**СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД ИЗУЧЕНИЯ СТРУКТУР**

*Шуть В.Н. (Брестский филиал Института современных знаний им. А.М. Широкова), Кныш С. Б., Труханович А.Н.(Брестский государственный технический университет)*

Для испытания в статистических исследованиях используются наборы случайных величин, причем для описания этих входных наборов используются такие параметры как математическое ожидание, дисперсия и т.д. Но эти параметры не учитывают взаимного распределения величин относительно друг друга (разряжений, сгущений). Предлагаемый в данной работе метод кругов регрессии позволяет однозначно идентифицировать тестовые наборы на предмет взаимной корреляции случайных величин.Метод кругов регрессии может применяться в промышленности, медицине и других областях. Для перехода от объема к точке при описании шлифов используются статистические подходы к получению параметров трехмерных структур основанные на методе сечений. Для получения "следов" непрозрачных объектов (металл, керамика, горные породы) приготовленные сечения тел шлифуют, полируют, а иногда протравливают кислотами. Отсюда название таких препаратов - шлифы. Их можно наблюдать только в отраженном свете. Из полупрозрачных объектов приготавливаются тонкие срезы, их наблюдают в микроскоп в проходящем свете.Допустим, что на рис 1.1. условно изображено не прозрачное тело, передняя грань которого представляет собой шлиф. Поскольку шлиф - плоский, то третье измерение структурных элементов исчезает. Операция приготовления шлифов или $R_3 \to R_2$ каждой точке $x \in X \subset R_3$ ставит в соответствие $f(x) \in Y \subset R_2$ Отображениями поверхностей структурных элементов на шлифе будут линии границ; объемы, заключенные внутри поверхностей, превратятся в площади внутри контуров. Нитевидные структуры на шлифе оставляют "следы" в виде точек. Итак, сечение тела привело к тому, что размерность "следов" структурных элементов снизилась на единицу: объемы превратились в площади, площади – в линии, а линии в точки.

Мысленно разрежем с определенным шагом в перпендикулярном направлении плоскость шлифа, получим набор параллельных линий. Условно соединим конец одной и начало другой, в результате чего получим очень длинную линию. Такую операцию называют разверткой плоскости. Произошло преобразование двумерной плоскости в одномерную линию. Операция развертки отображает $R_2 \to R_1$ и каждой точке $y \in Y \subset R_2$ ставит в соответствие $z \in Z \subset R_1$ или, учитывая композицию двух функций: $R_3 \to R_1$ Объемам теперь соответствуют длины хорд, поверхностям - концы хорд (т.е. точки), а отображения структур, которым раньше соответствовали точки, теперь исчезли (вероятность случайного попадания линии на точку равна нулю).

Вырежем из линии, в которую мы развернули плоскость шлифа, с определенным шагом отдельные участки исчезающее малой длины, т.е. осуществим операцию преобразования плоскости шлифа в точечный растр (рис.1.3.). Тем самым снижена размерность еще на единицу-: $R_1 \to R_0$ Отображениями структурных элементов теперь являются точки, а следы других структур исчезли.

Если мы знаем вид функции f и g, то можно измерить количественные параметры структур (например, объемов) на любой стадии преобразования, а затем аналитически пересчитать в обратном порядке.

Использование кругов регрессии в данном случае – альтернативный вариант описания шлифов.

Разработка математической составляющей модели. Общие положения. Согласно математическим методам исследования структур, алгоритм построения кругов регрессии основывается на построении контуров. Эти контуры строятся следующим образом: выделяются локальные, обособленные от соседних, группы точек; для каждой обособленной группы точек применяются уравнения регрессии;

В результате выполнения алгоритма получим контуры различной длины (круги регрессии), описываемые с помощью координат центров и радиусов.

В данном случае уравнение регрессии будет иметь вид:

$$R^2 = (x_c - x_i)^2 + (y_c - y_i)^2 \qquad (2.1)$$

При этом задача сводится к определению неизвестных параметров: R, Xc, Yc.

Если бы все значения, полученные по данным наблюдения, лежали строго на окружности, описываемой уравнением, то для каждой из точек было бы справедливо, равенство:

$$\Delta i = R - \sqrt{(Xc - Xi)^2 + (Yc - Yi)^2} = 0 \qquad (2.2)$$

Однако на практике получается, что

$$\Delta i = R - \sqrt{(Xc - Xi)^2 + (Yc - Yi)^2} \neq 0 \qquad (2.3)$$

где $\Delta i$ - разность между данными наблюдения и данными, полученными по уравнениям связи.

Эта связь как раз и появляется в силу наличия расхождений между идеальным кругом и реальным распределением точек на плоскости, поэтому возникает проблема нахождения таких коэффициентов регрессии, при которых ошибка была бы минимальной.

Наиболее оптимальным вариантом является оценка по методу наименьших квадратов:

$$S = \sum_{i=1}^{n} \left|\Delta^2 i\right| \to \min \qquad (2.4.)$$

Метод наименьших квадратов обладает тем замечательным свойством, что делает число нормальных уравнений равным числу неизвестных коэффициентов. Приведенное уравнение второго порядка имеет три неизвестных коэффициента: *R, Xc, Yc.*

Следовательно, применяя метод наименьших квадратов, получим уравнение:

$$S = \sum_{i=1}^{n} \left|\Delta^2 i\right| = \sum_{i=1}^{n} \left(R - \sqrt{(Xc - Xi)^2 + (Yc - Yi)^2}\right) \to \min \qquad (2.5)$$

Для нахождения значений неизвестных коэффициентов R, Xc, Yc, при которых функция была бы минимальной, необходимо приравнять частные производные по этим величинам к нулю, т.е.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial S}{\partial Xc} = -\dfrac{2}{2}\sum\left(\sqrt{(Xc - Xi)^2 + (Yc - Yi)^2} - R\right)\times\dfrac{Xi - Xc}{\sqrt{(Xc - Xi)^2 + (Yc - Yi)^2}} = 0 \\ \dfrac{\partial S}{\partial Yc} = -\dfrac{2}{2}\sum\left(\sqrt{(Xc - Xi)^2 + (Yc - Yi)^2} - R\right)\times\dfrac{Yi - Yc}{\sqrt{(Xc - Xi)^2 + (Yc - Yi)^2}} = 0 \\ \dfrac{\partial S}{\partial R} = -2\sum\left(\sqrt{(Xc - Xi)^2 + (Yc - Yi)^2} - R\right) = 0 \end{cases}$$

Выразим из системы (2.6) значение переменной R: $R = \dfrac{1}{n}\sum\left(\sqrt{(Xc - Xi)^2 + (Yc - Yi)^2}\right)$ (2.7)

Данная система уравнений не решается тривиальным способом, ее можно решить только приближенными методами. В данной работе предложен метод позволяющий устранить необходимость решения системы уравнений (2.6).