ОБОБЩЕННАЯ ПРОБЛЕМА БРИО И БУКЕ

Швычкина Е.Н. (БрГУ, математический факультет)
Руководитель: доцент Шило Т.И.

Рассмотрим дифференциальное уравнение вида:

$$\frac{dw}{dz}=\frac{p(w,z)}{Q(w,z)}, \tag{1}$$

где $P(w,z)$ и $Q(w,z)$ – голоморфные функции в окрестности точки $w=z=0$.

Ставится задача исследовать существование решений уравнения (1), обращающихся в нуль, если $P(0,0)=Q(0,0)=0$.

Очевидно, в этом случае правая часть уравнения (1) не может удовлетворять в точке $w=z=0$ условиям теоремы Коши. Поэтому вопрос о существовании таких решений требует специального изучения. Пусть уравнение (1) имеет решение вида: $w(z)=\alpha^0 z^{\mu}+\ldots$

Для нахождения значений μ применим диаграмму Ньютона – Пьюизо. Пусть $\mu=\frac{p}{q}$. Сделав замену $z=t^p$, $w=t^p u$, где u – некоторая голоморфная функция, придем от уравнения (1) к уравнению вида:

$$t\frac{du}{dt}=\frac{F(u)+(qU_1-puV_1)t+(qU_2-puV_2)t^2+\ldots}{V_0+V_1t+V_2t^2+\ldots}, \tag{2}$$

где $F(u)=qU_0-puV_0$. Здесь возможны следующие случаи:

1) $V_0(u_0)\neq 0$ и $F(u^0)=0$.Уравнение (2) сводится к уравнению Брио и Буке: $\tau\frac{du}{d\tau}=\lambda u+F(w,\tau)$, где $\lambda=\frac{F'(u_0)}{\alpha_0}$ и $F(w,\tau)=\sum_{i-j=1}^{\infty}\beta_{ij}w_i\tau^j$.

2) $F(u^0)=0$, $V_0(u_0)=0$ или V_0 отсутствует в уравнении.

Путем замен вида $v=\left(-\frac{a}{b}+v^1\right)t$ от уравнения (2) придем к обобщенному уравнению Брио и Буке: $\tau^{\sigma+1}\frac{du}{d\tau}=\lambda u+F(w,\tau)$. Зная условия существования решений уравнений Брио и Буке, обладающих свойством $u(\tau)\to 0$ при $\tau\to 0$, мы тем самым найдем условия существования решений уравнения (1).