

The results of experimental studies of the connections of wooden elements on dowel plates are presented. It is established that the short-term bearing capacity of the joints is 20-24% more, and the deformability is less than in joints on wire nails. The value of the coefficient taking into account the constraint of the development of plastic deformations of cylindrical dowel rods during bending has been specified.

УДК 624.04.681

Уласевич В. П.

УСТОЙЧИВОСТЬ И ДЕФОРМАЦИОННЫЙ РАСЧЕТ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ МАТРИЧНЫМ МЕТОДОМ ДЕФОРМАЦИЙ

1. Постановка задачи. При проектировании различных конструктивных схем зданий и сооружений наметилась тенденция на их конструирование из *прямолинейных легких стальных тонкостенных конструкций* (ЛСТК), обладающих повышенной деформативностью.

В процессе эксплуатации стержневая система заданной геометрической структуры, находящаяся в исходном деформированном состоянии равновесия, подвергается дополнительным воздействиям, которые, как возмущающие параметры, выводят ее из исходного равновесного состояния. В этом случае конструктивная схема, совершая переход из *исходного* состояния устойчивого равновесия в новое *возмущенное деформированное* состояние равновесия, являющееся по отношению к исходному *рассчитываемым*, может оказаться в неустойчивом состоянии. Процесс перехода стержневой системы из устойчивого деформированного состояния в неустойчивое представляет собой *потерю устойчивости формы равновесия*. Границу этого перехода принято называть *критическим состоянием*, а нагрузку (усилия, напряжения), соответствующую ему, – *критической силой*. Потерю устойчивости следует рассматривать как предельное состояние, которое ведет к разрушению конструкции.

С точки зрения расчета конструктивной схемы ее действительная несущая способность может быть оценена как *выбором расчетной модели эффектов воздействий*, предельно близко соответствующей реальной конструктивной схеме, так и *выбором метода расчета*, позволяющего наиболее точно получить результаты ее расчета.

В строительной механике расчет на устойчивость стержневых систем из прямолинейных стержней чаще всего проводят *классическим методом перемещений*. При этом:

- рассматривается приложение нагрузки к узлам при отсутствии поперечного изгиба отдельных стержней системы;
- стержни системы принято считать *нерастяжимыми* и *несжимаемыми*, так как классический метод перемещений продольные деформации не учитывает;
- считают, что расстояния между узлами при деформациях не меняются.

Однако, при оценке несущей способности конструктивных систем повышенной деформативности, неучет в методе перемещений продольных деформаций стержней может приводить к существенной ошибке, что требует применения расчетных методов, более точно учитывающих деформированные состояния равновесия, и в первую очередь состояние их устойчивости.

С учетом сказанного, дальнейшее совершенствование методов расчета на устойчивость, является актуальной задачей, как в теоретическом, так и в практическом плане.

2. Расчет стержневых систем методом деформаций. Для стержневых систем, обладающих повышенной деформативностью, требуются методы статического расчета, наиболее точно учитывающие эффекты воздействий в виде деформаций (перемещений), продольных сил, изгибающих моментов, сдвигающих сил. Таким методом расчета, с нашей точки зрения, следует считать изложенный в [1] *матричный метод деформаций*. Основное его отличие от классического метода перемещений – возможность учета в основной системе продольных деформаций всех стержней рассчитываемой

системы, а также учет геометрической нелинейности при их расчете на поперечную сплошную нагрузку произвольной интенсивности $q(x)$. При воздействии на стержень сосредоточенной силы в месте ее приложения вводят дополнительные узлы с накладываемыми на них связями. Напряженно-деформированное состояние стержней в основной системе с жестко закрепленными его концами к неподвижным опорам и нагруженных сплошной параметрической нагрузкой $q(x)$, демонстрирует рисунок 1.

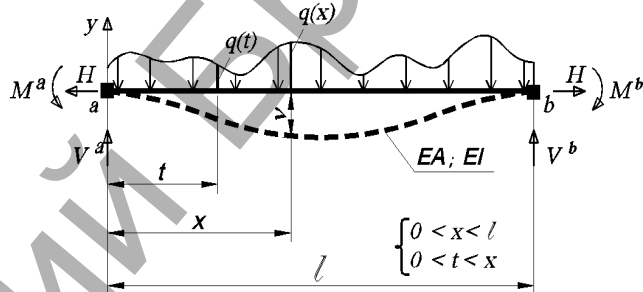


Рисунок 1 – Деформированное состояние прямолинейного гибкого стержня

При этом в методе деформаций [1] накладываемые на узлы основной системы связи, в отличие от метода перемещений, не допускают как угловые, так и линейные перемещения. Для оценки напряженно-деформированного состояния каждого из стержней принятой основной системы в [1] получены зависимости для функции перемещений v и связанного с ней изгибающего момента M_s

$$v = -\frac{1}{H} \left[R_b x - \int_0^x (x-t)q(t)dt + M^a - (M^a - M^b) \frac{x}{l} - M_s \right], \quad (1)$$

$$M_s = \frac{r_s}{a_1} sh(a_1 x) - \frac{1}{a_1} \int_0^x sh(a_1(x-t))q(t)dt + \frac{M^a}{sh(a_1 l)} sh(a_1(l-x)) + \frac{M^b}{sh(a_1 l)} sh(a_1 x), \quad (2)$$

$$\text{где } a_1 = \sqrt{\frac{|H|}{EI}}; R_b = \frac{1}{l} \int_0^l (x-t)q(t)dt;$$

$$r_s = \frac{1}{sh(a_1 l)} \int_0^l sh(a_1(l-t))q(t)dt; Q_s = \frac{dM_s}{dx}. \quad (3)$$

Выражения (1)-(3), полученные в [1] в аналитическом виде, содержат три основных неизвестные: H – вектор продольной силы в стержне, направленный вдоль хорды, соединяющей его концы (распор); M^a, M^b – левый и правый опорные моменты соответственно.

Для вычисления неизвестных H, M^a, M^b в стержнях принятой основной системы рассчитываемой модели необходимо решить систему трех разрешающих нелинейных уравнений деформированного равновесия, полученную в [1] с учетом линейных и угловых деформаций, вида

Уласевич Вячеслав Прокофьевич, к. т. н., профессор кафедры строительных конструкций Брестского государственного технического университета

Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

$$\frac{H \cdot l}{EA} - \left(\frac{H}{EA} - \frac{1}{2} \right) \frac{1}{H^2} \int_0^l \left(R_b - \int_0^x q(t) dt - \frac{1}{l} (M^a - M^b) - \frac{dM_s}{dx} \right)^2 dx + \quad (4)$$

$$+ H(c_n^a - c_n^b) + \left(\alpha \cdot l \cdot \Delta t^0 - \frac{P_n \cdot l}{EA} \right) = 0,$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{th(a,l) - a/l}{H \cdot l \cdot th(a,l)} - c_0^a \right) \cdot M^a - \frac{sh(a,l) - a/l}{H \cdot l \cdot sh(a,l)} \cdot M^b &= \frac{dv}{dx} \Big|_{x=0; M^a=0; M^b=0} \\ \frac{sh(a,l) - a/l}{H \cdot l \cdot sh(a,l)} \cdot M^a - \left(\frac{th(a,l) - a/l}{H \cdot l \cdot th(a,l)} - c_0^b \right) \cdot M^b &= \frac{dv}{dx} \Big|_{x=l; M^a=0; M^b=0} \end{aligned} \right\} (5)$$

В качестве воздействий, кроме нагрузки $q(x)$, разрешающая система уравнений (4), (5) позволяет учесть температурные воздействия Δt^0 , а также усилия предварительного напряжения P_n .

Кроме того, предусмотрена возможность задавать конкретные линейные (c_n^a, c_n^b) и угловые (c_φ^a, c_φ^b) коэффициенты податливости опорных участков стержней в месте примыкания к узлам, что позволяет описать весь спектр возможных схем сопряжения концов стержней с опорами.

Вертикальные опорные реакции V^a, V^b следует вычислить по формулам

$$V^a = \frac{1}{l} \int_0^l (x-t)q(t)dt - \frac{1}{l} (M^a - M^b);$$

$$V^b = \int_0^l q(t)dt - V^a. \quad (6)$$

В результате решения системы уравнений (4)-(6) получим реакции опорных участков стержней, приложенные к узлам основной системы, позволяющие сформировать из них вектор $\{P_s\}$, который, будучи приложенными с обратным знаком к узлам системы, приводит к более точному выражению матричной системы уравнений вида [1]

$$[K] \cdot \{\Delta\} = \{P_u\} + \{P_s\} + \{R\}, \quad (7)$$

где $[K]$ – матрица внешней жесткости свободной системы, каждый стержень которой K_{ij} представляет собой реакцию r_i в i -м направлении от единичного перемещения узла в j -м направлении; $\{\Delta\}$ – вектор искомых перемещений узловых точек системы; $\{P_u\}$ – вектор внешних нагрузок, действующих в узлах системы в глобальной системе координат; $\{P_s\}$ – вектор реакций начала и конца стержня; $\{R\}$ – вектор опорных реакций в узлах, на которые наложены опорные связи (если в узле нет связей, то соответствующие им величины равны нулю).

При наложении на стержневую систему внешних связей в системе уравнений (7) матрица внешней жесткости свободной системы $[K]$ будет преобразована в матрицу жесткости закрепленной системы $[K^*]$ вычеркиванием строк и столбцов, соответствующих наложенным связям. А вычеркивание соответствующих строк в векторах $\{P_u\}, \{P_s\}, \{R\}$ преобразует их в векторы $\{P_u^* \}, \{P_s^* \}, \{R^* \}$. Так как вектор $\{R^* \}$ содержит только нулевые элементы, то он должен быть из дальнейшего расчета исключен. Тогда вектор перемещений $\{\Delta\}$ в глобальной системе координат может быть определен из (7) по выражению

$$\{\Delta\} = [K^*]^{-1} \cdot (\{P_u^* \} + \{P_s^* \}), \quad (8)$$

где $[K^*]^{-1}$ – обратная матрица жесткости закрепленной системы для матрицы $[K^*]$.

Тогда искомые усилия $\{r^*\}$ по концам каждого стержня рассчитываемой стержневой модели в местной системе координат будут вычислены так

$$\{r^*\} = [K^*] \cdot [T_\alpha] \cdot \{\Delta\} - \{P_s^* \}, \quad (9)$$

где $[K^*]$ – матрица жесткости стержней в местной системе координат; $[T_\alpha]$ – матрица преобразований координат (направляющих косинусов).

Найденный для всех стержней системы вектор $\{r^*\}$ позволяет более точно, в сравнении с классическим методом перемещений, определить перемещения и внутренние усилия в стержнях, используя функцию прогибов v (1), изгибающих моментов M_s (2) и поперечных сил Q_s (3).

Алгоритм расчета моделей стержневых систем матричным методом деформаций [1] реализован в программе **CsdCAD** для ПК средствами программирования PTS MathCAD [2].

3. Оценка устойчивости стержневых систем. При расчете стержневых систем на устойчивость чаще всего используется метод перемещений, изложенный в [3], [4] и др.

Нами статически расчет предложено выполнять изложенным в [1] методом деформаций, так как это дает возможность более точно определить перемещения узлов, а так же продольные силы и изгибающие моменты в стержнях.

Полученная при расчете матрица закрепленной системы $[K^*]$, входящая в (8), является матрицей мгновенной жесткости $[K(H)]$. При отсутствии внешней нагрузки матричное уравнение статического деформирования (7) превращается в однородное уравнение вида

$$[K(H)] \cdot \{\Delta\} = 0, \quad (10)$$

где $[K(H)]$ – матрица мгновенной жесткости, элементы которой – реакции r_{ik} во введенных связях на узлы основной системы, зависящие от продольных сил H_i в ее стержнях.

Особенность расчета на устойчивость – в необходимости учета дополнительного изгибающего действия продольных сил H_i за счет которого эпюры изгибающих моментов в стержнях от единичных перемещений получают криволинейными. Реакции во введенных связях содержат поправочные множители в виде специальных функций от безразмерных параметров v

$$v = l \sqrt{\frac{|H|}{EI}}.$$

Специальные поправочные коэффициенты к элементам матриц внутренней жесткости сжатых стержней от безразмерных параметров v приведены в [4, с. 229].

В излагаемом здесь *методе деформаций* при расчете на устойчивость специальные функции к элементам матриц внутренней жесткости, пересчитаны на зависимость их от параметра a/l

$$a/l = l \sqrt{\frac{|H|}{EI}}. \quad (11)$$

С учетом (11) специальные функции как поправочные коэффициенты к элементам матрицы внутренней жесткости, зависящие от параметра a/l (11) имеют вид

$$\varphi_1 = \frac{(a/l)^2 \operatorname{tg}(a/l)}{3(\operatorname{tg}(a/l) - a/l)}; \quad \varphi_2 = \frac{a/l(\operatorname{tg}(a/l) - a/l)}{8\operatorname{tg}(a/l) \left(\operatorname{tg}\left(\frac{a/l}{2}\right) - \frac{a/l}{2} \right)};$$

$$\varphi_3 = \frac{a/l(a/l - \sin(a/l))}{4\sin(a/l) \left(\operatorname{tg}\left(\frac{a/l}{2}\right) - \frac{a/l}{2} \right)}; \quad \varphi_4 = \frac{\left(\frac{a/l}{2}\right)^2 \operatorname{tg}\frac{a/l}{2}}{3 \left(\operatorname{tg}\left(\frac{a/l}{2}\right) - \frac{a/l}{2} \right)};$$

$$\eta_1 = \frac{(a/l)^3}{3(\operatorname{tg}(a/l) - a/l)}; \quad \eta_2 = \frac{\left(\frac{a/l}{2}\right)^3}{3 \left(\operatorname{tg}\left(\frac{a/l}{2}\right) - \frac{a/l}{2} \right)}. \quad (12)$$

Тогда для прямолинейного стержня с защемленными концами (рисунок 1) матрицы внутренней жесткости с учетом безразмерных функций (12) продольно-поперечного изгиба имеет вид

$$[K_3] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EJ}{l^3} \eta_2 & -\frac{6EJ}{l^2} \varphi_4 & 0 & -\frac{12EJ}{l^3} \eta_2 & -\frac{6EJ}{l^2} \varphi_4 \\ 0 & -\frac{6EJ}{l^2} \varphi_4 & \frac{4EJ}{l} \varphi_2 & 0 & \frac{6EJ}{l^2} \varphi_4 & \frac{2EJ}{l} \varphi_3 \\ \hline -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EJ}{l^3} \eta_2 & \frac{6EJ}{l^2} \varphi_4 & 0 & \frac{12EJ}{l^3} \eta_2 & \frac{6EJ}{l^2} \varphi_4 \\ 0 & -\frac{6EJ}{l^2} \varphi_4 & \frac{2EJ}{l} \varphi_3 & 0 & \frac{6EJ}{l^2} \varphi_4 & \frac{4EJ}{l} \varphi_2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Для других вариантов крепления стержней к узлам матрицы внутренней жесткости с безразмерными коэффициентами (12), зависящими от параметра a_1l , могут быть получены из (13) путем исключения по методу Гаусса-Жордана. Такое решение приведено Е. М. Сидоровичем в [3], [4].

Для растянуто-изогнутых стержней в формулах (12) необходимо произвести следующие замены:

$(a_1l)^2 \rightarrow -(a_1l)^2$; $\sin(a_1l) \rightarrow \sinh(a_1l)$; $\text{tg}(a_1l) \rightarrow \text{th}(a_1l)$; для сжато-изогнутых – наоборот.

Критическому состоянию равновесия стержневой системы отвечают ненулевые перемещения $\{\Delta\}$ (8) ее узлов, полученные при решении матричной системы уравнений (7), что возможно, если матрица мгновенной жесткости системы является вырожденной и ее определитель, как количественная характеристика, равен нулю

$$\text{Def}[K(a_1l)] = 0. \quad (17)$$

Выражение (17) и есть нелинейное (трансцендентное) уравнение критического равновесия стержневой системы относительно параметра (a_1l) как основного неизвестного. При оценке устойчивости представляет интерес наименьший из корней матричного уравнения (17).

Для заключения рассчитываемой стержневой системы об устойчивости необходимо решение уравнения (17) с целью поиска наименьшего параметра (a_1l) , что является задачей математически сложной и трудоемкой. Поэтому для проверки устойчивости стержневой системы используем **качественный метод исследования** ее расчетной модели, суть которого изложена в [3].

Алгоритм оценки устойчивости стержневых систем **качественным методом** [3], [4], разработан и реализован в разработанной нами компьютерной программе *DresCAD* средствами программирования PTS MathCAD, построенный на их статическом расчете по методу деформаций [1], [2], по следующей расчетной схеме:

а) выполняется статический расчет стержневой модели при заданном уровне нагрузки и других воздействиях по методу деформаций [1], [2];
 б) по известным формулам Эйлера проверяется устойчивость всех стержней расчетной модели с учетом закреплений их в узлах основной системы метода деформаций (ОСМД). Критическую силу для каждого стержня найдём путём приравнивания нулю определителей матриц жесткостей для каждого из них. Проверка всех стержней на устойчивость выполняется методом сравнения критических сил в стержнях с продольными силами;

в) если устойчивость всех стержней ОСМД обеспечена, то анализируется полученная в результате расчета **матрица мгновенной жесткости** стержневой системы с учетом вычисленных внутренних сил в ее стержнях в **деформированном состоянии**. Все главные диагональные элементы матрицы мгновенной жесткости в деформированном состоянии должны быть **положительны**. Если в процессе анализа будет выявлено наличие **отрицательных или нулевых** элементов, делается **вывод о неустойчивости деформированной системы** в исследуемом состоянии равновесия, а поэтому ее расчет должен быть либо прекращен, либо расчетная модель подлежит корректировке.

г) если все главные диагональные элементы матрицы мгновенной жесткости в деформированном состоянии положительны, то выполняется разложение матрицы мгновенной жесткости на множители одним из известных методов. В системе PTS MathCAD для решения этой задачи, как и для вычисления определителя стержневой системы, имеются специально встроенные функции;

д) окончательное заключение об устойчивости стержневой системы должно быть сделано путем исследования элементов, расположенных на главной диагонали **матрицы мгновенной жесткости** при разложении ее на множители: – если все диагональные элементы положительны и среди них нет близких к нулю, то равновесие стержневой системы при заданном для нее воздействии **устойчиво**; – если разложение матрицы мгновенной жесткости прервано, то равновесия является критическим; – если среди диагональных элементов есть хотя бы один отрицательный, то равновесие стержневой системы при данном уровне внешних воздействии **неустойчиво**.

4. Устойчивость и расчет по деформированному состоянию. Как было показано выше, устойчивость рассчитываемой стержневой модели предложено оценивать **качественным методом**, позволяющим однозначно получить ответ на вопрос «*устойчива или неустойчива расчетная модель сооружения при заданном характере и величине нагрузки?*».

Если расчетная модель стержневой системы в этом состоянии равновесия устойчива, то ее матрица мгновенной жесткости **положительно определена**. А это значит, что система может перейти из устойчивого **исходного состояния** в новое **возмущенное** (рассчитываемое) **деформированное** состояние приложением к ее стержням **дополнительных воздействий**. Тогда матричная система уравнений метода деформаций (7), учитывающая и продольные деформации рассчитываемой стержневой системы и перемещения ее узлов $\{\Delta\}$, имеет вид

$$[K(a_1l, \Delta)] \cdot \{\Delta\} = \{P_u\} + [T_\alpha]^T \cdot \{P_s\} + \{R\}. \quad (18)$$

Положительно определенная матрица мгновенной жесткости $[K(a_1l, \{\Delta\})]$ системы уравнений (18) открывает возможность выполнить **деформационный расчет возмущенного состояния** стержневой системы путем организации процедуры последовательных приближений, реализуемой программными средствами PTS MathCAD. Для этого:

- выполняется расчет **возмущенного равновесного состояния** стержневой системы методом деформаций [1] как первого приближения. Анализ полученных результатов первого приближения дает возможность получить вектор перемещений узлов $\{\Delta_1\}$ с учетом продольных деформаций (а в случае загрузки их поперечной нагрузкой – и поперечных деформаций), а также внутренние усилия в стержнях. Вычисленные во всех стержнях параметры a_1l , а также перемещений узлов $\{\Delta_1\}$ дают возможность откорректировать матрицу мгновенной жесткости $[K(a_1l, \{\Delta_1\})]$ и приступить к последующей итерации;
- выполняя последующие расчеты матричной системы (18) с анализом результатов расчета и корректировкой матрицы мгновенной жесткости $[K(a_1l, \{\Delta_i\})]$, необходимой для последующего $(i+1)$ статического расчета **методом деформаций**, получаем быстро сходящийся итерационный процесс вплоть до достижения заданной точности вектора $\{\Delta\}$.

Полученное решение стержневой системы в деформированном возмущенном равновесном состоянии необходимо проверить на устойчивость вышеизложенным **качественным методом**. И если стержневая система устойчива, то вычисленный вектор $\{\Delta\}$ позволяет строить эпюры перемещений V , изгибающих моментов M_s и сдвигающих сил Q_s с использованием аналитических выражений (1), (2) и (3) соответственно. Продольные силы N следует вычислять по формуле

$$N = H \cos \varphi + Q_s \sin \varphi, \quad (19)$$

где φ – угол поворота хорды стержня в возмущенном деформированном состоянии равновесия по отношению к исходному состоянию.

5. Блок-схема компьютерной программы в PTS MathCAD. Сказанное в пп. 2 ÷ 4 настоящей статьи позволило разработать алгоритм расчета моделей эффектов воздействий зданий и сооружений по деформированному состоянию с оценкой устойчивости, реализованный в компьютерной программе *DresCAD* средствами математической среды PTS MathCAD.

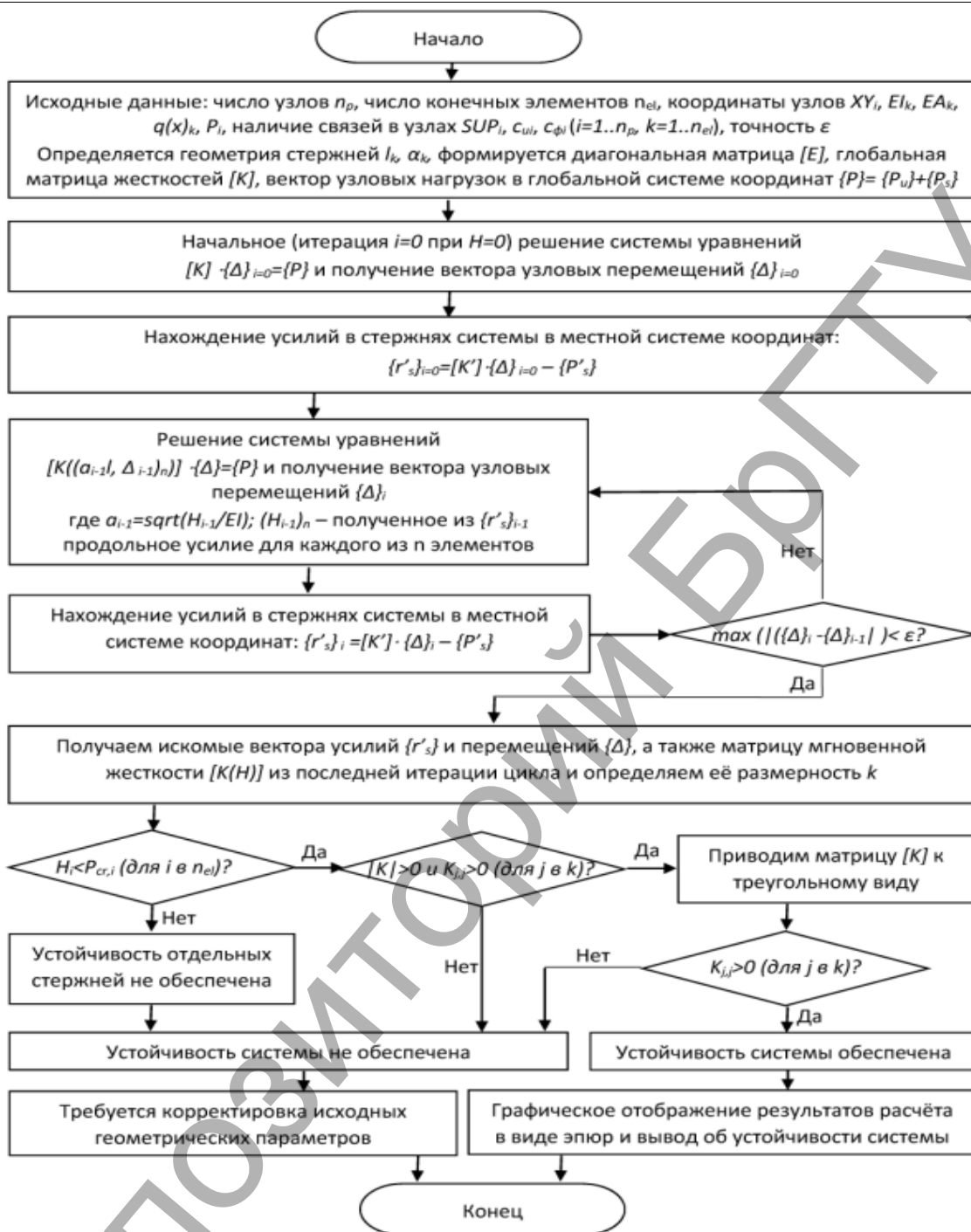
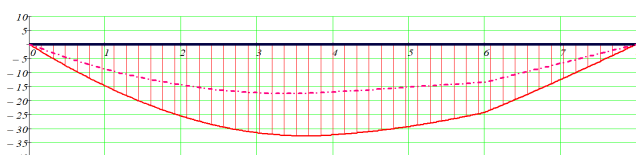
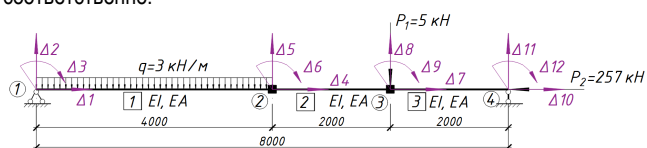


Рисунок 2 – Блок-схема проверки стержневой системы на устойчивость

На рисунке 2 представлен фрагмент блок-схемы алгоритма компьютерной программы DresCAD, а также результаты расчета примеров, принятых в качестве отладочных

Для отладки программы DresCAD использовались задачи, выполненные Н. И. Безуховым [5] (рисунок 3) и Г. К. Клейном и др. [6] (рисунок 4). Анализ результатов расчета выполнен в таблицах 1 и 2, соответственно.



$EI = 3638.04 \text{ кНм}^2$, $EA = 921900 \text{ кН}$ (штрихпунктирная линия – линейный расчёт)

Рисунок 3 – Модель сжато-изогнутого стержня [5] и эпюра изгибающих моментов

Таблица 1 – Результаты расчетов по различным методам стержня [5] (рисунок 3)

Анализ расчётов	M_{T2} , кНМ	M_{T4} , кНМ	M_{T6} , кНМ	Δ_{T4} , см	Δ_{T6} , см
Деформационный расчет	25.459	32.171	24.192	5.903	4.16
Точное решение	25.506	32.253	24.240	5.935	4.179
Линейный расчет	14.500	17.000	13.500	3.207	2.254
Анализ точности вычислений, %	0.186%	0.254%	0.2%	0.537%	0.451%
Различие линейного расчета с деформационным, %	43.045%	47.157%	44.195%	45.673%	45.819%

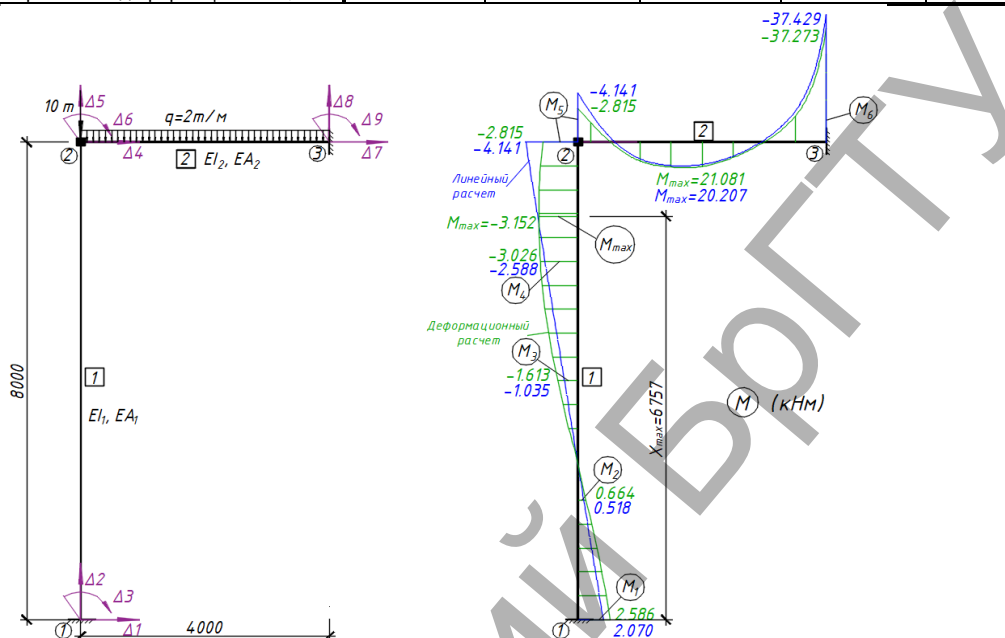


Рисунок 4 – Расчетная схема и эпюры изгибающих моментов для стержня 1 рамы [6] ($EI_1 = 915.6 \text{ кНм}^2$, $EA_1 = 1680000 \text{ кН}$, $EI_2 = 2373 \text{ кНм}^2$, $EA_2 = 2100000 \text{ кН}$)

Таблица 2 – Результаты расчетов по различным методам для стержневой рамы [6]

Анализ расчётов		M_1 , кНМ	M_2 , кНМ	M_3 , кНМ	M_4 , кНМ	M_5 , кНМ	M_6 , кНМ
Г.К.Клейн и др.	Линейный	2.150	—	—	—	-4.320	-37.900
	Деформац.	2.800	—	—	—	-2.900	-38.600
КП <i>DresCAD</i>	Линейный	2.070	0.518	-1.035	-2.588	-4.141	-37.429
	Деформац.	2.586	0.664	-1.613	-3.026	-2.815	-37.273
Различие линейного расчета с деформационным, %		19.941%	22.021%	35.845%	14.464%	47.090%	0.419%

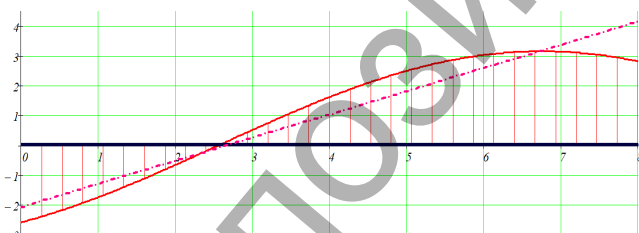


Рисунок 5 – Эпюра моментов, полученная в программе *DresCAD*, для стержня № 1 рамы [6] (штрихпунктирная линия – линейный расчёт)

Заключение. В статье изложен метод расчета стержневых систем сложной геометрической структуры с *оценкой устойчивости* в деформированном состоянии равновесия, разработанный на основе метода деформаций [1]. Метод позволяет также выполнить *деформационный расчет* с учетом геометрической нелинейности рассчитываемой модели при воздействиях сплошной поперечной нагрузки, описанной параметрической функцией $q(x)$, температурных воздействиях и воздействиях усилий предварительного напряжения P_n . Алгоритм расчета проверен на разработанной программе *DresCAD* средствами программирования PTS MathCAD [2]. Приведены результаты расчетов контрольных отладочных примеров и выполнен сравнительный анализ результатов расчета.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- Уласевич, В. П. Статический расчет гибких стержневых систем сложной геометрической структуры методом деформаций / В. П. Уласевич // Вестник БрГТУ. – 2018. – № 1(109): Строительство и архитектура. – С. 73–77.
- Уласевич, В. П. Расчет стержневых систем уточненным методом перемещений и его реализация в среде PTS MathCAD / В. П. Уласевич, В. И. Каковко // Перспективные направления инновационного развития строительства и подготовки инженерных кадров : сборник научных статей XXI Международного научно-методического семинара. 25-26 октября 2018 г. Часть 1. – Брест : Изд-во БрГТУ, 2018. – С. 254–261.
- Сидорович, Е. М. Динамика и устойчивость сооружений. Численные методы решения задач : учебное пособие / Е. М. Сидорович. – Минск : БНТУ, 2006. – 246 с.
- Борисевич, А. А. Строительная механика / А. А. Борисевич, Е. М. Сидорович, В. И. Игнатюк – Минск : БНТУ, 2007. – 821 с.
- Безухов, Н. И. Устойчивость и динамика сооружений в примерах и задачах / Н. И. Безухов, О. В. Лужин, Н. В. Колкунов. – М. : Стройиздат, 1969. – 296 с.
- Клейн, Г. К. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики (основы теории устойчивости, динамики сооружений и расчета пространственных систем) / Г. К. Клейн, В. Г. Рекач, Г. И. Розенблат. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Высшая школа, 1972. – С. 69–71.

Материал поступил в редакцию 22.04.2019

ULASEVICH V. P. Stability and deformation calculation of rod systems by a matrix method of deformations

In article deformation calculation of models of impacts on stability is stated by a matrix method of deformations. Its difference from a classical method of movements – an opportunity to consider longitudinal and cross deformations of cores of settlement model.

The algorithm of a method is checked on the computer DresCAD program developed by means of programming of PTS MATHCAD. Calculation results of control debugging examples are given and comparative analysis of results of calculation is made.

УДК 624.014.27

Глушко К. К.

УСТОЙЧИВОСТЬ ФОРМЫ СТАЛЬНЫХ ОДНОСЛОЙНЫХ СЕТЧАТЫХ КУПОЛОВ С ЖЁСТКИМИ УЗЛАМИ ПРИ ДЕЙСТВИИ РАСПРЕДЕЛЁННОЙ ВНЕШНЕЙ НАГРУЗКИ

Введение. Однослойные сетчатые купола часто применяются при необходимости перекрытия больших пролётов. Низкая материалоемкость, архитектурная выразительность и высокая жёсткость являются их основными преимуществами. В то же время особенностью статической работы под нагрузкой таких конструкций является геометрически нелинейный процесс деформирования, что вызывает сложность расчёта таких конструкций и проверки отдельных видов их устойчивости. Один из видов потери устойчивости формы однослойных сетчатых куполов проявляется в виде продавливания к центру кривизны описанной сферы их узлов. Решение задачи потери устойчивости формы этих конструкций покрытий, проявляющейся в «прощёлкивании» их узлов при действии сосредоточенной узловой нагрузки, приведено в работах [1, 2, 3, 7–9].

При проектировании светопрозрачных покрытий в виде однослойных сетчатых куполов устройство кровли часто принимается беспрогонным. Существует довольно немногочисленное количество работ, посвящённых потере устойчивости стальных однослойных сетчатых куполов с жёсткими узлами, нагрузка на стержни которых принята распределённой [4]. Следует отметить, что существующие аналитические решения подобной задачи, полученные при помощи метода сплошного аналога, являются приближёнными, поскольку площади и моменты инерции поперечных сечений стержней заменяются одним параметром – толщиной сплошной оболочки. Величина полученной в представленных работах критической нагрузки на сплошную оболочку определена путём интегрирования кривизн её поверхности, в то время как «прощёлкивание» узлов сетчатых куполов наступает вследствие укорочения стержней составляющих их стержневых многогранников.

Распределённая нагрузка на стержни однослойного сетчатого купола с треугольной решёткой может быть представлена по треугольному закону. Максимальное значение распределённой нагрузки находится на середине стержня. На рисунке 1 представлен план однослойного сетчатого купола.

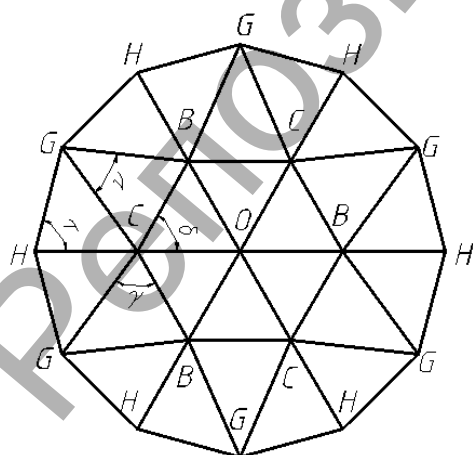


Рисунок 1 – План двухъярусного однослойного сетчатого купола

В основе предложенной методики заложено соблюдение равновесия между внешней нагрузкой и внутренними усилиями в стерж-

нях, спроецированными на вертикальную ось. Изменение внутренних усилий в стержнях описывается при помощи аналитических зависимостей от перемещений узлов однослойных сетчатых куполов, величины которых полагаются переменными. Предложенная методика может быть применена для определения критической нагрузки, вызывающей «прощёлкивание» узлов одного яруса, то есть продавливание к центру кривизны описанной поверхности отдельных стержневых многогранников.

Для определения необходимого и достаточного для точного решения рассматриваемой задачи количества переменных величин перемещений узлов ярусов произведено сравнение процессов деформирования верхних стержневых многогранников в составе трёхъярусного и двухъярусного однослойных сетчатых куполов с целью сопоставления величины внешней нагрузки, определённой в виде суммы вертикальных проекций внутренних сил в стержнях. На этом этапе наличие начальных геометрических несовершенств формы и влияние продольно-поперечного изгиба в стержнях не учитывалось. Опорный контур трёхъярусного однослойного сетчатого купола закреплён шарнирно-подвижно. В пределах рассмотренных сетчатых куполов величина внешней распределённой по площади нагрузки полагалась постоянной.

При определении внутренних усилий в стержнях в радиальных плоскостях от перемещений узлов рассматриваемых однослойных сетчатых куполов использованы следующие допущения:

- 1) внешняя распределённая нагрузка действует вертикально;
- 2) стержни кольцевых направлений расположены горизонтально, длины стержней могут быть приняты одинаковыми, изгибные жёсткости стержней одинаковы;
- 3) рассматривается линейно-упругое деформирование стержней;
- 4) рассматривается плоская форма изгиба стержня в силу симметрии задачи;
- 5) влиянием податливостей и размерами узловых элементов можно пренебречь;
- 6) углы наклона стержней к горизонтальным плоскостям могут быть приняты малыми.

Необходимо рассмотреть фрагмент однослойного сетчатого купола, находящийся в секторе симметрии. На рисунке 2 показан рассматриваемый фрагмент и верхний стержневой многогранник с обозначением грузовых площадей на стержни.

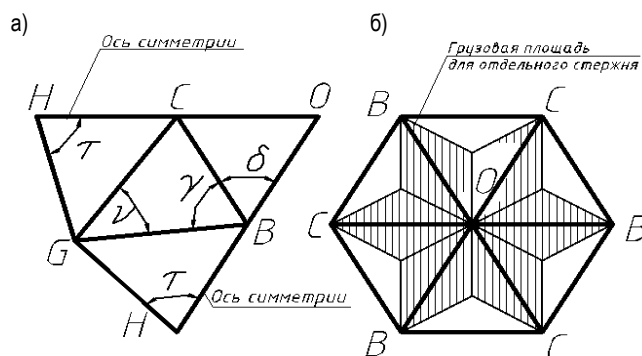


Рисунок 2 – Фрагмент однослойного сетчатого купола (а) и определение грузовых площадей (б)

Глушко Константин Константинович, ассистент кафедры архитектуры Брестского государственного технического университета. Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.