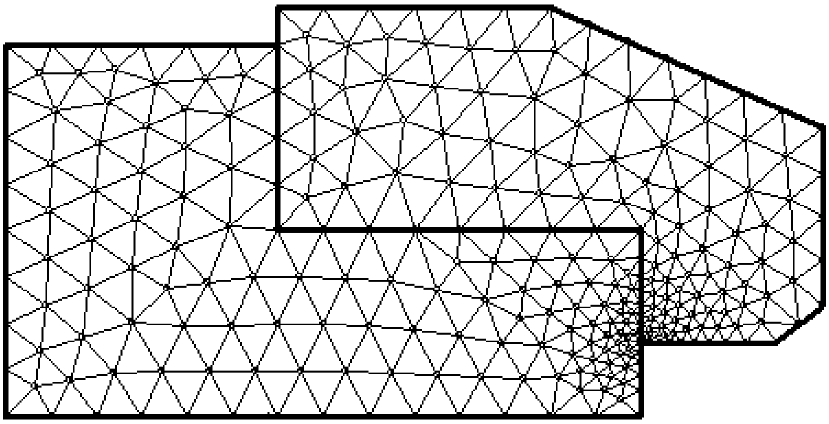

Рисунок 1 – Пример дискретизации сложной области (ПК "Gridder")

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 09-01-00151).

Литература

1. Галанин, М.П. Разработка и реализация алгоритмов трехмерной триангуляции сложных пространственных областей: прямые методы / М.П. Галанин, И.А. Щеглов – 2006. 32с. (Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН; № 10).

2. Галанин, М.П. Разработка и реализация алгоритмов трехмерной триангуляции сложных пространственных областей: итерационные методы / М.П. Галанин, И.А. Щеглов – 2006. 32с. (Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН; № 9).

3. Шайдуров, В.В. Многосеточные методы конечных элементов. – М.: Наука, 1989. – 288 с.

4. S.H. Lo. Volume Discretization into Tetrahedra - II. 3D Triangulation by Advancing Front Approach // *Computers and Structures*, Pergamon, Vol. 39, № 5, P. 501-511. – 1991.

5. T.J. Baker. Automatic Mesh Generation for Complex Three-Dimensional Regions Using a Constrained Delaunay Triangulation // *Engineering With Computers*, Springer-Verlag, № 5. – 1989. – P. 161-175.

6. Дворников, М.В. Триангуляция произвольной многосвязной области со сложной границей / М.В. Дворников, В.Ф. Тишкин, А.Ю. Филатов // М.: Инст. математ. моделир. РАН. – 1995. – №7.

УДК 621.391.83

ПЕРЕХОД ОТ НЕПРЕРЫВНОЙ МОДЕЛИ АЧХ МНОГОЛУЧЕВОЙ ИОНОСФЕРНОЙ КВ РАДИОЛИНИИ К ДИСКРЕТНОЙ МОДЕЛИ

Щирый А.О.

Марийский государственный университет, г. Йошкар-Ола, Россия

Коротковолновым (КВ) ионосферным радиолиниям протяженностью сотни-тысячи километров присуща многолучевость распространения радиосигнала. Использование узкополосных каналов в традиционных системах связи не позволяет разделять по задержке принимаемые парциальные моды, соответствующие разным лучам, и они интерферируют между собой, в результате амплитудно - частотная характеристика (АЧХ) линии связи становится изрезанной. Ей присущи подъемы, соответствующие полосам конструктивной интерференции, и провалы, обусловленные деструктивной интерференцией. Для устойчивой работы радиотехнической системы ее радиоканал должен быть вложен в полосу конструктивной интерференции. Таким образом, возникает проблема определения АЧХ линии связи с высоким частотным разрешением. Использование широкополосных сигналов (в широкополосных каналах) позволяет разделить принимаемые моды и, кроме того, предполагает оптимальную обработку сигнала в приемнике. Для компенсации искажений широкополосных радиосигналов также должна быть решена задача определения АЧХ радиолинии. Наклонное зондирование ионосферы (НЗИ) широкополосными непрерывными сигналами с линейно-частотной модуляцией (ЛЧМ) потенциально позволяет получить полную информацию о прохождении сигнала и наличии помех в радиоканале [1].

В [2] в приближении геометрической оптики получено выражение для АЧХ многолучевой КВ радиолинии, как модуля передаточной функции. Передаточная функция многолучевой КВ радиолинии равна сумме m передаточных функций отдельных мод, при этом параметрами модели для каждой моды являются зависимости времени группового запаздывания $\tau_j(f)$ и амплитуды $|H_j(f)|$ для каждой j-ой моды, а также начальные фазы мод $\varphi_{0j}(f, t)$; указанные параметры заданы для канала с величиной частотной полосы Δf. В результате аналитическое выражение для оценки АЧХ КВ радиолинии имеет следующий вид:

$$\left| H(f_p,\, t) \right| = \left| \sum_{j=1}^{m} \left| H_j(f_p) \right| \exp\left[-i \left(\varphi_j\left(f_p, t_0\right) + 2\pi \cdot \int_{f_p}^{f_p+\Delta f} \tau_j\left(f\right)\, df + 2\pi \cdot F_{Дi} \cdot \Delta t \right) \right] \right| \qquad (1)$$

Также в выражении фазы учитывается вклад доплеровского смещения частоты $F_{Дj}$. Оно влияет не на форму АЧХ, а на ее дрейф по оси частот во времени t.

Практически возможно получить точечные оценки параметров (как правило, точечные оценки параметров $\tau_j(f)$ и $|H_j(f)|$ по ионограмме НЗИ получают с дискретом 10-100 кГц). Поэтому для получения передаточной функции радиолинии с высоким частотным разрешением (10-100 Гц) возникает проблема ее восстановления.

Как следует из формулы (1), для этого нужно решить задачу получения по дискретным моделям $\tau_j(f_p)$ и $|H_j(f_p)|$ их непрерывных моделей. Заметим, что дискретные модели (т.е. точечные оценки) содержат регулярную и случайную компоненты. При этом для получения непрерывной модели $|H_j(f)|$ воспользуемся кусочно-линейной интерполяцией, а для $\tau_j(f_p)$ удобнее получить аналитическое выражение непрерывной модели, так как $\tau_j(f_p)$ стоит в подынтегральном выражении.

Дискретная модель $\tau_{Dj}(f)$ определяется множеством точек с координатами $(f_t, \tau_{Dj}(f_t))$ или, иначе говоря, последовательностью $\{\tau_{Dj}(f_t)\}$, где $t = 0, 1, \ldots N$. Задачу построения и анализа непрерывной модели $\tau_j(f)$ можно свести к минимизации функционала $\min\limits_{\tau \in T_{fp}} J(\tau)$ [3]:

$$J(\tau) = \sum_{t=0}^{N} \left[\tau_D(f_t) - \tau(f_t) \right]^2 , \qquad (2)$$

где τ – искомая непрерывная функция; T_{fp} – множество непрерывно дифференцируемых на отрезке $[f_p; f_p+\Delta f]$ функций.

Решим эту задачу, используя полиномы Чебышева [3,4]. Они применяются потому, что для них, в отличие от полиномов вообще, строго доказана сходимость данного метода.

Полиномы Чебышева $P_n(x)$, $n \geq 0$ определяются соотношениями:

$$P_0(x) = 1,\ P_1(x) = x,$$
$$P_{n+1}(x) = 2xP_n(x) - P_{n-1}(x) \qquad \text{при } n > 0. \qquad (3)$$

Полиномы Чебышева ортогональны на системе равноотстоящих точек:

$$\sum_{t=0}^{N} P_j(t) \cdot P_h(t) = \delta_{jh} \qquad (j,h \leq N) \qquad (4)$$

В этом случае искомая функция $\tau(f)$ может быть представлена в виде:

$$\tau(f) = \sum_{j=0}^{M} c_j P_j(f) \tag{5}$$

Коэффициенты c_j можно найти из условия:

$$\frac{\partial J(c_0, c_1, c_2 \ldots c_k)}{\partial c_k} = 0, \tag{6}$$

где $J(c_0, c_1, c_2 \ldots c_k) = \sum_{t=0}^{N} \left[\tau_D(f_t) - \sum_{j=0}^{M} c_j P_j(f_t) \right]^2$,

$(f_t,\ \tau_D(f_t))$ – точки дискретной модели.

Получим:

$$c_j = \sum_{t=0}^{N} \tau_D(f_t) \cdot P_j(f_t) \tag{7}$$

Применение полиномов Чебышева позволяет решить важную задачу: определить оптимальную степень *M* аппроксимирующего полинома на основе критерия Гаусса [4]. Для этого необходимо вычислить эмпирическую дисперсию σ_M^2:

$$\sigma_M^2 = \frac{J(c_0, c_1, c_2 \ldots c_k)}{N - M} \tag{8}$$

Тогда, согласно критерию Гаусса, будем постепенно увеличивать *M,* вычисляя новые коэффициенты (7) и добавляя новые слагаемые в разложение (5). При этом величина σ_M^2 уменьшается и, достигнув минимума при некотором *M,* затем начинает возрастать; этот минимум σ_M^2 и дает оптимальное значение *M*.

Решение, полученное в виде (5), путем перегруппировки слагаемых можно преобразовать к виду:

$$\tau(f) = \sum_{k=0}^{n} \alpha_k \cdot f^n, \quad \text{где} \quad n \in N \tag{9}$$

Преобразуем в выражении (1) слагаемое $2\pi \cdot \int_{f_p}^{f_p + \Delta f} \tau_j(f)\, df$, интегрируя $\tau_j(f)$ в виде (9). В результате всех преобразований получим выражение для определения АЧХ многолучевой КВ радиолинии:

$$|H(f_p,\ t)| = \left| \sum_{j=1}^{m} |H_j(f_p)| \exp\left[-i\left(\varphi_j(f_p, t_0) + 2\pi \cdot \sum_{k=0}^{n} \frac{a_{jk}}{k+1} \left((f_p + \Delta f)^{k+1} - f_p^{k+1} \right) + 2\pi \cdot F_Д \cdot \Delta t \right) \right] \right| \tag{10}$$

Полученное выражение (10) позволяет восстановить АЧХ многолучевой КВ радиолинии с высоким частотным разрешением.

Литература

1. Иванов, В.А. Основы радиотехнических систем ДКМ диапазона: учебное пособие / В.А. Иванов, Н.В. Рябова, В.В. Шумаев – Йошкар-Ола: МарГТУ, 1998. – 204 с.

2. Щирый, А.О. Методика и результаты исследования АЧХ многолучевой ионосферной КВ-радиолинии с использованием ЛЧМ-ионозонда / А.О. Щирый // Труды 5-ой Сессии молодых учёных "Гелио- и геофизические исследования" Байкальской молодежной научной школы по фундаментальной физике. – Иркутск: ИСЗФ СО РАН, 2002. – С.88-90.

3. Бахвалов, Н.С. Численные методы / Н.С Бахвалов – М.: Наука, 1975. – 632 с.

4. Вайнштейн, Л.А. Разделение частот в теории колебаний и волн / Л.А. Вайнштейн, Д.Е. Вакман – М.: Наука, 1983. – 288 с.