{C2, max} = \beta \cdot f_C'$ $\varepsilon_{CP} = \beta \cdot \varepsilon_0$ $\beta = \frac{1}{0,85 - 0,27 \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}$ $\frac{f_{C2}}{f_{C2, max}} = 2 \cdot \left(\frac{\varepsilon_2}{\beta \cdot \varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon_2}{\beta \cdot \varepsilon_0} \right)^2$
2	<p>F. Vecchio, M.P. Collins 1986</p>	$f_{C2, max} = \beta \cdot f_C'$ $\varepsilon_{CP} = \varepsilon_0$ $\beta = \frac{1}{0,80 - 0,34 \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}}$ <p>при $\varepsilon_0 = 0,002$</p> $\beta = \frac{1}{0,80 + 170 \cdot \varepsilon_1}$ $\frac{f_{C2}}{f_{C2, max}} = 2 \cdot \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} \right)^2$

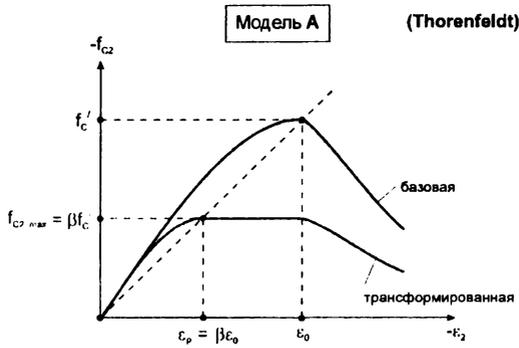
Таблица 5.10.
 трансформированных диаграмм деформирования бетона
 параметрических точек

Вид диаграммы

4



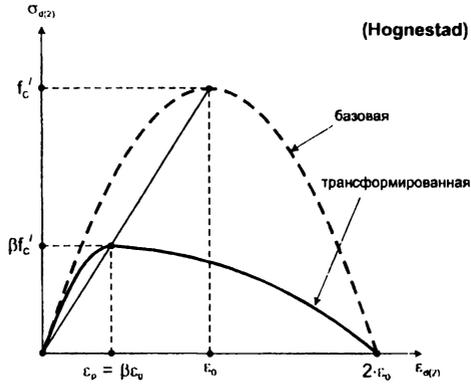
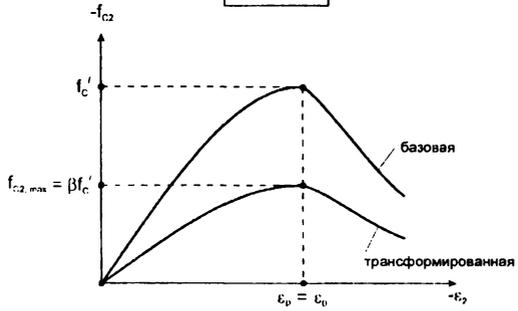
1	2	3
3	<p data-bbox="252 730 508 778" style="text-align: center;">F. Vecchio, M.P. Collins 1993</p>	<p data-bbox="583 437 958 464">1) $-\varepsilon_2 < \beta \cdot \varepsilon_0$ – <u>восходящая ветвь</u></p> $f_{C2} = f_{C2,base} = -f_p \cdot \frac{n \cdot \left(\frac{-\varepsilon_2}{\varepsilon_p} \right)}{n - 1 + \left(\frac{-\varepsilon_2}{\varepsilon_p} \right)^{nk}}$ <p data-bbox="583 592 785 635">где $n = 0,8 + \frac{f_p}{17}$;</p> <p data-bbox="636 639 891 667">$k = 1,0$ при $-\varepsilon_p < \varepsilon_2 < 0$;</p> <p data-bbox="636 671 934 715">$k = 0,67 + \frac{f_p}{62}$ при $\varepsilon_2 < -\varepsilon_p$;</p> <p data-bbox="636 719 860 746">$f_p = \beta \cdot f_c'$; $\varepsilon_p = \beta \cdot \varepsilon_0$.</p> $\beta = \frac{1}{1 + k_c \cdot k_f}$ $k_c = 0,35 \cdot \left(-\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - 0,28 \right)^{0,8} \geq 1,0$ $k_f = 0,1825 \cdot \sqrt{f_c'} \geq 1,0$ <p data-bbox="583 916 953 943">2) $\beta \cdot \varepsilon_0 \leq -\varepsilon_2 \leq \varepsilon_0$ – <u>типовая точка</u></p> $f_{C2} = f_p = \beta \cdot f_c'$ <p data-bbox="583 979 934 1007">3) $-\varepsilon_2 > \varepsilon_0$ – <u>нисходящая ветвь</u></p> $f_{C2} = \beta \cdot f_{C2,base}$ <p data-bbox="583 1043 799 1070">при $f_p = f_c'$; $\varepsilon_p = \varepsilon_0$.</p>



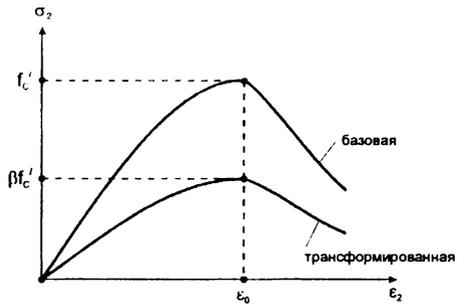
1	2	3
		$f_{C2, \max} = \beta \cdot f_C'$ $\varepsilon_p = \varepsilon_0$ $\beta = \frac{1}{1 + k_c \cdot k_t}$ $k_c = 0,27 \cdot \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - 0,37 \right)$ $k_t = 2,25 - 0,2629 \cdot \sqrt{f_C'} \leq 1,11$
4	A. Belarbi, T.T.C. Hsu 1995	<p>1) ВОСХОДЯЩАЯ ВЕТВЬ</p> $\frac{\varepsilon_{d(2)}}{\beta \varepsilon_0} \leq 1$ $\sigma_{d(2)} = \beta \cdot f_C' \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{\varepsilon_{d(2)}}{\beta \varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon_{d(2)}}{\beta \varepsilon_0} \right)^2 \right]$ <p>2) НИСХОДЯЩАЯ ВЕТВЬ</p> $\frac{\varepsilon_{d(2)}}{\beta \varepsilon_0} > 1$ $\sigma_{d(2)} = \beta \cdot f_C' \cdot \left[1 - \left(\frac{\frac{\varepsilon_{d(2)}}{\beta \varepsilon_0} - 1}{\frac{2}{\beta} - 1} \right)^2 \right]$ <p>при $\beta = \frac{0,9}{\sqrt{1 + 400 \cdot \varepsilon_{t(1)}}}$</p>

Модель В

(Thorenfeldt)

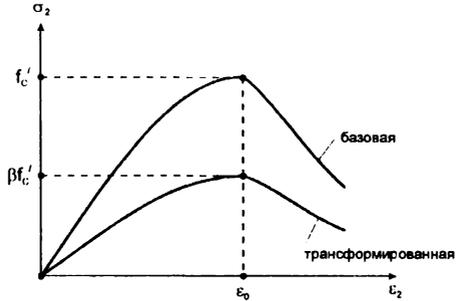


1	2	3
5	J. Kollegger, G. Mehlhorn 1987, 1990	$0,00 \leq f_{C1}/f_t \leq 0,25 \quad \beta = 1,0$ $0,25 < f_{C1}/f_t < 0,75 \quad \beta = 1,1 - 0,4 \cdot (f_{C1}/f_t)$ $0,75 \leq f_{C1}/f_t \leq 1,00 \quad \beta = 0,8$
6	T. Miyahara и др. 1988	при $\varepsilon_1 \leq 0,0012 \quad \beta = 1,0$ $0,0012 < \varepsilon < 0,0044 \quad \beta = 1,15 - 125 \cdot \varepsilon_1$ $0,0044 \leq \varepsilon_1 \quad \beta = 0,6$
7	S. Shirai, H. Noguchi, 1989 K. Mikami и др., 1991	$\beta = \frac{1}{0,27 + 0,96 \cdot (\varepsilon_1/\varepsilon_0)^{0,167}}$
8	Ueda и др., 1991 для HSC	$\beta = \frac{1}{0,8 + 0,6 \cdot (1000 \cdot \varepsilon_1 + 0,2)^{0,39}}$
9	T. Tanabe, Z. Wu 1991 Okamura, Maekawa 1987	при $\varepsilon_1 < \varepsilon_a \quad \beta = 1,0$ при $\varepsilon_a \leq \varepsilon_1 \leq \varepsilon_b \quad \beta = 1,0 - 0,4 \cdot \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_a}{\varepsilon_b - \varepsilon_a}$ при $\varepsilon_b < \varepsilon_1 \quad \beta = 0,6$ $\varepsilon_a = 0,0012; \varepsilon_b = 0,0044.$
10	S. Shirai 1989	$\beta = \beta_1 \cdot \beta_2$ $\beta_1 = -(0,31/\pi) \cdot \tan^{-1}(4820 \cdot \varepsilon_1 - 11,82) + 0,84$ $\beta_2 = -5,9 - \sigma_1/f_c' + 1,0$
11	H. Kupfer, R. Mang и др., 1983	$f_{C2,max} = 0,8 \cdot 0,85 \cdot f_c' \approx \frac{2}{3} \cdot f_c'$



(конкретное аналитическое описание базовой диаграммы не представлено)

1	2	3
12	H. Kupfer, H. Bulicek 1991	$f_{C2,max} = f_c' \cdot 0,85 \cdot 0,75 \cdot \left(1 - \frac{f_c'}{250}\right)$
13	K.H. Reineck 1982, 1991	$f_{CU} = 0,80 \cdot f_c'$
14	D.M. Prisco, P.G. Gambarova 1995	$f_{C2,max} = 0,75 \cdot f_c'$, или $f_{C2,max} = \frac{0,90 \cdot f_c'}{\sqrt{1 + 600 \cdot \varepsilon_t}} \geq \frac{f_c'}{2}$
15	T.T.C. Hsu, S.T. Mau, Bin Chen 1987	<p>1) <u>восходящая ветвь</u> - $\varepsilon_d \leq \varepsilon_p$</p> $\sigma_d = -f_c' \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_0} \right) - \lambda \cdot \left(\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_0} \right)^2 \right]$ <p>2) <u>нисходящая ветвь</u> - $\varepsilon_d > \varepsilon_p$</p> $\sigma_d = -\frac{f_c'}{\lambda} \cdot \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_d / \varepsilon_0 - 1/\lambda}{2 - 1/\lambda} \right)^2 \right]$ <p>при $\varepsilon_0 = -0,002$</p> $\lambda = \sqrt{0,7 - \varepsilon_t / \varepsilon_d}$ $\beta = \frac{1}{\lambda}$



(конкретное аналитическое описание базовой диаграммы не представлено)

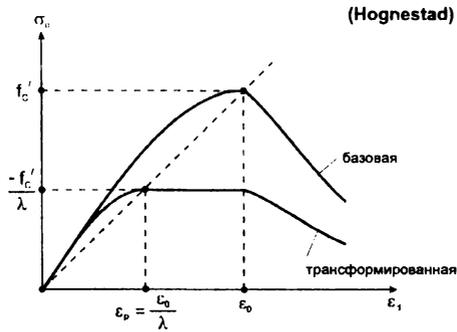


Таблица 5.11.

Результаты расчетов предельных поперечных сил в предварительно напряженных балках (рис. 5.20) при различных диаграммах деформирования для бетона по табл. 5.10 согласно [227]

Модель	V_{calc} , кН	V_{exp} / V_{calc}	Ширина раскрытия трещины w_i , мм
Kolleger	476	1,11	0,8
Shirai	455	1,06	0,6
Okamura	465	1,08	0,6
Miyahara	438	1,02	0,6
Noguchi	460	1,07	0,6
Ueda	477	1,11	0,8
Hsu	471	1,10	0,6
Vecchio – B	459	1,07	0,6
M.P. Collins	473	1,10	0,7

Примечание: расчет выполнен при постоянном коэффициенте поперечного армирования $\rho_{sw} = 0,61\%$.

Таблица 5.12.

Результаты расчетов предельных поперечных сил в железобетонных балках (рис. 5.20) при различных диаграммах деформирования для бетона по табл. 5.10 согласно [175]

Модель	V_{calc} , кН	V_{exp} , кН	w_{max} , мм	В последней итерации $1000 \cdot \varepsilon_y = 1,83$			Вид разрушения
				f_2 , МПа	f_{2max} , МПа	$1000 \cdot \varepsilon_x$	
Kolleger	476	465	6,3	17,4	19,8	1,81	растянутая продольная арматура
Shirai	455		5,2	17,2	25,3	1,78	
Okamura	465		4,1	17,1	43,0	1,77	
Miyahara	438		3,7	17,3	25,8	1,80	
Noguchi	460		5,2	17,3	25,8	1,80	
Ueda	477		5,0	17,4	29,3	1,80	
Hsu	471		4,6	13,7	14,1	1,35	сжатая бетонная полоса
Vecchio – B	459		3,1	14,8	15,3	1,47	
M.P. Collins	473		4,1	14,8	17,2	1,48	

Примечание: расчет выполнен при коэффициенте поперечного армирования $\rho_{sw} = 1,11\%$.

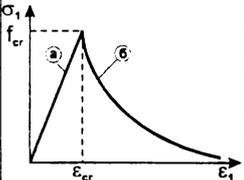
В табл. 5.13 представлены основные диаграммы, используемые для описания взаимосвязи между средними значениями главных растягивающих напряжений и главных деформаций растяжения бетона в железобетонном элементе с диагональными трещинами. Как видно из табл. 5.13 для диаграмм " $\sigma_1 - \varepsilon_1$ " не наблюдается такого многообразия, как для деформирования бетона при сжатии (см. табл. 5.10).

Методы получения диаграмм деформирования « $\sigma_1 - \varepsilon_1$ », а также их анализ детально представлен в монографии [43].

Таблица 5.13.

**Диаграммы деформирования " $\sigma_1 - \varepsilon_1$ "
для железобетонного элемента с диагональными трещинами при растяжении**

№ пп	Автор, год, источник	Вид диаграммы	Аналитическое описание	Примечание
1	<p>F.J. Vecchio, M.P. Collins, 1988 B.B. Bhide, M.P. Collins, 1989</p>		<p>а: $f_{C1} = \varepsilon_1 \cdot E_C, \varepsilon_1 < \varepsilon_{cr}$ б: $f_{C1} = \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot f_{cr}}{1 + \sqrt{200 \cdot \varepsilon_1}}, \varepsilon_{cr} \leq \varepsilon_1 \leq \varepsilon_{sl}$ в: $f_{C1} \leq \frac{0,18 \cdot \sqrt{f_{cr}} \cdot \tan \theta}{0,3 + \frac{24 \cdot W}{a + 16}}, \varepsilon_1 > \varepsilon_{sl}$</p>	<p>α_1 – коэффициент, учитывающий характеристики поверхности стержня (гладкий, периодического профиля);</p>
	<p>F.J. Vecchio, 2000</p>		<p>а: $f_{C1} = \varepsilon_1 \cdot E_C, \varepsilon_1 < \varepsilon_{cr}$ б: $f_{C1} = \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot f_{cr}}{1 + \sqrt{500 \cdot \varepsilon_1}}, \varepsilon_{cr} \leq \varepsilon_1 \leq \varepsilon_{sl}$ в: $f_1 \leq v_w \cdot \tan \theta, \varepsilon_1 > \varepsilon_{sl}$</p>	<p>α_2 – длительность нагружения.</p>
2	<p>Норвежские нормы NS 3473E</p>		<p>а: $f_{C1} = \varepsilon_1 \cdot E_C, \varepsilon_1 < \varepsilon_{cr}$ б: $f_{C1} = 0,005 \cdot f_{ctd}, \varepsilon_1 \geq \varepsilon_{cr}$</p>	<p>f_{ctd} – коэффициент, учитывающий неравномерное распределение арматуры в балочных элементах;</p>

№ пп	Автор, год, источник	Вид диаграммы	Аналитическое описание	Примечание
3	<p>T.C. Hsu, Bin Chen, 1987, [208]</p>		<p>а: $f_{c1} = \varepsilon_1 \cdot E_c, \varepsilon_1 < \varepsilon_{cr}$ б: $f_{c1} = \frac{f_{cr}}{1 + \sqrt{\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_{cr}}{0,005}}}, \varepsilon_1 \geq \varepsilon_{cr}$</p>	<p>$\varepsilon_{cr} = 8 \cdot 10^{-5}$ $E_c = 3900 \cdot \sqrt{f_c}$ (МПа)</p>
	<p>T.C. Hsu, X. Pang, 1996, [207]</p>		<p>а: $f_{c1} = \varepsilon_1 \cdot E_c, \varepsilon_1 < \varepsilon_{cr}$ б: $f_{c1} = f_{cr} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_1}\right)^{0,4}, \varepsilon_1 \geq \varepsilon_{cr}$</p>	
	<p>H. Nakamura, T. Higai, 1995</p>		<p>а: $f_{c1} = \varepsilon_1 \cdot E_c, \varepsilon_1 < \varepsilon_{cr}$ б: $f_{c1} = \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot f_{cr}}{1 + \sqrt{200 \cdot \varepsilon_1}}, \varepsilon_{cr} \leq \varepsilon_1 \leq \varepsilon_{sl}$</p>	

Глава 6

ПРОЧНОСТНЫЕ И ДЕФОРМАТИВНЫЕ СВОЙСТВА БЕТОНА ПРИ МЕСТНОМ СЖАТИИ

6.1. Местное сжатие бетонных и железобетонных конструкций

Передача нагрузки на многие бетонные и железобетонные конструкции происходит по площади, составляющей только часть их нагружаемой плоскости. При таком способе передачи нагрузки принято говорить о местном ее действии.

При местном действии нагрузки в конструкции возникает сложное напряженное состояние, характеризующееся значительной концентрацией напряжений как сжимающих так и, что более опасно, растягивающих. Расположение места приложения к конструкции нагрузки в значительной степени определяет вид напряженного состояния, характер образования в конструкции трещин и разрушения конструкций.

В действующих нормах проектирования [95] регламентирован расчет прочности конструкций при трех видах их разрушения от местного действия нагрузки: на местное сжатие, на продавливание и на отрыв.

Наиболее часто встречается такой вид концентрированного приложения нагрузки как местное сжатие. Он наблюдается в узлах сопряжения элементов каркасных зданий, в местах опирания балок, ригелей и плит на нижележащие конструкции, в приопорных участках конструкций. В связи с этим наибольшее число исследований в области расчета конструкций на местное действие нагрузки было посвящено изучению их напряженно деформированного состояния при местной сжимающей нагрузке.

Следует отметить, что в течение длительного периода исследований считалось, что при действии местной сжимающей нагрузки бетон разрушается от сжатия непосредственно под площадкой приложения нагрузки. Такой вид разрушения бетона принято называть смятием. При этом окружающий площадку приложения нагрузки бетон стесняет поперечные деформации бетона, расположенного под площадкой, в перпендикулярном направлению. Таким образом, расположенный под площадкой нагружения бетон находится в обойме, создаваемой окружающим ненагруженным бетоном. Кроме того, по мере удаления от плоскости приложения нагрузки про-

исходит распределение сжимающих напряжений в бетоне на все большую область бетона.

С другой стороны результаты многих экспериментальных исследований свидетельствуют о том, что при действии местной сжимающей нагрузки возможны и другие схемы разрушения такие как раскалывание (по параллельным направлению нагрузки площадкам) и скол (по наклонным к направлению нагрузки площадкам). Указанные виды разрушения реализуется в том случае, когда прочность конструкции на смятие оказывается больше ее прочности на раскалывание и скол.

В связи с тем, что при местном действии сжимающей нагрузки возможны три вида разрушения (смятие, раскалывание и скол) необходимо уметь определять области проявления того или иного вида разрушения.

Следует отметить, что на трещиностойкость и прочность конструкций при местном действии нагрузки влияют многие факторы. По мнению *Б.С. Соколова* [100] и *И.И. Мустафина* [62] к числу таких факторов относятся следующие:

1. Размер грузовой площадки по отношению к высоте L_{loc}/h .
2. Размер грузовой площадки по отношению к длине L_{loc}/L .
3. Соотношение сторон L/h .
4. Соотношение ширины к высоте b/h .
5. Эксцентриситет приложения нагрузки e .
6. Армирование μ .
7. Вид армирования.
8. Трение между грузовой площадкой и образцом.
9. Класс бетона.
10. Вид бетона.
11. Угол внутреннего трения бетона.
12. Угол наклона поверхности скольжения клина.

Не останавливаясь на оценке степени влияния на трещиностойкость и прочность конструкций того или иного из перечисленных факторов, отметим, что указанный перечень не может считаться исчерпывающим.

Так, например, немаловажное значение имеет способ приложения местной нагрузки (одностороннее приложение или двустороннее взаимно направленное). Заметное влияние на прочность и трещиностойкость оказывает характер распределения местной нагрузки по площадке нагружения. Кроме того, местная нагрузка зачастую прикладывается не непосредственно на бетон, а через стальные пластины, что безусловно оказывает определенное влияние на напряженное состояние бетона в этой зоне.

По мнению *М.М. Холмянского* [114] необходимо учитывать структурно масштабный эффект в виде соотношения минимального размера площадки нагружения и так называемого «радиуса влияния» ρ , связанного с размером заполнителя.

Поскольку разрушение конструкции при местном действии нагрузки может происходить различным образом в зависимости от столь большого количества факторов, то величина сопротивления бетона местному сжатию (частное от деления величины разрушающей нагрузки на площадь приложения) не является в строгом смысле механической характеристикой свойств бетона.

Однако при таком виде разрушения конструкций от местной нагрузки как смятие сопротивление бетона смятию может в некотором приближении

рассматриваться как механическая характеристика свойств бетона при двухосном или трехосном сжатии, обусловленном сопротивлением окружающего бетона растяжению.

В связи с этим в дальнейшем будут рассмотрены преимущественно вопросы, связанные с прочностными и деформативными свойствами бетона при его разрушении от смятия.

При этом согласно *М.М. Холмянскому* [113] будем исходить из того, что смятием называется «такая деформация, при которой перегруженной оказывается именно зона приложения нагрузки, и к разрушению приводят деструкционные процессы, характерные для этой зоны».

Прежде чем перейти непосредственно к рассмотрению механических свойств бетона при смятии необходимо сделать краткий обзор исследований прочности и деформаций бетона при двухосном и трехосном сжатии.

6.2. Прочность и деформации бетона при двух- и трехосном сжатии

Исследованию прочности бетона в условиях действия многоосного сжатия посвящен большой ряд исследований. Впервые исследования прочности бетонных цилиндров на трехосное сжатие в небольшом объеме были выполнены в 1912 г. фон Карманом. Первые масштабные и весьма тщательные исследования бетона при двухосном и трехосном сжатии были выполнены в 1928 году *F. Richart, A. Brandzaeg, R. Brown* [293] в Иллинойском Университете. К настоящему времени в результате большого количества исследований накоплен значительный объем экспериментальных данных о прочности и деформациях бетона в условиях многоосного сжатия. Данные экспериментальных исследований свидетельствуют о положительном влиянии бокового обжатия бетона на его прочность (рис. 6.1 и 6.2).

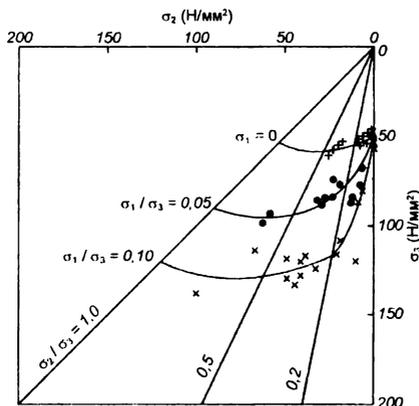


Рис. 6.1.
Влияние бокового обжатия на прочность бетона при двухосном сжатии для различных бетонов (по [344])

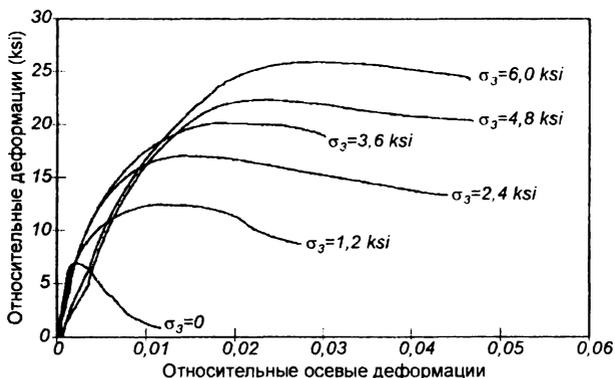


Рис. 6.2.

Зависимость σ – ϵ для тяжелого бетона (с $f'_c = 60$ МПа) при трехосном сжатии при различных уровнях бокового обжатия (данные F. Ansari, Q. Li [135])

В настоящем разделе не ставились задачи выполнения тщательного анализа накопленного объема экспериментальных данных либо разработки предложений по расчету бетона при многоосном сжатии. Интересующимся этими вопросами следует обратиться к фундаментальным работам Н.И. Карпенко [35,37], М.М. Холмянского [113], А.В. Яшина [377] и др.

В данном разделе основное внимание уделено исследованиям, изучавшим те особенности напряженно-деформированного состояния бетона в условиях многоосного сжатия, которые важны для правильного понимания природы разрушения бетона при местном сжатии.

В связи с этим предпочтение отдавалось тем исследованиям, которые непосредственно касались следующих аспектов рассматриваемого вопроса:

1. Влияние вида бетона.
2. Влияние вида опытного образца и методики испытаний.
3. Влияние прочности бетона.
4. Влияние соотношения напряжений, действующих вдоль осей.

При анализе были рассмотрены результаты более чем 50 исследований. При этом с целью удобства выполнения обобщенного анализа все аналитические зависимости были по возможности приведены к единообразному виду с использованием современных обозначений. Основные результаты анализа приведены в табл. 6.1 и 6.2, содержащих в сжатом виде аналитические зависимости, касающиеся расчета бетона на прочность и деформации при двухосном и трехосном сжатии.

В этих таблицах за редким исключением не приведены зависимости, вытекающие из критериев прочности бетона, предложенных различными авторами. Предпочтение отдано зависимостям, построенным по результатам экспериментальных исследований. Следует отметить, что некоторые из рассмотренных работ содержали только описание методики испытаний и анализ результатов, не предлагая расчетных зависимостей. В связи этим указанные работы в таблицы не включены и упоминаются при необходимости по тексту.

Таблица 6.1

Расчетные зависимости, применяемые для определения прочности и параметров диаграммы деформирования бетона при двухосном сжатии

№	Автор	Расчетная зависимость
1	2	3
1	I. Rosentahl, J. Glucklich (1970) [296]	$\frac{\tau_o}{f_c} = 0.484 \frac{\sigma_o}{f_c} + 0.322$
2	L. Mills, R. Zimmerman (1970) [272]	$\frac{\tau_o}{f_c} = 0.481 \frac{\sigma_o}{f_c} + 0.344$
3	П.М. Буч (1972) [9]	для тяжелого бетона $\frac{f'_{cc}}{f_c} = 1 + 0.95\alpha - 0.7\alpha^2$ для бетона на пористых заполнителях $\frac{f'_{cc}}{f_c} = 1 + 0.75\alpha - 0.55\alpha^2$
4	T. Liu, A. Nilson, F. Slate (1972) [248]	$\frac{f'_{cc}}{f_c} = 1 + \frac{\beta}{1.2 - \beta} \text{ при } \beta < 0.2;$ $\frac{f'_{cc}}{f_c} = 1.2 \text{ при } 0.2 < \beta < 1.0;$ $\varepsilon_{cc} = 0.0025$ $\sigma_1 = \frac{\varepsilon_1 \cdot E}{(1 - \nu\beta) \left[1 + \left(\frac{1}{1 - \nu\beta} \cdot \frac{E \cdot \varepsilon_{cc}}{f_{cc}} - 2 \right) \cdot \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{cc}} \right) + \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{cc}} \right)^2 \right]}$
5	А.В. Яшин (1978) [376]	$\frac{f'_{cc}}{f_c} = 1 + \alpha - K\alpha^2, \text{ где}$ $K = 0,64 \text{ для тяжелого бетона}$ $K = 0,73 \text{ для керамзитобетона}$
6	В.И. Евдокимов (1979) [357]	$\frac{f'_{cc}}{f_c} = \frac{\sqrt{1 + \beta^2 + 2D\beta}}{1 + \beta^2}, \text{ где}$ $\text{при } t = 0,1..0,25 \quad D = 1,6$ $\text{при } t = 1,0 \quad D = 4,2$

Продолжение таблицы 6.1.

1	2	3
7	Ю.В. Зайцев (1982) [32]	<p>Для тяжелого бетона</p> $\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1 + \gamma, \text{ где } \gamma = 0 \text{ при } \alpha \leq 0.3;$ <p>$\gamma = 0.2$ при $0.3 \leq \alpha \leq 0.8$; $\gamma = 0.1$ при $\alpha > 0.8$</p> <p>Для бетона на пористых заполнителях</p> $\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1 + \gamma, \text{ где } \gamma = 0 \text{ при } \alpha \leq 0.3;$ <p>$\gamma = 0.1$ при $0.3 \leq \alpha \leq 0.8$; $\gamma = 0.2$ при $\alpha > 0.8$</p>
8	И.И. Кулик (1982) [51]	$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1 + \sum_{i=1}^5 a_i \alpha^i, \text{ где}$ <p>для вибропрессованного бетона высоких марок на гранитном щебне $a_1 = 1.92, a_2 = -5.79; a_3 = 9.97; a_4 = -8.94; a_5 = 3.02;$</p> <p>для вибропрессованного бетона низких марок на гранитном щебне $a_1 = 2.11, a_2 = -5.08; a_3 = 8.90; a_4 = -7.46; a_5 = 2.42;$</p> <p>для бетона низких марок на гранитном щебне $a_1 = 3.25, a_2 = -11.13; a_3 = 19.83; a_4 = -18.44; a_5 = 6.62;$</p> <p>для бетона средних марок на гранитном щебне $a_1 = 2.55, a_2 = -7.65; a_3 = 12.44; a_4 = -10.77; a_5 = 3.58;$</p> <p>для бетона низких марок на аглопоритовом щебне, $a_1 = 3.35, a_2 = -18.58; a_3 = 47.45; a_4 = -56.84; a_5 = 24.34;$</p> <p>для бетона средних марок на аглопоритовом щебне, $a_1 = 2.19, a_2 = -9.72; a_3 = 22.38; a_4 = -25.83; a_5 = 11.21;$</p> <p>для песчаных бетонов состава 1:4 $a_1 = 0.70, a_2 = -1.15; a_3 = 0.76; a_4 = -0.27; a_5 = 0.00;$</p> <p>для гипсоцементного камня средних марок $a_1 = 0.14, a_2 = -0.21; a_3 = 0.08; a_4 = 0.00; a_5 = 0.00;$</p>
9	C. Wang, Z. Guo, X. Zhang (1987) [338]	$f'_{cc}/f'_c = 1 + \beta^{0.3} \cdot e^{0.8\beta}$ <p>или билинейная упрощенная</p> $f'_{cc}/f'_c = 1 + 2.5\beta \text{ при } 0.0 < \beta < 0.2$ $f'_{cc}/f'_c = 1.525 - 0.125\beta \text{ при } 0.2 < \beta < 1.0$

Окончание таблицы 6.1.

1	2	3
10	А.И. Давиденко (1989) [355]	$\frac{f'_{cc}}{f_c} = 1 + 1.38\alpha - 1.15\alpha^2$ $\frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_c} = 1 + 2.15\alpha - 1.95\alpha^2$ $\frac{\sigma}{f'_{cc}} = \sum_{i=1}^5 a_i \left\{ \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right\}^i$
11	S. Lan, Z. Guo (1999) [236]	$\frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_c} = \frac{2.25 - 3.65\sqrt{\beta} + 3.5\beta}{2.25}$ $\frac{\sigma_1}{f'_{cc}} = 2.2 \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{cc}} - 1.4 \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{cc}} \right)^2 + 0.2 \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{cc}} \right)^3$
<p>Примечание. Все расчетные зависимости приведены с применением условных обозначений, используемых в настоящее время:</p> <p>f'_c – цилиндрическая или призменная прочность бетона на осевое сжатие (МПа);</p> <p>f_t – прочность бетона на осевое растяжение (МПа);</p> <p>$\chi = f'_c / f_t$ – показатель хрупкости бетона;</p> <p>f'_{cc} – прочность бетона при многоосном сжатии (МПа);</p> <p>σ_2 – напряжения бокового обжатия при двuosном сжатии бетона (при этом $\sigma_3 = 0.$);</p> <p>$\sigma_2 = \sigma_3$ – напряжения бокового обжатия при трехосном сжатии бетона (МПа);</p> <p>ν – коэффициент Пуассона бетона при осевом сжатии;</p> <p>E_c – начальный модуль упругости бетона при осевом сжатии (МПа);</p> <p>$\alpha = \sigma_2 / f'_c$ – отношение напряжений бокового обжатия к цилиндрической или призменной прочности бетона;</p> <p>$\beta = \sigma_2 / \sigma_1$ – отношение напряжений бокового обжатия к осевому напряжению;</p> <p>ε_c – относительная деформация бетона при максимальном напряжении при осевом сжатии;</p> <p>ε_{cc} – относительная деформация бетона при максимальном напряжении при многоосном сжатии;</p> <p>$\sigma_0 = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$ – октаэдрическое нормальное напряжение (МПа);</p> <p>$\tau_0 = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}$ – октаэдрическое касательное напряжение (МПа);</p> <p>σ_1 – напряжения сжатия бетона (МПа);</p> <p>ε_1 – относительная деформация сжатия бетона.</p>		

Таблица 6.2

Расчетные зависимости, применяемые для определения прочности и параметров диаграммы деформирования бетона при трехосном сжатии

№	Автор	Расчетная зависимость
1	2	3
1	F. Richart, A. Brandzaeg, R. Brown (1928) [293]	$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1.0 + 4.1\alpha$ $\frac{\epsilon'_{cc}}{\epsilon_c} = \beta_1 \left[\frac{f'_{cc}}{f'_c} - \beta_2 \right], \text{ где } \beta_1 = 5, \beta_2 = 0.8$
2	А.А. Гвоздев (1949) [23]	$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1.0 + 4\alpha$
3	А.Н. Васильков (1954) [16]	<p>При $\alpha \leq \left(1 - \frac{2}{\chi}\right) \cdot \sqrt{\chi - 1}$</p> $\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 0,5 + \sqrt{0,25 + \left(\sqrt{\chi - 1} - \alpha\right)\alpha} + \alpha\sqrt{\chi - 1};$ <p>При $\alpha > \left(1 - \frac{2}{\chi}\right) \cdot \sqrt{\chi - 1}$</p> $\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 0,5\chi \left(1 + \frac{\alpha}{\sqrt{\chi - 1}}\right)$
4	D. Hobbs, C. Poteroy, J. Newman (1955) [199]	$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1 + 3.7\alpha^{0.86}$
5	О.Я. Берг (1960) [350]	$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1.0 + \left(1 - \frac{f_v}{f'_c}\right)\alpha\chi$
6	Л.К. Лукша (1966) [55]	$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 2\alpha + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\chi}\right) + \sqrt{4\alpha^2 + \alpha \left(1 - \frac{1}{\chi}\right) + \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{\chi}\right)^2}$
7	О.Я. Берг, Г.Г. Соломенцев (1969) [7]	$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = \sqrt{1 + 0.7\alpha\chi}$
8	L. Mills, R. Zimmerman (1970) [272]	$\frac{\tau_o}{f'_c} = 0.481 \frac{\sigma_o}{f'_c} + 0.344$
9	К.А. Мальцов, И.Б. Соколов (1970) [59]	$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1.0 + k\alpha, \text{ где } k = \frac{30}{\sqrt{f'_c}}$

Продолжение таблицы 6.2.

1	2	3
10	Л.К. Лукша (1972) [361]	$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = \varphi\alpha + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\chi} \right) +$ $\sqrt{\left(\varphi^2 + \varphi - 2 \right) \alpha^2 + \left(2 + \varphi \right) \left(1 - \frac{1}{\chi} \right) \alpha + \frac{1}{4} \left(1 + \frac{1}{\chi} \right)^2},$ <p style="text-align: center;">где $\varphi = \frac{2(3\chi - 2)}{3\chi + 2}$</p>
11	Ю.Н. Малашкин, Б.И. Тябликов (1976) [58]	$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1.0 + 5.3\alpha$
12	Р.Г. Касимов (1977) [39]	$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1 + \alpha \left(5 + \frac{1}{\sqrt{\chi}} - \alpha \right)$
13	СНиП II-56-77 (1977) [375]	<p>Для бетонов классов В15...В25</p> $\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1.0 + A \cdot (1 - \alpha_2)\alpha, \text{ где } A = \frac{100}{\sqrt{f'_c}}$ <p style="text-align: center;">$\sqrt{10}$</p> <p>α_2 — коэффициент эффективной пористости, определяемый опытным путем</p>
14	А.В. Яшин (1978) [376]	$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1 + \frac{3.9\alpha}{0.55 + \alpha}$
15	Ю.В. Зайцев (1982) [32]	<p>Для бетонов классов до В30</p> $\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1.0 + \alpha(6 - 0.4\alpha) \geq 1.0 + 3.6\alpha$ <p>для бетонов классов В30 и выше</p> $\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1.0 + \alpha(5 - 0.4\alpha) \geq 1.0 + 2.6\alpha$
16	Ю.Н. Малашкин (1984) [57]	$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1 + \alpha \left(2.5 + \frac{2.06}{0.307 + \alpha} \right)$
17	Г.Г. Соломенцев, Н.В. Смирнов (1987) [106]	$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1 + \alpha \left(1 + \frac{2.9}{\sqrt{\alpha}} \right)$
18	СНиП 2.06.08-87 (1987) [374]	<p>Для бетонов классов В15..В25</p> $\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1.0 + \delta \cdot (1 - \alpha_2) \cdot \alpha, \text{ где } \delta = \frac{30}{\sqrt{f'_c}}$ <p>α_2 — коэффициент эффективной пористости при</p> $\frac{\sigma_2}{f'_c} < 0,4 \quad \alpha_2 = 0.7; \text{ при } \frac{\sigma_2}{f'_c} \geq 0,4 \quad \alpha_2 = 0.5$

Продолжение таблицы 6.2.

1	2	3
19	C. Wang, Z. Guo, X. Zhang (1987) [338]	$\frac{\tau_o}{f_c} = 0.507 \frac{\sigma_o}{f_c} + 0.589$
20	И.В. Майзель (1992) [362]	$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1 + \alpha f'_c \left(\frac{4,5 - \lg f'_c}{4,5 - 0,45} \right)^{6,99} \text{ или}$ $\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1.0 + 4 \cdot (1 - \alpha_2) \cdot \alpha$ <p>α_2 — коэффициент эффективной пористости</p>
21	J. Xie, A. Elwi, J. MacGregor (1995) [341]	$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = \sqrt{1 + k\alpha}, \text{ где } k = 21.2 - 0.05f'_c$
22	I. Imran, S. Pantazopoulou (1996) [217]	$\frac{\epsilon'_{cc}}{\epsilon_c} = \beta_1 \left[\frac{f'_{cc}}{f'_c} - \beta_2 \right], \text{ где } \beta_1 = 6, \beta_2 = 0.83$
23	M. Attard, S. Setunge (1996) [139]	$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = (\alpha\chi + 1)^k, \text{ где } k = 1.25 \cdot (1 + 0.062\alpha) \cdot (f'_c)^{0.21}$ $\frac{\epsilon'_{cc}}{\epsilon_c} = 1 + (17 - 0.06f'_c) \cdot \alpha$
24	S. Lan, Z. Guo (1997) [237]	$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1.0 + 6.74\alpha - 2.03\alpha^2$
25	C. Nielsen (1998) [277]	<p>Для тяжелых бетонов при $f'_c = 165$ Мпа</p> $\frac{f'_{cc}}{f'_c} = \min \begin{cases} 1 + 8\alpha \\ 1.5 + 3\alpha \end{cases}, \quad 0 < \alpha < 0.85;$ <p>Для тяжелых бетонов</p> <p>при $\begin{cases} 0 < \alpha < 2 \\ 70\text{МПа} < f'_c < 110\text{МПа} \end{cases} \frac{f'_{cc}}{f'_c} = \min \begin{cases} 1 + 4\alpha \\ 1.5 + 3\alpha \end{cases}$</p> <p>Для цементного камня и раствора</p> $\frac{f'_{cc}}{f'_c} = \min \begin{cases} 1 + 3\alpha \\ 1.5 + \alpha \end{cases}, \text{ при } 0 < \alpha < 1.5$
26	F. Ansari, Q. Li (1998) [135]	$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1 + 2.7\alpha \text{ или } \frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1 + 2.45\alpha^{0.703}$ $\frac{\epsilon'_{cc}}{\epsilon_c} = 1 + 15.15\alpha$
27	A. Rogge (1999) [295]	$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1.0 + 6.0\alpha \text{ при } f'_c = 95\text{МПа}$ $\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1.0 + 4.8\alpha \text{ при } f'_c = 45\text{МПа}$

Окончание таблицы 6.2.

1	2	3
28	Q. Li, F. Ansari (2000) [245]	для высокопрочных бетонов $\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1 + 2.4305\alpha^{0.6376}$ (цилиндры 75x150 мм); $\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1 + 2.2547\alpha^{0.6328}$ (цилиндры 100x200 мм)
29	T. Hooi, P. Iravan (2000) [387]	$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = -0.713 + 1.713\sqrt{1 + 9.577\alpha} - 2\alpha$
30	PrEN 1992-1 (final draft) (2001) [383]	$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1 + 5\alpha$ при $0.0 < \alpha < 0.05$ $\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1.125 + 2.5\alpha$ при $\alpha > 0.05$ $\frac{\epsilon_{c2c}}{\epsilon_{c2}} = \left(\frac{f'_{cc}}{f'_c}\right)^2$ и $\epsilon_{c2uc} = \epsilon_{c2u} + 0.2\alpha$ $\epsilon_{c2}(\text{‰}) = 2.0 + 0.085 \cdot (f'_c - 50)^{0.53} \geq 2.0$ $\epsilon_{c2u}(\text{‰}) = 2.6 + 35 \cdot \left(\frac{90 - f'_c}{100}\right)^4 \leq 3.5$
Примечание. f'_c – напряжения при появлении микротрещин. Остальные условные обозначения см. примечание к таблице 6.1		

В первую очередь интерес представляют исследования, в каждом из которых по единой методике исследовались образцы из материалов различной структуры. Это исследования П.М. Буча [9], А.В. Яшина [377], Ю.В. Зайцева [32], И.И. Кулика [51] при двухосном сжатии, а также С. Nielsen [277] при трехосном сжатии.

Методика испытаний в указанных исследованиях несколько различалась, однако во всех из них было выявлено существенное влияние на прочность материала его структуры. Установлено, что при одинаковой кубиковой прочности на сжатие эффект бокового обжатия у мелкозернистых цементных материалов (песчаных бетонов, цементных паст, гипсоцементного камня) и бетонов с легким заполнителем (керамзитобетона, аглопоритобетона) проявляется в значительно меньшей степени, чем у бетонов с плотным крупным заполнителем. С одной стороны это объясняется тем, что призмная прочность этих материалов при одинаковой кубиковой прочности бетонов выше, чем у бетонов с плотным крупным заполнителем. Поскольку эффект многоосного обжатия принято соотносить с призмной прочностью, то при одной абсолютной величине прироста прочности относительная величина прироста оказывается меньше. С другой стороны тяжелый плотный заполнитель, как известно, препятствует образованию магистральных трещин, тормозит их развитие и тем самым отдаляет процесс разрушения. Неплотные легкие заполнители слабо участвуют в торможении процесса развития магистральных трещин. У мелкозернистых бетонов и цементных паст

микротрещины, как правило, беспрепятственно объединяются в магистральную трещину, что приводит к разрушению материала. Таким образом, влияние бокового обжатия на увеличение прочности бетона тем больше, чем крупнее зерна материала.

На основе вышеизложенного вполне правомерно сделать вывод о том, что при разработке методов расчета бетона при местном сжатии должен прямо или косвенно производиться учет вида материала.

Кроме того, следует отметить, что в ряде исследований [360, 385] прочности и деформативности бетонов при одноосном сжатии было выявлено существенное влияние состава исходной бетонной смеси. Так, например, в исследованиях *А.В. Косолапова* и *Ю.А. Самарина* [3] на бетонах в призмочной прочностью 25..37 МПа было установлено, что даже для песчаных бетонов состав заполнителя оказывает заметное влияние на величину и характер проявления деформативных свойств и процесс микроразрушения. По мере увеличения крупности заполнителя и количества равноценных фракций процесс микроразрушений начинается при более низких уровнях обжатия. Введение в песчаный бетон крупных фракций песка способствует концентрации и локализации напряжений в местах контакта их с цементным камнем и более раннему образованию микроразрушений. Отсутствие в бетоне крупных фракций, способных локализовать и концентрировать напряжения создает предпосылки к мгновенному возникновению параллельных действию сжимающих напряжений микротрещин при более высоких уровнях обжатия.

Для бетонов с крупным заполнителем по мере увеличения крупности зерен наблюдались такие же тенденции, как и для песчаных бетонов. При одинаковом объеме крупного заполнителя более мелкие фракции заполнителя дают большее количество зерен, а тем самым и большее количество локальных внедрений заполнителя в растворную часть, что обеспечивает более ранний период роста поперечных деформаций.

В исследованиях *C. Goble* и *M. Cohen* изучалось влияние удельной поверхности заполнителей на механические свойства мелкозернистого бетона с цилиндрической прочностью 60..70 МПа. Было установлено, что с увеличением удельной поверхности заполнителя (уменьшением его крупности) вырастают прочность бетона и его предельная сжимаемость, а также снижается начальный модуль упругости бетона.

В связи с вышеизложенным можно предположить, что состав исходной бетонной смеси оказывает существенное влияние на поведение бетона при многоосном сжатии.

Испытания бетона на многоосное сжатие производилось на образцах различных видов – призмах, кубах, пластинах, цилиндрах, полых цилиндрах (трубах) и т.д. Столь различные по форме образцы могут быть загружены только на различающихся по конструкции испытательных установках. Немаловажное значение имеют и способы передачи нагрузки на образцы. Свой вклад в разброс результатов вносит и различная последовательность приложения нагрузок вдоль силовых осей.

Особую сложность представляет собой обеспечение условий нагружения образца и в первую очередь условия контакта между образцом и нагружающим устройством. Для обеспечения однородного напряженного состояния по объему образца используются специальные прокладки различной конструкции с применением различных материалов. Проведенные в исследованиях *А.П. Кириллова* и *П.Г. Павлова* [359] испытания более 20 видов

прокладок показали, что оптимальные условия нагружения создаются только при некоторых видах прокладок.

Если рассматривать вопрос влияния методов испытания образцов с позиций его учета при расчете бетона на местное сжатие, то для таких испытаний как раз и не требуется обеспечивать однородное нагруженное при испытании. Это связано с тем, что фактически местная нагрузка на небольшие площадки бетонной конструкции передается, как правило, жестким элементом с зафиксированным положением на нагружаемом образце. Последовательность нагружения при местном сжатии также такова, что разрушение наступает от увеличения сжимающего усилия на площадку нагружения. Остальные нагрузки остаются при этом относительно постоянными либо растут пропорционально основной сжимающей местной нагрузке.

Более важным является вопрос вида опытного образца, по которому до сих пор не выработано единого мнения. Результаты ряда исследований свидетельствуют о том, что соотношение размеров образцов следует учитывать при расчете. Так, например, В.Н. Евдокимов [357] при двухосном испытании образцов-кубов получил прочность значительно (до двух раз) превышающую прочность пластин, толщина которых была в четыре раза меньше их размеров в плоскости нагружения (рис. 6.3). Кроме того, обращает на себя внимание, что полученные *van Mier* экспериментальные данные свидетельствуют о существенном повышении прочности бетона в условиях преобладающего двухосного сжатия при сравнительно небольшом обжатии в третьем направлении (рис. 6.4).

В связи с вышеизложенным следует обратить особое внимание на сопоставление прочности испытываемых на местное сжатие образцов-пластин (особенно при полосовом нагружении вдоль толщины образцов) и прочности аналогично испытываемых образцов-кубов.

В большинстве из исследований прочность бетона при многоосном сжатии рассматривается как сумма прочности бетона при одноосном сжатии и приращения за счет бокового обжатия σ

$$f_{cc}^i = f_c^i + k\sigma \quad (6.1)$$

Относительное повышение прочности при этом связывают с относительным обжатием $\alpha = \frac{\sigma}{f_c}$, т.е. отношением величины бокового обжатия к призмной (цилиндрической) прочности

$$\frac{f_{cc}^i}{f_c^i} = 1 + k\alpha. \quad (6.2)$$

Коэффициентом эффективности бокового обжатия k называют отношение прироста прочности бетона к величине бокового обжатия. Как показывают результаты исследований, этот коэффициент может изменяться в широких пределах — от 0,6 до 3,3 при двухосном сжатии и от 2,5 до 8,0 при трехосном сжатии. Причем в последнее время все большее экспериментальное подтверждение приобретает мнение о непостоянстве коэффициента бокового обжатия. Ранее преобладало мнение, что прирост прочности пропорционален величине бокового обжатия (коэффициент бокового обжатия тогда постоянен). Теперь же считается, что при небольших уровнях обжатия прирост прочности происходит интенсивно, а затем несколько замедляется. Величина коэффициента бокового обжатия в начальной стадии может быть получена как величина производной по величине обжатия кривой

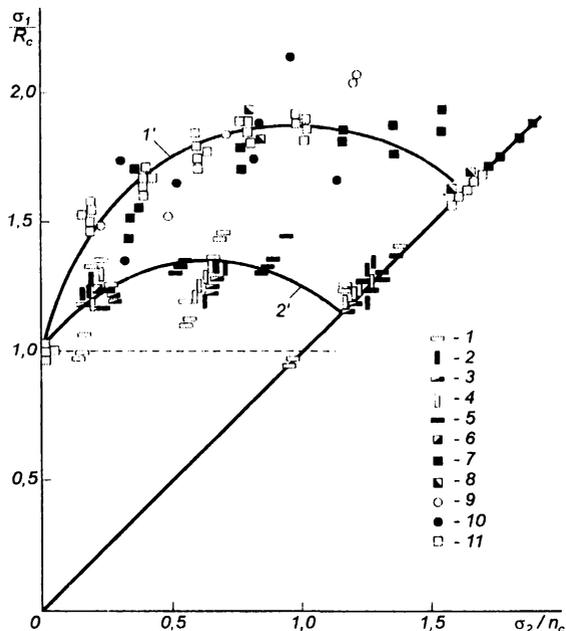


Рис. 6.3.

Сравнительные данные по прочности бетона при двухосном сжатии при различных соотношениях t толщины образца к его размеру в плоскости нагружения по [357] (кривая 1 – при $t=1,0$, кривая 2 – при $t=0,1..0,25$). Данные: 1 – F. Slate, 2 – O. Buyukozturk, A. Nilson, F. Slate; 3 – H. Kupfer., H. Hilsdorf, H. Rusch [233]; 4 – T. Liu, A. Nilson, F. Slate [248]; 5 – H. Weigler, G. Becker; 6 – K. Ingar et al.; 7 – P. Launay et al.; 8 – L. Mills, R. Zimmerman [272]; 9 – C. Bellamy [146]; 10 – I. Rosentahl, J. Glucklich [296]; 11 – В.И. Евдокимов [357].

прироста прочности при нулевом уровне обжатия. Полученные значения находятся в пределах от 5 до 10.

Если же сопоставить эти значения с прочностью бетонов при осевом сжатии, то наблюдается тенденция к увеличению коэффициента бокового обжатия с ростом прочности. Причины проявления этой тенденции пока достоверно не выявлены, и этот вопрос еще требует дальнейшего экспериментального изучения.

При рассмотрении зависимостей для определения прочности бетона при двухосном сжатии можно увидеть, что в большинстве случаев коэффициент эффективности бокового обжатия не является постоянным, зависит от относительного уровня бокового обжатия и уменьшается с его увеличением. Так, например, согласно П.М. Бичу [9] коэффициент равен $k = 0.95 - 0.7\alpha$, а по данным А.И. Давиденко [355] $k = 1.38 - 1.15\alpha$.

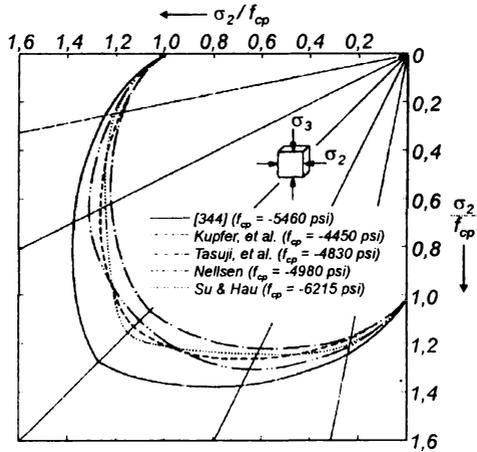


Рис. 6.4.

Влияние небольшого обжатия вдоль третьей оси на прочность бетона при двухосном сжатии (данные испытаний van Mier по [344])

При рассмотрении зависимостей для определения прочности бетона при трехосном симметричном сжатии можно увидеть, что коэффициент эффективности бокового обжатия принимается либо постоянным ($k = 4,1$ по F. Richart, A. Brandzaeg, R. Brown [293], $k = 4$ по А.А. Гвоздеву [23], $k = 5,3$ по Ю.Н. Малашкину, Б.И. Тябликову [58], $k = 4,8..6$ по А. Rogge [295]), либо зависит от относительного уровня бокового обжатия, как правило, уменьшаясь с его увеличением ($k = 6 - 0.4\alpha \geq 3.6$ или $k = 5 - 0.4\alpha \geq 3.6$ по Ю.В. Зайцеву [32], $k = 5 + \frac{1}{\sqrt{\chi}} - \alpha$ по Р.Г. Касимову [39], $k = \frac{3.9}{0.55 + \alpha}$ по А.В. Яшину [376],

$k = 1 + \frac{2.9}{\sqrt{\alpha}}$ по Г.Г. Соломенцеву, Н.В. Смирнову [106] и т.д.).

Известно, что значительное влияние на прочность и деформативность бетона при одноосном сжатии оказывают механические свойства зоны контакта цементного камня с поверхностью заполнителя. Выполненные К. Nemati, P. Monteiro и K. Scrivener [390] с использованием сканирующего микроскопа наблюдения характера микротрещинообразования обычного и высокопрочного бетона показали, что боковое обжатие бетона существенно уменьшает количество микротрещин в зоне контакта цементного камня с заполнителем. Наблюдение характера микротрещинообразования нагруженных одноосно и с дополнительным боковым обжатием образцов производилось при уровне напряжений, составляющем 80..85 % от разрушающих. При этом установлено, что количество микротрещин и их длина при одноосном сжатии бетона повышаются примерно в 1,5..2,0 раза по сравнению с ненагруженным бетоном. Приложение бокового давления уменьшает количество микротрещин и их длину практически до их уровня в ненагруженных образцах. Исследования также показали, что количество микротрещин и их длина в высокопрочном бетоне (цилиндрическая прочность 76 МПа) в 1,2..1,4 раза

меньше, чем у обычного бетона (цилиндрическая прочность 52 МПа). Это объясняется большей однородностью высокопрочного бетона по сравнению с обычным бетоном. Изучение ориентации трещин показало, что направление трещин не имеет случайного характера. Плотность расположения направления микротрещин по окружности приблизительно одинакова. Некоторое сравнительное увеличение (на 10 %) количества микротрещин наблюдалось только в зоне, расположенной в пределах 15° по отношению к направлению максимального сжатия.

Следует отметить, что деформации бетона при многоосном сжатии из-за методических трудностей исследовались в значительно меньшей степени, чем его прочность. Первые в этой области исследования, проведенные *F. Richart, A. Brandzaeg, R. Brown* [293], позволили предложить зависимость, связывающую предельные относительные деформации $\dot{\epsilon}_{cc}$ бетона при трехосном сжатии с его предельными относительными деформациями $\dot{\epsilon}_c$ при одноосном сжатии

$$\frac{\dot{\epsilon}_{cc}}{\dot{\epsilon}_c} = \beta_1 \left[\frac{f'_{cc}}{f'_c} - \beta_2 \right] \quad (6.3),$$

здесь $\beta_1 = 5$, $\beta_2 = 0.8$.

В исследованиях *I. Imran, S. Pantazopoulou* [217] получена аналогичная зависимость, но при этом $\beta_1 = 5$, $\beta_2 = 0.8$. Как следует из указанной зависимости, величина α относительного бокового обжатия в ней учтена косвенно при расчете величины f'_{cc} .

В исследованиях *M. Attard, S. Setunge* [139] приведена зависимость, непосредственно связывающая $\dot{\epsilon}_{cc}$ и $\dot{\epsilon}_c$, с использованием величины α

$$\frac{\dot{\epsilon}_{cc}}{\dot{\epsilon}_c} = 1 + (17 - 0.06f'_c) \cdot \alpha \quad (6.4).$$

В случае двухосного сжатия предельные относительные деформации сжатия увеличиваются примерно в 1,5..1,8 раза (рис. 6.5), что значительно меньше, чем при трехосном сжатии, когда деформации могут вырасти в 10 и более раз.

Зависимость, связывающая предельные относительные деформации $\dot{\epsilon}_{cc}$ бетона при двухосном сжатии с его предельными относительными деформациями $\dot{\epsilon}_c$ при одноосном сжатии согласно *А.И. Давиденко* [355] имеет следующий вид

$$\frac{\dot{\epsilon}_{cc}}{\dot{\epsilon}_c} = 1 + 2.15\alpha - 1.95\alpha^2 \quad (6.5).$$

Как следует из этой зависимости, степень увеличения предельных относительных деформаций сжатия зависит от относительной величины бокового обжатия. Наибольшее увеличение (только на 60 %) имеет место при $\alpha = 0,55$.

Следует отметить, что только в последнее время в окончательной редакции [178] европейских норм по расчету железобетонных конструкций появились весьма осторожные рекомендации по назначению параметров диаграммы деформирования бетона при трехосном сжатии (см.п. 30 табл. 6.2 и рис. 6.6).

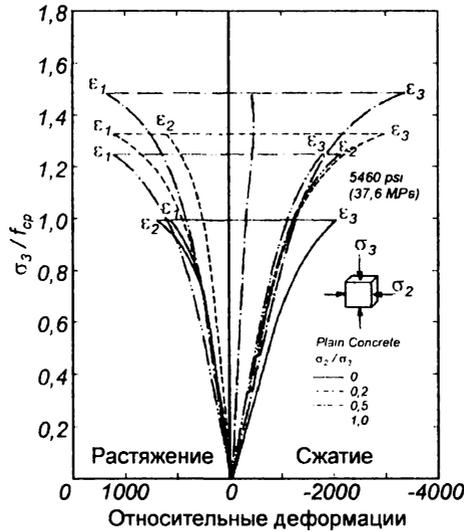


Рис. 6.5.

Зависимость $\sigma - \varepsilon$ для бетона ($f_c = 37,6$ МПа) при различных уровнях бокового обжатия (по [344])

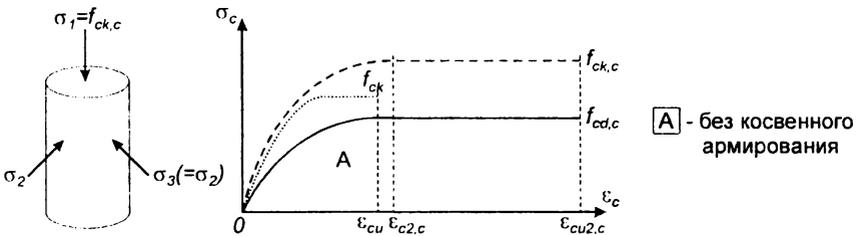


Рис. 6.6.

Зависимость $\sigma - \varepsilon$ для бетона при трехосном сжатии согласно PrEN 1992-1 (final draft) [178].

Суммируя результаты краткого анализа исследований прочности и деформаций бетона при двухосном и трехосном сжатии можно отметить, что накопленный экспериментальный материал свидетельствует о значительном положительном влиянии бокового обжатия на прочность бетона, которое еще в недостаточной мере учитывается в нормах проектирования.

6.3. Прочность и деформации бетона при местном сжатии

Исследования прочности бетонных и железобетонных элементов при местном сжатии имеют уже многолетнюю историю. Достаточно отметить, что первые опыты проводил в Германии *J. Baushinger* еще в 1876 г. После этого с периодичностью 10..12 лет появлялись отдельные исследования, посвященные этому вопросу, не вносящие ничего принципиально нового. И только начиная с 50-х годов 20-го века практически одновременно в разных странах начали проводиться более тщательные экспериментальные исследования, а также стали появляться первые теоретические исследования. Первенство среди последних принадлежит работам *А.Н. Василькова* [14, 15]. В этих работах с позиций теории прочности рассмотрена не только прочность бетона при сжатии, но и дано изящное решение этого вопроса для случая местного сжатия.

Несмотря на появление отдельных теоретических работ в этой области основное количество исследований носило чисто экспериментальный характер. Поэтому 1950..70 годы можно охарактеризовать как период накопления экспериментальных данных. В это время выполнили экспериментальные исследования *С.А. Семенов* [92, 93] в России, *В.Г. Кваша* [40–44, 52], *И.А. Рохлин* [84], *И.А. Русинов* и *Ю.В. Коваль* [45, 85] в Украине, *В.В. Венцкевичус* [18–20, 22] и *К. Шлежевичус* [120, 121] в Литве, *N. Hawkins* в Австралии [192–196], *S. Niyogi* [279, 280] в Индии и др. Несмотря на отдельные попытки теоретического анализа, основным результатом этих исследований явились эмпирически полученные расчетные зависимости. В связи с этим и нормативные зависимости для расчета прочности бетонных конструкций при местном сжатии имели чисто эмпирический характер. Здесь следует отметить, что глава вышедшего в 1954 г. первого СНиПа по расчету железобетонных конструкций [107] еще не содержала никаких указаний по такому расчету. Только в 1961 г. впервые появились указания норм по расчету на местное сжатие конструкций из тяжелого бетона [98]. Появившиеся с периодичностью в 10..12 лет новые нормы проектирования [95, 96, 97] не вносили новых принципиальных положений, а только расширяли область применения этого раздела норм на проектирование конструкций из мелкозернистых, легких и ячеистых бетонов. Здесь следует отметить, что и расчетные зависимости норм других стран [125, 137, 141, 152, 166, 167, 170, 174, 177–179, 281, 284, 379, 382, 393, 395] также имеют чисто эмпирическое происхождение.

Только в конце 70-х годов появились новые теоретические работы в этой области, выполненные в НИИЖБе *Л.Н. Зайцевым* и под его руководством [30, 31, 48, 49, 111], в которых вопросы расчета на местное сжатие рассматривались комплексно в более широком контексте во взаимосвязи с расчетом на местное действие нагрузок вообще. Впервые рассмотрены такие возможные схемы разрушения от местного действия нагрузки как раскалывание и скол. Обстоятельные исследования как экспериментального, так и теоретического характера в этом направлении были в дальнейшем выполнены *Б.С. Соколовым* [99–101] и под его руководством [62, 63, 102–105, 349].

В 1990-х гг. в странах СНГ были проведены экспериментально-теоретические исследования, в которых был предпринят попытки разработки новых подходов к расчету бетона на местное сжатие. На Украине

О.А. Довженко под руководством В.П. Митрофанова применила методы теории пластичности к оценке прочности бетона на местное сжатие [26]. В Белорусском политехническом институте И. Бунна под руководством Л.К. Лукши использовал для построения теории расчета бетона на местное сжатие сочетание гиперболического и линейного критериев прочности бетона [14].

С учетом многоплановости и многочисленности исследований прочности бетона на местное сжатие на основе анализа более 60 исследований и нормативных документов составлены табл. 6.3 и 6.4. В табл. 6.3 в основном сохранены обозначения соответствующих норм проектирования. В табл. 6.4 все обозначения приведены в их современном виде, отдельные зависимости преобразованы к общепринятому виду. Детальные пояснения используемых обозначений приведены в примечаниях к табл. 6.4, а основные геометрические параметры показаны на рис. 6.7.

Следует отметить, что ряд представляющих несомненный интерес зависимостей не вошли в таблицу из-за их громоздкости или невозможности их преобразования к стандартному виду. Как видно из табл. 6.3 в большинстве норм проектирования предлагается рассчитывать прочность бетона по одной из двух зависимостей:

$$R_{b,loc} = R_b \cdot \sqrt[3]{\frac{A_{cf}}{A_{c0}}} \leq kR_b \quad (6.6)$$

$$R_{b,loc} = R_b \cdot \sqrt{\frac{A_{cf}}{A_{c0}}} \leq kR_b \quad (6.7)$$

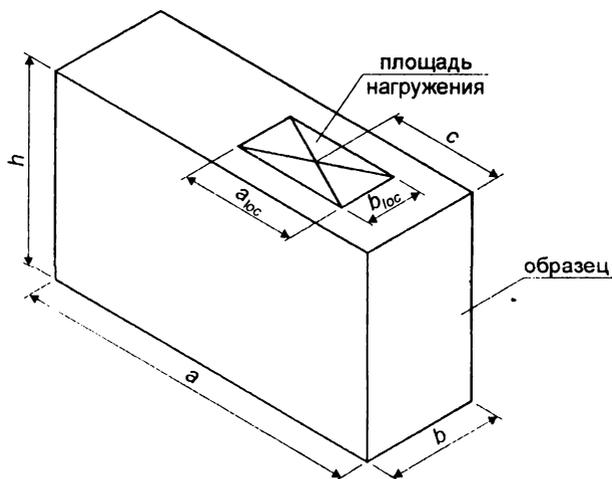


Рис. 6.7. Геометрические параметры образцов и расположение площади нагружения при местном сжатии

Таблица 6.3

Расчетные зависимости для определения прочности бетона при действии местного сжатия по различным нормам проектирования

№	Нормативный документ	Расчетная зависимость
1	2	3
1	Технические условия Германии (1925) по [394]	$\sigma_1 = \sigma \cdot \sqrt[3]{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}};$
2	Правила Франции ВА 45 (1945) по [384]	$R_{b,loc} = R_b \cdot \left(4 - 5 \sqrt{\frac{A_{c0}}{A_{c1}}} + 2 \frac{A_{c0}}{A_{c1}} \right)$
3	СНиП II-В.1-62 (1962) [98]	<p>Для бетонных элементов</p> $R_{b,loc} = R_b \cdot \sqrt[3]{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 1,5R_b;$ <p>для железобетонных элементов при $\frac{A_{c0}}{A_{c1}} \geq 2$</p> $R_{b,loc} = R_b \cdot \left(4 - 3 \sqrt{\frac{A_{c0}}{A_{c1}}} \right) \leq 3,5$
4	СНиП II-21-75 (1976) [97]	<p>для бетонных элементов</p> $R_{b,loc} = R_b \cdot \sqrt[3]{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 2,5R_b;$ <p>для железобетонных элементов</p> $R_{b,loc} = R_b \cdot \sqrt[3]{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 3,5R_b$
5	PN-76/B-03264 (1976) [393]	$R_{b,loc} = R_b \cdot \left(4 - 5 \sqrt{\frac{A_{c0}}{A_{c1}}} + 2 \frac{A_{c0}}{A_{c1}} \right) \leq 2,0$
6	CEB FIP 1978 (1978) [166]	$R_{Rdu} = f_{cd} \cdot \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 3,3 \cdot f_{cd}$
7	BAEL 83 (1983) [379]	<p>При условии совпадения центров тяжести площади приложения нагрузки A_{c0} и площади загружаемой плоскости A_{c1}</p> $R_{bloc} = \frac{0,85 \cdot f_{c28}}{\gamma_b} K, \text{ где}$ <p>1) при подобных площадях A_{c0} и A_{c1}</p> $K = 4 - 5 \sqrt{\frac{A_{c0}}{A_{c1}}} + 2 \frac{A_{c0}}{A_{c1}} \leq 4,0;$

Продолжение таблицы 6.3.

1	2	3
		<p>2) при неподобных площадях $A_{c0} = a_0 \cdot b_0$ и $A_{c1} = a_1 \cdot b_1$, прямоугольной формы</p> $K = 1 + \left(3 - \frac{a_0}{a_1} - \frac{b_0}{b_1} \right) \sqrt{\left(1 - \frac{a_0}{a_1} \right) \left(1 - \frac{b_0}{b_1} \right)}$ <p>3) если площадь A_{c0} является кругом диаметром d, то K определяется по формуле п.2 принимая $a_0 = b_0 = 0.88d$</p>
8	ACI Manual (1984) [378]	$f_{c,loc} = f'_c \cdot 0,8 \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} - 0,2 \leq 2,5f'_c,$
9	SIA162 (1984) [395]	$f_{c,loc} = 0,9 \left(1,5 + \frac{5}{f'_c} \right) \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \cdot f'_c \leq 1,8 \left(1,5 + \frac{5}{f'_c} \right) f'_c$
10	СНиП 2.03-01-84* (1985) [95]	<p>для бетонных элементов при классе бетона ниже В25</p> $R_{b,loc} = R_b \cdot \sqrt[3]{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 2,5R_b;$ <p>для бетонных элементов при классе бетона В25 и выше</p> $R_{b,loc} = 13,5 \cdot R_{bt} \cdot \sqrt[3]{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 20R_{bt};$ <p>для железобетонных элементов</p> $R_{b,loc} = R_b \cdot \sqrt[3]{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 3,5R_b$
11	СНиП 2.05.03-84 (1987) [96]	<p>для бетонных элементов</p> $R_{b,loc} = 13,5 \cdot R_{bt} \cdot \sqrt[3]{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 45R_{bt};$ <p>для железобетонных элементов</p> $R_{b,loc} = R_b \cdot \sqrt[3]{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 3R_b$
12	CEB FIP 1990 (1990) [167]	$R_{Rdu} = 1,3 \cdot f_{cd} \cdot \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 4f_{cd}$
13	ENV1992-1-1 (1991) [177]	<p>для тяжелого бетона</p> $R_{Rdu} = \alpha \cdot f_{cd} \cdot \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 3,3 \cdot \alpha \cdot f_{cd}$

Окончание таблицы 6.3.

1	2	3
14	ACI318-95 (1995) [125]	$f_{c,loc} = \phi \cdot 0.85 \cdot f'_c \cdot \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 2.0 \cdot \phi \cdot 0.85 \cdot f'_c$, где $\phi = 0,7$
15	DIN1045-1 (1998) [174]	для тяжелого бетона $R_{Rdu} = \alpha \cdot f_{cd} \cdot \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 3,3 \cdot \alpha \cdot f_{cd}$; для легкого бетона $R_{Rdu} = \alpha \cdot f_{cd} \cdot \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 2,3 \cdot \alpha \cdot f_{cd}$
16	DIN1045-1 (2001) [382]	для тяжелого бетона $R_{Rdu} = f_{cd} \cdot \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 3f_{cd}$; для легкого бетона $R_{Rdu} = f_{cd} \cdot \left(\frac{A_{c1}}{A_{c0}}\right)^{\frac{\rho}{4800}} \leq \frac{\rho}{800} f_{cd}$
17	PrEN 1992-1 (final draft) (2001) [178]	для тяжелого бетона $R_{Rdu} = f_{cd} \cdot \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 3,0 \cdot f_{cd}$; для легкого бетона $R_{Rdu} = f_{cd} \cdot \left(\frac{A_{c1}}{A_{c0}}\right)^{\frac{\rho}{4400}} \leq 3,0 \cdot f_{cd} \left(\frac{\rho}{2200}\right)$, где ρ — средняя плотность легкого бетона

Таблица 6.4

Расчетные зависимости для определения прочности бетона при действии местного сжатия по данным различных исследований

№	Автор	Схема разрушения	Расчетная зависимость
1	2	3	4
	Основная зависимость		$f_{loc} = \varphi_{loc} \cdot f'_c$
1	J. Vaushinger (1876)	Смятие	$\varphi_{loc} = 3 \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}}$
2	Б.М. Гладышев (1951) [351]	Раскалывание	При двухстороннем полосовом нагружении $\varphi_{loc} = \frac{2,3 - 1,25\gamma_a}{\chi\delta_a(1 - 0,9\beta_a)}$

Продолжение таблицы 6.4.

1	2	3	4
3	Y. Guyon (1953) [384]	Смятие	$\varphi_{loc} = 0,5 \left(3 \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} - 1 \right)$
4	A.H. Васильков (1954) [16]	Смятие	$\varphi_{loc} = 0,5 + \sqrt{0,25 + p + r}, \text{ где}$ $p = \frac{\sqrt{\chi - 1}}{\chi} \left(\sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} - 1 \right)$
5	W. Shelton (1957) [308]	Смятие	$\varphi_{loc} = \left(\frac{A_{c1}}{A_{c0}} \right)^{0,3}$
6	B.H. Червонобаба (1959) [118]	Смятие	$\varphi_{loc} = 4 - 3 \sqrt{\frac{A_{c0}}{A_{c1}}}$
7	H.-P. Spieth (1961) [314]	Смятие	$\varphi_{loc} = \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}}$
8	L. Kriz, C. Raths (1963) [230]	Смятие	При одностороннем симметричном нагружении двумя полосовыми штампами при $f_c = 15..25$ МПа $\varphi_{loc} = \frac{4,55}{\sqrt{f_c}} \sqrt[3]{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}}$
9	B.Г. Кваша (1966) [43, 358]	Смятие	При одностороннем центральном нагружении $\varphi_{loc} = 1 + \left(1 - \frac{f_v}{f_c} \right) p, \text{ где}$ $p = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} (\chi^2 - \chi + 1) - \chi + 1 \right) \left(\sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} - 1 \right)$ При одностороннем полосовом нагружении $\varphi_{loc} = \frac{1,0}{1,0 - 0,2 \left(1 - \frac{A_{c0}}{A_{c1}} \right)^2 \left(1 - \frac{f_v}{f_c} \right) \chi}$
10	Б.М. Гладышев (1968) [24]	Раскалывание	При одностороннем полосовом нагружении $\varphi_{loc} = \frac{1,2(2,3 + 5\beta_a)}{\chi \delta_a}$ При двухстороннем полосовом нагружении $\varphi_{loc} = \frac{(1 - 0,2\gamma_a) \chi (2,3 + 5\beta_a)}{\chi \delta_a}$

Продолжение таблицы 6.4.

1	2	3	4
			<p>При одностороннем центральном нагружении</p> $\varphi_{loc} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{0,8(2,3 + 5\beta_b)}{\chi\delta_b\beta_a} \\ 0,8(2,3 + 5\beta_a) \\ \chi\delta_a\beta_b \end{array} \right\}$
11	N. Hawkins (1968) [195]	Смятие	$\varphi_{loc} = 1 + \frac{4,15}{\sqrt{f_c}} \left(\sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} - 1 \right)$
12	T. Naagsma (1969) [386]	Смятие	$\varphi_{loc} = 0.79 \sqrt{\frac{A_{c0}}{A_{c1}}}$
13	Б.М. Гладышев, М.Г. Дюженко (1970) [352]	Раскалывание	<p>При одностороннем полосовом нагружении $\varphi_{loc} = \frac{2,75 + 6\beta_a}{\chi\delta_a}$</p> <p>При двухстороннем полосовом нагружении</p> $\varphi_{loc} = \frac{2,3 + 5\beta_a - \gamma_a(\beta_a + 0,46)}{\chi\beta_a}$ <p>При одностороннем центральном нагружении</p> $\varphi_{loc} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{1,65 + 4,75\beta_b + 2,4\beta_b^2}{\chi\delta_b\beta_a} \\ 1,65 + 4,75\beta_a + 2,4\beta_a^2 \\ \chi\delta_a\beta_b \end{array} \right\}$
14	W. Chen (1970) [160]	Раскалывание	$\varphi_{loc} = \frac{1}{\chi} \left[\frac{\pi b h}{A_{c0}} \tan(2\alpha + \phi) - 1 \right], \text{ где}$ $\cot \alpha = \tan \phi + \sec \phi \sqrt{1 + \frac{\frac{\pi b H}{A_{c0}} \cos \phi}{\chi \cdot \left(\frac{1 - \sin \phi}{2} \right) - \sin \phi}}$
15	N. Hawkins (1970) [194]	Смятие	<p>При одностороннем симметричном нагружении двумя полосовыми штампами при $f_c = 28.85$ МПа</p> $\varphi_{loc} = \frac{5,60}{\sqrt{f_c}} \sqrt[3]{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}}$

Продолжение таблицы 6.4.

1	2	3	4
16	Г.Д. Цискрели и др. (1970) [117]	Смятие	$\varphi_{l,oc} = \frac{K}{\sqrt{\chi}} \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}}$, где <i>K</i> = 3,5 для центрально приложенного квадратного штампа <i>K</i> = 4,3 для внецентренно приложенного квадратного штампа <i>K</i> = 2,7 для полосового штампа
17	И.А. Рохлин (1972) [84]	Смятие	При центральном нагружении $\varphi_{loc} = \left(\frac{A_{c0}}{A_{c1}} \right)^{-0,45}$ при полосовом нагружении $\varphi_{loc} = \left(\frac{A_{c0}}{A_{c1}} \right)^{-0,3424}$ при внецентренном нагружении $\varphi_{loc} = 1,22 + 1,76 \frac{a_1}{a_{loc}}$
18	К.В. Шлежевичус (1973) [120]	Смятие	При центральном нагружении $\varphi_{loc} = m + 0,5 \left(1 - \frac{1}{\chi} \right) + \sqrt{2m \left(1 - \frac{1}{\chi} \right) + 0,25 \left(1 + \frac{1}{\chi} \right)^2}$, где $m = \frac{1}{\chi} \left(\sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} - 1 \right)$; при полосовом нагружении $\varphi_{loc} = f \left(\chi, \frac{A_{c0}}{A_{c1}} \right)$
19	S. Niyogi (1973) [279,280]	Смятие	Для общего случая осесимметричного нагружения $\varphi_{loc} = 0,42 \left(\frac{1}{\beta_a} + \frac{1}{\beta_b} + 1 \right) - 0,29 \sqrt{\left(\frac{1}{\beta_a} - \frac{1}{\beta_b} \right)^2} + 5,06$

Продолжение таблицы 6.4.

1	2	3	4
			<p>При симметричном полосовом нагружении ($\beta_b = 1$)</p> $\varphi_{\text{loc}} = 0,42 \left(\frac{1}{\beta_a} + 2 \right) - 0,29 \sqrt{\left(\frac{1}{\beta_a} - 1 \right)^2} + 5,06$ <p>При симметричном нагружении штампом подобной формы ($\beta_a = \beta_b$)</p> $\varphi_{\text{loc}} = \frac{0,84}{\beta} - 0,23$
20	В.В. Венцкявичюс (1975) [18]	Смятие	<p>При центральном нагружении</p> $\varphi_{\text{loc}} = \left[1 + \frac{6,15}{\chi} \left(\sqrt[3]{\left(\frac{A_{c1}}{A_{c0}} \right)^2} - 1 \right) \right] \cdot \rho$ <p>При полосовом нагружении</p> $\varphi_{\text{loc}} = \left[1 + \frac{6,15}{\chi} \left(\sqrt[3]{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} - 1 \right) \right] \cdot \rho$ <p>где $\rho = 1$ при $\gamma \geq 1$ и $\rho \leq 1$ при $\gamma \leq 1$</p>
21	B. Jensen (1977) [388]	Смятие	$\varphi_{\text{loc}} = 0.2 + 0.8 \sqrt{\frac{A_{c0}}{A_{c1}}}$
22	A. Williams (1979) [396]	Смятие	$\varphi_{\text{loc}} = \frac{6.92}{\chi} \left(\frac{A_{c0}}{A_{c1}} \right)^{-0.47}$
23	Л.Н. Зайцев (1982) [30]	Раскалывание	$\varphi_{\text{loc}} = \frac{1}{\frac{2\delta_a}{\pi k_1 m_2} (1 + \chi) \lambda + k_2}$ <p>где при $0.1 \leq \delta_a \leq 1,5$</p> $\lambda = 1 - 1,41(\delta_a - 0,1) + 0,53(\delta_a - 0,1)^2$ <p>$k_1 \geq 1,0$ определяется экспериментально</p> $k_2 = \frac{0,75\delta_a + 0,275}{1,4}$
24	А.С. Залесов и др. (1982) [34]	Раскалывание	$\varphi_{\text{loc}} = \frac{1}{\chi} \left(8 + 2 \left(\frac{1}{\delta_a} - 1 \right) \right)$
25	Б.С. Соколов и др. (1983) [105]	Раскалывание	$\varphi_{\text{loc}} = \frac{\pi k_1 k_2}{2 \chi} + k_3,$

Продолжение таблицы 6.4.

1	2	3	4
			<p>где $k_1 = \frac{0,9 - 0,5\delta_a}{\delta_a} \geq 0$,</p> <p>коэффициенты k_1, k_2, k_3 учитывают геометрические параметры элементов</p>
26	Л.А. Дорошкевич, Г.Н. Гладышев (1983) [356]	Раскалы- вание	$\varphi_{loc} = \frac{k_1 k_2 k_3}{\chi \delta_a}, \text{ где}$ $k_1 = \frac{\pi}{2} (5,07\delta_a^2 + 2,1\delta_a + 1),$ $k_2 = 1 + (\sqrt{0,75f_t} - 1,14)\delta_a,$ $k_3 = 10^{(0,1334 - k_1)h}$
27	И.С. Ульбиева (1984) [111]	Раскалы- вание одно- сторон- нее	$\varphi_{loc} = \frac{1}{\delta_a(1 + \chi)\lambda + k_2},$ <p style="text-align: center;">где при</p> $0,11 \leq \delta_a \leq 1,5$ $\lambda = 1 - 1,4375(\delta_a - 0,11) + 0,5171(\delta_a - 0,11)^2$ $k_1 = \eta < 0,3$ $k_2 = \frac{0,8136\delta_a + 0,1696}{1,39}$
28	Г.Н. Гладышев (1986) [353]	Скол ($\delta_a \leq 2\eta$ и $\delta_a + 2\eta \leq 1$) Раскалы- вание	$\varphi_{loc} = 4 \frac{f_{sh}}{f_c} \left(\frac{\eta}{\delta_a} + 1 \right)$ <p>при $f_{sh} = 2f_t$ $\varphi_{loc} = \frac{8}{\chi} \left(\frac{\eta}{\delta_a} + 1 \right)$</p> $\varphi_{loc} = \frac{\varphi_1 \varphi_2 \varphi_3}{\chi \delta_a}, \text{ где}$ $\varphi_1 = \frac{\pi}{2} (5,07\delta_a^2 + 2,1\delta_a + 1),$ $\varphi_2 = 1 + (\sqrt{0,75f_t} - 1,14)\delta_a,$ $\varphi_3 = \frac{\varphi_{\epsilon h}}{\varphi_{Rh}} \delta_a + \varphi_{Rh} (1 - \delta_a),$ $\varphi_{Rh} = 1,247 - 0,464\sqrt[3]{h},$ $\varphi_{\epsilon h} = \left(0,232 + \frac{0,513}{f_t} \right)^{(2,153\sqrt[3]{h} - 1,144)}$

Продолжение таблицы 6.4.

1	2	3	4
29	L. Bortolotti (1988) [148]	Раскаль- вание	$\varphi_{loc} = \frac{1}{\chi} \left[\frac{\pi b h}{A_{c1}} - \cot \alpha \right], \text{ где } \alpha = \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}$ $\phi = \arcsin \left(1 - \frac{2}{6,4 + 0,122 f_c} \right)$
30	K. Lieberum, H. Reinhardt (1989) [247]	Смятие	$\varphi_{loc} = 12,5 \sqrt{\frac{40}{f_c}} \text{ при } \frac{A_{c1}}{A_{c0}} \leq 320$ $\varphi_{loc} = 0,7 \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \text{ при } \frac{A_{c1}}{A_{c0}} > 320$
31	И.И. Мустафин (1989) [62]	При $\gamma \leq 1,5$ (сжатие – растя- жение)	<p>При симметричном двустороннем по- лосовом нагружении</p> $\varphi_{loc} = k_b \left[\frac{\cot \alpha}{\chi} \left(\frac{1}{\delta_p} - \frac{\sin 2\alpha}{2} + 3 \right) + \sin^2 \alpha \right],$ <p>где $\delta_p = \frac{a_{loc}}{h_p}$; $h_p = \min \left\{ \begin{matrix} 1,5a \\ h \end{matrix} \right\}$</p> $\alpha = \max \left\{ \begin{matrix} \arctg \left(\frac{0,48}{\sqrt[3]{\delta_p^2}} \right) \\ \arctg(0,25\chi - 1,56) \end{matrix} \right\},$ $k_b = f(\beta_a, \gamma_a)$
		При $\gamma > 1,5$ (смятие)	<p>При симметричном двустороннем по- лосовом нагружении</p> $\varphi_{loc} = \nu \alpha_2 + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\chi} \right) +$ $\sqrt{(v^2 - 1) \alpha_2^2 + (v + 1) \left(1 - \frac{1}{\chi} \right) \alpha_2 + \frac{1}{4} \left(1 + \frac{1}{\chi} \right)^2}$ <p>ν принимается по опытным данным, $\alpha_2 = \frac{\sigma_2}{f_c}$, где σ_2 - напряжения бокового обжатия клина</p>
		Скол	<p>При краевом полосовом нагружении (при $\delta_a \operatorname{tg} \alpha \leq 0,5$; $\eta_a < \delta_a$; $\eta_a + 0,5\delta_a \leq \gamma_a$)</p> $\varphi_{loc} = \frac{3}{\chi} \cot \alpha + \sin^2 \alpha,$ <p>где $\alpha = \arctg(0,25\chi - 1,56)$</p>

Продолжение таблицы 6.4.

1	2	3	4
32	В.Н. Сахаров, А.В. Старчевский (1989) [87]	Раскаль- вание	<p>При полосовом двустороннем симметричном нагружении</p> $\varphi_{loc} = \frac{m}{\chi \operatorname{tg} \alpha_1} \left[\Phi_1 (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_1) + \frac{1}{\delta_a} - \operatorname{tg} \alpha_1 \right],$ <p>где при $0,1 \leq \delta_a \leq 0,9$</p> $\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{0,15}{\delta_a} + 0,5$ $\Phi_1 = 13,6\delta_a^2 - 12,2\delta_a + 5,28 \geq 2,8$
		Сжатие	<p>При полосовом двустороннем симметричном нагружении</p> $\varphi_{loc} = 0,75 \text{ при } \delta_a \leq \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_2}$ $\varphi_{loc} = 1 - \frac{0,25}{\delta_a \operatorname{tg} \alpha_2} \text{ при } \delta_a \geq \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_2}$ <p>где α_2 — угол наклона к горизонтали плоскости скольжения клина, определяемый по [84]</p>
33	Ю.В. Свидзинский (1989) [89]	Смятие	$\varphi_{loc} = \frac{8,5}{\chi} \sqrt[3]{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}}$ <p>для ячеистого бетона</p>
34	И. Бунна (1991) [14]	Смятие	<p>При полосовом одностороннем нагружении</p> $\varphi_{loc} = 1 + E(\bar{\alpha}, \alpha_0, \alpha_1) \left(\frac{A_i}{A_{loc}} - 1 \right) \left(\frac{\sigma_1}{f_c} - 1 \right),$ <p>При центральном нагружении</p> $\varphi_{loc} = 1 + \frac{F_{\alpha}}{2} \left(\sqrt{\frac{A_i}{A_{loc}}} - 1 \right) \left(\frac{\sigma_1}{f_c} - 1 \right),$ <p>где $E(\bar{\alpha}, \alpha_0, \alpha_1)$ и F_{α} — расчетные параметры по [14]; A_i — площадь загружаемой плоскости элемента, но не более площади A_{pl}, определяемой согласно [14]; σ_1 — главное (большее) напряжение в бетоне по [14]</p>

Продолжение таблицы 6.4.

1	2	3	4
35	Б.С. Соколов (1992) [99]	Смятие	<p>При центральном объемном нагружении</p> $\varphi_{loc} = \frac{\cot \alpha}{\chi} \left(\frac{2m}{\beta_a} \left(\frac{1}{\delta_p} - \frac{\sin 2\alpha}{2} \right) + 6(1 + \sin^2 \alpha) \right) + \sin^4 \alpha$ <p>при полосовом нагружении в средней части сечения</p> $\varphi_{loc} = \frac{\cot \alpha}{\chi} \left(\frac{1}{\delta_p} - \frac{\sin 2\alpha}{2} + 3 \right) + \sin^2 \alpha$ <p>при краевом полосовом нагружении</p> $\varphi_{loc} = \frac{3}{\chi} \cot \alpha + \sin^2 \alpha$ <p>где $\alpha = \arctg(0,25\chi - 1.56)$, $m = 0,6 \dots 1,0$</p>
36	С.Ю. Цейтлин, Д.И. Яровский (1992) [116]	Смятие	<p>При центральном объемном нагружении для тяжелого бетона</p> $\varphi_{loc} = 0,3 + 0,7 \sqrt[3]{\frac{A_{ct}}{A_{co}}}$ <p>для керамзитобетона</p> $\varphi_{loc} = 0,3 + 0,2 \sqrt[3]{\frac{A_{ct}}{A_{co}}} + 0,5 \left(\sqrt[3]{\frac{A_{ct}}{A_{co}}} \right)^2$
37	P. Adebbar, Z. Zhou (1993) [129]	Смятие	<p>$\varphi_{loc} \leq 0,6(1 + 2\omega_1\omega_2)$ при $f'_c \leq 34,5$ МПа</p> <p>$\varphi_{loc} \leq 0,6 + \frac{6\omega_1\omega_2}{\sqrt{f'_c}}$ при $f'_c \geq 34,5$ МПа</p> $\omega_1 = 0,33 \left(\sqrt{\frac{A_{ct}}{A_{co}}} - 1 \right) \leq 1,0$ $\omega_2 = 0,33 \left(\frac{h}{b} - 1 \right) \leq 1,0$
38	Б.С. Соколов, И.И. Мустафин (1995) [103, 104]		<p>Для керамзитобетона при центральном полосовом нагружении</p> $\varphi_{loc} = m \left[\frac{\cot \alpha}{\chi} \left(\frac{1}{\delta_p} - \frac{\sin 2\alpha}{2} + 3 \right) + \sin^2 \alpha \right]$ <p>при краевом полосовом нагружении</p> $\varphi_{loc} = \frac{3}{\chi} \cot \alpha + \sin^2 \alpha \quad m = 1 + \left(1 - \frac{A_{loc1}}{A_{loc0}} \right)^2$

Продолжение таблицы 6.4.

1	2	3	4
			<p>при центральном объемном загрузении</p> $\varphi_{loc} = m \left[\frac{2 \cot \alpha}{\chi} \left(\frac{1}{\delta_p} \frac{\sin 2\alpha}{2} + 6 \right) + \sin^4 \alpha \right]$ <p>где $\delta_p = \frac{a_{loc}}{h_p}$; $h_p = \min \left\{ \begin{matrix} 1,5a \\ 2h \end{matrix} \right\}$</p>
39	Н.А. Рак (1998) [77]	Смятие	<p>Для тяжелых и мелкозернистых бетонов $\varphi_{loc} = \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq \frac{9,8}{\chi} \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}}$</p> <p>для легких бетонов</p> $\varphi_{loc} = \sqrt[3]{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq \frac{9,8}{\chi} \sqrt[3]{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}}$
40	A. Griezic et all (1998) [189]	Смятие	<p>для центральных шарниров</p> $\varphi_{loc} = \frac{1}{1 - 0,95 \left(1 - \sqrt{\frac{A_{c0}}{A_{c1}}} \right)} \leq 3,5$ <p>для полосовых шарниров</p> $\varphi_{loc} = \frac{1}{1 - 0,55 \left(1 - \frac{A_{c0}}{A_{c1}} \right)} \leq 1,7$ <p>$\dot{\varepsilon}_{loc} = \varphi_{loc} \dot{\varepsilon}_c$, где для центральных шарниров $\varphi_{loc} = 1 + 2,5 \varphi_{loc} \left(1 - \sqrt{\frac{A_{c0}}{A_{c1}}} \right) \leq 7,5$</p> <p>для полосовых шарниров</p> $\dot{\varphi}_{loc} = 1 + 2,5 \varphi_{loc} \left(1 - \frac{A_{c0}}{A_{c1}} \right) \leq 4,0$ <p>Диаграмма деформирования на восходящей ветви (при $\varepsilon_{loc} \leq \dot{\varepsilon}_{loc}$)</p> $\frac{\sigma_{loc}}{f_{loc}} = 2 \frac{\varepsilon_{loc}}{\dot{\varepsilon}_{loc}} - \left[\frac{\varepsilon_{loc}}{\dot{\varepsilon}_{loc}} \right]^2$ <p>Диаграмма деформирования на нисходящей ветви (при $\varepsilon_{loc} > \dot{\varepsilon}_{loc}$)</p> $\frac{\sigma_{loc}}{f_{loc}} = \frac{n \left(\varepsilon_{loc} / \dot{\varepsilon}_{loc} \right)}{n - 1 + \left(\varepsilon_{loc} / \dot{\varepsilon}_{loc} \right)^{nk}}$ <p>$n = 0,8 + (f_{loc} / 17)$, при МПа $k = 0,67 + (f_{сфф} / 62)$</p>

Окончание таблицы 6.4.

1	2	3	4
41	Н.А. Рак, Н. АльАрки (2000) [80]	Смятие	При центральном приложении для бетона прочности 60..100 МПа $\varphi_{loc} = 1 + \frac{14,5}{\chi} \left(\sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} - 1 \right)$
42	Н.А. Рак, СНБ 5.03.01-02 (2002) [373]		$\varphi_{loc} = 1 + \frac{k_u k_f}{\chi} \cdot \left(\sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} - 1 \right) \leq \varphi_{loc, max}$, где $k_u = 0,8\chi \geq 14,0$; для тяжелого бетона $k_u = 12,5$ для мелкозернистого бетона; $k_f = 1,0$ при центральном объемном нагружении; $k_f = 0,8$ при полосовом нагружении; в остальных случаях $0,8 \leq k_f \leq 1,0$ согласно схемы нагружения
Примечание. В приведенных зависимостях $\varphi_{loc} = \frac{f_{loc}}{f'_c}, \quad \chi = \frac{f'_c}{f_t}, \quad \gamma_a = \frac{h}{a}, \quad \gamma_b = \frac{h}{b}, \quad \beta_a = \frac{a_{loc}}{a}, \quad \beta_b = \frac{b_{loc}}{b}, \quad \delta_a = \frac{a_{loc}}{h}, \quad \delta_b = \frac{b_{loc}}{h}, \quad \eta_a = \frac{c}{h}$ Все расчетные зависимости приведены с применением условных обозначений, используемых в настоящее время: f_{loc} – прочность бетона при местном действии сжимающей нагрузки (МПа); f'_c – цилиндрическая или призмная прочность бетона на осевое сжатие (МПа); f_t – прочность бетона на осевое растяжение (МПа); φ_{loc} – коэффициент повышения прочности бетона при местном действии сжимающей нагрузки; χ – показатель хрупкости бетона; A_{c0} – площадь бетона, на которую приложена местная сжимающая нагрузка; A_{c1} – условная площадь бетона, на которую распределяются напряжения при местном действии сжимающей нагрузки; b – ширина вертикального сечения (толщина) бетонного элемента; h – высота вертикального сечения бетонного элемента (м); a – горизонтальный размер бетонного элемента в направлении, перпендикулярном его толщине; b_{loc} – размер площадки, по которой приложена местная сжимающая нагрузка, в направлении толщины бетонного элемента; a_{loc} – то же в направлении, перпендикулярном толщине бетонного элемента; c – расстояние от центра штампа до ближайшего угла нагружаемой плоскости бетонного элемента; ϕ – угол внутреннего трения бетона; α – угол наклона конуса (клина) бетона под штампом; ϵ_{loc} – относительные деформации бетона при максимальном сопротивлении; ϵ_{loc} – относительная деформация бетона при напряжении σ_{loc} ; σ_{loc} – напряжения в бетоне под площадкой нагружения; k_u – коэффициент эффективности бокового обжатия при смятии; k_f – коэффициент, учитывающий неравномерность бокового обжатия при смятии			

В этих зависимостях под корнем стоит отношение так называемой площади распределения нагрузки к площади ее приложения. Причем правила назначения площади распределения нагрузки при общей схожести имеют и существенные различия, как это можно увидеть на рис. 6.8–6.10. Имеются различия и в величинах коэффициента k , устанавливающего граничное значение прочности бетона при местном сжатии.

Из других зависимостей наибольшее распространение в нормативных документах получила зависимость

$$R_{b,loc} = R_b \cdot \left(4 - 5 \sqrt{\frac{A_{c0}}{A_{c1}} + 2 \frac{A_{c0}}{A_{c1}}} \right). \quad (6.8)$$

В данной зависимости величина $R_{b,loc}$ с увеличением площади распределения A_{c1} асимптотически стремится к предельному значению $4R_b$. В диапазоне небольших отношений A_{c1}/A_{c0} зависимость (6.8) дает величины близкие к величинам по зависимости (6.7).

Как видно из табл. 6.4 во многих предложениях отдельных исследователей также предлагается рассчитывать прочность бетона по одной из зависимостей (6.6) и (6.7).

Следует отметить, что ранее в работах [77, 78] уже был выполнен анализ применимости различных методов расчета на местное сжатие на большой выборке (300...500) образцов из бетона на плотном крупном заполнителе. На основании этого анализа были даны рекомендации по совершенствованию методики расчета бетонных элементов на местное сжатие. При этом было рекомендовано при расчете конструкций из тяжелых и мелкозернистых бетонов пользоваться формулой (6.7), а для расчета легких бетонов формулой (6.6).

С учетом отмеченного в предыдущем разделе различия в поведении материалов различной структуры при многоосном сжатии была поставлена задача еще раз тщательно проанализировать влияние вида бетона и вида нагружения на его прочность при местном сжатии. При этом целесообразно для повышения надежности выводов увеличить объем выборки экспериментальных данных. В связи с этим по доступным литературным источникам (в основном по оригинальным публикациям) была составлена значительно расширенная по сравнению с предыдущей выборка экспериментальных данных. Достаточно отметить, что общее количество проанализированных источников превысило 50, в более чем половине из них имелись достаточно полные данные об испытанных образцах и необходимые результаты испытаний. Общий объем выборки превысил 2600 образцов.

При анализе были введены определенные ограничения по включению образцов в расчет.

Первое ограничение касалось отношения высоты образца к его ширине. При одностороннем загрузении из выборки исключались образцы, у которых это отношение было менее 0,75, а при двустороннем загрузении – менее 1,5. Это ограничение введено в связи с тем, что анализ экспериментальных данных показал значительное снижение прочности в более низких образцах при всех прочих равных условиях. В то же время не выявлено никаких существенных отличий в прочности образцов с различной величиной этого отношения, если оно превышает указанные пределы.

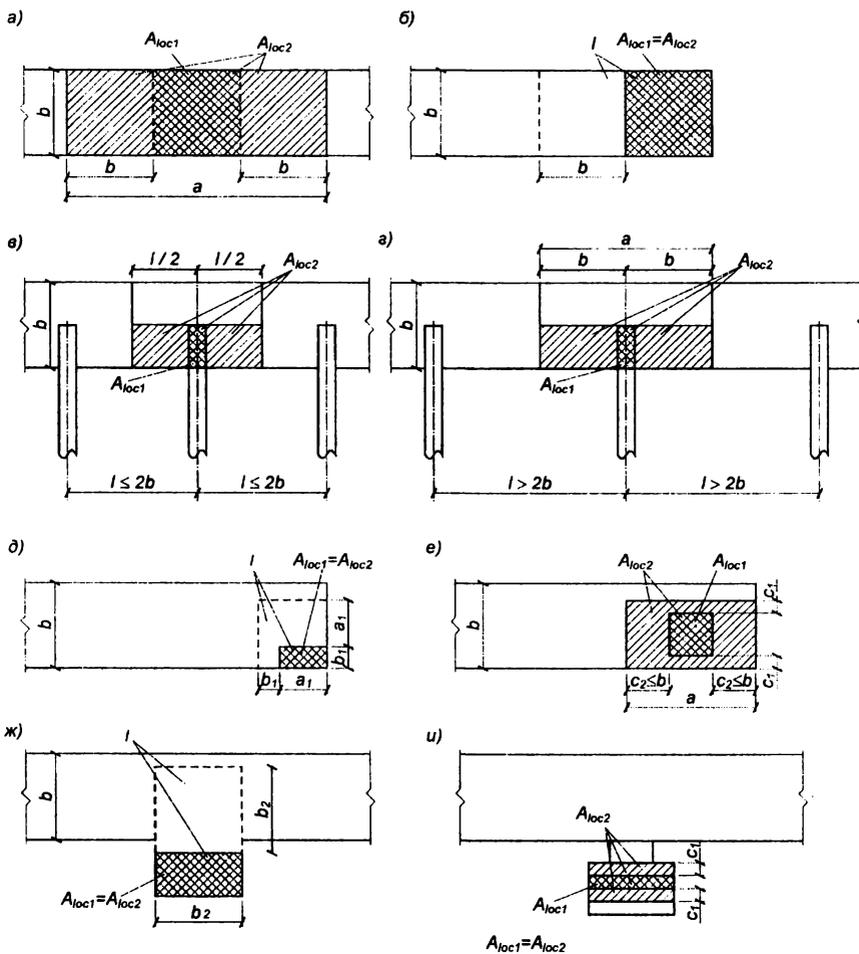


Рис. 6.8.
 Определение расчетной площади A_{loc2} при расчете на местное сжатие согласно СНиП 2.03.01-84 [95]

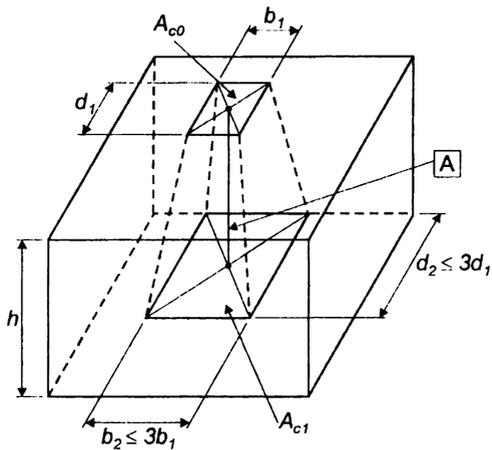
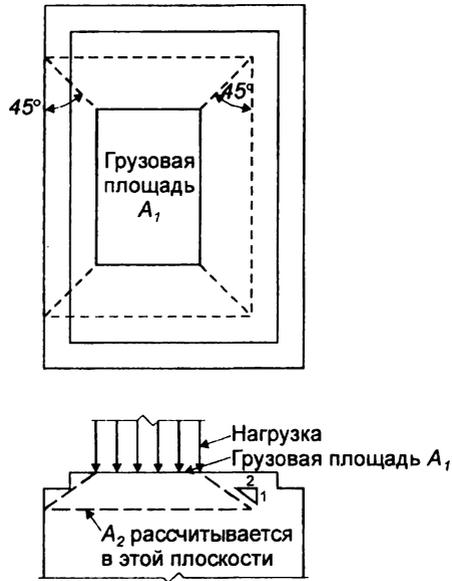


Рис. 6.9.
Определение расчетных площадей при расчете на местное сжатие
а – площади A_2 согласно ACI 318-95 [125];
б – площади A_{c1} согласно EN 1992-1 (Final Draft) [383]

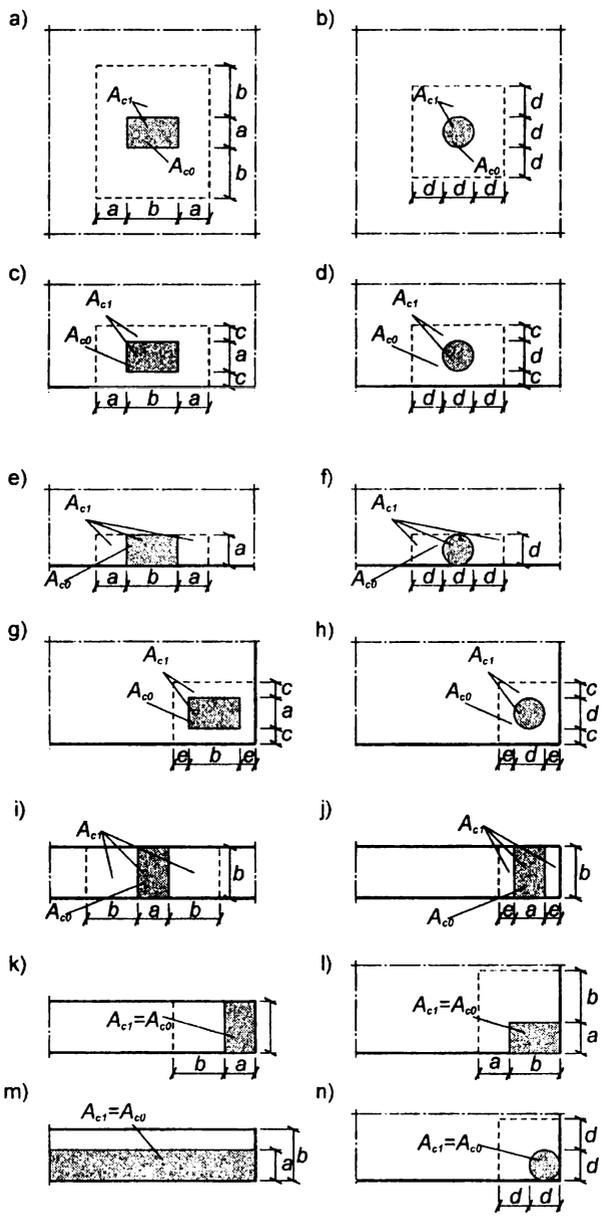


Рис. 6.10.
 Определение расчетной площади A_{c1} согласно СНБ 5.03.01-02

Второе ограничение касалось минимальной прочности бетона. С учетом того, что для включения в нормы рекомендованы бетоны с кубиковой прочностью 10 МПа и более из выборки исключались данные по образцам с меньшей прочностью.

С учетом введенных ограничений общее количество образцов в контрольной выборке составило более 1800 образцов, в том числе 130 образцов из мелкозернистого бетона и около 100 образцов из легкого бетона, изготовленного с использованием различных заполнителей. В пределах одного вида бетона все образцы разбиты на группы, различающиеся схемой нагружения (рис. 6.11).

Анализ предложенных зависимостей для определения прочности бетона при местном сжатии показал, что большинство из них основаны на эмпирическом подходе, т.е. не базируются на какой-либо физической расчетной модели. Кроме того, указанные зависимости по своему построению практически не стыкуются с предложениями по расчету прочности бетона при многоосном сжатии, несмотря на то, что характер разрушения бетона в том и другом случае весьма схож.

В связи с этим назрела необходимость разработки такой зависимости для расчета прочности бетона на местное сжатие, которая бы основывалась на расчетной модели, в полной мере отражающей характер напряженного состояния бетона в области местного сжатия.

Такая расчетная модель при центральном местном сжатии может быть представлена в виде центрального находящегося в пределах площади A_{c0} приложения нагрузки (далее площади штампа) блока и расположенного вокруг него так называемого периметрального блока (рис. 6.12). На рисунке показаны цилиндрический штамп на бетонном образце цилиндрической формы, имеющем площадь A_{ct} . При квадратном размере штампа и бетонного образца они приводятся к равновеликим по площади цилиндрической формы.

Бетон в пределах центрального блока испытывает вертикальное давление от штампа и радиальное обжатие давлением σ_0 периметрального блока (далее бетонной обоймы). Исходя из предпосылок, принятых в исследованиях А.Н. Василькова [3], напряжения обжатия центрального блока бетонной обоймой для принятой расчетной модели могут быть определены по формуле

$$\sigma_0 = \left(\sqrt{\frac{A_{ct}}{A_{c0}}} - 1 \right) \cdot \omega_t f_{ct} \quad (6.9)$$

где f_{ct} – прочность на растяжение бетона обоймы;

ω_t – коэффициент полноты эпюры растягивающих напряжений по толщине и высоте обоймы.

Бетон в пределах центрального блока находится в условиях многоосного сжатия и его прочность местное сжатие $f_{c,loc}$ может быть представлена по аналогии с прочностью бетона при трехосном сжатии зависимостью вида

$$f_{c,loc} = f'_c + k_{ef} \cdot \sigma_0 = f'_c + k_{ef} \cdot \omega_t \left(\sqrt{\frac{A_{ct}}{A_{c0}}} - 1 \right) f_{ct} \quad (6.10),$$

в которой f'_c – прочность бетона на осевое сжатие;

k_{ef} – коэффициент эффективности бокового обжатия при трехосном сжатии бетона.

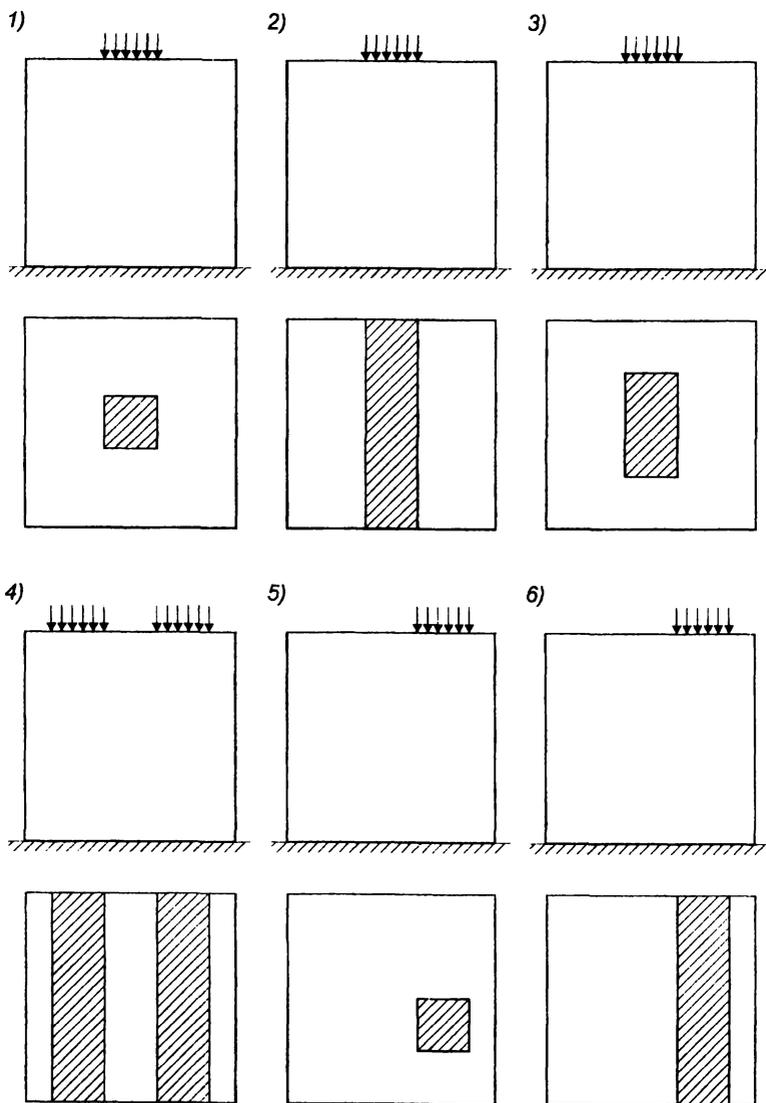


Рис. 6.11.

Основные схемы приложения нагрузки при местном сжатии
 (1 – центральное концентричное; 2 – центральное полосовое;
 3 – центральное неконцентричное;
 4 – симметричное полосовое двумя штампами;
 5 – внецентренное неполосое; 6 – внецентренное полосовое)

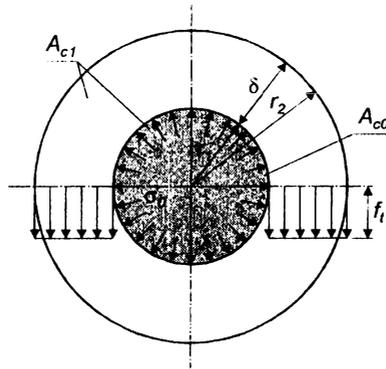


Рис. 6.12.

Схема обжатия наружной облойми области бетона, расположенной в пределах площади нагружения (по А.Н. Василькову [16])

Произведение перед вторым слагаемым правой части зависимости (6.10) обозначим

$$k_u = K_{ef} \omega_t,$$

тогда зависимость (6.9) преобразуется к виду

$$f_{c,loc} = f'_c + k_u \left(\sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} - 1 \right) f_{ct} \quad (6.11)$$

По своему физическому смыслу коэффициента k_u представляет собой коэффициент эффективности бокового обжатия при местном сжатии.

Следует отметить, что А.Н. Васильков [3] в целях упрощения принимал допущение, что напряжения в бетонной облойме распределены по ее толщине и высоте равномерно, что равносильно принятию $\omega_t = 1,0$. В то же время, очевидно, что такое допущение не соответствует реальным условиям работы бетонной облоймы, характеризуемых сложным напряженным состоянием.

В последнее время неоднократно предпринимались попытки теоретического рассмотрения напряженно-деформированного состояния бетона в области местного сжатия с позиций теории прочности и пластичности бетона. К сожалению получаемые при этом зависимости оказались малоприменимыми для инженерной практики.

Более удачным оказался подход к решению этой задачи, предложенный Б.С. Соколовым [99–101] и развитый под его руководством [62, 63, 102–105, 349]. Однако и в этом случае пришлось вводить новые дополнительные параметры и ненормируемые характеристики бетона, что значительно усложнило расчет.

В то же время зависимость (6.11) имеет ясный физический смысл и гармонизирована с зависимостями для расчета прочности бетона при трехосном сжатии.

Введем понятие относительной толщины наружной бетонной облоймы α_t ,

$$\alpha_t = \frac{\delta}{r_1} = \frac{r_2 - r_1}{r_1} = \frac{r_2}{r_1} - 1 = \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} - 1.$$

С учетом того, что $f_{c,loc} = \varphi_{loc} f_c'$ и $\chi = \frac{f_c'}{f_t}$ зависимость (6.11) может быть преобразована к виду

$$k_u = \frac{(f_{c,loc} - f_c')}{f_t \left(\sqrt{\frac{A_{ct}}{A_{co}} - 1} \right)} = (\varphi_{loc} - 1) \frac{\chi}{\alpha_t} \quad (6.12).$$

Зависимость (6.12) может быть использована для вычисления величины коэффициента эффективности бокового обжатия при местном сжатии по результатам экспериментальных исследований. При этом в зависимость (6.12) следует подставлять опытные значения $\varphi_{loc,obs}$, χ_{obs} и $\alpha_{t,obs}$.

Для вычисления величины коэффициента эффективности k_u была использована выборка концентрично сжатых образцов, изготовленных из тяжелого трехкомпонентного бетона. Краткая характеристика образцов с указанием источника приведена в табл. 6.5. При выполнении вычислений был выполнен отсев так называемых выскакивающих значений, не превысивший 4 % от общего числа опытных значений. Результаты вычислений коэффициента эффективности k_u по зависимости (6.12) представлены на рис. 6.13 и 6.14.

Таблица 6.5

Основные сведения о выборке опытных образцов из тяжелого трехкомпонентного бетона, испытанных при концентричном нагружении, и результатах расчетов

№ п.п.	Исследования	Кол-во	$f_c \cdot$ МПа	$\alpha_{t,obs}$ ю	$\frac{\varphi_{loc,cal}}{\varphi_{loc,obs}}$	C_v
1	2	3	4	5	6	7
1	G. Meyerhof (1953) [268]	5	18-30	4,42	1,174	0,180
2	T. Au, D. Baird (1960) [140]	12	39	0,42-3	0,998	0,066
3	H. Spieth (1961) [314]	8	20-76	0,12-9	1,011	0,119
4	K. Middendorf (1963) [269]	9	18-50	0,33-1,67	1,108	0,106
5	N. Hawkins (1968) [195]	42	27-51	1-5	1,300	0,143
6	Г.Д. Цискрели и др. (1970) [117]	9	20	1-5,67	1,016	0,094
7	M. Nyland, W. Chen (1970) [212]	12	56	1,67-3	1,250	0,063
8	S. Niyogi (1973) [279]	80	25-32	0,33-7	1,098	0,106
9	S. Niyogi (1974) [280]	153	15-59	1-7	1,092	0,127
10	С.А. Семенов (1978) [93]	21	20	1-5	1,043	0,082
11	В.В. Венцявичус (1979) [20]	15	37-50	1-7	1,021	0,080
12	В.В. Венцкевичус (1980) [19]	276	22-52	0,41-8,38	0,974	0,104
13	Ю.В. Коваль (1980) [45]	149	34-74	1-3	0,969	0,160
14	В.В. Вяньцявичус (1984) [22]	14	22-48	1-4,65	1,099	0,058
15	И. Бунна (1991) [14]	22	22-43	0,4-6,33	1,038	0,071
16	С.Ю. Цейтлин, Д.И. Юровский (1992) [116]	18	14-17	3,37-8,62	0,920	0,068
17	P. Adebare, Z. Zhou (1993) [129]	23	25-38	0,33-2	0,946	0,121
18	Н.А. Рак, Н. АльАрики (2001) [80]	38	62-97	0,67-9	0,935	0,074
	Всего	907	14-97	0,12-9	1,029	0,146

Как следует из рис. 6.13 величина коэффициента эффективности бокового обжатия k_u практически не зависит от величины α_t в большом диапазоне ее изменения.

В то же время рис. 6.14 свидетельствует о том, что прослеживается определенная зависимость коэффициента эффективности k_u от величины параметра χ . При $\chi \leq 10$ опытная величина коэффициента эффективности k_u является приблизительно постоянной и равна 10, а при $\chi > 10$ величина этого коэффициента следует зависимости $k_u = \chi$.

С учетом наблюдающегося существенного разброса опытных значений коэффициента эффективности k_u с определенным запасом величину этого коэффициента рекомендуется вычислять по следующей зависимости

$$k_u = 0,8\chi \geq 10,0 \quad (6.13).$$

Указанная выше зависимость применима при использовании средних величин прочности бетона на сжатие и растяжение, в случае использования расчетных сопротивлений бетона сжатию и растяжению она должна быть трансформирована к виду

$$k_u = 0,8\chi \geq 14,0 \quad (6.14).$$

Многочисленные исследования прочности бетона при многоосном обжатии показали, что эффективность бокового обжатия при двухосном сжатии значительно ниже, чем при трехосном сжатии.

В связи с этим целесообразно учесть это явление и при расчете прочности бетона при местном сжатии путем введения дополнительного коэффициента k_f , учитывающего влияние неравномерности бокового обжатия по периметру нагруженного вертикальным давлением от штампа блока бетона. Тогда формула (6.11) может быть записана в обобщенном виде

$$f_{c,loc} = f_c + k_f k_u \left(\sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} - 1 \right) f_{ct} \quad (6.15).$$

При центральном симметричном обжатии $k_f = 1,0$, а при центральном полосовом обжатии (соответствует двухосному сжатию бетона под штампом) принимает некоторое минимальное значение $k_{f,min}$. В случае трехосного неравномерного обжатия величина коэффициента k_f изменяется в пределах от $k_{f,min}$ до 1,0.

С учетом того, что зависимость для определения k_u известна, величина коэффициента k_f может быть определена по полученной преобразованием (6.15) зависимости

$$k_f = \frac{(f_{c,loc} - f_c)}{k_u f_t \left(\sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} - 1 \right)} = (\varphi_{loc} - 1) \frac{\chi}{k_u \alpha_t} \quad (6.16).$$

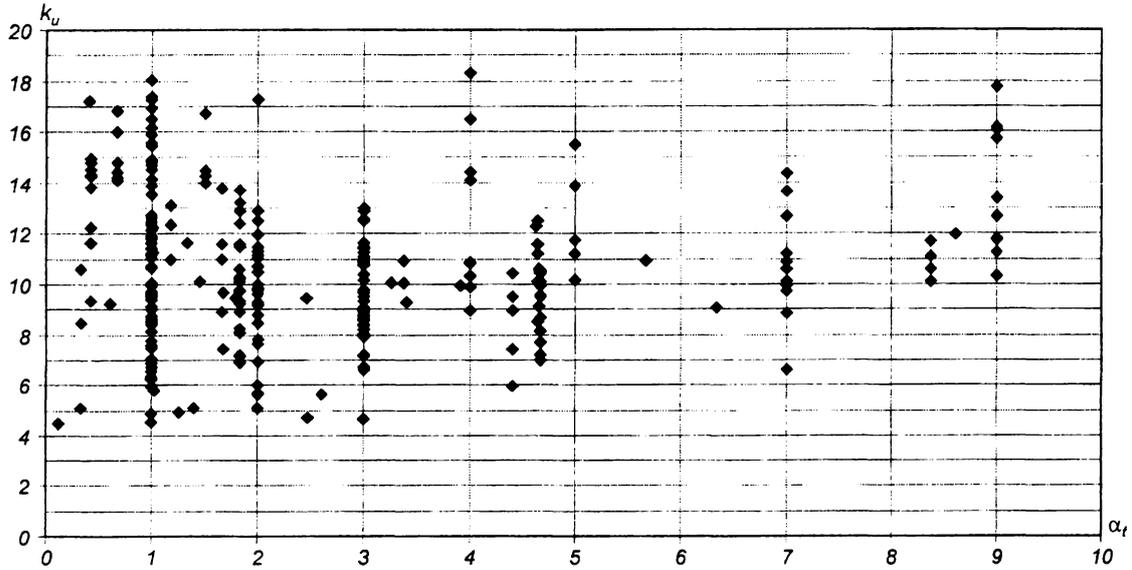


Рис. 6.13.

Зависимость коэффициента k_u эффективности бокового обжатия при местном сжатии от относительной толщины обоймы α_r

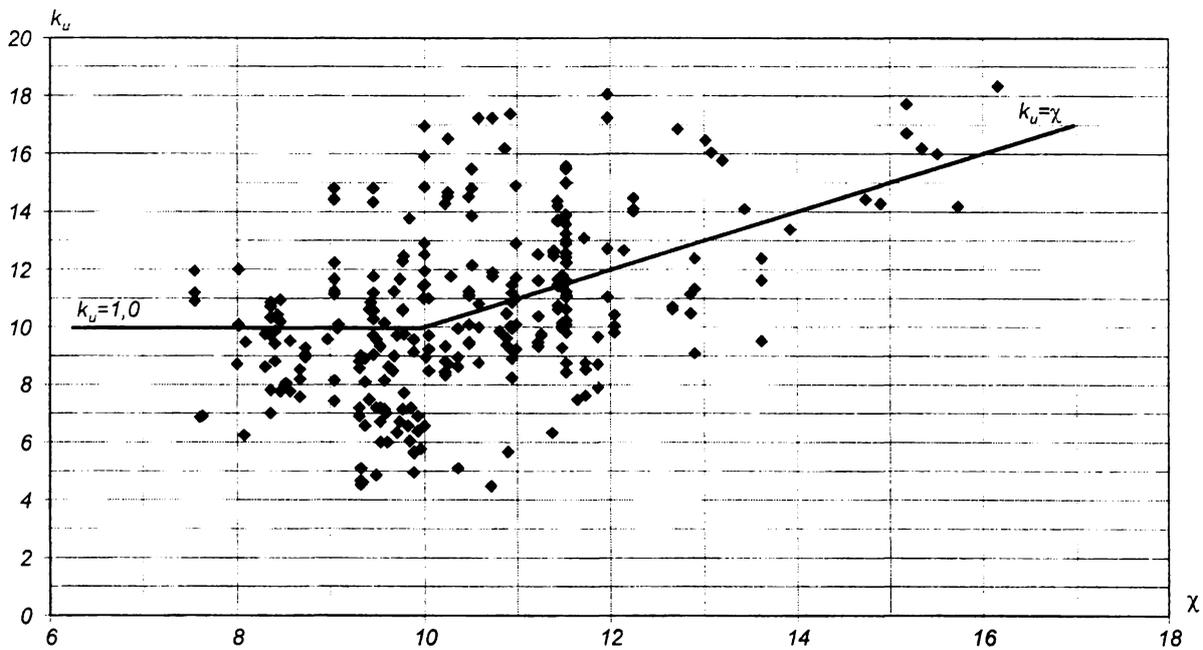


Рис. 6.14.
 Зависимость коэффициента k_u эффективности бокового обжатия
 при местном сжатии от параметра хрупкости γ .

Для вычисления величины коэффициента влияния неравномерности k_f была использована выборка центрально сжатых полосовым штампом образцов, изготовленных из тяжелого трехкомпонентного бетона. Краткая характеристика образцов с указанием источников приведена в табл. 6.6. Анализ результатов вычислений по зависимости (6.16) показал, что величина коэффициента влияния неравномерности k_f изменялась в пределах 0,45..0,95 при средней величине 0,77. При вычислении величина коэффициента эффективности k_u определялась по зависимости (6.13), а площадь распределения A_{c1} назначалась в соответствии с рис 6.10. При выполнении вычислений был выполнен отсев так называемых выскакивающих значений, не превысивший 10 % от общего числа опытных значений.

Таблица 6.6

Основные сведения о выборке опытных образцов из тяжелого трехкомпонентного бетона, испытанных при полосовом центральном нагружении, и результатах расчетов

№ п.п.	Исследования	Кол-во	f_{c1} , МПа	$\alpha_{f,obs}$	$\varphi_{loc,cal}$	C_v
					$\varphi_{loc,obs}$	
1	Б.М. Гладышев (1951) [351]	23	25-30	0,41–1,45	0,987	0,090
2	Б.М. Гладышев, М.Г. Дюженко. (1970) [352]	14	15-32	0,23–1,46	1,031	0,136
3	Г.Д. Цискрели и др. (1970) [117]	6	20	0,86–1,58	1,112	0,028
4	S. Niyogi (1973) [279]	81	25-32	0,41–3,0	1,039	0,151
5	S. Niyogi (1974) [280]	65	15-32	0,41–1,46	1,022	0,075
6	И. Бунна (1991) [14]	14	22-45	0,34–1,24	1,101	0,082
	Всего	203	15-45	0,23–3,0	1,033	0,119

Поскольку диапазон изменения прочности бетона образцов был сравнительно не велик, не выявлено ее влияние на величину коэффициента k_f . Кроме того, величина коэффициента k_f практически не зависит от величины α_f в большом диапазоне ее изменения. Таким образом, с некоторым приближением рекомендуется принять $k_f = 0,8$.

Поскольку результаты экспериментальных исследований показали, что при полосовом нагружении прочность бетона возрастает не более чем в 2,5 раза, при определении расчетных величин коэффициента $\varphi_{loc,cal}$ принималось $\varphi_{loc,cal} \leq 2,5$.

После нахождения по результатам испытаний концентрично нагруженных образцов зависимости для определения величины коэффициента k_u и по результатам испытаний центрально нагруженных полосовыми штампами образцов зависимости для определения величины коэффициента k_f были выполнены расчеты при других схемах нагружения (рис. 6.11).

Для нахождения величины коэффициента k_f при этих схемах нагружения предложена зависимость

$$k_f = 0,8 + 0,2\alpha_f \quad (6.17),$$

при использовании которой следует параметр α_f находить в соответствии с указаниями табл. 6.7 в зависимости от схемы нагружения согласно с рис. 6.10.

Результаты вычисления для всех схем нагружения образцов, изготовленных из тяжелого трехкомпонентного бетона, сведены в таблицу 6.8. Анализ результатов вычислений показал, что разработанная методика расчета позволяет вполне удовлетворительно оценить прочность тяжелого трехкомпонентного бетона при различных схемах нагружения местной нагрузкой, в широком диапазоне изменения прочности бетона и относительной толщины обоймы.

Таблица 6.7

Значения коэффициентов α_f и $\varphi_{u,max}$

Схема приложения местной нагрузки, согласно рис. 6.10	α_f	$\varphi_{u,max}$	
		Для бетонных элементов	для элементов с косвенным армированием
Случай а), б)	1.0	2.5	3.5
Случай с)	c/b	2.5	3.5
Случай d)	c/d	2.5	3.5
Случай е), ф), и), j)	0.0	2.5	3.5
Случай g)	$\frac{\min(c/b; e/a)}{\max(c/b; e/a)}$	2.5	3.5
Случай h)	$\frac{\min(c; e)}{\max(c; e)}$	2.5	3.5
Случай k), l), m), n)	0.0	1.0	1.0

Таблица 6.8

Основные сведения о выборках опытных образцов из тяжелого трехкомпонентного бетона и результатах расчетов

Схема нагружения	Исследования	Кол-во	f_c , МПа	$\alpha_{f,obs}$	$\frac{\varphi_{loc,cal}}{\varphi_{loc,obs}}$	C_v
Центральное концентричное	[14, 19, 20, 22, 45, 80, 93, 116, 117, 129, 140, 195, 212, 268, 269, 279, 280, 314]	907	14-97	0,12-9	1,029	0,146
Центральное полосовое	[14, 117, 279, 280, 351, 352]	203	15-45	0,23-3	1,033	0,119
Центральное неконцентричное	[195, 279, 352]	91	15-57	0,63-7	1,142	0,076
Полосовое симметричное двумя штампами	[195, 230]	45	24-60	0,23-2,47	1,166	0,203
Внецентренное полосовое	[14, 20, 117, 120, 195, 279, 352]	278	20-60	0,23-5,93	0,930	0,125
Внецентренное неполоосовое	[120, 194]	22	15-54	0,06-2	1,121	0,209
	Всего	1546	14-97	0,06-9	1,024	0,150

Поскольку накоплен сравнительно небольшой объем экспериментальных данных по исследованию прочности тяжелого мелкозернистого и легкого бетонов при местном сжатии, для расчета прочности этих бетонов было признано целесообразным использовать методику расчета прочности тяжелого трехкомпонентного бетона.

Отдельно для образцов из тяжелого мелкозернистого бетона и легкого бетона были определены опытные величины коэффициента k_u , эффектив-

ности бокового обжатия по зависимости (6.12). Анализ полученных результатов показал, что не наблюдается зависимости коэффициента k_u от параметра хрупкости бетона χ и относительной толщины наружной бетонной обоймы α_t . Средняя величина коэффициента k_u может быть принята одинаковой как для тяжелого мелкозернистого так и для легкого бетонов и равной 9, что на 10 % ниже величины этого коэффициента для тяжелого трехкомпонентного бетона.

В связи с небольшим объемом экспериментальных данных величину коэффициента k_f при центральном полосовом нагружении была принята в первом приближении такой же как для тяжелого трехкомпонентного бетона.

Результаты вычислений прочности опытных образцов из тяжелого мелкозернистого бетона приведены в табл. 6.9, а образцов из легкого бетона – в табл. 6.10.

Таблица 6.9
Основные сведения о выборках опытных образцов из тяжелого мелкозернистого бетона и результатах расчетов

Схема нагружения	Исследования	Кол-во	f_c , МПа	$\alpha_{t,obs}$	$\frac{\varphi_{loc,cal}}{\varphi_{loc,obs}}$	C_v
Центральное концентричное	[93, 140, 195, 212]	48	15-69	0,41-4	1,034	0,151
Центральное полосовое	[62, 93,]	74	17-53	0,08-3,58	0,901	0,219
Внецентренное неполоосовое	[93]	9	22	0,73-2,32	0,768	0,148
	Всего	131	14-97	0,08-4	0,941	0,206

Таблица 6.10
Основные сведения о выборках опытных образцов из легкого бетона и результатах расчетов

Схема нагружения	Исследования	Кол-во	f_c , МПа	$\alpha_{t,obs}$	$\frac{\varphi_{loc,cal}}{\varphi_{loc,obs}}$	C_v
Центральное концентричное	[93, 117, 195]	54	17-42	0,5-5,67	0,953	0,113
Центральное полосовое	[117]	18	17-33	0,86-1,58	1,082	0,122
Внецентренное неполоосовое	[117]	24	17-33	0,73-2,33	0,666	0,192
	Всего	96	17-33	0,5-5,67	0,906	0,207

Результаты вычислений свидетельствуют, что разработанная методика позволила с удовлетворительной точностью оценить прочность тяжелого мелкозернистого и легкого бетонов при местном сжатии. При этом разброс результатов оказался несколько больше чем для тяжелого трехкомпонентного бетона. Это объясняется в некоторой степени малочисленностью опытных данных.

Изучению деформаций бетона при местном сжатии посвящено только несколько исследований. К наиболее интересным из них следует признать выполненные в 1960–х гг. исследования А.С. Курылло, В.Г. Кваши [52], а также исследования А. Griezic, W. Cook, D. Mitchell [189].

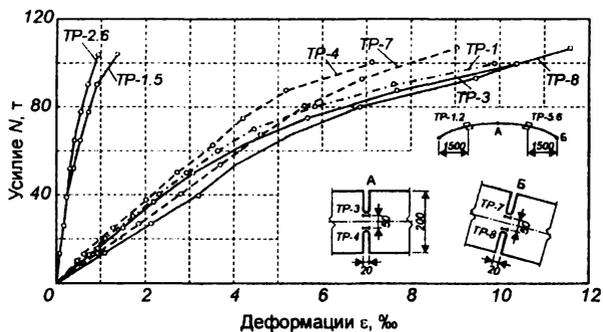


Рис. 6.15.

Относительные деформации бетона в шарнирных сечениях арок (по данным А.С. Курылло, В.Г. Кваши [52]).

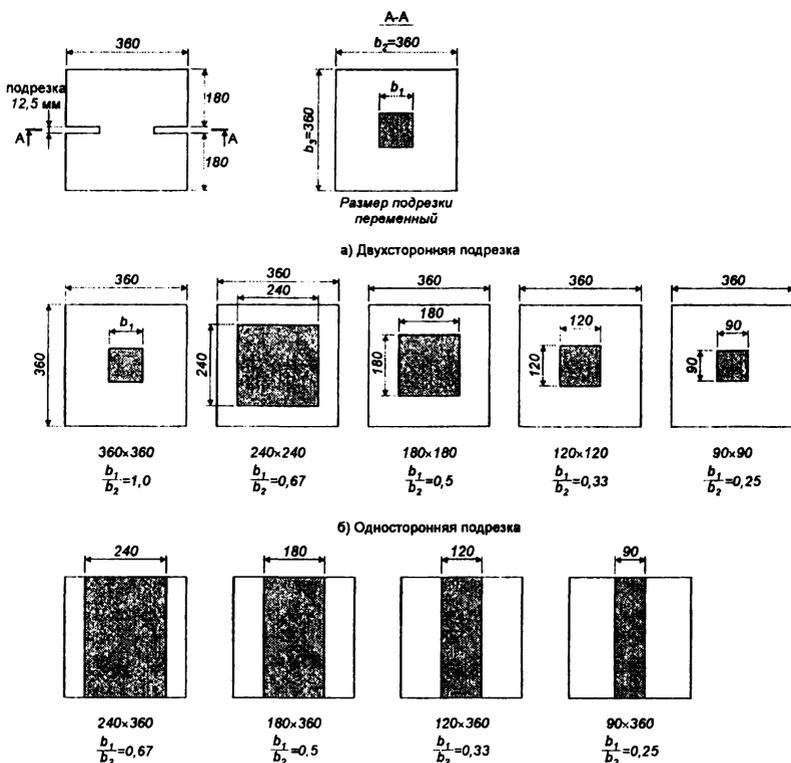


Рис. 6.16.

Основные геометрические размеры опытных образцов несовершенных шарниров в колоннах (исследования А. Gręzic, W. Cook, D. Mitchell [189])

В исследованиях А.С. Курылло, В.Г. Кваши [52] изучались деформации бетона в зоне расположения несовершенного шарнира железобетонной арки (рис. 6.15). Модели арок сечением 20×15 см были изготовлены из бетона с призменной прочностью 44 МПа. Несовершенные шарниры образовывались путем уменьшения сечения арки до 5×15 см. В опытах при напряжениях в бетоне 136 МПа (более трех раз превышающем призменную прочность) относительные деформации бетона достигли $11,7 \times 10^{-3}$, что превышает предельную сжимаемость бетона при осевом сжатии более чем в пять раз. При этом видимых признаков разрушения обнаружено не было. Анализ продольных и поперечных деформаций бетона показал, что бетон в шарнире работает в условиях всестороннего сжатия.

В исследованиях А. Griezic, W. Cook, D. Mitchell [189] были исследованы опытные образцы несовершенных шарниров колонн в зонах их примыкания к фундаментам. Опытные образцы были изготовлены из бетонов с цилиндрической прочностью 35..39 МПа с односторонней и двусторонней подрезкой сечения (рис. 6.16). При испытаниях фиксировались относительные деформации бетона в сечении с шарниром, в том числе на ниспадающей ветви диаграммы деформирования. Результаты испытаний (рис. 6.17) показали, что напряжения в бетоне шарнира при разрушении значительно превышают призменную прочность бетона, а относительные деформации бетона в бетоне шарниров с двухсторонней подрезкой достигают 20×10^{-3} , что превышает предельные относительные деформации бетона при осевом сжатии в 8..10 раз. На основании исследований разработаны зависимости для расчета прочности и деформаций бетона в области шарнира (см. п. 40 табл. 6.4).

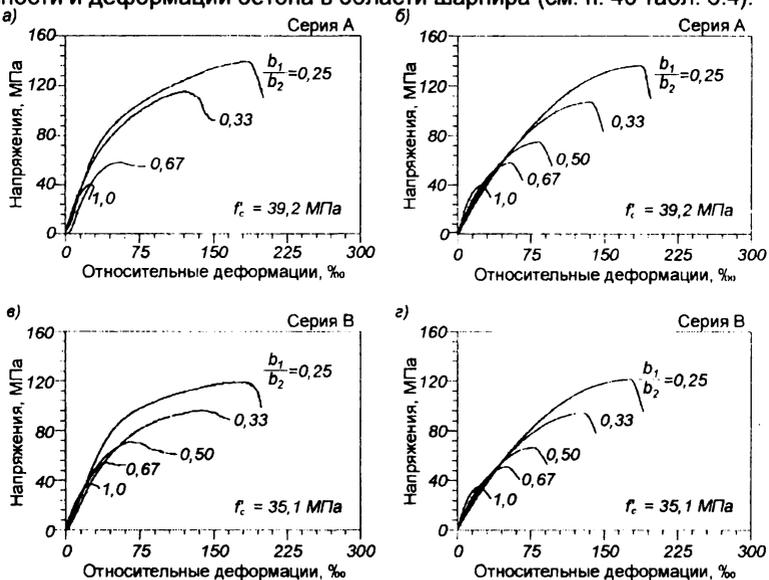


Рис. 6.17.

Зависимость относительных деформации бетона от напряжений в шарнирных сечениях колонн с двусторонней подрезкой (исследования А. Griezic, W. Cook, D. Mitchell [189]).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенные в настоящей книге сведения, касающиеся прочностных и деформативных свойств бетона, свидетельствуют о том, что применение деформационных методов расчета является в настоящее время одним из наиболее важных и актуальных направлений совершенствования теории расчета железобетонных конструкций.

Следует отметить, что многие важные проблемы развития этого направления теории расчета в книге только лишь обозначены либо рассмотрены в кратком виде. В первую очередь это касается вопросов учета масштабного фактора и структурной неоднородности бетона, обусловленной наличием заполнителей, пор различных размеров и формы, процессами твердения. Масштабный фактор в наибольшей степени проявляется при испытании бетона на сжатие или растяжение и до сих пор физическая природа этого явления не имеет сколько-нибудь четкого определения.

Не следует также забывать, что железобетонные конструкции вследствие неоднородности структуры бетона являются внутренне статически неопределимыми. В связи с этим наблюдается перераспределение во времени усилий между бетоном и арматурой, развитие собственных напряжений в бетоне от его усадки и ползучести, со временем изменяются физико-механических свойства бетона.

Кроме того, на поведение железобетонных конструкций влияют скорость приложения нагрузки, режимы загрузки, градиенты напряжений и деформаций в сечении, неоднородность свойств бетона в рассматриваемых сечениях конструкций.

Из-за отмеченных факторов на пути создания точных методов расчета железобетонных конструкций возникают значительные трудности. В связи с этим оказалось целесообразным на данном этапе применять менее сложные расчетные модели, а именно так называемые инженерные или практические методы, которые обеспечивают удовлетворительную надежность рассматриваемых конструкций.

Одной из задач, которые ставили перед собой авторы, когда приступали к написанию настоящей книги, было обобщение не только известных в этой области исследований, но и большого объема малодоступной ранее зарубежной научно-технической и нормативной литературы. При этом важно было показать не только общность подходов различных исследователей к рассматриваемым вопросам расчета конструкций, но и указать на существенные отличия в этих подходах, выявить динамику и направления развития деформационных методов расчета, указать на имеющиеся противоречия, рассмотреть нерешенные проблемы и возможные пути их решения.

Насколько это удалось теперь судить читателям, которым, как надеются авторы, настоящая книга будет полезна не только содержащимися в ней сведениями, но и подвигнет их на нелегкий труд дальнейшего развития деформационных методов расчета железобетонных конструкций, внедрения этих методов в практику проектирования зданий и сооружений.

Авторы с благодарностью примут все замечания и пожелания, касающиеся содержания книги и рассматриваемых в ней вопросов, и используют их в дальнейшей работе по развитию деформационных методов расчета железобетонных конструкций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Александровский С.В. Нелинейные деформации ползучести при сложных режимах загрузки // Бетон и железобетон. – 1970. – № 1.
2. Али Эль Хадж Самир Прочность сталетрубобетонных элементов при локальном нагружении: Дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. – Минск, 1996. – 99 с.
3. Ахвердов И.Н., Ицкович С.М. Исследование метода испытания бетона на растяжение посредством раскалывания образцов // Бетон и железобетон. – 1961. – № 1 – С. 19–23.
4. Бабич Е.М., Крусь Ю.А. К вопросу построения диаграмм деформирования бетона и расчета прочности нормальных сечений изгибаемых железобетонных элементов // Перспективы развития новых технологий в строительстве. – Брест, 2000. – С. 94–100.
5. Байков В.Н. Общий метод расчета железобетонных конструкций // Бетон и железобетон. – 1987. – № 5. – С. 13–17.
6. Беликов В.А., Русанова Л.П., Пазюк Ю.В. Исследование прочностных и деформативных свойств мелкозернистого бетона и сжатых элементов из него // Совершенствование железобетонных конструкций: Тр. / НИИЖБ. – М.: Стройиздат, 1978. – Вып. 27. – С. 27-52.
7. Берг О.Я., Соломенцев Г.Г. Исследование напряженного и деформированного состояния бетона при трехосном сжатии // Исследование деформаций, прочности и долговечности бетона транспортных сооружений. Тр. / ЦНИИС. – М.: Транспорт, 1969. – Вып. 70. – С. 106–123.
8. Берг О.Я., Щербаков Е.Н., Писанко Г.Н. Высокопрочный бетон. – М.: Стройиздат, 1971. – 207 с.
9. Бич П.М. Исследование прочности, деформативности и микроразрушений тяжелого и легкого бетонов при плоском напряженном состоянии: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / НИИЖБ. – М., 1973. – 12 с.
10. Бич П.М. О зависимости прочности бетона от формы образца // Бетон и железобетон. – 1973. – № 3. – С. 36–39.
11. Бондаренко В.М. Некоторые вопросы нелинейной теории железобетона. – Харьков, Изд-во Харьковского ун-та, 1968. – 270 с.
12. Бондаренко В.М., Назаренко В.Г., Серых Р.Л., Щербаков Е.Н. Методы учета развития длительных деформаций при расчете конструкций // Российская архитектурно-строительная энциклопедия. – М., 1998. – Т. V. – С. 118–134.
13. Булгаков В.С., Корольков В.Т. О предельном армировании изгибаемых элементов из высокопрочного бетона. // Бетон и железобетон. – 1967. – № 5. – С. 1–4.
14. Бунна И. Напряженное состояние и прочность бетона и железобетона при локальных нагрузках: Дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. – Минск, 1991. – 197 с.
15. Васильев А.П., Матков Н.Г., Мирмуминов М.М. Местное сжатие в стыках колонн каркаса многоэтажных зданий // Бетон и железобетон. – 1977. – № 9. – 30–32.
16. Васильков А.Н. О прочности бетона и других каменных материалов // Научные труды Казанского института инженеров - строителей нефтяной промышленности. – Вып. 2. – Казань, Таткнигоиздат, 1954. – С. 3–70.
17. Вахненко П.Ф. Напряженно-деформированное состояние и расчет железобетонных элементов при косом внецентренном сжатии и косом изгибе: Дис. ... докт. техн. наук: 05.23.01. – Полтава, 1991. – 546 с.
18. Венцкевичюс В.В. Исследование прочности и деформаций бетонных элементов при кратковременном статическом местном сжатии стальными штампами: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / ВИСИ. – Вильнюс, 1975. – 22 с.

19. Венцявичюс В.В. О прочности бетонных элементов при центральном местном сжатии // Железобетонные конструкции: Тр. / Вузов Литовской ССР. – Вильнюс, 1980. – Вып. 10. – С. 83–95.
20. Венцявичюс В.В. Прочность бетонных элементов при внецентренном местном сжатии // Железобетонные конструкции: Тр. / Вузов Литовской ССР. – Вильнюс, 1979. – Вып. 9. – С. 139–147.
21. Вольфсон С.С. К нелинейной теории ползучести // Ползучесть строительных материалов и конструкций: Сб. ст. – М., Стройиздат, 1964. – С. 78–83.
22. Вянькявичюс В.В. О влиянии слоя раствора под штампом на прочность бетонных элементов при местном сжатии // Железобетонные конструкции: Тр. / Вузов Литовской ССР. – Вильнюс, 1984. – Вып. 14 – С. 55–62.
23. Гвоздев А.А. Расчет несущей способности конструкций по методу предельного равновесия. – М.: Госстройиздат, 1949. – 280 с.
24. Гладышев Г.М. О расчете бетонных и железобетонных элементов на местное сжатие // Строительные конструкции: Сб. ст. – Киев: Будивельник, 1968. – Вып. 10. – С. 61–70.
25. Гусева Т.К. Расчет и конструирование зон концентрированного приложения нагрузки в железобетонных мостах: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.15 / ЦНИИС. – М., 1991. – 20 с.
26. Довженко О.А. Прочность бетонных и железобетонных элементов при местном приложении сжимающей нагрузки: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / КИСИ. Киев, 1993. – 20 с.
27. Дульгеру Д.И. Исследование работы обычных и предварительно напряженных переармированных элементов из высокопрочного бетона и высокопрочной арматуры: Дис. канд. техн. наук: 05.23.01. – М., 1960.
28. Еркинбеков А., Артемьев В.П. Исследование несущей способности колонн со спаренным расположением продольной арматуры // Железобетонные элементы и конструкции пространственно-деформируемых систем: Тр. / МИСИ. – М., 1976. – № 133. – С. 22–33.
29. Жунусов Т.Ж., Дмитриев С.А., Мулин Н.М. Исследование изгибаемых железобетонных элементов, армированных горячекатанной сталью периодического профиля крупных диаметров // Экспериментально-теоретические исследования железобетонных конструкций: Сб. ст. – М.: Госстройиздат, 1963. – С. 166–197.
30. Зайцев Л.Н. Прочность железобетонной полосы, загруженной сосредоточенными силами // Новые исследования элементов железобетонных конструкций при различных предельных состояниях: Сб. ст. – М.: НИИЖБ, 1982. – С. 48–60.
31. Зайцев Л.Н., Ульбиева И.С. Трещиностойкость плоских бетонных и железобетонных элементов при местном приложении нагрузки // Исследование железобетонных конструкций при статических, повторных и динамических воздействиях: Сб. ст. – М.: НИИЖБ, 1984. – С. 119–126.
32. Зайцев Ю.В. Моделирование деформаций и прочности бетона методами механики разрушения. – М.: Стройиздат, 1982. – 196 с.
33. Залесов А.С., Пецольд Т.М., Тур В.В., Терин В.Д., Подобед Д.П., Рак Н.А. Современное состояние и дальнейшее развитие методов расчета и нормативной базы железобетонных конструкций // Инженерные проблемы современного бетона и железобетона. Материалы Международной конференции. Генеральные доклады. – Минск, БелНИИС, 1997. – С. 1–28.
34. Залесов А.С., Сахаров В.Н., Старчевский А.В., Соколов Б.С. Исследование работы железобетонных балок-стенок на действие поперечных сил // Новые исследования элементов железобетонных конструкций при различных предельных состояниях: Сб. ст. – М.: НИИЖБ, 1982. – С. 60–71.
35. Карпенко Н.И. Общие модели механики бетона. – М.: Стройиздат, 1996. – 416 с.
36. Карпенко Н.И. Расчет железобетонных конструкций с учетом деформаций сдвига // Бетон и железобетон. – 1987. – № 3.

37. Карпенко Н.И. Теоретические и методические аспекты расчета железобетонных конструкций с учетом физической нелинейности // Российская архитектурно-строительная энциклопедия. – М., 1998. – Т. V. – С. 51–85.
38. Карпенко Н.И., Мухамедиев Т.А., Петров А.Н. Исходные и трансформированные диаграммы деформирования бетона и арматуры // Напряженно-деформированное состояние бетонных и железобетонных конструкций. Тр. / НИИЖБ. – 1986. – С. 7–25.
39. Касимов Р.Г. Прочность и деформации бетона при трехосном сжатии: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / НИИЖБ. – М., 1977. – 20 с.
40. Кваша В.Г. Влияние характера косвенного армирования на прочность и деформации железобетонных элементов при местном сжатии // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1967, № 7. – С. 3–12.
41. Кваша В.Г. Исследование деформаций и прочности бетона в сечении с двухсторонней симметричной выточкой // Вестник Львовского политехнического института. Вопросы современного строительства. – Вып.19 – Львов, 1967. – С. 19–29.
42. Кваша В.Г. Исследование сопротивления железобетонных элементов, армированных сетками, смятию при полосовой передаче нагрузки. // Строительные конструкции: Сб. ст. – Киев: Будивельник, 1968. – Вып.8. – С. 106–110.
43. Кваша В.Г. Расчет прочности железобетонных элементов при местном сжатии. // Вестник Львовского политехнического института. Вопросы современного строительства. – Вып.11 – Львов, 1966. – С. 5–14.
44. Кваша В.Г. Экспериментальное исследование и расчет прочности железобетонных полушарниров арочных конструкций // Вестник Львовского политехнического института. Вопросы современного строительства. – Вып.9 – Львов, 1965. – С. 10–22.
45. Коваль Ю.В. Контактные деформации бетонов при кратковременном и длительном местном сжатии: Дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. – Киев, 1980. – 232 с.
46. Колесников Н.А. Деформации ползучести бетона при ступенчато изменяющейся нагрузке // Проблемы ползучести и усадки бетона: Сб. ст. – М., Стройиздат, 1974. – С. 31–37.
47. Косарев В.Л. Исследования деформативности и трещиностойкости аглопоритобетонных изгибаемых элементов с прядевой и стержневой арматурой: Дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. – Минск, 1970. – 187 с.
48. Крылов С.М., Зайцев Л.Н., Ульбиева И.С. Несущая способность плоских железобетонных элементов при местном приложении нагрузки // Новые конструкции сельскохозяйственных зданий индустриального изготовления и методы их расчета: Сб. ст. – М.: ЦНИИЭПсельстрой, 1984. – С. 66–75.
49. Крылов С.М., Зайцев Л.Н., Ульбиева И.С. Сопротивление плоских железобетонных элементов местному сжатию // Бетон и железобетон. – 1985. – № 6. – С. 8–9.
50. Кудзис А.А. О расчете бетонных и железобетонных конструкций при местной нагрузке // Железобетонные конструкции: Тр. / Вузов Литовской ССР. – Вильнюс, 1981. – Вып. 11 – С.51–58.
51. Кулик И.И. Прочность, деформации бетонов и расчет железобетонных конструкций при плоском напряженном состоянии: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / ВИСИ. – Вильнюс, 1982. – 20 с.
52. Курылло А.С., Кваша В.Г. Экспериментальное исследование железобетонных арок с несовершенными шарнирами // Известия ВУЗов. Строительство и архитектура. – 1966, № 7. – С. 29–36.
53. Лассо Т.И. Исследование напряженно-деформированного состояния оголовков центрифугированных колонн: Дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. – Минск, 1991. – 169 с.

54. Лившиц Я.Д. Расчет железобетонных конструкций с учетом влияния усадки и ползучести. – Киев, Вища школа, 1975. – 280 с.
55. Лукша Л.К. Прочность бетона при сложных напряженных состояниях // Структура, прочность и деформации бетонов: Сб. ст. – М.: Стройиздат, 1966. – С. 238–251.
56. Лучко И.И. Несущая способность, трещиностойкость и деформативность изгибаемых железобетонных элементов из мелкозернистых бетонов // Несущая способность и деформативность железобетонных конструкций: Сб. ст. – Киев, 1978. – С. 42–51.
57. Малашкин Ю.Н. Деформирование и разрушение бетона в условиях сложных напряженных состояний: Автореф. дис. ... доктора техн. наук: 05.23.01 и 01.02.03/ МИСИ. – М., 1984. – 38 с.
58. Малашкин Ю.Н., Тябликов Б.В. Экспериментальное исследование прочности бетона при трехосном сжатии // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1976. – № 12. – С. 154–159.
59. Мальцов К.А., Соколов И.Б. Прочность бетона при частичном насыщении его пор водой под давлением // Труды координационных совещаний по гидротехнике / ВНИИГ. – Л.: Энергия, 1970. – Вып. 58. – С. 199–207.
60. Матков Н.Г. О диаграммах деформирования сжимаемых железобетонных элементов с продольным и поперечным армированием // Совершенствование методов расчета статически неопределимых железобетонных конструкций. Тр. / НИИЖБ. – М., 1987. – С. 135–142.
61. Мулин Н.М., Гуца Ю.П. и Мамедов Т.И. Прочность балок и их деформации в стадии, близкой к разрушению // Новое о прочности бетона: Сб. ст. – М.: Стройиздат, 1977. – С. 30–47.
62. Мустафин И.И. Прочность и сопротивление образованию трещин плосконапряженных бетонных и железобетонных элементов и конструкций при действии местной нагрузки. Дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. – Казань, 1989. – 217 с.
63. Мустафин И.И. Прочность и сопротивление образованию трещин сжатых полос каркасно-стержневых моделей // Прочность и трещиностойкость коротких железобетонных элементов. – Межвуз. сб. – Казань, КИСИ, 1989. – С. 51–58.
64. Мухамедиев Т.А. Прочность и деформации стержневых элементов с косвенным армированием // Бетон и железобетон. – 1989. – № 12. – С. 26–27.
65. Несветаев Г.В. Закономерности деформирования и прогнозирования стойкости бетонов при силовых и температурных воздействиях: Дис.... докт. техн. наук: 05.23.05. – Ростов-на-Дону, 1998.
66. Несветаев Г.В. и др. Микротрещинообразование и долговечность бетона // Труды Междунар. Симп. РИЛЕМ (Братислава, 1993). – С. 27–30.
67. Несветаев Г.В. К определению уровня длительной прочности бетонов при сжатии // Известия ВУЗов. Строительство. – 1996. – № 5. – С. 124–127.
68. Несветаев Г.В. О соотношении пределов прочности бетонов при сжатии и растяжении // Вопросы технологии бетона и проектирования железобетонных конструкций: Сб. ст. – Ростов-на-Дону: СевКавНИИагропром, РГСУ, 1998. – С. 44–48.
69. Несветаев Г.В., Айрапетов Г.А. О расчете модуля упругости бетонов // Труды ин-та строительных материалов. – Брауншвейг, 1997. – № 128. – С. 115–122.
70. Несветаев Г.В., Коробкин А.П. Энергетический подход к определению предельной сжимаемости бетона // Известия ВУЗов. Строительство. – 1995. – № 7. – С. 8–11.
71. Новое в проектировании железобетонных конструкций: Сб. ст. / Под ред. А.А. Гвоздева. – М., Стройиздат, 1976. – 260 с.
72. Писанко Г.Н. Исследование прочностных и деформативных свойств высокопрочных бетонов. Тр. / ЦНИИС. – 1960. – Вып. 36. – С. 20–31.

73. Плетнев М.М. Исследование несущей способности внецентренно сжатых железобетонных элементов из высокопрочного аглопоритобетона при кратковременном действии нагрузки: Дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01.–Минск, 1973. – 225 с.
74. Прокопович И.Е., Улицкий И.И. О теориях ползучести бетона // Ползучесть строительных материалов и конструкций: Сб. ст. – М., Стройиздат, 1964. – С. 21–25.
75. Прочность легких и ячеистых бетонов при сложных напряженных состояниях. – М., Стройиздат, 1978. – 168 с.
76. Прочность, структурные изменения и деформации бетона: Сб. ст. / Под ред. А.А. Гвоздева. – М., Стройиздат, 1978. – 299 с.
77. Рак Н.А. Контактное взаимодействие в задачах расчета железобетонных конструкций // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь: Материалы IV научно-методического межвузовского семинара. – Гомель, БелГУТ, 1998. – С. 131–139.
78. Рак Н.А. Расчет железобетонных конструкций на местное действие нагрузки по проекту СНБ 5.03.01-98 // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь: Сборник трудов VI Международного научно-методического семинара. – Мн.: УП «Технопринт», 2001.– С. 152–161.
79. Рак Н.А. Расчет прочности опорных участков железобетонных конструкций при местном приложении нагрузки с учетом их конструктивных особенностей // Инженерные проблемы современного бетона и железобетона. Материалы Международной конференции. Том 1, часть 2. – Минск, БелНИИС, 1997. – С. 107–114.
80. Рак Н.А., Аль-Арики Н. Исследование прочности высокопрочного бетона при местном сжатии // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь: Сборник трудов VI Международного научно-методического семинара. – Мн.: УП «Технопринт», 2001.– С. 302–308.
81. Рак Н.А., Мохамид М. Расчет прочности сжатых и изгибаемых элементов из бетонов классов В69...В90. // Эффективные архитектурно-строительные системы зданий и сооружений, современные технологии и материалы. – Минск, БелНИИС, 1998. – Р. 113-119.
82. Расторгуев Б.С., Павликов В.В. Оценка надежности нормальных сечений железобетонных элементов с использованием стохастических диаграмм деформирования бетона и стали // Бетон и железобетон. – 2000. – № 2. – С. 16–20.
83. Ржаницын А.Р. Теория ползучести. – М., Стройиздат, 1968.
84. Рохлин И.А. Расчет бетонных и железобетонных конструкций промзданий на местное сжатие и продавливание // Промышленное строительство и инженерные сооружения. – 1970. – № 1.– С. 21–24.
85. Русинов И.А. Прочность на местное сжатие бетона из фосфорного щебня // Железобетонные конструкции из бетонов на фосфорном щебне. – Киев, 1974. – С. 24–26.
86. Салаи К. К расчету прочности центрально и внецентренно сжатых железобетонных коротких элементов // Экспериментально-теоретические исследования железобетонных конструкций: Сб. ст. – М.: Госстройиздат, 1963. – С. 107-130.
87. Сахаров В.Н., Старчевский А.В. Модель работы бетона на раскалывание и сжатие и ее применение для расчета железобетонных балок-стенок // Прочность и трещиностойкость коротких железобетонных элементов. – Межвуз. сб. – Казань, КИСИ, 1989. –С. 29–35
88. Сборные железобетонные конструкции из высокопрочного бетона: Сб. ст. / Под ред. А.П. Васильева. – М., Стройиздат, 1976. – 184 с.

89. Свидзинский Ю.В. Прочность и деформативность армированных элементов из ячеистого бетона при местном сжатии: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / НИИЖБ. – М., 1989. – 22 с.
90. Свиридов И.В., Коваленко М.П., Чесноков В.М. Механические свойства особопрочного цементного бетона // Бетон и железобетон. – 1991. – № 2. – С. 7–9.
91. Свиридов Н.В., Коваленко М.Г., Чесноков В.М. Прочность и деформативность железобетонных элементов из особо прочного бетона. // Бетон и железобетон. – 1991. – № 12. – С. 19-21.
92. Семенцов С.А. Местное краевое и внецентренное сжатие бетона и кладки // Строительная механика и расчет сооружений. – 1959. – № 1. – С. 11–15.
93. Семенцов С.А. Расчет бетонных элементов на местное сжатие // Новое в проектировании бетонных и железобетонных конструкций.– М.: Стройиздат, 1978.– С. 98–106.
94. СНБ 5.03.01–02. Бетонные и железобетонные конструкции.
95. СНиП 2.03.01–84*. Бетонные и железобетонные конструкции. Нормы проектирования / Госстрой СССР. – М: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 80 с.
96. СНиП 2.05.03–84. Мосты и трубы. Нормы проектирования / Госстрой СССР. – М: ЦИТП Госстроя СССР, 1987. – 199 с.
97. СНиП II-21-75. Бетонные и железобетонные конструкции / Госстрой СССР.– М.: Стройиздат, 1976.– 90 с.
98. СНиП II-В.1.–62. Бетонные и железобетонные конструкции / Госстрой СССР.– М.: Стройиздат, 1962.– 100 с.
99. Соколов Б.С. Новый подход к расчету бетонных элементов при действии местной нагрузки // Бетон и железобетон. – 1992. – № 10.– С. 22–25.
100. Соколов Б.С. Прочность и трещиностойкость железобетонных балок-стенок: Автореф. дис. ... доктора техн. наук: 05.23.01 / ЛИСИ. – Ленинград, 1989. – 40 с.
101. Соколов Б.С. Прочность и трещиностойкость элементов каркасно-стержневых аналогов бетонных и железобетонных конструкций // Прочность и трещиностойкость коротких железобетонных элементов. – Межвуз. сб. – Казань, КИСИ, 1989. –С. 16–22.
102. Соколов Б.С., Антаков А.Б. Прочность объемных элементов из керамзитобетона при местном действии нагрузки // Изв. вузов. Строительство. – 1999 – № 5 – С. 139–144.
103. Соколов Б.С., Мустафин И.И. Исследования керамзитобетонных элементов при местном действии нагрузки // Инженерные проблемы современного железобетона: Сб. ст.– Иваново, ИВИСИ, 1995.– С. 381–387.
104. Соколов Б.С., Мустафин И.И. Прочность керамзитобетонных элементов при действии местной нагрузки // Изв. вузов. Строительство. – 1995. – № 1. – С. 7–10.
105. Соколов Б.С., Мустафин И.И., Кафиатуллин М.А. Исследование напряженного состояния бетонных элементов при действии взаимнонаправленной нагрузки // Совершенствование методов расчета и исследование новых типов железобетонных конструкций: Межвуз. темат. сб. тр. – Л.:ЛИСИ, 1983. – С. 42–49.
106. Соломенцев Г.Г., Смирнов Н.В. К расчету прочности бетона в условиях трехосного сжатия // Эффективные способы расчета железобетонных конструкций транспортных сооружений: Сб. ст. – М.: ЦНИИС, 1987. – С. 34–45.
107. Строительные нормы и правила. Часть II. Нормы строительного проектирования. – М.: Госстройиздат, 1954. – 404 с.
108. Тур В.В., Кондратчик А.А. Расчет железобетонных конструкций при действии перерезывающих сил. – Брест, 2000. – 400 с.
109. Улицкий И.И. Определение величины деформаций ползучести и усадки бетонов. – Киев, Госстройиздат, 1963. – 270 с.
110. Улицкий И.И. Ползучесть бетона. – Киев, Гостехиздат, 1948.

111. Ульбиева И.С. Влияние местных напряжений на несущую способность железобетонных элементов: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / НИИЖБ. – М., 1984. – 22 с.
112. Филиппов В.П., Матков Н.Г. Прочность и деформативность внецентренно сжатых колонн с косвенным армированием // Конструкции и узлы многоэтажных зданий из железобетона: Сб. ст. – М.: Стройиздат, 1974. – 64–86 с.
113. Холмянский М.М. Бетон и железобетон: Деформативность и прочность. – М.: Стройиздат, 1997. – 576 с.
114. Холмянский М.М. Влияние структурного масштабного эффекта на механическое сопротивление бетона при симметричном смятии // Бетон и железобетон. – 2000. – № 3– С. 5–8.
115. Холмянский М.М. Контакт арматуры с бетоном. – М.: Стройиздат, 1981. – 184 с.
116. Цейтлин С.Ю., Яровский Д.И. Прочность бетона на смятие по очень малым площадкам // Бетон и железобетон. – 1992. – № 11. – С. 16–17.
117. Цискрели Г.Д., Пирадов А.Б., Кубанейшвили А.С., Тодрия О.М. Прочность легкого бетона на смятие // Бетон и железобетон. – 1970. – № 6. – С. 18–20.
118. Червонобаба В.Н. Исследование сопротивления бетона, армированного сетками, смятию. // Исследование прочности элементов железобетонных конструкций: Сб. ст. – М.: Госстройиздат, 1959.
119. Чистяков Е.А., Мамедов С.С. Деформации внецентренно сжатых железобетонных элементов в стадии, близкой к разрушению // Теория железобетона: Сб. ст. – М.: Стройиздат, 1972. – С. 116–123.
120. Шлежевичюс К.В. Исследование прочности, напряжений и деформаций железобетонных балок стенок и бетонных блоков, нагруженных по небольшим площадкам: Дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. – Вильнюс, 1973.
121. Шлежевичюс К.В. О работе бетонных элементов на смятие // Железобетонные конструкции: Тр. / ВИСИ. – Вильнюс, 1973. – Вып. 5. – С. 139–152.
122. Щербаков Е.Н. К обоснованию нормативной базы деформаций бетона для расчетов преднапряженных конструкций // Бетон и железобетон. – 1990. – № 4. – С. 15–17.
123. Яшин А.В. Прочность и деформации бетона при различных скоростях нагружения // Воздействие статических, динамических и многократно повторных нагрузок на бетон и элементы железобетонных конструкций: Сб. ст. – М., Стройиздат, 1972. – С. 71–78.
124. AASHTO. LRFD Bridge Design Specifications. 1st ed. – Washington, 1994. – 1091 pp.
125. ACI 318-95. Building Code Requirements for Reinforced Concrete". ACI 318-95 and Commentary (318–95R). – American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich., 1995. – 369 pp.
126. ACI Committee 209. Prediction of creep, shrinkage and temperature effects in concrete structures // ACI Manual of Concrete Practice, Part 1. – American Concrete Institute (ACI), Detroit, Mich., 1990.
127. ACI Committee 363. State-of-the-Art Report on High-Strength Concrete. ACI 363R-92, 1992. – 55 pp.
128. ACI Committee 363. State-of-the-Art Report on High-Strength Concrete // ACI Journal. – 1984. – V. 81, № 4. – P. 364–411.
129. Adebar P., Zhou Z. Bearing Strength of Compressive Struts Confined by Plain Concrete // ACI Structural Journal. – 1993. – V. 90, № 5. – P. 534–541.
130. Ahmad S., Shah S. Stress-strain curves of concrete confined by spiral reinforcement // ACI Journal. – 1982. – V. 79, № 3. – P. 484–490.
131. Ahmed T., Burley E., Rigden S. Bearing Capacity of Plain and Reinforced Concrete Loaded over a Limited Area // ACI Structural Journal. – 1998. – V. 95, № 3. – P. 330–342.

132. Ahmed T., Burley E., Rigden S. Effect of Alkali-Silica Reaction on Bearing Capacity of Plain and Reinforced Concrete // *ACI Structural Journal*. – 1999. – V. 96, № 4. – P. 557–570.
133. Alca N., Alexander S., MacGregor J. Effect of Size on Flexural Behavior of High-Strength Concrete Beams // *ACI Structural Journal*. – 1997. – V. 94, № 1. – P. 59–67.
134. Almusallan T. Strain-stress relationship for concrete // *Journ. Of Struct. Div.* – V. 2, № 127, 1998 – P. 248–257.
135. Ansari F., Li Q. High-Strength Concrete Subjected to Triaxial Compression // *ACI Materials Journal*. – 1998. – V. 95, № 5. – P. 747–755.
136. Arbesma B., Conte D. The Design and Testing to Failure of a Prestressed Concrete Beam Loaded in Flexure and Shear. BSc thesis, University of Toronto. – 176 pp.
137. AS 3600. Australian Concrete Structure Code. – Standards Association of Australia, Sydney, 1994.
138. Attard M., Mendis P. Ductility of high-strength concrete columns // *Civil Engineering Transactions, IEA*. – 1993. – V. 35, № 4. – P. 295–306.
139. Attard M., Setunge S. Stress-Strain Relationship of Confined and Unconfined Concrete // *ACI Materials Journal*. – V. 93, № 5. – P. 432–442.
140. Au T., Baird D. Bearing Capacity of Concrete Blocks // *ACI Journal*. – 1960. – V. 31, № 9. – P. 669–879.
141. BAEL 91. Regles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en beton arme suivant la methode des etats limites –1992. – 306 pp.
142. Bažant Z. Predication of Concrete Creep Effects Using Age-Adjusted Effective Modules Method // *ACI Journal*. – 1972. – V. 69, № 4. – P. 212–217.
143. Bažant Z. Theory of creep and shrinkage in concrete structures: a précis of recent development // *Mechanics today*. Vol. 2. – Pergamon Press. – P. 1–93.
144. Bažant Z., ed. Mathematical modeling of creep and shrinkage of concrete. – John Wiley and Sons, New York, NY, 1988. – 397 pp.
145. Belarbi A., Hsu T. Softened Concrete in Biaxial Tension-Compression // *ACI Structural Journal*. – 1995. – V. 92, № 5. – P. 562–573.
146. Bellamy C. Strength of Concrete Under Combined Stress // *ACI Journal*. – 1961. – V. 58, № 4. – P. 367–382.
147. Bing L., Park R., Tanaka H. Constitutive Behavior of High-Strength Concrete under Dynamic Loads // *ACI Structural Journal*. – 2000. – V. 97, № 4. – P. 619–629.
148. Bortolotti L. Double-Punch Test for Tensile and Compressive Strengths in Concrete // *ACI Materials Journal*. – 1988. – V. 85, № 1. – P. 26–32.
149. Bortolotti L. First Cracking Load of Concrete Subjected to Direct Tension // *ACI Materials Journal*. – 1991. – V. 88, № 1. – P. 70–73.
150. Bresler B. Design Criteria for Reinforced Columns under Axial Load and Biaxial Bending // *ACI Journal*. – 1960. – V. 57, № 10. – P. 481–490.
151. British Standards Institution. Coarse and fine aggregates from modular sources BS, 882: Part 2.
152. BS 8110. Structural use of Concrete – Part 1: Code for Practice and Design and Construction. – British Standards Institution, London, 1985.
153. Bukovski, Kuczynski. Budownictwo Betonowe. Tom I. Technologia betonu, cz. 2. – Arkady, Warszawa, 1977. – 270 pp.
154. Buykozturk O., Nilson A., Slate F. Stress-Strain Response and Fracture of Concrete Model in Biaxial Loading // *ACI Journal*. – 1971. – V. 68, № 8. – P. 591–599.
155. Carasquillo R., Nilson A., Slate F. Properties of high-strength concrete subjected to short term loads // *ACI Journal*. – V. 78, № 3. – P. 171–178.
156. Carriera D., Chu K. Stress-strain relationship for plain concrete in compression // *ACI Journal*. – 1985. – V. 82, № 6. – P. 797–804.
157. CEB Comite – International Du Beton. Bulletin D'Information.– N 199.– Evaluation of the Dependent Behavior of Concrete.– 1990.

158. CEB-FIP Working Group on HSC/HPC High Performance Concrete // CEB Bulletin d'information. – 1995. – № 228. – P. 660–671.
159. CEB-FIP: Recommendation internationales pour le calail et execution des iuverages en beton. Sixieme Congres de la FIP, Prague (1973).
160. Chen W. Double Punch Test for Tensile Strength of Concrete // ACI Journal. – 1970. – V. 67, № 12. – P. 993–995.
161. Chin M., Mansur M., Wee T. Effects of Shape, Size and Casting Direction of Specimens of Stress-Strain Curves of High-Strength Concrete // ACI Material Journal. – 1997. – V. 94, № 3. – P. 209–219.
162. Claesson C. Finite element Analysis of Confined Concrete Columns – Division of Concrete Structures – S-41296, Göteborg, Sweeden, Chalmers University of Technology.
163. Clark A. Diagonal Tension in Reinforced Concrete Beams // ACI Journal. – 1951. – V. 48, № 10. – P. 145–156.
164. Collins M., Mitchell D., MacGregor J. Structural Design Considerations of High-Strength Concrete. // Concrete International. – 1993. – V. 15, № 5. – P. 27–34.
165. Collins M. et. al. Structural design considerations for high-strength concrete/ Network of Centres of Excellences on High-Performance Concrete, Toronto – 1992. – P. 341
166. Comite Euro – International Du Beton "CEB-FIP model code for concrete structures // Bull. D'Information № 124/125–E–CEB-FIP, GCA translation, UK, 1978.
167. Comite Euro-International du Beton (CEB). CEB Model Code 90 // Bull. d'information. – № 203. – 1990.
168. Concrete Structures Euro-Design Handbook 1994/96. – Ernst&Sohn, Berlin, 1995.
169. Corley W. Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams // Journal of the American Society of Civil Engineers. – 1966. – V. 92, ST5. – P. 121-146.
170. CSA A23.3-94. Design of Concrete Structures. – Canadian Standards Association, 1994. – 200 pp.
171. Cusson B., Paultre P. High-Strength Concrete Columns Confined by rectangular ties // Journal of Structural Engineering. – 1994. – V. 120, № 3. – P. 783–804.
172. Dahl K. Uniaxial stress-strain curve of high-strength concrete // Denmarks Tekniske Højskole, Afdelingen for Baerende Konstruktioner. – Ser. R., № 282 – 1992.
173. Desayi P., Krishnan S. Equation for stress-strain curves of concrete // ACI Journal. – 1964. – V. 63, № 3. – P. 245–350.
174. DIN 1045-1 (Entwurf) Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil 1: Bemessung und Konstruktion – P. 513–614.
175. Duthinh D. Sensitivity of Shear Strength of Reinforced Concrete and Prestressed Concrete Beams to Shear Friction and Concrete Softening According to Modified Compression Field Theory // ACI Structural Journal. – 1999. – V. 96, № 4. – P. 495–508.
176. Eleingwood B. Statistical Analysis of RC Beam-Column Interaction // Journal of Structural Engineering. – 1997. – V. 105, № 7. – P. 1377–1388.
177. Eurocode 2. Design of Concrete Structures. Part 1: General Rules and Rules for Buildings, Commission of the European Communities, ENV 1992-1-1, Dec. 1991. – 253 pp.
178. Eurocode 2. Design of Concrete Structures. Part 1: General Rules and Rules for Buildings. prEn 1992-1 (2th draft). – CEN, January 2001. – 222 pp.
179. Eurocode-2. Design of Concrete Structures – Part 1-3: General rules – Precast Concrete Elements and Structures, CEN, 1994, Draft – 2001.
180. Feix M. Part IV, Euro-Design HandBook, Concrete Structures. – Ernst&Sohn, Berlin, 1995. – P. 75–82.
181. Flaga K. Rozdz. 4. "Podstawy projektowania konstrukcji żelbetowych i spężonych wg Eurocodu-2". – Proj. Bad. KBN nr 0563/S1/94/07. – 1997.
182. Flaga K. Wpływ rodzaju kruszywa na kruchość betonów wysokich marek // Inżynieria i budownictwo. – 1974. – № 2.

183. Foster S., Attard M. Experimental Tests on Eccentrically Loaded High-Strength Concrete Columns // *ACI Structural Journal*. – 1997. – V. 94, № 3. – P. 295–303.
184. Fouré B. Empirical constitutive law for concrete in compression and exploitation to very high strength concrete // *Proceedings of the 4th International Symposium on Utilization of HS/HP Concrete (Paris, 1996)*. –P. 663–667.
185. Gaston J. An Investigation of the Load Deformation Characteristics of Reinforced Concrete Beams up to the Point of Failure," MS Thesis, University of Illinois, 1952.
186. Ghali A., Favre R. Concrete structures. Stress and deformations. – Chapman and Hall, London, 1986 – 374 pp.
187. Gielbert R. Time effects in concrete structures. – Elsevier Science Publishers, 1988. – 274 pp.
188. Gielbert R. Time-dependent behavior of structural concrete slabs: Thesis presented to the Univ. Of New South Wales, Kensington, Australia, 1986.
189. Griezic A., Cook W., Mitchell D. Stress-Strain Characteristics of Confined Concrete in Column "Hinges" // *ACI Materials Journal*. –1998. – V. 95, № 4 – P. 419–428.
190. Guo Z., Zhang X. Investigation of Complete Stress-Deformation Curves for Concrete in Tension // *ACI Materials Journal*. – 1987. – V. 37, № 1. – P. 278–285.
191. Hampel T., Curbach M. Behavior of High Performance Concrete under Multiaxial Loading // *Proceedings of the PCI/FHWA/FIB International Symposium on High Performance Concrete*. – Orlando, 2000.
192. Hawkins N. Discussion of the paper T. Au and D. Baird "Bearing Capacity of Concrete Blocks" // *ACI Journal*. – 1960. – V. 57, № 9, Part 2. – P. 1469–1478.
193. Hawkins N. Discussion of the paper T. Hyland and W.-F. Chen "Bearing Capacity of Concrete Blocks" // *ACI Journal*. – 1970. – V. 67, № 9. – P. 749–750.
194. Hawkins N. The Bearing Strength of Concrete for Strip Loading // *Magazine of Concrete Research*. – 1970. – V. 22, № 71. – P. 87–98.
195. Hawkins N. The Bearing Strength of Concrete Loaded through Rigid Plate // *Magazine of Concrete Research*. – 1968. – V. 20, № 62. – P. 31–40.
196. Hegger J. High Strength Concrete for a 186m high office building in Frankfurt, Germany // *Proceedings of 3rd International Conference on Utilization of High Strength Concrete (Lillehammer, Norway, 1993)*. – P. 504–505.
197. Held M., König G. Hochfester Beton bis B125 – Ein geeigneter Baustoff für hochbelastet Druckglieder. // *Beton und Stahlbetonbau* – 1992. – № 87. – P. 45ff–74ff.
198. Held M., König G., Simsch G. Ductility of large high-strength concrete columns in high-rise buildings // *Proceedings of 3rd International Conference on Utilization of High Strength Concrete (Lillehammer, Norway, 1993)*. – P. 200–208.
199. Hobbs D., Pomeroy C., Newman J. Design Stresses for Concrete Subject to Multi-Axial Stresses // *The Structural Engineer* – 1974. – V. 52, № 5. – P. 151–165.
200. Hognestad E. A Study of Combined Bending and Axial Load in Reinforced Concrete Member // *Bulletin № 399, University of Illinois Engineering Experiment Station, 1951*. – 128 pp.
201. Hognestad E. High Strength Bars as Concrete Reinforcement, Part 2. Control of Flexural Cracking // *Journal of the PCA Research and Development Laboratories* – 1962. – V. 4, № 1. – P. 46–63.
202. Hognestad E. What do we know about Diagonal Tension and Web Reinforcement in Concrete? // *Univ. Of Illinois Engineering Experimental Station, Circular Series № 64/ 1952*. – 47 pp.
203. Hsu C. T-Shaped Reinforced Concrete Members under Biaxial Bending and Axial Compression // *ACI Structural Journal*. – 1989. – V. 86, № 4. – P. 460–468.
204. Hsu T. Non-linear Analysis of Concrete Membrane Elements // *ACI Structural Journal*. – 1991. – V. 88, № 5. – P. 552–561.
205. Hsu T. Softened Truss Model Theory for Shear and Torsion // *ACI Structural Journal*. – 1988. – V. 85, № 6. – P. 624–635.
206. Hsu T. Torsion of Reinforced Concrete. – Van Nostrand Reinhold Co., New York, 1984. – 516 pp.

207. Hsu T., Belarbi A., Pang X. A Universal Panel Tester // *Journal of Testing and Evaluation*. – 1995. – V. 23, № 1. – P. 41–49.
208. Hsu T., Mau S., Bin C. Theory of Shear Transfer of Reinforced Concrete // *ACI Structural Journal*. – 1987. – V. 84, № 2. – P. 149–160.
209. Hsu T., Mo Y. Softening of Concrete in Low Rise Shear Walls // *ACI Journal*. – 1985. – V. 82, № 6. – P. 883–889.
210. Hsu T., Zhang L. Nonlinear Analysis of Membrane Elements by Fixed Angle Softened-Truss Model // *ACI Structural Journal*. – 1997. – V. 94, № 5. – P. 483–492.
211. Hussein A., Marzouk H. Behavior of High-Strength Concrete under Biaxial Stresses // *ACI Materials Journal*. – 2000. – V. 97, № 1. – P. 27–36.
212. Hyland M., Chen W. Bearing Capacity of Concrete Blocks // *ACI Journal*. – 1970. – V. 67, № 3. – P. 228–236.
213. Ibrahim H., MacGregor J. Flexural Behavior of Laterally Reinforced High-Strength Concrete Sections // *ACI Structural Journal*. – 1996. – V. 93, № 6. – P. 674–684.
214. Ibrahim H., MacGregor J. Modification of the ACI Rectangular Stress Block for High-Strength Concrete // *ACI Structural Journal*. – 1997. – V. 94, № 1. – P. 40–48.
215. Ibrahim H., MacGregor J. Test of Eccentrically Loaded High-Strength Concrete Columns // *ACI Structural Journal*. – 1996. – V. 93, № 4. – P. 585–594.
216. Iengar K., Chanrashekara K., and Krishnaswamy K. Strength of Concrete Under Biaxial Compression // *ACI Journal*. – 1965. – V. 62, № 2. – P. 239–249.
217. Imran I., Pantazopoulou S. Experimental Study of Plain Concrete under Triaxial Stress // *ACI Materials Journal*. – 1996. – V. 93, № 6. – P. 589–601.
218. Johnson A. Concrete Beams With Compression Reinforcement // *Beton*. – 1950. – V. 35, № 1. – P. 113–125.
219. Kamiński M. Postawy projektowania konstrukcji żelbetowych wg Eurocodu 2. – Wyd. Naukowe PWN, Warszawa-Wrocław, 1996. – 334 pp.
220. Kang H., Willam K. Localization Characteristics of Triaxial Concrete Model // *Journal of Engineering Mechanics*. – 1999. – V. 125, № 8. – P. 941–950.
221. Kanyon J., Warner R. Refined analysis of non-linear behavior of concrete structures // *Res. Rep. № 97*. Dept of Civil Engineering Univ. of Adelaide, Australia, 1992.
222. Kim J., Kim Y. Experimental Study of the Fatigue Behavior of High Strength Concrete // *Cement and Concrete Research*. – 1996. – V. 26, № 10. – P. 1513–1523.
223. Kolleger J. Comparison of Fixed and Rotating Crack Models in the Analysis of Panels, Plates and Shells Subjected to Shear // *Proceedings Symposium On Concrete Shear in Earthquake*, Houston. – P. 216–225.
224. Kolleger J., Mehlhorn G. Material Model for Cracked RC // *IABSE Colloq. On Computational Mechanics of Concrete Structures: Advances and Applications*, Delft. Report no. 54. – P. 63–74.
225. Kolleger J., Mehlhorn G. Material Model for the Analysis of RC Surface Structures.
226. Koper W., Kubissa J. O klasah i wytrzymałości charakterystycznej betonów wysokowartościowych // *Inżynieria i budownictwo*. – 1997. – № 3. – P. 146–149.
227. Koper W., Kubissa K.: Próba skręcania w zastosowaniu do wyznaczenia wytrzymałości betonu na rozciąganiu // *Inżynieria i budownictwo*. – 1997. – № 1.
228. Kowano A., Warner R. Effect of model formulation on numerical errors in step-by-step creep calculation for concrete // *Res. Rep. № R113*. Dept of Civil and Engineering. Univ. of Adelaide, Australia, 1994.
229. Krishnaswamy K. Strength and Microcracking of Plain Concrete Under Triaxial Compression // *ACI Journal*. – 1968. – V. 65, № 10. – P. 856–862.
230. Kriz L., Raths C. Connections in Precast Concrete Structures – Bearing Strength of Column Heads // *PCI Journal*. – 1963. – V. 8, № 6. – P. 45–75.
231. Kupfer A. Part I, Euro-Design HandBook, Concrete Structures – Ernst&Sohn, Berlin, 1995. – P. 27–43.

232. Kupfer A., Mang R., Karavesyrioglou M. Ultimate Limit State of the Shear Zone of Reinforced and Prestressed Concrete Girders - An Analysis taking Aggregate Interlock into Account // *Bauingenieur*. – 1983. – № 58. – P. 143-149.
233. Kupfer H., Hilsdorf H., Rusch H. Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses // *ACI Journal*. – 1969. – V. 66, № 8. – P. 656-666.
234. Kupfer V., Bulicek H. A Consistent Model for the Design of Shear Reinforcement in Slender Beams with I- or Box-Shaped Cross-Section // *Proceedings Symposium on Concrete Shear in Earthquake*, Houston. –P. 256-265.
235. Kus S., Wilchinski R. Jbliczenie konstrukcji z betonu na docisk // *Inzynieria i Budownictwo*. – 1968. – R. 25, № 6. – P. 212-218.
236. Lan S., Guo Z. Biaxial Compression Behavior of Concrete under Repeated Loading // *Journal of Materials in Civil Engineering*. – 1999. – V. 11, № 5. – P. 105-115.
237. Lan S., Guo Z. Experimental Investigation of Multiaxial Compressive Strength of Concrete under Different Stress Paths // *ACI Materials Journal*. – 1997. – V. 94, № 5. – P. 427-434.
238. Lapko A. Projektowanie konstrukcji żelbetowych. – Arkady, 2000.
239. Lee J., Son H. Failure and Strength of High-Strength Concrete Columns Subjected to Eccentric Loads // *ACI Structural Journal*. – 2000. – V. 97, № 1. – P. 75-85.
240. Leonhardt F., Möuning E. Vorlesungen ber Massivbau. Teil I. – Berlin, Springer, 1973.
241. Leonhardt F., Walter R. The Stuttgart Shear Test, 1961. – Library Translation, № 111, Cement and Concrete Association, London, 1964, – 134 pp.
242. Leonhardt F., Walther R. Beiträge zur Behandlung der Schubprobleme in Stahlbetonbau // *Beton- und Stahlbetonbau* (Berlin). – 1962. – № 3. – P. 54-64 and № 6. – P. 141-149.
243. Lewicki B., Kubicki J., Rytwińska D. Nowalizacja PN-84/B-03264 „Konstrukcji betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie” // *Inżynieria i budownictwo*. – 1996. – № 9. – P. 495-502.
244. Li B. Strength and ductility of reinforced concrete members and frames constructed using high-strength concrete // *Res. Rep. № 94-5*, University of Canterbury, New Zealand, 1994.
245. Li Q., Ansari F. High-Strength Concrete In Triaxial Compression by Different Sizes of Specimens // *ACI Materials Journal*. –2000. – V. 97, № 6. – P. 684-689.
246. Li Q., Ansari F. Mechanics of Damage and Constitutive Relationships for High-Strength Concrete in Triaxial Compression // *Journal of Engineering Mechanics*. – 1999. – V. 125, № 1. – P. 1-10
247. Lieberum K., Reinhardt H. Strength of Concrete on an Extremely Small Bearing Area // *ACI Structural Journal*. – 1989. – V. 86, № 1. – P. 67-76.
248. Liu T., Nilson A., Slate F. Stress-Strain Response and Fracture of Concrete in Uniaxial and Biaxial Compression // *ACI Journal*. – 1972. – V. 69, № 5. – P. 291-295.
249. Lloyd N., Rangan B. Studies on High-Strength Concrete Columns under Eccentric Compression // *ACI Structural Journal*. – 1996. – V. 93, № 6. – P. 631-638.
250. MacGregor J. Reinforced Concrete: Mechanics and Design, 2nd ed. – Prentice Hall, Englewood Cliff., NJ, 1992. – 848 pp.
251. Majewski S., Wandzi K. Numeryczna ocena wytrzymałości betonu // *XLI Konferencja Naukowa KJL i WPAN i KNPZITB*. – Kraków-Krynica, 1995. – P. 78-83.
252. Malhotra V. Are 4x8 Inch Concrete Cylinders as Good as 6x12 Cylinders for Quality Control of Concrete? // *ACI Journal*. –1996. – V. 73, № 1. – P. 33-36.
253. Mander J., Priestly M., Park R. Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete // *Journal of Structural Engineering*. – 1988. – V. 114, № 8. – P. 1804-1826.
254. Mansur M., Chin M., Wee T. Flexural Behavior of High-Strength Concrete Beams // *ACI Structural Journal*. – 1997. – V. 94, № 6. – P. 663-674.
255. Mansur M., Chin M., Wee T. Stress-Strain Relationship of High-Strength Fiber Concrete in Compression // *Journal of Materials in Civil Engineering*. – 1999. – V. 11, № 2. – P. 21-29.

256. Mansur M., Wee T., Chin M. Derivation of the complete stress-strain curves for concrete in compression // Magazine of Concrete Research. – 1995. – V. 47, № 173. – P. 285–290.
257. Mansur M., Wee T., Chin M. Some Engineering Properties of Locally Produced High-Strength Concrete // 19th Conference on Our World in Concrete & Structures (24–26 Aug., 1994, Singapore). – P. 97–106.
258. Marro P., Ferretti D. ULS in bending and/or normal force – Extension of Model Code 90 to HSC // Atti Dipartimento di Ingegneria Strutturale del Politecnico di Torino. –1995. – № 2. – 187 pp.
259. Marti P. Size Effect in Double-Punch Tests on Concrete Cylinders // ACI Materials Journal. – 1989. – V. 86, № 6. – P. 597–601.
260. Martinez S., Nilson A., Slate F. Spirally reinforced high-strength concrete columns // ACI Journal. – 1984. – V. 81, № 5. – P. 431–442.
261. Martinez-Moralez S. Spirally reinforced high-strength concrete columns: PhD Thesis. – Cornell University, Ithaca, 1984.
262. Mattock A. Rotational Capacity of Hinging Regions in Reinforced Concrete Beams // Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, Proceedings of the International Symposium, Miami (November 1964). – P. 143-181.
263. Mattock A., Kriz R., Hognestad E. Rectangular Concrete Stress Distribution in Ultimate Strength Design // ACI Journal. – 1961. – V. 57, № 1. – P. 875–928.
264. McCollister H. Load Deformation Characteristics of Simulated Beam-Column Connections in Reinforced Concrete: MS Thesis. – University of Illinois, 1954.
265. McDonald D. Development of simplified code procedure for prediction of shrinkage and creep. // Proceedings 5th International RILEM Symposium on Creep and Shrinkage of Concrete. – E&FNSpon, 1993. – P. 637–644.
266. Mendis P., Pendyala R. Full-range behavior of high-strength concrete frame structures // Proceedings of Concrete 2000 Conference, Dundee (Dhir R.K. and Jhones R.M.). – E&FNSpon, 1993. – P. 181–188.
267. Mendis P., Pendyala R., Setunge S. Stress-strain model to predict the full-range moment curvature behavior of high-strength concrete sections // Magazine of Concrete Research. – 2000. – V. 52, № 4. – P. 227–234.
268. Meyerhof G. The Bearing Capacity of Concrete and Rock // Magazine of Concrete Research. – 1953. – V. 4, № 12. – P. 107–116.
269. Middendorf K. Practical Aspects of End Zone Bearing of Post-Tensioned Tendons // PCI Journal. – 1963. – V. 8, № 4. – P. 57–62.
270. Mierzwa J. Beton // Podstawy projektowania konstrukcji z betonu w njęciu normy PN-B-03264:1998 w świetle Eurocodu-2, Piławy (15–17 czerwca 1998). – P. 21–47.
271. Mikame K., Kuramoto H. A Shear Design Equation for Reinforced Concrete Members // Proceedings of the Japan Concrete Institute. – 1987. – V. 9, № 2. – P. 347–352.
272. Mills L., Zimmerman R. Compressive Strength of Plain Concrete Under Multiaxial Loading Conditions // ACI Journal. – 1970. – V. 67, № 10. – P. 802–807.
273. Miyahara T., Kawakami T., Maekawa K. Non Linear Behavior of Cracked RC Plate Element under Uniaxial Compression // Proceedings of the Japan Society of Civil Engineers. – 1988. – V. 11. – P. 306-319.
274. Muguruma H., Nishiyama M., Watanabe F. Stress-strain curve model for concrete with a wide-range of compressive strength // Proceedings of 3rd International Conference on Utilization of High Strength Concrete (Lillehammer, Norway, 1993). – P. 314–318.
275. Nagashima T., Sugano S., Kimura H., Ichikawa A. Monotonic axial compression test on ultra-high-strength concrete tied columns // Proceeding of the 10th WCEE (Madrid, 1992). – P. 2983–2988.
276. Neville A. The Influence of Size of Concrete Test Cubes on Mean Strength and Standard Deviation // Magazine of Concrete Research. — 1956. – № 8. – P. 101–110.

277. Nielsen C. Triaxial Behavior of High-Strength Concrete and Mortar // *ACI Materials Journal*. – 1998. – V. 95, № 2. – P. 144–151.
278. Nishiyama M., Fukushima L., Watanabe F., Muguruma H. Axial loading test on high strength concrete prisms confined with ordinary and high strength steel // *Proceedings of 3rd International Conference on Utilization of High Strength Concrete* (Lillehammer, Norway, 1993). – P. 322–329.
279. Niyogi S. Bearing Strength of Concrete – Geometric Variation // *Journal of The Structural Division*. Proceeding of the ASCE. – 1973. – V. 99, ST7. – P. 1471–1491.
280. Niyogi S. Bearing Strength of Concrete – Support Mix, Size Effect // *Journal of The Structural Division*. Proceeding of the ASCE. – 1974. – V. 100, ST8. – P. 1685–1702.
281. Norwegian Council for Building Standardization (1992): Norwegian Standard NS 3473E, 4th ed. – 1992.
282. Oh B., Urn D., and Park S. Stress Distribution and Cracking Behavior at Anchorage Zones in Prestressed Concrete Members // *ACI Structural Journal*. – 1997. – V. 94, № 5. – P. 549–557.
283. Ottosen N. A failure criterion for concrete // *Journal Of Engineering Mechanics Division*. – 1977. – V. 103, № 4. – P. 527–535.
284. PN-B-03264:1999. "Konstrukcje betonowe i żelbetowe"
285. Popovics S. A numerical approach to the complete stress-strain curve for concrete // *Magazine. Of Concrete Research*. – 1973. – V. 3, № 4. – P. 583–599.
286. Porasz A. An Investigation of Stress-Strain Characteristics of High Strength in Shear. MSc thesis/ – University of Toronto, 1989 – 274 pp.
287. Prisco M., Gambarova P. Comprehensive Model for Study of Shear in Thin-Webbed RC and PC Beams. // *Journal of Structural Engineering*. – 1995. – V. 121, № 12. – P. 1822-1831.
288. Prisco M., Gambarova P. Optimum Design of Stirrups in RC and PC Thin-Webbed Beams Failing in Shear // *Proceedings Symposium On Concrete Shear in Earthquake* (Houston, 1992). – P. 246-255.
289. Proceedings of the 4th International Symposium on Utilization of HS/HP Concrete (Paris, 1996). – P. 659–661.
290. Proceedings of the 4th International Symposium on Utilization of HS/HP Concrete (Paris, 1996). – P. 956–957.
291. Razvi S., Saatcioglu M. Confinement Model for High-Strength Concrete // *Journal of Structural Engineering*. – 1999. – V. 125, № 3. – P. 281–289.
292. Razvi S., Saatcioglu M. Strength and Deformability of Confined High-Strength Concrete Columns // *ACI Structural Journal*. – 1994. – V. 91, № 6. – P. 678–687.
293. Richart F., Brandzaeg A., Brown R. A study of Failure of Concrete Under Combined Compressive Stresses // *Bulletin № 185, University of Illinois*, 1928. – 102 p.
294. RILEM. Technical Recommendations for the Testing and Use of Construction Materials. – E&FNSpon, London, 1994.
295. Rogge A. Material Properties of High Strength Concrete under Triaxial Compression // *Proceedings of 5th International Symposium on Utilization of High Strength/High Performance Concrete* (Sandefjord, Norway, 1999).
296. Rosenthal I., Glucklich J. Strength of Plain Concrete Under Biaxial Stress // *ACI Journal*. – 1970. – V. 67, № 11. – P. 903–914.
297. Rüş H., Jungwirth D. Skurz i pelzanie w konstrukcjach betonowych. – Arkady, Warszawa, 1979.
298. Rüş H., Jungwirth D., Hilsdorf H. Creep and shrinkage – Their effects on the behavior of concrete structures – Springer-Verlag, New York, 1983. – 278 pp.
299. Saatcioglu M., Razvi S. Strength and ductility of confined concrete // *Journal of Structural Engineering*. – 1992. – V. 118, № 6. – P. 1590–1607.
300. Sanders D., Breen J. Post-Tensioned Anchorage Zones with Single Straight Concentric Anchorages // *ACI Structural Journal*. – 1997. – V. 94, № 2. – P. 146–158.

301. Sargin M., Ghosh S., Handa V. Effects of lateral reinforcement upon the strength and deformation properties of concrete // Magazine of Concrete Research. – 1971. – Vol. 23, № 75–76. – P. 99–110.
302. Sargin M., Handa V. A general formulation for the stress-strain properties of concrete // Report № 3, Solid Mech. Div., University of Waterloo, 1993. – P. 1–27.
303. Schlaich J., Schafer K., Jennewein M. Toward a Consistent Design of Structural Concrete // PCI Journal. – 1987. – V. 32, № 3. – P. 74–150.
304. Scordelis A. Analysis of structural concrete system // IABSE Rep. –Vol. 62. – Zürich, Switzerland, 1991 – P. 254–269.
305. Scott D., Park R., Priestly M. Stress-strain behavior of concrete confined by overlapping hoops at low and high strain rates // ACI Journal. –1982. – V. 79, № 1. – P. 13–27.
306. Shah S. et al. An experimental technique for obtaining complete stress-strain curves for high-strength concrete // Cement, Concrete, Aggregates. – 1981. – V. 3, № 1. – P. 21–27.
307. Sheikh S., Uzumeri S. Analytical model for concrete confinement in tied columns // Journal of Structural Division. –1982. – V. 108, ST12 – P. 2703–2722.
308. Shelson W. Bearing Capacity of Concrete // ACI Journal. – 1957. – V. 54, № 5. – P. 405–414.
309. Shen J., Walraven J. Linearity of creep functions and the superposition principle // Proceedings of 5th International RILEM Symposium on Creep and Shrinkage of Concrete. – E&FNSpon, 1993. – P. 207–212.
310. Shirai S., Noguchi H. Compressive Deterioration of Cracked Concrete // Structures Congress: Design, Analysis and Testing. – New York, N.Y., 1989. – P. 1-10.
311. SICSS Probabilistic Model Code, Part 3: Resistance Models.
312. Smith S., Willam K., Gerstle K., and Sture S. Concrete over the Top, or: Is There Life after Peak? // ACI Materials Journal. – 1989. – V. 86, № 5. – P. 491–497.
313. Soroushian P., Obaseki K., Rojas M. Bearing Strength and Stiffness of Concrete under Reinforcing Bars // ACI Materials Journal. – 1987 – V. 84, № 3. – P. 179–184.
314. Spieth H. Das Verhalten von Beton unter hoher örtlicher Pressung // Beton- und Stahlbetonbau. – 1961 – Jahr. 56, № 11. – P. 257–263.
315. Taerwe L. Codes and Regulations // Proceedings of the 4th International Symposium on Utilization of HS/HP Concrete (Paris, 1996). – P. 94–95.
316. Taerwe L. Empirical analysis of the fracture process in high strength concrete loaded in uniaxial compression // Fracture and Damage of Concrete and Rock (FDRC-2). – E&FN Spon. – P. 122–134.
317. Taerwe L. Influence of steel fibres on strain-softening of high-strength concrete // ACI Material Journal. –1989 – V. 86, № 1. – P. 154–60.
318. Tanabe T., Wu Z. (1991): "Strain Softening under Biaxial Tension and Compression." // ABSE Colloq. on Structural Concrete (Stuttgart, 1991). – IABSE Reports. – V. 62. – P. 623-636.
319. Thandavamoorthy T. Static and Fatigue of High-Ductility Bars Reinforced Concrete Beams // Journal of Materials in Civil Engineering. – 1999. – Vol. 11, № 1. – P. 41–50.
320. Thørenfeldt E., Drangshott G. Shear Capacity of Reinforced High Strength Concrete Beams // Proceedings of 2nd International Symposium on Utilization of HSC (Berkeley, 1990). ACI SP-121.8, 1990. – P. 129-154.
321. Thørenfeldt E., Tomaszewicz A., Jensen, J. Mechanical Properties of HSC and Application in Design // Proceedings of Symposium on Utilization of HSC (Stavanger, Norway, 1987). – P. 149-159.
322. Tomaszewicz A. Betonegs Arbeidsdiagram // SINTEF Report N STF 65A84065, Trondheim, 1984. – 274 p.
323. Tomaszewicz A. Betongens Arbeidsoliagram // FCB/SINTEF rapport – STF65A84065, 1984.

324. Tomaszewicz A., Jensen J. Proceedings of Symposium on Utilization of HSC (Stavanger, Norway, 1987). – P. 150–151.
325. Trost H. Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech und Relaxation – Probleme bei Beton und Spannbeton // Beton und Spannbeton – vol. 62, N 10–11, 1967 – p. 230–238, 261–269.
326. Tulin L., Gerstle K. 'Discussion of "Equation for stress-strain curve of concrete" by Desayi P. and Krishnan S. // ACI Journal. – 1964. – V. 61, № 9. – P. 701–716.
327. Ueda M., Noguchi H., Shirai N., Morita S. Introduction to Activity of new RC // Proceedings International Workshop on FEA of RC, Columbia Univ., (New York, N.Y., 1991).
328. Van Gysel A., Taerwe L. Analytical formulation of the complete stress-strain curve for high strength concrete // Materials and Structures. – 1996. – P. 27–34.
329. Vecchio F. Analysis of Shear-Critical Reinforced Concrete Beams // ACI Structural Journal. – 2000. – V. 97, № 1. – P. 102–110.
330. Vecchio F. Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Membranes // ACI Structural Journal. – 1989. – V. 86, № 1. – P. 26–35.
331. Vecchio F., Collins M. Compression Response of Cracked Reinforced Concrete // Journal of Structural Engineering. – 1993. – V. 119, № 12. – P. 3590-3610.
332. Vecchio F., Collins M. The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear // ACI Journal. – 1986. – V. 83, № 2. – P. 219-231.
333. Vecchio F., Collins M. The Response of Reinforced Concrete to In-Place Shear and Normal Stresses // Pub 82.03, Dept. of Civil Engineering, Univ. Of Toronto, 1982. – 332 pp.
334. Vecchio F., Collins M., Aspiotis J. High Strength Concrete Elements Subjected to Shear // ACI Structural Journal. – 1994. – V. 91, № 4. – P. 423-433.
335. Vecchio F., Nieto M. Shear-Friction Test on Reinforced Concrete Panels // ACI Structural Journal. – 1991. – V. 87, № 4. – P. 371–379.
336. Vintzileou E., Malliri P. An empirical model for predicting the mechanical properties of confined concrete // Magazine of Concrete Research. – 1999. – V. 51, № 5. – P. 353–364.
337. Vonk R. A Micromechanical Investigation of Softening in Concrete Loaded in Compression // Heron. – 1993. – V. 38, № 3. – 94 pp.
338. Wang C., Guo Z., Zhang X. Experimental Investigation of Biaxial and Triaxial Compressive Concrete Strength // ACI Materials Journal. – 1987. – V. 84, № 2. – P. 92–100.
339. Wang T., Shah S., Naaman A. Stress-strain curves for normal and lightweight concrete in compression // ACI Journal. – 1978. – V. 75, № 11. – P. 603–611.
340. Wee T., Chin M., Mansur M. Stress-Strain Relationship of High-Strength Concrete in Compression // Journal of Materials in Civil Engineering. – 1996. – V. 8, № 2. – P. 70–76.
341. Xie J., Elwi A., MacGregor J. Mechanical Properties of Three High-Strength Concretes Containing Silica Fume // ACI Materials Journal. – 1995. – V. 92, № 2. – P. 135–145.
342. Yamado Y. Plasticity and viscoelasticity. – Baifukan, Tokyo, Japan, 1980. – 278 pp.
343. Yankelevsky D., Reinhardt H. Response of Plain Concrete to Cyclic Tension // ACI Materials Journal. – 1987. – V. 84, № 5. – P. 365–373.
344. Yin W., Su E., Mansur M., Hsu T. Biaxial Tests of Plain and Fiber Concrete // ACI Materials Journal. – 1989. – V. 95, № 2. – P. 236–243.
345. Yong Y.K. et al. Behavior of laterally confined high-strength concrete under axial loads // Journal of Structural Engineering. – 1988. – V. 114, № 2. – P. 332–351.
346. Zak M. Computer Analysis of Reinforced Concrete Sections under Biaxial Bending and Longitudinal Load // ACI Structural Journal. – 1993. – V. 90, № 2. – P. 163–169.

347. Zhong X., Chang C. Micromechanical Modeling for Behavior of Cementitious Granular Materials // Journal Of Engineering Mechanics. – 1999. – V. 125, № 11. – P. 1280–1285.
348. Zhou W., Hong H. Modeling Error of Strength of Short Reinforced Concrete Columns // ACI Structural Journal. – 2000. – V. 97, № 3. – P. 427–435.
349. Антаков А.Б. Прочность элементов из легких и ячеистых бетонов при местном действии нагрузки: Автореф. дис... канд. техн. наук: 05.23.01 // Казанская гос. архитектурно-строит. академия. – Казань, 1999. – 28 с.
350. Берг О.Я. Прочность бетона и других материалов, обладающих различным сопротивлением растяжению и сжатию в условиях сложного напряженного состояния // Тр. ЦНИИС. – М.: Транспорт, 1960. – Вып. 36.
351. Гладышев Б.М. Экспериментальные исследования работы бетонных и железобетонных опорных частей: Дис. ... канд. техн. наук. – Львов, 1951. – 121 с.
352. Гладышев Б.М., Дюженко М.Г. О расчете железобетонных конструкций на образование трещин при местном сжатии // Труды координационных совещаний по гидротехнике – Л.: Энергия, 1970. – Вып. 58. – С. 225–231.
353. Гладышев Г.Н. Трещинообразование и прочность железобетонных изгибаемых элементов при их раскалывании по наклонным сечениям: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / НИИЖБ. – М., 1986. – 24 с.
354. Гордон С.С. Структура и свойства тяжелых бетонов на различных заполнителях. – М.: Стройиздат, 1969. – 152 с.
355. Давиденко А.И. Влияние сложного напряженного состояния на параметры диаграммы сжатия бетона и его учет при расчете железобетонных балок на деформируемом основании: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / НИИСК. – Киев, 1989. – 18 с.
356. Дорошкевич Л.А., Гладышев Г.Н. Определение раскалывающих сил при разрушении образцов-кубов в зависимости от значений отношения ширины площадок опирания этих сил к размеру ребра куба // Вестник Львовского политехнического института. Резервы прогресса в архитектуре и строительстве. – Вып. 173 – Львов, 1983. – С. 30–34.
357. Евдокимов В.И. Предельная прочность бетона при двухосном сжатии // Технология, расчет и конструирование бетонных и железобетонных конструкций: Сб. ст. – М.: НИИЖБ, 1979. – С. 63–66.
358. Кваша В.Г. Экспериментальные исследования железобетонных полушарниров арочных конструкций: Автореф. дис. ... канд. техн. наук / ЛПИ. – Львов, 1967. – 24 с.
359. Кириллов А.П., Павлов П.Г. Исследование прочности бетона в сложном напряженном состоянии // Бетон и железобетон. – 1989. – № 6. – С. 15–16.
360. Косолопов А.В., Самарин Ю.А. Особенности проявления деформаций при кратковременном обжатии бетонов различных составов // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1974, № 1. – С. 16–22.
361. Лукша Л.К. К теории предельных поверхностей изотропных строительных материалов // Структура, прочность и деформации бетона: Материалы координационного совещания. – М.: НИИЖБ, 1972. – С. 55–72.
362. Майзель И.В. Прочность хрупких материалов строительных конструкций работающих в условиях объемного сжатия: Автореф. дис. ... канд. ... техн. наук: 05.23.01/ СПбГТУ. – СПб., 1992. – 13 с.
363. Разработка теоретических основ учета контактного взаимодействия железобетонных элементов из высокопрочного бетона в составе конструктивных систем зданий и сооружений: Отчет о НИР (заключит.) / Белорусская государственная политехническая академия; Рук. Т.М. Пецольд. – №ГР19991171. – Минск, 2000. – 97 с.
364. Рак Н.А. Исследование контактного взаимодействия конструкций из высокопрочного бетона в каркасных зданиях // Эффективные строительные материалы, конструкции и технологии: Сб. ст. – Мн: Технопринт, 2000. – С. 423–432.

365. Рак Н.А. Исследование напряженно деформированного состояния элементов из высокопрочного бетона при местном сжатии с использованием метода конечных элементов // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь: Сборник трудов VII Международного научно-методического семинара.– Брест, БГТУ, 2001 – С. 162-168.
366. Рак Н.А., Аль-Арики Н. К расчету прочности бетонных элементов на местное сжатие с учетом масштабного фактора и структуры бетона // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь: Сб. ст.– Мн.: Тыздзень, 2000.– С. 221–226.
367. Рак Н.А., Аль-Арики Н. Влияние условий приложения нагрузки на прочность тяжелого высокопрочного бетона при местном сжатии бетона // Вестник БГТУ. Строительство и архитектура.– 2002.– № 1(13) – С.64-68.
368. Расчет конструкций из высокопрочного бетона учетом их контактного взаимодействия в каркасных зданиях: Отчет о НИР (заключит.)// Белорусская государственная политехническая академия; Рук. Н.А. Рак.– № ГР 2001770.– Минск, 2001.– 118 с.
369. Рохлин И.А. Исследование сопротивления деформированию и разрушению элементов конструкций из бетона и каменных материалов: Автореф. дис. ... доктора техн. наук: 05.23.01 / ВЗИСИ.– М., 1979.– 23 с.
370. Рохлин И.А. Рекомендации по расчету бетонных и железобетонных конструкций на прочность и выносливость при местном сжатии.– Киев, НИИСК Госстроя СССР, 1972.– 48 с.
371. Сабилов Б. Прочность, деформации различных бетонов в условиях кратковременного и длительного трехосного сжатия: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / НИИЖБ.– М., 1990.– 24 с.
372. Свистунов В.Н. Предельное напряженно-деформированное состояние двухосного сжатия бетона в условиях сложного (непропорционального) нагружения: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / МИСИ.– М., 1990.– 22 с.
373. СНБ 5.03.01–02 Конструкции бетонные и железобетонные. Нормы проектирования / МАиС РБ.– Минск, 2002.
374. СНиП 2.06.08–87. Бетонные и железобетонные конструкции гидротехнических сооружений. Нормы проектирования / Госстрой СССР.– М: ЦИТП Госстроя СССР 1987. – 32 с.
375. СНиП II–56–77. Бетонные и железобетонные конструкции гидротехнических сооружений. Нормы проектирования / Госстрой СССР.– М: Стройиздат, 1977.– 32 с.
376. Яшин А.В. О некоторых особенностях неодносных напряженных состояний бетона, важных для практики проектирования массивных гидросооружений // Материалы конференций и совещаний по гидротехнике: Предельные состояния гидротехнических сооружений / ВНИИГ им. Б.Е.Веденеева.– Вып. 119.– Л.: Энергоатомиздат, 1978.– С. 122–127.
377. Яшин А.В. Рекомендации по определению прочностных и деформационных характеристик бетона при неодносных напряженных состояниях.– М. НИИЖБ Госстроя СССР, 1985.– 72 с.
378. ACI Manual of Concrete Practice 1984.– Part 3.– Detroit, 1984.
379. BAEL 83. Regles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en beton arme suivant la methode des etats limites –1983.
380. CEB-FIP. Model Code for Concrete Structures, 1990 (First Draft) // CEB Bulletin d'Information.– № 195.– 1990
381. Chen W. Bearing Strength of Concrete Blocks // Journal of the Engineering Mechanics Division.– 1973.– V. 99, № 6.– P. 1314-1321.
382. DIN 1045-1:2001-07. Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil 1: Bemessung und Konstruktion – 148 p.
383. Eurocode 2, Design of Concrete Structures (Final Draft).– CEC, 1989.

384. Guyon Y. *Beton Precontraint. Etude theoreique et experimentale.*– Paris, Eyrolles, 1951. (Рус. перевод. Гийон И. . Предварительно напряженный железобетон. Теоретические и экспериментальные исследования.– М.: Госстройиздат, 1959.– 704 с.)
385. Goble C. and Cohen M. Influence of Aggregate Surface Area on Mechanical Properties of Mortar // *ACI Material Journal.*– 1999.– V. 96, № 6.– P. 657–662
386. Haagsma T. The Ultimate Strength of Unreinforced Concrete Specimens Subjected to Concentrated Load.– Stevin Laboratory, Delft, 1969.– P. 30-84.
387. Hooi T., Irawan P. Effect of Stress-Path on the Failure of Concrete Under Tri-Axial Stress State // *CSE Research Bulletin.*– № 13.– 2000.
388. Jensen B. Some Applications of Plain and Reinforced Concrete. // Report 123.– Lungby, 1977.– P. 84-88.
389. Li C., Cheong I. Resistance Capacity Estimation for Confined Concrete Column and Anchorage Zone Based on Neural Network // *Proceedings of 8th International Conference on Neural Information Processing (Shanghai, China, 2001)*
390. Nemati K., Monteiro P., and Scrivener K. Analysis of Compressive Stress-Induced Cracks in Concrete // *ACI Material Journal.*– 1998.– V. 95, № 5.– P. 617–629
391. Niyogi S. Bearing Strength of Reinforced Concrete Blocks // *Journal of the Structural Division.*– 1975.– V. 101, № 5.– P. 1125-1137.
392. Niyogi S. Effect of Side Slope on Concrete Bearing Strength // *Journal of the Structural Division.*– 1978.– V. 104, № 3.– P. 599-604.
393. PN–B–03264:1976. "Konstrukcie betonowe i zelbetowe"
394. Saiger R. *Stahlbeton.* / (Рус. перевод. Залигер Р. Железобетон. Его расчет и проектирование.– М.-Л.: Госиздат, 1927.– 648 с.)
395. SIA 162. *Structures en Béton.*– SIA, Zurich, 1984.
396. Williams A. The Bearing Capacity of Concrete Loaded over a Limited Area // *Cement and Concrete Association.*– Technical report № 526.– 1979.– 70 p.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица П1.

Общие данные об опытных образцах сжатых элементов
из тяжелого бетона

Автор	Шифр образца		Автор	Шифр образца	
1	2	3	4	5	6
<i>Foster, Attard</i> [174]	2L8-30	4M50-60	<i>Hognestad</i> [200]	A-10a	B-14a
	2L8-60	4M50-120		A-10b	B-15a
	2L8-120	2H8-30		A-12a	B-15b
	2L20-30	2H8-60		A-12b	B-1a
	2L20-60	2H8-120		A-13a	B-1b
	2L20-120	2H20-30		A-13b	B-2a
	2L50-30	2H20-60		A-14a	B-2b
	2L50-60	2H20-120		A-14b	B-3a
	2L50-120	2H50-30		A-15a	B-3b
	4L8-30	2H50-60		A-15b	B-4a
	4L8-60	2H50-120		A-1a	B-4b
	4L8-120	4H8-30		A-1b	B-5a
	4L20-30	4H8-60		A-2a	B-5b
	4L20-60	4H8-120		A-2b	B-6a
	4L20-120	4H20-30		A-3a	B-6b
	4L50-30	4H20-60		A-3b	B-7a
	4L50-60	4H20-120		A-4a	B-7b
	4L50-120	4H50-30		A-4b	B-8a
	2M8-30	4H50-60		A-5a	B-8b
	2M8-60	4H50-120		A-5b	B-9a
	2M8-120	2L8-120R		A-7a	B-9b
	2M20-30	2L20-120R		A-7b	C-10a
	2M20-60	4L8-120R		A-8a	C-10b
	2M20-120	4L208-120R		A-8b	C-11b
	2M50-30	4L50-30R		A-9a	C-12a
	2M50-60	2M8-30R		A-9b	C-12b
	2M50-120	2M20-60R		B-10a	C-13a
	4M8-30	2M20-120R		B-10b	C-13b
	4M8-60	2M50-60R		B-11a	C-14a
	4M8-120	2M50-120R		B-11b	C-14b
	4M20-30	4M20-60R		B-12a	C-15a
	4M20-60	4M20-120R		B-12b	C-15b
4M20-120	4M50-60R	B-13a	C-1a		
4M50-30	4M50-120R	B-13b	C-1b		
<i>Hognestad</i> [200]	C-2a	C-6a	<i>Lloyd, Rangan</i> [249]	IXA	VIII B
	C-2b	C-6b		IXB	VIII C
	C-3a	C-7a		IXC	XA
	C-3b	C-7b		VA	XB
	C-4a	C-8a		VB	XC
	C-4b	C-8b		VC	XIA
	C-5a	C-9a		VIA	XIB
	C-5b	C-9b		VIB	XIC
<i>Ibragim, MacGregor</i> [215]	V1	V17	VIC	XIIA	
	V11	V2	VIIA	XIIB	
	V12	V4	VII B	XIIC	

Окончание таблицы П1.

1	2	3	4	5	6
Ibragim, MacGregor [215]	V13	V5	Беликов и др. [6]	VКОП-1	VКОП-4
	V14	V6		VКОП-2	5КОП-1
	V15	V7		VКОП-3	5КОП-2
	V16	V8		К-III-1	К-II-1А
Lee, Son [239]	HL-1	LL-2	Еркинбеков, Артемьев [28]	К-III-1А	К-II-1Б
	HL-1А	LL-3		К-III-1Б	КЛ-II-1
	HL-2	LM-1		К-III-3А	КЛ-II-1А
	HL-3	LM-2		К-III-3Б	КЛ-II-1Б
	HL-3А	LM-3		КЛ-III-1	КН-II-1
	HM-1	LS-1		КЛ-III-1А	КН-II-1А
	HM-1А	LS-2		КЛ-III-1Б	КН-II-1Б
	HM-2	LS-3		КН-III-1	К-I-1А
	HM-3	VM-1		КН-III-1А	К-I-1Б
	HM-3А	VM-1А		КН-III-1Б	К-I-1
	HS-1	VM-2		К-II-1	
	HS-1А	VM-2А		К-1-1	К-6-1
	HS-2	VS-1		К-1-2	К-6-2
	HS-3	VS-1А		К-2-1	К-7-1
HS-3А	VS-2	К-2-2	К-7-2		
LL-1	VS-2А	К-5-1			
Lloyd, Rangan [249]	IA	IIC	Салау [86]	1	4
	IB	IIIA		2	5
	IC	IIIB		3	6
	IIA	IIIC		I	V
	IIB	IVA		II	VI
	IVB	VIC		III	VII
	IVC	VIIIA		IV	VIII
Свиридов, Коваленко, Чесноков [91]	I-1	II-1	Чистяков, Мамедов [119]	К-IX-1	К-XI-2
	I-2	II-2		К-IX-2	К-XII-1
	I-3	II-3		К-V-1	К-XII-2
	I-4	II-4		К-V-2	К-XIII-1
Чистяков, Мамедов [119]	К-I-1	К-II-2		К-VI-1	К-XIII-2
	К-I-2	К-III-1		К-VI-2	К-XVI-1
	К-II-1	К-III-2		К-VII-1	К-XVI-2
	К-IV-1	К-X-2		К-VII-2	К-XVIII-1
К-IV-2	К-XI-1		К-X-1	К-XVIII-2	

Таблица П2.

Общие данные об опытных образцах изгибаемых элементов
из тяжелого бетона

Автор	Шифр образца		Автор	Шифр образца	
	1	2		3	4
Alca, Alexander [133]	LH1	ML1	Hognestad [201]	9	25
	LH2	ML2		10	26
	LL1	SH1		11	27
	LL2	SH2		12	28
	MH1	SL1		13	29
	MH2	SL2		14	30
Corley [169]	J1	K6		15	31
	J11	K7		16	32

Продолжение таблицы П2.

1	2	3	4	5	6
Corley [169]	J2	K8	Hognestad [201]	21	33
	J21	K9		22	34
	J3	M1		23	35
	J4	M2		24	36
	J41	M3	Johnson [218]	2	11
	J42	M4		3	12
	J5	M5		4	14
	J6	M6		6	15
	J61	M7		7	16
	K1	M8		10	
	K10	N1	Mattock [262]	A1	C5B
	K11	N2		A2	C6
	K12	N3		A3	D1
	K2	N4		A4	D2
	K3	N5		A5	D2A
K4	N6	A6		D3	
K5	N7		B1	D4	
K51	N8		B2	D4A	
Gaston [185]	C2w	C4xnb	Mattock [262]	B3	E1
	C2xm	C4zn		B4	E2
	C3xm	C5yn		C1	F2
	C3yna	C6xm		C2	F3
	C3ynb	C7w		C2A	G1
C4xna	S2w		C2B	G2	
Hognestad [201]	1	5		C3	G3
	2	6		C4	G4
	3	7		C5	G5
	4	8		C5A	
Mansur et all [254]	A4-0.0C	C4-0.0C	Жунусов и др. [29]	A-II-2	A-IV-2
	B4-0.0C	D4-0.0C		A-II-4	A-V-3
McCollister [264]	B-34	T-2		A-III-1	A-V-3c
	B-35	T-3		A-III-2	A-V-4c
	T-1	T-4		A-IV-1	БП-80
	T-10	T-5	Мулин, Гуца, Мамедов [61]	01	H-1
	T-12	T-6		02	H-1*
T-14	T-7	03		H-2	
T-15			1A	H-3	
Thandava- moorthy [319]	SB1-1	SB2-2		1B	H-4
	SB1-2	SB2-3		1	H-5
	SB1-3	SB2-4		2	H-6
	SB2-1	SB2-5		3	O-1
Булгаков, Корольков [13]	BI-11	BI-31		3A	O-2
	BI-12	BI-32		04	O-3
	BI-21	BI-41		4	O-4
	BI-22	BI-42		05	O-5
	BI-31	BIII-11		5	O-6
	BI-32	BIII-12		6	
	BI-41	BIII-31	Рак, Мохамид [81]	BI-1	B4-2
	BI-42	BIII-32		B2-1	B5-1
BI-11	BIII-41	B2-2		B6-1	

Окончание таблицы П2.

1	2	3	4	5	6
Булгаков, Корольков [13]	БII-12	БIII-42	Рак, Мохамид [81]	Б3-1	Б6-2
	БII-21	БIV-1		Б4-1	Б7-1
	БII-22	БIV-2	Свиридов, Коваленко, Чесноков [91]	III-3	IV-3
	БV-3	III-4		IV-4	
Жунусов и др.[29]	A-2p16-1	A-I-1		IV-1	IV-5
	A-2p16-2	A-II-1	IV-2	IV-6	

Таблица П3.

Общие данные об дополнительных образцах элементов
из аглопоритобетона

Автор	Шифр образца		Автор	Шифр образца	
Балки Косарев [47]	74	81	Колонны Плетнев [73]	К-4	1-1
	83	73		К-5	1-2
	75	82		К-6	1-3
	84	89		К-8	1-4
	76	98		К-19	П1а
	85	90		К-20	П2а
	71	99		К-21	П3а
	80	91		К-22	П4а
	72	100		К-23	П5а
Колонны Плетнев [73]	С-1	С-5	К-24	П6а	
	С-2	С-6	Ц-1	П7а	
	С-7	К-1	Ц-2	П8а	
	С-8	К-2	Ц-3	П9а	
	С-3	К-7		П10а	
	С-4	К-3			

Таблица П4.

Общие данные об опытных образцах элементов
из мелкозернистого бетона

Автор	Шифр образца		Автор	Шифр образца	
Колонны Беликов, Русанова, Пазюк [6]	IIIКПП-3	IKП-3	Балки Лучко [56]	2Б0I-1	4Б0III-2
	IIIКПП-4	IKП-4		2Б0I-2	4Б0I-3*
	IIIКПП-5	IKП-5		2Б0II-1	4Б0II-3*
	IIIКПП-6	IKП-6		2Б0II-2	4Б0II-4*
	IVКПП-1	IVКПП-2		3Б0I-1	4Б0*I-1
	IVКПП-2	IVКПП-3		3Б0I-2	4Б0*I-2
	IVКПП-3	IVКПП-4		3Б0II-1	4Б0*I-3
	IVКПП-4	VКОП-1		3Б0II-2	4Б0*II-1
	IVКПП-5	VКОП-2		4Б0I-1	4Б0*II-2
	IVКПП-6	VКОП-3		4Б0I-2	4Б0*II-3
	IKП-1	VКОП-4		4Б0II-1	4Б0II-1
	IKП-2			4Б0II-2	4Б0II-2
				4Б0III-1	

Научное издание

*ТУР Виктор Владимирович
РАК Николай Александрович*

ПРОЧНОСТЬ И ДЕФОРМАЦИИ БЕТОНА в расчетах конструкций

Ответственный за выпуск *В.В. Тур*
Редактор *Т.В. Строкач*
Технический редактор *А.Д. Никитчик*
Компьютерная верстка
и дизайн *В.В. Малыха*

ISBN 985-6584-55-8



Издательство БГТУ. Лицензия ЛВ № 382 от 1.09.2000 г.

Подписано к печати 21.03.2003 г. Бумага «Svetocopy». Формат 60×84_{1/16}.
Гарнитура «Agiat». Печать офсетная. Усл. п. л. 14,6. Уч. изд. л. 15,75.
Тираж 250 экз. Заказ № 280. Отпечатано на ризографе Учреждения
образования «Брестский государственный технический университет».
Лицензия ЛП № 178 от 14.01.2003 г. 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.