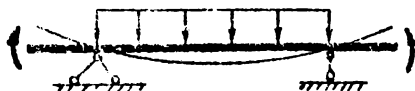


Министерство народного образования
республики Беларусь
Брестский политехнический институт

Кафедра сопротивления материалов
и теоретической механики

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Расчёт металлической
двутавровой балки на прочность
и жёсткость



Брест 1992

МИНИСТЕРСТВО НАРОДНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
республики БЕЛАРУСЬ

Брестский политехнический институт

Кафедра сопротивления материалов и теоретической
механики

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

"Расчет металлической двутавровой балки на прочность и
жесткость"

Утверждены на заседании
кафедры сопротивления
материалов и теорети-
ческой механики,
протокол № 5
от "16" января 1991г.

БРЕСТ 1992

УДК 620.1.0.

Расчетно-проектировочная работа №4 по сопротивлению материалов ставит своей целью углубить и закрепить знания студентов по расчету балок при изгибе на прочность и жесткость на конкретном примере. При этом используются сведения, полученные при изучении курса сопротивления материалов и ЭВМ. Методические указания содержат решение типовой задачи, индивидуальные задания, программу расчета на ЭВМ.

Составители: А.М. Трусъ, профессор, к.т.н.,
П.И. Соловей, доцент
Н.С. Михалюк, доцент
В.П. Воробьев, доцент
В.Л. Мартиновский, ассистент
П.П. Бауличный, ассистент

Рецензенты: ЦНИИ Промзданий Госстроя СССР, ст. научный сотрудник,
к.т.н. Плотников Ю.Г.

ЗАДАЧА.

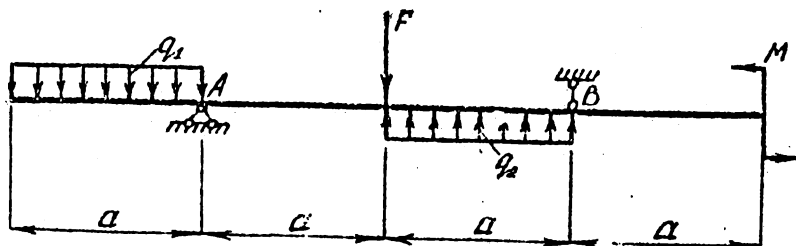
Дана двутавровая балка, изображенная на схеме (номер схемы студент выбирает согласно порядковому номеру в журнале группы), и значения нагрузок (выбираются из таблицы вариантов по указанию преподавателя).

ТРЕБУЕТСЯ:

1. Определить опорные реакции.
2. Определить значения Q и M на силовых участках балки и построить их эпюры.
3. Определить опасное сечение балки по эпюре изгибающего момента и подобрать по нему стандартное сечение двутавра.
4. Проверить выбранное сечение по касательным напряжениям.
5. Проверить сечение на стыке полки и стенки двутавра.
6. Построить упругую линию балки и проверить балку на жесткость.
7. Установить запас прочности балки по σ , τ_{\max} , σ_{zv} , σ_{zv}^e и запас жесткости.
8. Ввести в ДИК-4 данные своей задачи соответственно программе и проверить правильность своего решения (распечатку с ЭВМ приложить к работе).

УСЛОВИЕ ЗАДАЧИ.

На рис. 1а изображена двутавровая балка, закрепленная и нагруженная, как показано на схеме.



РЕШЕНИЕ

1. Обозначаем на схеме и определяем опорные реакции.

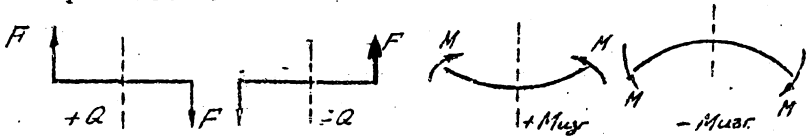
$$\begin{cases} \sum F_{Ky} = 0 \\ \sum M_{Kx} = 0 \end{cases}$$

2. Определяем значения Q и M на силовых участках I, 2, 3, 4 и строим эпюры Q и M .

Для этого используем равенства

$$\begin{cases} Q = \sum F_{Ky} \\ M = \sum M_{Kx} \end{cases} \quad (\text{для отсеченной части балки}).$$

и правила знаков.



Участок I. $0 \leq x_1 \leq a$

$$\begin{aligned} Q &= -q_1 x; & \text{при } x=0 & Q=0; & M=0 \\ M &= -\frac{q_1 x^2}{2}; & \text{при } x=a & Q=-q_1 a; & M=-\frac{q_1 a^2}{2} \end{aligned}$$

Участок 2. $0 \leq x_2 \leq a$

$$\begin{aligned} Q &= -q_2 a + R_1 = \text{const}; & \text{при } x=0 & M = -\frac{q_2 a^2}{2}; \\ M &= -q_2 a \left(\frac{a}{2} + x \right) + R_1 x & \text{при } x=a & M = -\frac{3}{2} q_2 a^2 + R_1 a \end{aligned}$$

Участок 4. $0 \leq x_4 \leq a$

$$\begin{aligned} Q &= 0; \\ M_{изг.} &= M \end{aligned}$$

Участок 3. $0 \leq x_3 \leq a$

$$\begin{aligned} Q &= R_3 - q_2 x; & \text{при } x=0 & Q=R_3; & M_{изг.} = M \\ M_{изг.} &= M - R_3 x + \frac{q_2 x^2}{2} & \text{при } x=a & Q=R_3 - q_2 a; & M_{изг.} = M - R_3 a + \frac{q_2 a^2}{2} \end{aligned}$$

На участке 3 M имеем экстремальное значение в сечении К.

$$Q_K = R_B - q_2 z_K = 0;$$

$$z_K = \frac{R_B}{q_2};$$

$$M_{extr} = M - R_B z_K + \frac{q_2 z_K^2}{2}; \quad M_{extr} = M - \frac{1}{2} \frac{R_B^2}{q_2}.$$

3. По эпюре M определяем опасное сечение балки (сечение, в котором M имеет наибольшее значение по длине балки) и подбираем стандартное сечение двутавра.

$$\sigma = \frac{M_{max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

$$W_x \geq \frac{M_{max}}{[\sigma]}$$

Найденное значение W_x округляется в большую сторону и по сортаменту из таблицы выбирается номер двутавра.

Выписываем для него все необходимые геометрические характеристики:

$$J_x, W_x, S_x^{orc}, B, b, d \quad (S_x = S_x^{orc})$$

4. Проверка подобранного сечения по касательным напряжениям производится по формуле Муравского в том сечении по длине балки, где действует наибольшая поперечная сила, а по высоте сечения берется точка "с" на нейтральном слое, в которой касательные напряжения будут максимальны.

$$\tau_{max} = \frac{Q_{max} S_x^{orc}}{J_x b(y)} \leq [\tau],$$

где для двутавра

$$b(y) = d \quad \text{— ширина стенки.}$$

Если неизвестно $[\tau]$, можно воспользоваться соотношением между $[\tau]$ и $[\sigma]$ в соответствии с теорией прочности.

по 3-ей теории прочности $[\tau] = 0,5[\sigma]$;

по 4-ой теории прочности $[\tau] = 0,58[\sigma]$.

Если $\tau_{max} \leq [\tau]$, оставляем найденное сечение,

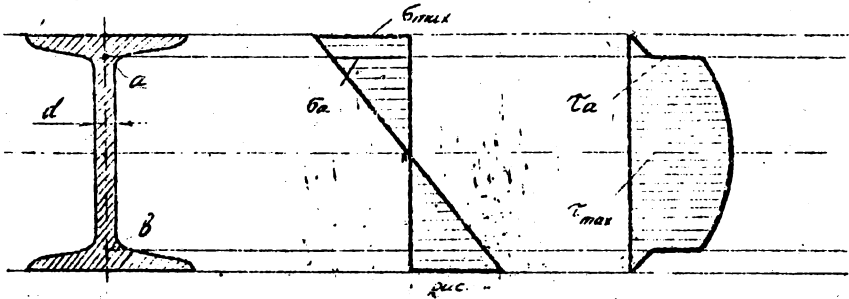
если $\tau_{max} > [\tau]$, то по сортаменту подбираем другой двутавр до тех пор, пока $\tau_{max} \leq [\tau]$

5. Проверка сечения на стыке полки и стенки, где довольно значительны нормальные и касательные напряжения, производится в сечении, где одновременно Q и M велики, по третьей или четвертой теориям прочности по формулам:

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{I}} = \sqrt{\sigma_a^2 + 4\tau_a^2} \leq [\sigma]$$

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{II}} = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} \leq [\sigma]$$

В рассматриваемой задаче это сечение 4. Построим для него эпюры σ и τ



Если по теориям прочности

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{I}} > [\sigma],$$

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{II}} > [\sigma],$$

то по сортаменту следует увеличить сечение, пока

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{I}} \leq [\sigma],$$

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{II}} \leq [\sigma].$$

6. Построение упругой линии балки и проверка балки на жесткость.

Вспользуемся методом начальных параметров и запишем универсальное уравнение прогибов:

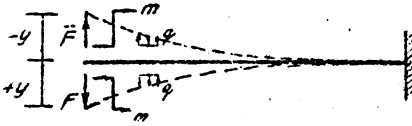
$$y = y_0 + \theta_0 \frac{x}{l} + \frac{1}{EJ_x 2!} \sum m x_i^2 + \frac{1}{EJ_x 3!} \sum F x_j^3 + \frac{1}{EJ_x 4!} \sum q x_k^4,$$

где y_0 и θ_0 - начальные параметры (y_0 - прогиб, θ_0 - угол поворота в начале координат), которые определяются из условий закрепления балки;

x - расстояние от начала координат до рассматриваемого сечения;

x_i, x_j, x_k - расстояния от соответствующего силового фактора: момента (m), силы (F), равномерно распределенной нагрузки (q) до рассматриваемого сечения, где $x_i = x - a_i$

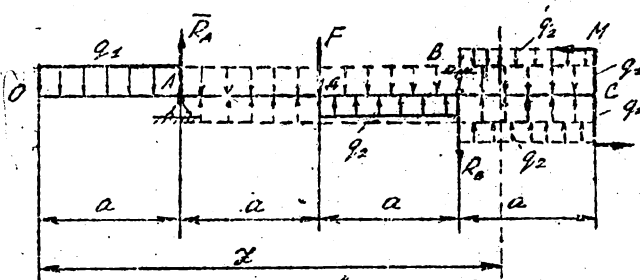
Правило знаков для прогибов



При составлении расчетной схемы балки и применении метода начальных параметров будем руководствоваться следующим:

- начало координат выбираем на левом конце балки;
- распределенную нагрузку, которая не доходит до правого конца балки нужно продолжить и компенсировать такой же нагрузкой;
- общий вид универсального уравнения прогибов для заданной балки записывается для произвольного сечения на правом крайнем участке;
- при использовании общего универсального уравнения прогибов следует помнить, что учитывается только та нагрузка, которая действует слева от рассматриваемого сечения.

На основании выше сказанного составим расчетную схему и запишем общее уравнение прогибов для данного примера



$$y = y_0 + \theta_0 x + \frac{q_1 x^4}{4! EJ_1} - \frac{q_1 (x-a)^4}{4! EJ_1} - \frac{R_1 (x-a)^3}{3! EJ_1} + \frac{F(x-2a)}{EJ_1 3!} - \frac{q_2 (x-2.5a)^4}{4! EJ_1} + \frac{q_2 (x-3a)^4}{4! EJ_1} + \frac{R_2 (x-3a)}{EJ_1 3!}$$

Начальные параметры y_0 , θ_0 определим из условия закрепления балки:

при $x = a$ $y_1 = y_0 + \theta_0 a + \frac{q_1 a^4}{24EJ_1} = 0;$

при $x = 3a$ $y_0 = y_0 + \theta_0 3a + \frac{q_1 (3a)^4}{24EJ_1} - \frac{q_2 (2a)^4}{24EJ_1} - \frac{R_1 (2a)^3}{6EJ_1} + \frac{F 2a^3}{6EJ_1} - \frac{q_2 a^4}{24EJ_1} = 0.$

Из обоих уравнений находим y_0 и θ_0 .

Определяем прогиб в пролете:

$$y(z=2a) = y_0 + \theta_0 \cdot 2a + \frac{q_1(2a)^4}{24EJ_x} - \frac{q_2(a)^4}{24EJ_x} - \frac{R_1(a)^3}{6EJ_x};$$

на конце консоли:

$$y(z=4a) = y_0 + \theta_0 \cdot 4a + \frac{q_1(4a)^4}{24EJ_x} - \frac{q_2(3a)^4}{24EJ_x} - \frac{R_1(3a)^3}{6EJ_x} + \frac{F(2a)^3}{6EJ_x} - \frac{q_2(2a)^4}{24EJ_x} + \frac{q_2 a^4}{24EJ_x}$$

Упругая линия балки показана на рисунке

Проверяем жесткость.

левая консоль $y_0 \leq [y_0] = \frac{a}{200}$;

правая консоль $y(z=4a) \leq [y_c] = \frac{a}{400}$;

в пролете $y(z=2a) \leq [y_a] = \frac{l}{400}$; ($l=2a$)

7. Оценим запас прочности подобранной балки по нормальным напряжениям

$$k_{[\sigma]} = \frac{[\sigma]}{\sigma_{max}}$$

по касательным напряжениям

$$k_{[\tau]} = \frac{[\tau]}{\tau_{max}}$$

по теориям прочности

$$k_{\sigma_{III}} = \frac{[\sigma]}{\sigma_{III}}$$

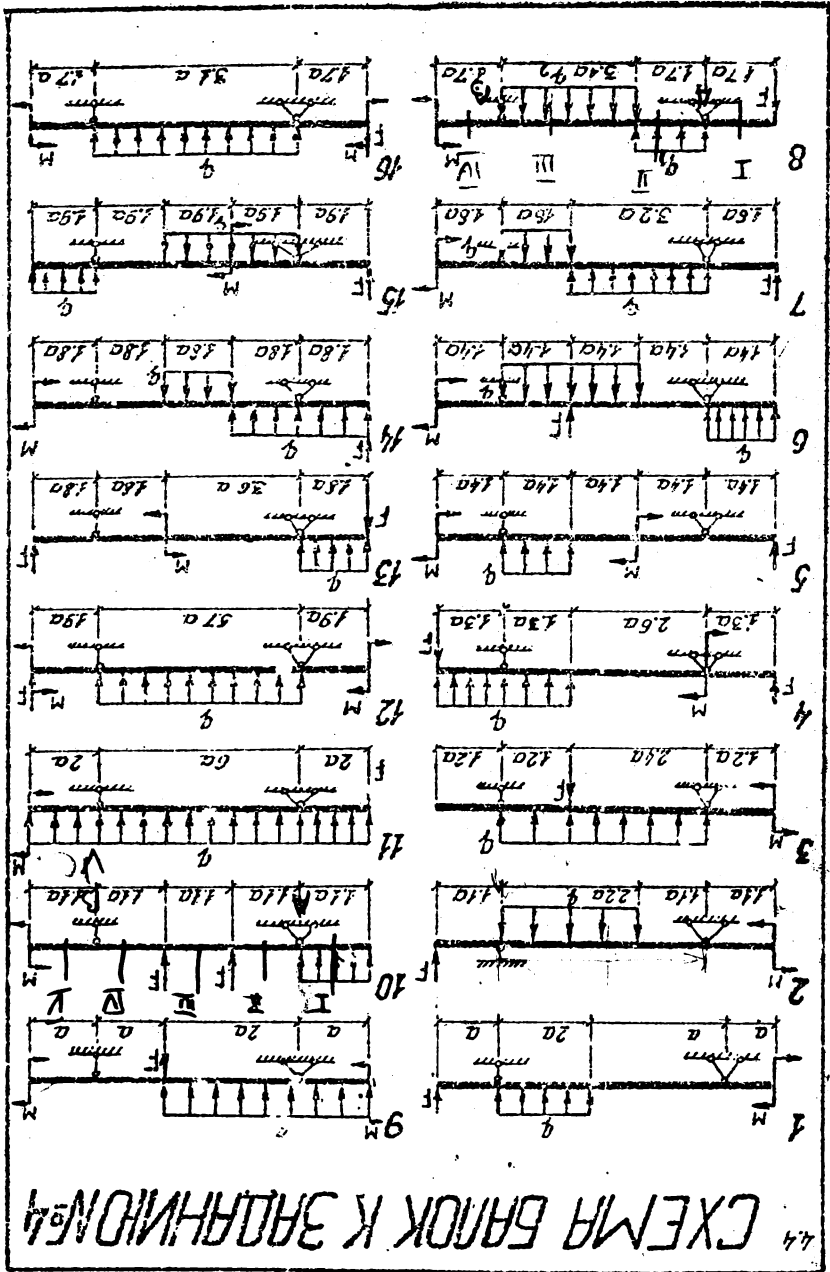
$$k_{\sigma_{IV}} = \frac{[\sigma]}{\sigma_{IV}}$$

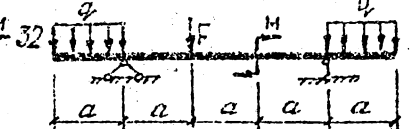
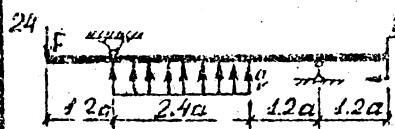
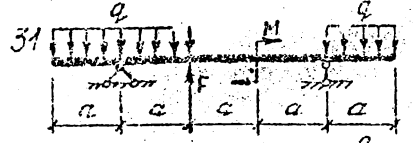
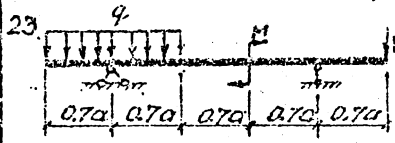
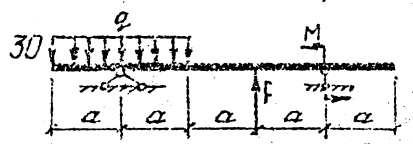
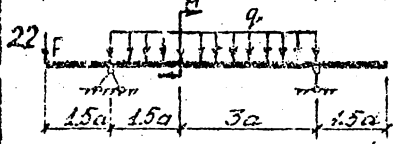
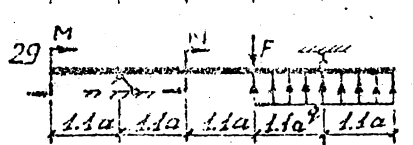
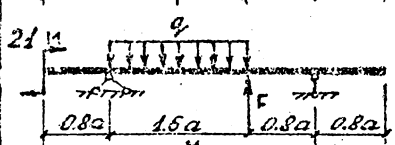
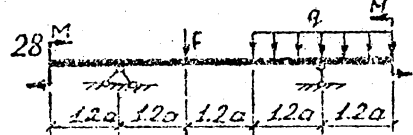
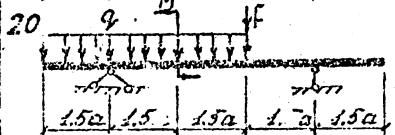
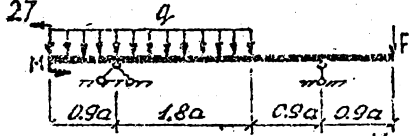
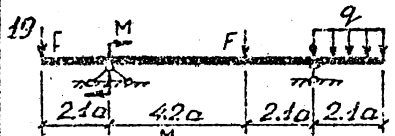
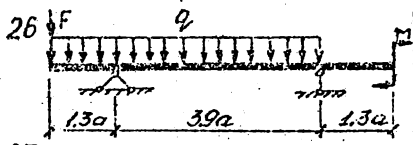
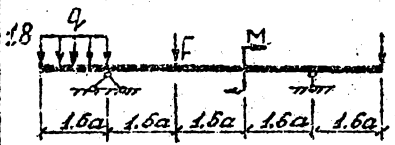
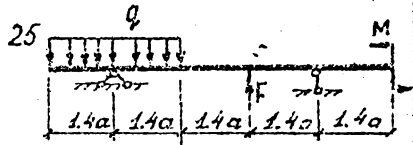
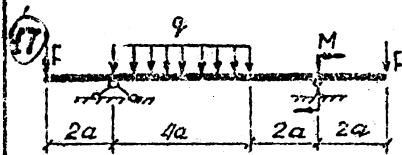
Запас по жесткости:

$$k_o = \frac{[y_o]}{y_o};$$

$$k_c = \frac{[y_c]}{y_c};$$

$$k_n = \frac{[y_n]}{y_n}.$$





M
[2.10 M] [6] = [160 M] [2] = 0.5 [6]

Средняя		Q	F	Q	M	KH	KH	KH	M
25	1.4	80	30	40	50	1.9	50	20	40
24	1.3	80	30	60	50	1.8	40	25	50
23	1.2	90	40	70	30	1.7	50	30	30
22	1.1	100	30	70	30	1.6	50	40	30
21	1.0	90	40	70	40	1.5	60	30	40
20	1.1	80	30	60	70	1.4	60	35	70
19	1.2	70	25	70	60	1.3	70	40	60
18	1.3	60	25	60	50	1.2	80	40	40
17	1.4	70	25	30	50	1.1	90	35	50
16	1.5	60	20	20	50	1.0	80	40	50
15	1.6	50	20	40	50	1.1	100	30	50
14	1.7	60	15	50	40	1.2	70	40	40
13	1.8	40	15	50	40	1.3	60	30	40
12	1.9	50	10	30	50	1.4	50	25	50
11	2.0	30	10	40	60	1.5	50	25	60
10	1.9	40	15	60	70	1.6	40	30	70
9	1.8	50	15	20	70	1.7	40	25	70
8	1.7	60	20	30	60	1.8	50	20	60
7	1.6	40	20	40	50	1.9	50	15	60
6	1.5	50	20	60	50	2.0	30	15	50
5	1.4	60	22	50	40	1.9	40	20	50
4	1.3	70	24	40	30	1.8	50	30	40
3	1.2	80	25	30	30	1.7	60	20	30
2	1.1	90	35	30	20	1.6	70	25	20
1	1.0	100	30	40	15	1.5	70	25	15

ТАБЛИЦА ЧИСЛОВЫХ ДАННЫХ К ЭНД №4

ТРЕБОВАНИЯ
к оформлению работы
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

М Н О

республики Беларусь

Брестский политехнический институт

Кафедра сопротивления материалов и теоретической
механики

РАСЧЕТНО - ПРОЕКТИРОВОЧНАЯ
РАБОТА № 4

"Расчет металлической двутавровой балки на прочность
и жесткость"

получил.....(дата) сдал.....

группа.....

студент.....

преподаватель.....

Брест, 199.....г.

а). Текст и рисунки работы оформляются в соответствии с требованиями технического черчения. Эшоры строятся в масштабе с его указанием.

б). Исходные данные.

Дано:

Схема №.....

(рисунок)

Численные значения

по варианту №.....

$a =$; $F =$;

$q =$; $M =$.

в). Требуется: (Все требования, перечисленные на стр.3)

г). Решение: оформление см. в примере расчета

ИНСТРУКЦИЯ ПО РАБОТЕ С ПРОГРАММОЙ

BALKA.ASC

ДЛЯ ПРОВЕРКИ ПРАВИЛЬНОСТИ ПОСТРОЕНИЯ ЭПМР Q , M
И УПРУГОЙ ЛИНИИ

1. ЗАГРУЗИТЬ ОПЕРАЦИОННУЮ СИСТЕМУ:

В
MIX:

2. ВОЙТИ В СИСТЕМУ ПРОГРАМИРОВАНИЯ BASIC

BAS

3. ЗАГРУЗИТЬ В ОПЕРАТИВНУЮ ПАМЯТЬ ПРОГРАММУ BALKA.ASC

LOAD BALKA

4. ЗАПУСТИТЬ ПРОГРАММУ НА ВЫПОЛНЕНИЕ

RUN

5. РАБОТА С ПРОГРАММОЙ:

А) ВСЕ ПАРАМЕТРЫ БАЛКИ ВВОДЯТСЯ В СИСТЕМЕ СИ

Б) ОСЬ Y НАПРАВЛЕНА ВНИЗ

ЕСЛИ F ИЛИ Q НАПРАВЛЕНА ВНИЗ ТО ВВОДИТСЯ F<0 (Q<0)
ЕСЛИ F ИЛИ Q НАПРАВЛЕНА ВВЕРХ ТО ВВОДИТСЯ F<0 (Q<0)
ЕСЛИ M НАПРАВЛЕН ПО ЧАСОВОЙ СТРЕЛКЕ ТО ВВОДИТСЯ M>0
ЕСЛИ M НАПРАВЛЕН ПРОТИВ ЧАСОВОЙ СТРЕЛКИ - M<0

В) КООРДИНАТЫ ОТСЧИТЫВАЮТСЯ ОТ ЛЕВОГО КОНЦА БАЛКИ

Г) ВВОД НАГРУЗОК БАЛКИ :

СОСРЕДОТОЧЕННАЯ СИЛА - F
СОСРЕДОТОЧЕННЫЙ МОМЕНТ - M
РАСПРЕДЕЛЕННАЯ НАГРУЗКА - Q
ПО ОКОНЧАНИИ ВВОДА - K

Д) ПРОГРАММА СТРОИТ УПРУГУЮ ЛИНИЮ И ВЫЧИСЛЯЕТ ЗНАЧЕНИЯ
ПРОГНОЗОВ ПРИ ПРАВИЛЬНО ОПРЕДЕЛЕННЫХ НАЧАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРАХ

Е) ЕСЛИ НАЧАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ВВЕДЕНЫ НЕ ПРАВИЛЬНО, ТО
ПРОГРАММА СООБЩИТ ОБ ЭТОМ И ВЫЧИСЛИТ ТОЛЬКО ЗНАЧЕНИЯ
ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛЫ И ИЗГИБАЮЩЕГО МОМЕНТА БЕЗ ПОСТРОЕНИЯ ЭПМР

Ж) ДЛЯ РАБОТЫ ПРОГРАММЫ НАЧАЛЬНЫЙ УГОЛ ПОВОРОТА И НАЧАЛЬНЫЙ
ПРОГИБ ВВОДЯТСЯ УМНОЖЕННЫМИ НА ЖЕСТКОСТЬ

6. ПО ОКОНЧАНИИ РАБОТЫ ПРОГРАММЫ :

А) ДЛЯ ВЫВОДА ЭПМР НА ПЕЧАТЬ НАБРАТЬ :

SYS <BK>
RUN EPRINT <BK>

Б) ДЛЯ ПРОДОЛЖЕНИЯ РАБОТЫ ПОВТОРИТЬ П.2- П.5

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ ПРИНЯТЫЕ В ПРОГРАММЕ

BALKA.ASC

- L - ДЛИНА БАЛКИ
- L1 - КООРДИНАТА ЛЕВОЙ ОПОРЫ
- L2 - КООРДИНАТА ПРАВОЙ ОПОРЫ
- CM - ПЕРЕМЕННАЯ ВИДА НАГРУЗКИ
- ER - ПЕРЕМЕННАЯ ПРИЗНАКА ОШИБКИ

- P(I) - ВЕЛИЧИНА СИЛЫ
- M(I) - ВЕЛИЧИНА МОМЕНТА
- QL(I) - ВЕЛИЧИНА НАЧАЛА РАСПР. НАГРУЗКИ
- QR(I) - ВЕЛИЧИНА КОНЦА РАСПР. НАГРУЗКИ
- X(I) - КООРДИНАТА ПРИЛОЖЕНИЯ НАГРУЗКИ
- B(I) - ДЛИНА РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКИ

- ZK - ПРИЗНАК ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАЧАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ
- FD - НАЧАЛЬНЫЙ УГОЛ ПОВОРОТА
- Y0 - НАЧАЛЬНЫЙ ПРОГИБ
- EX - МОДУЛЬ УПРУГОСТИ E

- IX - ОСЕВОЙ МОМЕНТ ИНЕРЦИИ I

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Составители: Трусъ Александр Михайлович
Соловей Павел Иванович
Михалюк Николай Степанович
Воробьев Виктор Петрович
Мартиновский Владимир Леонидович
Зауличный Павел Павлович

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Расчет металлической двутавровой балки на
прочность и жесткость

Ответственный за выпуск Трусъ А.М.

Редактор Строкач Т.В.

Подписано к печати 16.01.91 г. Формат 60x84/16. усл.п.л.0,93.
Уч.изд.л.1,0. Заказ № 66. Тираж 200 экз. Бесплатно. Отпечатано
на роталитре Брестского политехнического института.
224017. Брест, ул.Московская,267.