

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ  
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
КАФЕДРА ФИЗИКИ**

**Учебно-методические указания  
к выполнению лабораторной работы по теме  
«Исследование свободных затухающих колебаний  
в колебательном контуре»  
по дисциплине «Физика» для студентов технических  
специальностей дневной и заочной форм обучения**

**Брест 2023**

Важной составляющей при подготовке специалистов технических специальностей является внедрение в образовательный процесс лабораторного практикума, позволяющего организовать творческую познавательную деятельность студентов. В учебно-методическом описании к выполнению лабораторной работы по дисциплине «Физика» для студентов технических специальностей приведены краткие теоретические сведения, позволяющие студентам осмыслить физические процессы, происходящие при затухании колебаний в колебательном контуре. В указаниях подробно рассмотрен механизм возникновения электрических затухающих колебаний, возникающих в колебательном контуре. А также приведен математический вывод дифференциального уравнения рассматриваемых колебаний. Практическая часть методических указаний содержит изложение описания эксперимента, особенностей его организации и методики определения физических параметров, характеризующих затухающие колебания. Материалы способствуют развитию ясных физических представлений о затухающих колебаниях, а также позволяют получить навыки использования изученного материала при решении физических задач. Данное пособие выступает средством обучения и может быть использовано для самостоятельной работы студентов и преподавателей технических дисциплин.

Составители:

О. Ф. Савчук, старший преподаватель кафедры физики;

Л. П. Щербаченко старший преподаватель кафедры физики

Рецензенты:

А. В. Демидчик, зав. кафедрой общей и теоретической физики учреждения образования «Брестский государственный университет им. А. С. Пушкина», к. ф.-м. н., доцент;

О. Н. Прокопья, зав. кафедрой автоматизации технологических процессов и производств учреждения образования «Брестский государственный технический университет», к. т. н., доцент

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА ЭЗ

### ИССЛЕДОВАНИЕ СВОБОДНЫХ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ В КОЛЕБАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

**Колебательным процессом**, или просто **колебанием**, называется любой процесс или изменение состояния, обладающее той или иной степенью повторяемости физических величин во времени. По своей физической природе колебания весьма разнообразны. К ним относятся механические колебания (качание маятника, колебания струны, стержней и т. д.), электромагнитные колебания и др.

Большой интерес вызывают гармонические колебания, так как любое повторяющееся движение можно рассматривать как результат наложения нескольких простых гармонических колебаний. Гармонические колебания являются простейшим типом периодических колебаний и математически описываются функцией синуса либо косинуса. Рассмотрим колебания в механике. В этом случае смещение  $x$  колеблющейся точки относительно положения равновесия происходит по следующему закону:

$$x(t) = A_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$$

или

$$x(t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi_0'),$$

где  $x(t)$  – отклонение точки от положения равновесия;  $A_0$  – *амплитуда* колебаний, наибольшее значение отклонения колеблющейся точки от положения равновесия;  $(\omega t + \varphi_0)$  – фаза колебаний;  $\omega$  – *круговая* (или *циклическая*) частота колебаний;  $\varphi_0, \varphi_0'$  – *начальная фаза* колебаний.

Как известно, функции косинуса и синуса являются периодическими. При изменении аргумента косинуса либо синуса (т. е. фазы) на  $2\pi$  эти функции возвращаются к прежнему значению. Найдем промежуток времени  $T$ , в течение которого фаза гармонической функции изменяется на  $2\pi$

$$\omega(t + T) + \varphi_0 = \omega t + \varphi_0 + 2\pi.$$

Получаем:

$$\omega T = 2\pi;$$

$$T = 2\pi / \omega.$$

Таким образом, *периодом*  $T$  колебаний называется наименьший промежуток времени, по истечении которого повторяются значения физических величин, характеризующих колебательный процесс. За время, равное периоду колебаний, совершается одно полное колебание физической величины.

*Частотой*  $\nu$  периодических колебаний называется число полных колебаний, совершаемых за единицу времени. Частота колебаний связана с периодом колебаний следующим соотношением:

$$\nu = 1/T.$$

В зависимости от характера воздействия, оказываемого на колеблющуюся систему, колебания бывают **свободными** и **вынужденными**.

**Свободные** колебания совершаются под действием внутренних сил системы, после того как система была выведена из положения равновесия и затем представлена самой себе. Чтобы свободные колебания были гармоническими, необходимо,

чтобы колебательная система была линейной (описывалась линейными уравнениями движения) и в ней отсутствовала диссипация энергии.

**Диссипация энергии** – переход части энергии упорядоченных процессов (кинетической энергии движущегося тела, энергии электрического тока и т. д.) в теплоту или излучение. При ненулевой диссипации, в системе после возбуждения происходят **свободные затухающие колебания**. Все реальные колебательные системы являются диссипативными.

**Вынужденные колебания** совершаются под воздействием внешней периодической силы. Чтобы вынужденные колебания были гармоническими, достаточно, чтобы колебательная система была линейной, а внешняя сила (воздействие) менялась со временем по гармоническому закону.

Рассмотрим свободные затухающие колебания в колебательном контуре и дадим их математическое описание.

**Колебательным контуром** (рисунок 1) называется электрическая замкнутая цепь, состоящая из последовательно соединенных катушки индуктивности  $L$ , конденсатора емкости  $C$  и активного сопротивления  $R$  (омическое сопротивление катушки индуктивности, соединительных проводов и т. д.).

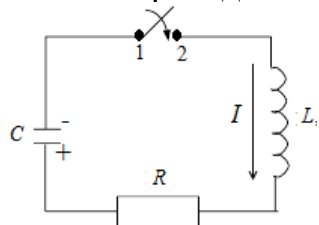


Рисунок 1 – Схематическое изображение колебательного контура

При замыкании на катушку предварительно заряженного конденсатора он будет разряжаться и перезаряжаться. Следовательно, в контуре возникнут свободные колебания заряда на конденсаторе и тока в контуре. Если колебательный контур идеальный (отсутствует электрическое сопротивление  $R$ ) свободные колебания будут незатухающими. Реальный колебательный контур (рисунок 1) всегда обладает активным сопротивлением  $R$ . В результате потерь энергии в сопротивлении на нагревание колебания будут затухать, то есть амплитуда колебаний будет со временем уменьшаться (рисунок 2).

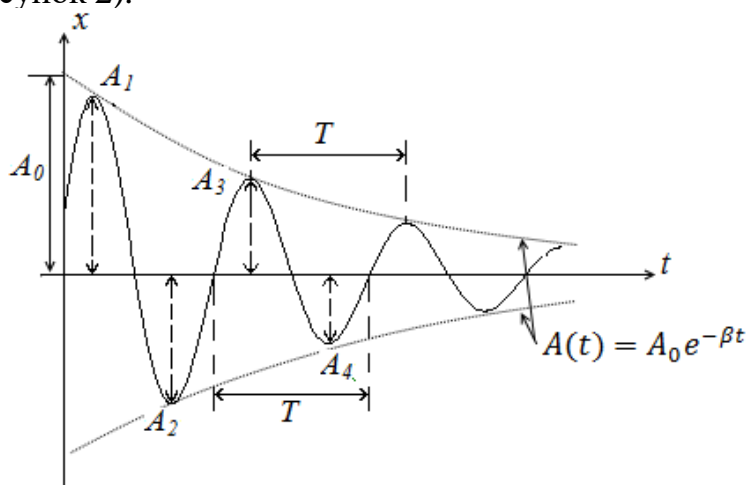


Рисунок 2 – Зависимость амплитуды затухающих колебаний от времени  $t$

Для возникновения в колебательном контуре электрического тока  $I$  между точками 1 и 2 контура внешняя электродвижущая сила должна создавать разность потенциалов  $U_0$ , которая может изменяться с течением времени. При этом возникающая сила тока также будет зависеть от времени.

Будем считать, что изменения тока происходят достаточно медленно, так что в любой момент времени силы тока во всех участках контура практически одинаковы. Выберем положительное направление обхода контура по часовой стрелке. Тогда сила тока в цепи будет равна

$$I = \frac{dq}{dt}, \quad (1)$$

где  $q$  – заряд той из обкладок конденсатора, направление движения от которой к другой обкладке совпадает с положительным направлением обхода контура.

Учитывая связь между зарядом  $q$  и напряжением на конденсаторе  $U_c (q = CU_c)$ , получаем для силы тока выражение

$$I = C \frac{dU_c}{dt} \quad (2)$$

При изменении силы тока в катушке индуктивности колебательного контура возникает ЭДС самоиндукции:  $\varepsilon = -L \frac{dI}{dt}$ . Применяя к колебательному контуру закон Ома для участка цепи, получаем уравнение

$$IR + U_c = U_0 - L \frac{dI}{dt} \quad (3)$$

С учетом (1) уравнение (2) принимает вид

$$LC \frac{d^2 U_c}{dt^2} + RC \frac{dU_c}{dt} + U_c = U_0. \quad (4)$$

При  $U_0 = const$ , то уравнение (3) можно переписать в виде:

$$\frac{d^2 (U_c - U_0)}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{d(U_c - U_0)}{dt} + \frac{1}{LC} (U_c - U_0) = 0.$$

После математических преобразований получаем дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний в контуре:

$$\frac{d^2 U_1}{dt^2} + 2\beta \frac{dU_1}{dt} + \omega_0^2 U_1 = 0. \quad (5)$$

где  $\beta = R/2L$  – коэффициент затухания колебаний;  $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$  – собственная частота колебаний колебательного контура (при электрическом сопротивлении контура  $R \rightarrow 0$ ).

При условии  $\beta < \omega_0$  решением уравнения (5) является функция вида

$$U_1 = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha),$$

где  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$  – циклическая частота свободных затухающих колебаний;  $A_0$  и  $\alpha$  – некоторые постоянные, которые определяются из начальных условий. Таким образом, напряжение на обкладках конденсатора с течением времени будет изменяться по следующему закону

$$U_c = U_0 + A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha), \quad (6)$$

т. е. напряжение на конденсаторе совершает колебания по закону косинуса около значения  $U_0$ :

$$U_c = U_0 + A \cos(\omega t + \alpha),$$

причем амплитуда этих колебаний уменьшается по экспоненциальному закону:

$$A(t) = A_0 e^{-\beta t}, \quad (7)$$

где  $e = 2,71828$  – основание натурального логарифма.

Затухающие колебания в общем случае не являются периодическими колебаниями, так как система не возвращается в прежнее состояние. Они характеризуются так называемым условным периодом затухающих колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (8)$$

С ростом коэффициента затухания  $\beta$  период затухающих колебаний увеличивается и при  $\beta = \omega_0$  обращается в бесконечность. Это происходит потому, что силы сопротивления (трения) тормозят движение, в результате система возвращается к положению равновесия медленнее. Такие колебания называют аperiodическими.

Сопротивление контура, при котором колебательный процесс переходит в аperiodический, называется критическим  $R_{кр}$ . Значение этого сопротивления определяется условием:

$$\frac{R_{кр}}{2L} = \sqrt{\frac{1}{LC}}.$$

Из соотношения (7) следует, что по истечении времени  $\tau = 1/\beta$  амплитуда затухающих колебаний убывает в  $e$  раз. Данное время называется временем релаксации колебаний.

Для характеристики колебательной системы обычно используют коэффициент затухания  $\beta$ , логарифмический декремент затухания  $\Theta$  и добротность колебательной системы  $Q$ .

Отношение амплитуд затухающих колебаний, следующих друг за другом через условный период  $T$ , равно

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = e^{\beta T} \quad (9)$$

Натуральный логарифм этого отношения

$$\Theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T = \frac{1}{N} \quad (10)$$

характеризует быстроту затухания колебаний и называется логарифмическим декрементом затухания. Сравнение (9) и (10) показывает, что логарифмический декремент затухания  $\Theta$  есть величина, обратная числу колебаний  $N$ , по истечении которых амплитуда убывает в  $e$  раз. При этом логарифмический декремент затухания  $\Theta$  определяется только параметрами колебательного контура:

$$\Theta = \beta T = \frac{R}{2L} T = \frac{R}{2L} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad (11)$$

Добротность  $Q$  колебательной системы связана с логарифмическим декрементом затухания соотношением

$$Q = \frac{\pi}{\Theta}. \quad (12)$$

При слабом затухании ( $\beta \ll \omega_0$ ), обычно реализуемом в колебательных контурах, применяемых в радиотехнических системах, добротность колебательного контура с точностью до множителя  $2\pi$  равна отношению энергии  $W$ , запасенной в колебательном контуре, к убыли  $\Delta W$  этой энергии за один период колебания

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W}. \quad (13)$$

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Экспериментальная установка состоит из колебательного контура, генератора, магазина сопротивлений и осциллографа. Общий вид установки приведен на рисунке 3.

Генератор вырабатывает прямоугольные импульсы, которые подаются с гнезда “ $\Theta$ Ш” на колебательный контур. При подаче одного импульса в колебательном контуре возникают свободные затухающие колебания.

По окончании колебательного процесса на контур подается следующий импульс и процесс повторяется. При этом на экране осциллографа изображается график зависимости напряжения на конденсаторе от времени (рисунок 2).

Общий вид установки показан на рисунке 3. Схема установки и подключения приборов изображена на рисунке 4. Колебательный контур состоит из катушки индуктивности  $L$ , ёмкости  $C_1$  и активного сопротивления  $R_k$ . С помощью магазина сопротивлений  $R_{об.}$ , подключенного последовательно с катушкой индуктивности  $L$ , можно изменять активное сопротивление контура. Изменение емкости колебательного контура осуществляется с помощью кнопочных переключателей  $K_1, K_2, K_3$ , которые позволяют подключать параллельно к конденсатору  $C_1$  соответственно конденсаторы  $C_2, C_3, C_4$  в различной комбинации.

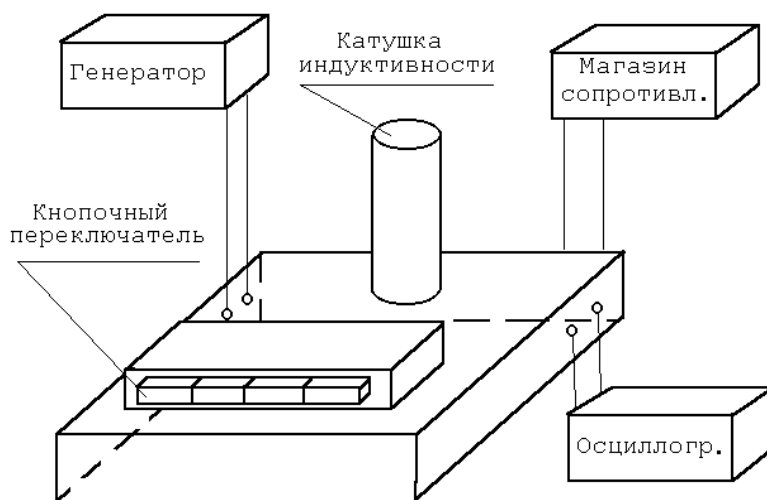


Рисунок 3 – Общий вид установки для наблюдения затухающих колебаний

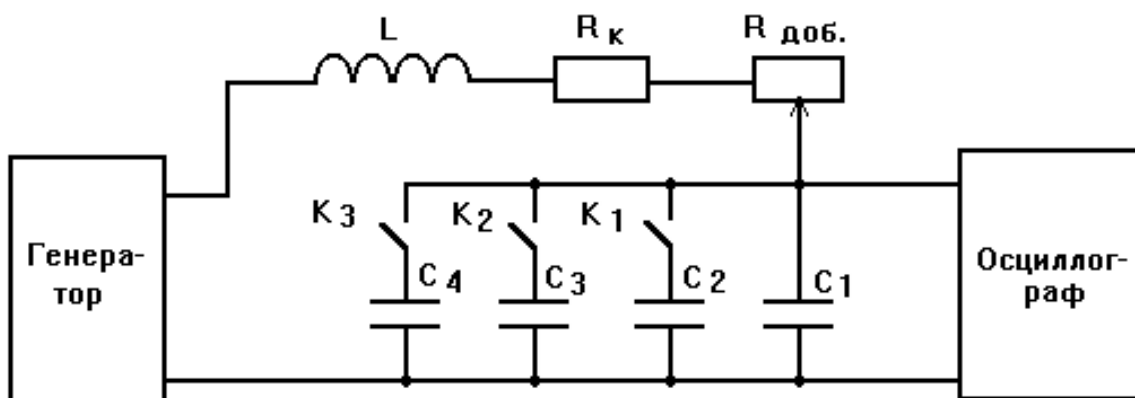


Рисунок 4 – Схема установки и подключения приборов

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

**Задание 1.** Проверка зависимости периода колебаний от емкости и определение индуктивности катушки

1. Соберите экспериментальную установку. Включите генератор и осциллограф.
2. Множитель частоты генератора установите в положение "10<sup>2</sup>" и установите частоту "10 Hz". Уровень сигнала поставьте в положение "0 dB".
3. Установите переключатели магазина сопротивлений в нулевое положение.
4. Установите значение емкости  $C_1$  и получите на экране устойчивую картину затухающих колебаний (рисунок 2).
5. Определите логарифмический декремент затухания по формуле

$$\Theta = \frac{1}{2} \left( \ln \frac{A_1}{A_3} + \ln \frac{A_2}{A_4} \right).$$

Погрешность измерения  $\Theta$  определяется стандартным образом как погрешность косвенно измеряемой физической величины и обусловлена главным образом ошибкой отсчета:

$$\Delta \Theta = \frac{\Delta A}{A_3},$$

где  $\Delta A = 0,5$  (при условии, что  $A_3$  измеряется в малых делениях вертикальной шкалы). Для уменьшения погрешностей измерения проводите при таком положении ручки "V/дел II", при котором  $A_4 > 5$  малых делений.

6. Проверьте, выполнено ли условие  $\Theta < 2$ . Если условие выполнено, измерьте период  $T$  колебаний. Данные занесите в таблицу.

7. Кнопочным переключателем включите емкость  $C_1 + C_2$  и повторите измерения п. п.5, 6.

8. Повторите измерения логарифмического декремента затухания и период колебаний для всех возможных емкостей. В результате получится набор пар соответствующих значений  $(C_i, T_i)$ , где  $i$  – номер опыта. Данные занесите в таблицу.



**Таблица 1 – Данные опыта**

№ пп	$x=C$ , ПФ	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$\theta$	$T$ , мкс	$y=T^2$ , мкс <sup>2</sup>	$x^2$	$x y$
1										
2										
...										
N										
	$\sum x_i$							$\sum y_i$	$\sum x_i^2$	$\sum (x_i y_i)$

9. Теория предсказывает линейную зависимость между переменными  $y=T^2$  и  $x=C$  :

$$y = ax + b,$$

где  $a=4\pi^2 L$  ,  $b=4\pi^2 LC_0$  – постоянные.

10. Используя метод наименьших квадратов (МНК), найдите значения постоянных  $a$  и  $b$  по формулам:

$$a = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle \langle x \rangle}, \quad b = \langle y \rangle - a \langle x \rangle, \quad (14)$$

где

$$\langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum x_i, \quad \langle y \rangle = \frac{1}{N} \sum y_i, \quad \langle x^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum x_i^2, \quad \langle xy \rangle = \frac{1}{N} \sum (x_i y_i),$$

где  $N$  – число измерений.

11. Найдите погрешности  $\Delta a$  и  $\Delta b$  .

Для доверительной вероятности  $P = 95\%$  погрешности  $\Delta a$  и  $\Delta b$  определяется формулами:

$$\Delta a = \left( \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - ax_i - b)^2}{N(N-2)(\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle \langle x \rangle)} \right)^{1/2}; \quad (15)$$

$$\Delta b = \left( \frac{\langle x^2 \rangle}{N(N-2)(\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle \langle x \rangle)} \sum_{i=1}^N (y_i - ax_i - b)^2 \right)^{1/2}$$

12. На координатной плоскости  $(x, y)$  отметьте все экспериментальные точки и проведите по найденным значениям  $a$  и  $b$  наилучшую прямую.

13. По найденной на основе МНК величине  $a$  найдите индуктивность катушки  $L$  по формуле

$$L = \frac{a}{4\pi^2},$$

а также оцените погрешность ее определения:

$$\Delta L = \frac{\Delta a}{4\pi^2}.$$

14. Найдите дополнительную емкость  $C_0$  (выходная емкость генератора, входная емкость осциллографа и т. д.) и погрешность ее определения  $\Delta C_0$  по формулам:

$$C_0 = \frac{a}{b},$$

$$\Delta C_0 = \sqrt{\left(\frac{\Delta b}{a}\right)^2 + \left(\frac{b}{a^2} \Delta a\right)^2}.$$

**Задание 2.** Проверка зависимости логарифмического декремента затухания от сопротивления контура

1. Установите все переключатели магазина сопротивлений в нулевое положение.
2. Установите значение емкости из набора имеющихся и получите на экране осциллографа устойчивую картину затухающих колебаний.
3. Измерьте период колебаний.
4. Измерьте логарифмический декремент и проверьте выполнение условия  $\Theta < 2$ .
5. Установите на магазине сопротивления значение  $R_{доб}$ , равное 300 Ом, 600 Ом, 900 Ом, и повторите измерение периода и логарифмического декремента, опять проверив условие  $\Theta < 2$ . Величину сопротивления изменяйте до значений, при которых перестает выполняться условие  $\Theta < 2$ . При этом необходимо отметить, что для обеспечения выполнения условия  $\Theta < 2$ , возможно, на магазине сопротивлений придется устанавливать сопротивление 100 Ом, 200 Ом и т. д.
6. Данные занесите в таблицу 2.

**Таблица 2 – Данные**

№ п	C, пФ	$x=R_{доб}$ , Ом	T, мкс	$y=\Theta$	$x^2$	$x \cdot y$
1						
2						
...						
N						
		$\sum x_i$		$\sum y_i$	$\sum x_i^2$	$\sum (x_i y_i)$

7. Убедитесь в независимости периода колебаний от добавочного сопротивления, сделайте вывод.

8. Теория предсказывает линейную зависимость между величиной сопротивления при постоянном токе ( $x = R_{доб}$ ) и логарифмическим декрементом затухания  $y = \Theta$ :  

$$y = ax + b.$$

9. Используя метод наименьших квадратов (смотрите задание 1, п. п. 10, 11) по формулам (14) аналогично вычислите  $a$  и  $b$ , а также их погрешность  $\Delta a$  и  $\Delta b$  по формулам (15).

10. На координатной плоскости ( $x, y$ ) отметьте экспериментальные точки ( $x_i, y_i$ ) и оцените визуально, хорошо ли расположение экспериментальных точек соответствует представлению о линейной зависимости, предсказываемой теорией.

11. Найдите сопротивление катушки  $R_k$  контура, используя формулу

$$R_k = \frac{bT}{2\pi^2 C}.$$

## **КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1. Какие колебания называются свободными? В каком случае свободные электромагнитные колебания в колебательном контуре будут незатухающими?
2. Почему затухающие колебания нельзя рассматривать как периодические колебания?
3. Пояснить физический смысл следующих величин: условный период, коэффициент затухания, логарифмический декремент затухания.
4. Вывести уравнение затухающих колебаний в контуре и объяснить причину их затухания.

## **ЛИТЕРАТУРА**

1. Савельев, И. В. Курс физики: в 3 т. / И. В. Савельев. – М., 1989.– Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика. — С. 264–272.
2. Сивухин, Д. В. Общий курс физики: в 5 т. / Д. В. Сивухин. – М., 1977. – Т.3. Электричество. — С. 544–556.
3. Ташлыкова-Бушкевич, И. И. Физика: в 2 ч. / И. И. Ташлыкова-Бушкевич. – Минск : Вышэйшая школа, 2013. – Ч.1. Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Электричество и магнетизм. — С. 266–273.

Учебное издание

**Составители:**

*Оксана Федоровна Савчук  
Лилия Павловна Щербаченко*

**Учебно-методические указания  
к выполнению лабораторной работы по теме  
«Исследование свободных затухающих колебаний  
в колебательном контуре»  
по дисциплине «Физика» для студентов технических  
специальностей дневной и заочной форм обучения**

Ответственный за выпуск: Савчук О. Ф.  
Редактор: Митлошук М. А.  
Компьютерная верстка: Горбач А. А.  
Корректор: Дударук С. А.

---

Подписано в печать 04.08.2023 г. Формат 60x84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага «Performer».  
Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 0,69. Усл. изд. л. 0,75. Заказ №1424.  
Тираж 19 экз. Отпечатано на ризографе учреждения образования «Брестский государственный  
технический университет». 224017, г. Брест, ул. Московская, 267. Свидетельство  
о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий  
№3/1569 от 16.10.2017 г.